مدیریت صنعتی
دوره ۲، شماره ۴
بهار و تابستان ۱۳۸۹
صص ۱۹ تا ۳۶

دانشکده مدیریت دانشگاه تهران

مدل پویای چند هدفه تحلیل پوششی داده‌های فازی

احمد رضا جعفریان مقدم [۱]، کیوان قصیری [۲]

چکیده: تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) ابزاری قدرتمند مدیریتی به‌منظور ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم گیرنده است. امروزه استفاده از مدل‌های DEA چند هدفه به‌منظور ارزیابی جنبه‌های مختلف عملکردی اعم از جنبه‌های کمی و کیفی بسیار مورد توجه قرار گرفته است. اما این مدل‌ها در فضای ایستا ارایه شده‌اند. در این مقاله سعی بر آن است تا مدل‌های DEA چند هدفه در فضای پویای فازی ارایه شود تا بتوان تغییرات داده‌ها در طول دوره ارزیابی را در مدل‌های DEA اعمال نمود. در این مقاله به‌منظور ارزیابی نتایج مدل یک مثال برای مقایسه نتایج مدل پیشنهادی با مدل اصلی DEA ارایه شده است. نتایج اجرای مدل پیشنهادی نشان می‌دهد، علاوه بر کاهش زمان اجرای مدل و تعیین هم زمان امتیاز کارایی کلیه‌ی واحدها، توان افتراق مدل بهبود یافته است.

واژه‌های کلیدی: تحلیل پوشش داده‌ها، منطق فازی، ارزیابی عملکرد، مدل‌های چند هدفه، مدل‌های پویا.

۱- کارشناسی ارشد حمل و نقل ریلی، دانشکده مهندسی راه‌آهن، دانشگاه علم و صنعت ایران
۲- استادیار دانشکده مهندسی راه‌آهن، دانشگاه علم و صنعت ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۸ / ۲ / ۱۳۸۸
تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۲۲ / ۴ / ۱۳۸۹
نویسنده مسئول مقاله: احمد رضا جعفریان مقدم
Email: a_jafarian@rail.iust.ac.ir

Archive of SID
www.SID.ir

۱. مقدمه

ارزیابی و مقایسه‌ی عملکرد واحدهای مشابه قسمت مهمی از مدیریت یک سازمان پیچیده است. تحلیل پوششی داده‌ها یکی از تکنیک‌های قدرتمند مدیریتی است که ابزاری در اختیار مدیران قرار می‌دهد تا بتوانند به‌وسیله آن عملکرد شرکت خود را در قبال سایر رقبا محک زنند و براساس نتایج آن برای آینده‌ای بهتر تصمیم‌گیری کنند. این ابزار که برای اولین بار توسط چارنز، کوپر و رودز در سال ۱۹۷۸ ارایه شد [۴]، کارایی نسبی واحدهایی (DMU) که دارای ورودی‌ها و خروجی‌های مشابه هستند، اندازه‌گیری کرده و براساس این کارایی، واحدها با عملکرد کارا و با عملکرد ناکارا را مشخص می‌کند. سادگی فهم و اجرای روش تحلیل پوششی داده‌ها و در کنار آن دقت بالا و کاربرد وسیع آن در زمینه‌های مختلف سیاسی، فرهنگی، اجتماعی و اقتصادی باعث شده است پژوهشگران زیادی از این روش برای دست یافتن به اهداف خود استفاده کنند. اما عمده این پژوهش‌ها بر روی مدل‌های DEA یک هدفه در محیط ایستا تمرکز دارد که در آن داده‌ها مشخص بوده و در طول دوره ارزیابی عملکرد ثابت باقی می‌مانند. در مدل‌های DEA یک هدفه تنها یک جنبه از کارایی (افزایش در میزان خروجی‌ها یا کاهش در میزان ورودی‌ها) در هر مدل مورد بررسی قرار می‌گیرد و همچنین در این مدل‌ها امکان اعمال علایق و نظرهای تصمیم‌گیرنده (DM) در نتایج مدل‌ها وجود ندارد. امروزه مدل‌های DEA چند هدفه سعی دارد اهداف متعددی را به‌طور همزمان مورد توجه قرار داده و امکان بررسی کارایی واحدهای مختلف از جنبه‌های دیگر با استفاده از داده‌های کمی، کیفی و همچنین اعمال نظرهای DM در نتایج مدل میسر نماید. به این منظور در این مقاله سعی بر آن است مدل جدید DEA چند هدفه در محیط پویا پیشنهاد شود تا علاوه بر رفع نواقص موجود در مدل‌های DEA یک هدفه، امکان ارزیابی عملکرد سازمان‌های مختلف در شرایطی که داده‌های آن‌ها دایم در حال تغییر است، فراهم شود.

ادامه مقاله به‌صورت زیر بخش‌بندی شده است. در بخش دوم مروری بر مدل اصلی DEA خواهد شد و در بخش سوم مفاهیم پایه‌ای مجموعه‌های فازی بیان می‌شود. مطالعاتی که تاکنون در زمینه مدل‌های DEA چند هدفه و مدل‌های پویای DEA یک هدفه صورت گرفته است در بخش چهارم مورد توجه قرار خواهد گرفت. در بخش پنجم مدل پیشنهادی FDM-DEA ارایه و برای ارزیابی نتایج مدل پیشنهادی، مدل یاد شده برای یک مثال در

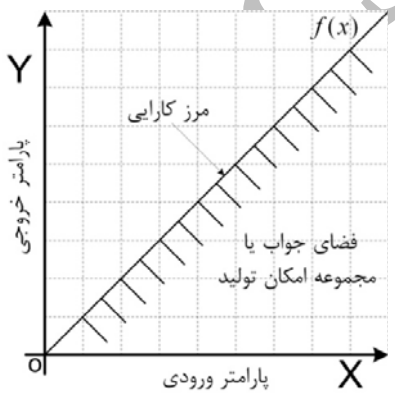
Archive of SID

www.SID.ir

بخش ششم اجرا خواهد شد. در بخش پایانی نتایج اجرای مدل مورد بحث و بررسی قرار خواهد گرفت.

۲. مروری بر مدل اصلی DEA

هدف مدل DEA تعیین کارایی واحدهای مختلف براساس میزان خروجی‌های تولیدی آن‌ها در برابر میزان ورودی‌های مصرفی است. اولین مدل از مجموع مدل‌های اصلی DEA که توسط چارنز، کوپر و رودز در سال ۱۹۷۸ ارایه شد، مدل بازگشت به مقیاس ثابت (CRS) است [۶]. منظور از بازگشت به مقیاس ثابت این است که با تغییر یک واحد در ورودی‌ها، خروجی‌ها نیز با نسبت ثابت تغییر (کاهش یا افزایش) می‌کنند. در واقع شیب تابع تولید در این مدل ثابت است. در حالت ساده مرز کارایی در مدل بازگشت به مقایس ثابت در مسئله‌ای با یک ورودی و یک خروجی می‌توان به‌صورت نمودار ۱ ترسیم کرد.



نمودار ۱. مدل بازگشت به مقیاس ثابت [۴]

اگر وزن‌های متناظر با خروجی i را با v_i که (i=1, …, m) و وزن‌های متناظر با ورودی j را با u_r که (r=1, …, s) نمایش دهیم و y^j و x^j به ترتیب خروجی و ورودی واحد تصمیم‌گیری j (DMU_j) باشند که (j = 1, … ,n) و y^{j*} و x^{j*} خروجی‌ها و ورودی‌های آن DMU^*_j باشند که ارزش‌گذاری می‌شود، آن‌گاه مدل ۱ نسخه وزنی مدل CRS است.

Archive of SID

www.SID.ir

$$\max \quad \frac{\sum_r u_r \times y^{rj^*}}{\sum_i v_i \times x^{rj^*}}$$

$$s.t:$$

$$\frac{\sum_r u_j \times y^{rj}}{\sum_i v_i \times x^{ik}} \le 1 \quad j = 1, \ldots, n \qquad (1)$$

$$u_r, v_i \ge \varepsilon \quad r = 1, \ldots, s \quad i = 1, \ldots, m$$

که در آن ε مقدار غیر ارشمیدسی است. تابع هدف مدل ۱ سعی دارد ترکیب وزنی خروجی‌های تولید شده را نسبت به ترکیب وزنی ورودی‌های مصرف شده حداکثر کند تا امتیاز کارایی واحد مورد نظر را تعیین نماید و این در حالی است که امتیاز کارایی سایر واحدها کوچک‌تر از مقدار یک قرار می‌گیرند. مقدار هدف تابع فوق عددی کوچک‌تر از یک است. واحدی که دارای امتیاز ۱ باشد کارا خواهد بود و در غیر این صورت ناکاراست [۱۵].

۳. مجموعه‌های فازی

مفهوم فازی برای اولین بار در مقاله ماکس بلاک به نام «ابهام» در سال ۱۹۳۷ بیان شد. سپس در سال ۱۹۶۵ پروفسور لطفی زاده مقاله خود را با عنوان «مجموعه‌های فازی» در مجله اطلاعات و کنترل منتشر ساخت که در رابطه با مسایل احتمالی در مدل سازی سیستم‌ها ارایه شد [۱] [۲]. لطفی‌زاده این مجموعه‌های فازی را «منحنی عضویت» نامید. نام «فازی» نامی است که لطفی‌زاده از آن به جای نام‌های «ابهام» و «چند ارزشی» استفاده کرد. لطفی‌زاده مجموعه فازی را به‌عنوان مجموعه‌ای با مرزهای مبهم و غیر دقیق تعریف کرد. او این مفهوم را این‌گونه بیان می‌کند: "عضویت در یک مجموعه فازی یک موضوع قطعی یا غیر قطعی نیست، بلکه عضویت به صورت درجه بیان می‌شود [۹] [۱۶] [۱۷] [۳۴]." درجه عضویت در مجموعه‌های فازی به‌وسیله عددی در بازه [0,1] عنوان می‌شود. بنابراین مجموعه فازی انتقال تدریجی از عضویت کامل (درجه عضویت ۱) به عدم عضویت (درجه عضویت ۰) و بالعکس را بیان می‌کند. فرض کنید X یک فضایی از مقادیر حقیقی

Archive of SID

www.SID.ir

مثبت در ارتباط با یک متغیر و x یک عضو (عنصر) از X است. مجموعه فازی A در X به صورت یک مجموعه از زوج‌های مرتب تعریف می‌شود [۱۷]:

$$A:\{(x,\mu_A(x)) \mid x \in X\} \quad s.t: \ \mu_A : X \to M \qquad (۲)$$

μ_A تابع عضویت و M فضای عضویت است. اغلب M را بازه [0,1] در نظر می‌گیرند.

$\alpha - cut$ از مجموعه A، مجموعه قطعی ${}^{\alpha}A$ است که شامل تمام عناصر از X است که درجه عضویت آن‌ها در A بزرگ‌تر یا مساوی با مقدار خاص α است [۱۷].

$${}^{\alpha}A = \{x \mid A(x) \geq \alpha\} \qquad (۳)$$

$strong\ \alpha - cut$ از مجموعه فازی A، مجموعه قطعی ${}^{\alpha+}A$ است که شامل تمام عناصر از X است که درجه عضویت آن‌ها در A بزرگ‌تر از عدد خاص α است [۱۷].

$${}^{\alpha+}A = \{x \mid A(x) > \alpha\} \qquad (۴)$$

در مجموعه‌های فازی مجموعه پشتیبان تعریف می‌شود که در عملیات حسابی بر روی اعداد فازی کاربرد زیادی دارد. پشتیبان یک مجموعه فازی A شامل تمام عناصر از X است که درجه عضویت غیر صفر در A دارند. در منطق فازی اشتراک مجموعه‌های فازی A و B، یک مجموعه فازی کامل شامل هر دو مجموعه A و B است که به صورت $A \cap B$ و یا $A \wedge B$ نشان داده می‌شود. تابع عضویت $A \cap B$ برای همه عناصر $x \in X$ به صورت زیر بیان می‌شود [۹] [۱۶] [۱۷] [۳۴].

$$A \cap B(x) = \begin{cases} \min(A(x), B(x)) = A(x) & if \quad A(x) \leq B(x) \\ \min(A(x), B(x)) = B(x) & if \quad A(x) \geq B(x) \end{cases} \qquad (۵)$$

همان‌طور که در بالا اشاره شد، در منطق فازی برای مفهوم اشتراک از عملگر min استفاده می‌شود. کلیر و یوآن (۱۹۹۵)، عملیات Min روی اعداد فازی A و B به صورت رابطه ۶ تعریف می‌کنند [۹] [۱۶] [۱۷] [۳۴]:

$$Min(A,B)_{(Z)} = Sub \min_{z=\min(x,y)}[A(x),B(y)] \qquad \forall z \in \Re \qquad (۶)$$

Archive of SID

www.SID.ir

۴. مروری بر ادبیات موضوع

تاکنون مطالعه‌های بسیار زیادی در مورد مدل‌های DEA در فضای ایستا صورت گرفته است. برای بررسی این مطالعه‌ها به مرجع [۱۰] رجوع شود. اما همان‌طور که بیان شد، مدل‌های پویا مدل‌هایی هستند که در آن داده‌ها مدام در حال تغییر هستند و این تغییر می‌تواند در طول یک دوره و یا چند دوره صورت گیرد و همچنین در این گونه مدل‌ها برخی از داده‌ها می‌توانند ثابت باقی بمانند. با توجه به پژوهش‌ها و جستجوهای گسترده‌ای که در منابع و سایت‌های معتبر علمی صورت گرفت، مشخص شد که تاکنون مدل DEA چند هدفه پویا ارایه نشده است. اما در زمینه DEA چند هدفه و مدل‌های پویای DEA یک هدفه مدل‌های جدیدی ارایه شده که سعی دارند نواقص موجود در مدل‌های DEA یک هدفه را به نوعی برطرف کنند. در ادامه به اختصار مروری بر تاریخچه مدل‌های DEA چند هدفه و مدل‌های پویای DEA یک هدفه خواهیم داشت.

گلانی (۱۹۸۸) [۱۱] مدل DEA چند هدفه‌ای را ارایه داد که در آن ارزیابی عملکرد براساس نظر DM صورت می‌گیرد که برای حل مدل از روش فعل و انفعالی استفاده شده است. تاناسولیس و دایسون (۱۹۹۲) [۲۹] و لینز و همکاران (۲۰۰۴) [۱۹] مدل‌های ارایه کرده‌اند که امکان ارزیابی توأم دو جنبه کارایی (افزایش در میزان خروجی‌ها یا کاهش در میزان ورودی‌ها) در آن فراهم شده است. ژو (۱۹۹۶) [۳۳] مدل DEA چند هدفه غیر شعاعی را ارایه کرده است که امکان در نظر گرفتن نظرها و علایق DM در آن وجود دارد. جُرُو و همکاران (۱۹۹۸) [۱۴] و هالم و همکاران (۱۹۹۹) [۱۲] ساختار مدل‌های DEA و مدل‌های چند هدفه را با یکدیگر مقایسه کرده‌اند و دریافتند که DEA خود یک مدل چند هدفه است. لی و ریوس (۱۹۹۹) [۱۸] مدل DEA چند معیاره‌ای ارایه کرده‌اند که در آن سعی بر بهبود توزیع وزن‌های متناظر با پارامترهای خروجی و ورودی مدل‌های DEA بوده است. شیانگ و تی‌زنگ (۲۰۰۰) [۸] و یو و همکاران (۲۰۰۴) [۳۲] مدل‌های DEA چند هدفه ارایه کرده‌اند که در آن توابع هدف مدل با توجه به روابط منطق فازی تعریف می‌شود. در مدل یو و همکاران امکان استفاده از داده‌های غیر دقیق نیز وجود دارد. چن (۲۰۰۵) [۷] مدل چند هدفه‌ای ارایه کرده است که در آن امکان تعریف محدودیت‌ها براساس معیارهای دلخواه DM فراهم شده است. لُزانو و ویلا (۲۰۰۷) [۲۰] رویه دو مرحله‌ای ارایه کرده‌اند که در مرحله اول با استفاده از روش تحلیل سلسله‌مراتبی (AHP) و

Archive of SID

www.SID.ir

با توجه به نظرهای و علائق DM، وزن‌های متناظر با پارامترهای ورودی و خروجی به‌دست آمده و در مرحله دوم مدل DEA چند هدفه براساس وزن‌های تعیین شده و با استفاده از روش فعل و انفعالی اجرا می‌شود. وانگ و همکاران (۲۰۰۷) [۳۰] و یانگ و همکاران (۲۰۰۸) [۳۱] ساختار مدل DEA و مدل‌های چند هدفه را مقایسه کرده‌اند و به این نتیجه دست یافته‌اند که ساختار دو مدل مشابه و یکی مکمل دیگری است. همچنین آن‌ها مدل‌های DEA چند هدفه براساس محدودیت‌های مدل DEA یک هدفه ارایه کرده‌اند که در آن امکان اعمال نظرهای DM وجود دارد.

سنگوپتا اولین مدل DEA پویا را در سال ۱۹۹۵ در مرجع [۲۴] ارایه و آن‌ها را طی مقالات [۲۵] و [۲۶] در سال ۱۹۹۶ و [۲۷] در سال ۱۹۹۹ در مجلات معتبر علمی منتشر ساخت. دیگر مدل‌های DEA پویایی که تاکنون ارایه شده است (مراجع [۵][۱۳][۲۱][۲۲][۲۳][۲۸]) دارای ساختار مشابه با مدل‌های سنگوپتا بوده و تنها تفاوت آن‌ها در نحوه محاسبه کارایی واحدهای مختلف بوده است.

۵. مدل پیشنهادی FDM-DEA

ما در ابتدا مدل چند هدفه DEA را به صورت مدل ۷ در نظر می‌گیریم. در این مدل محاسبه امتیاز کارایی هر واحد به عنوان تابع هدف مدل در نظر گرفته می‌شود. به عبارتی در این مدل‌ها به تعداد DMUها تابع هدف خواهیم داشت.

$$\max \quad z_1 = \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{r1}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{i1}}$$

$$\cdots$$

$$\max \quad z_n = \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rn}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{in}}$$

Archive of SID

www.SID.ir

s.t.

$$\frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}} \le 1 \quad j = 1,\ldots,n \qquad (۷)$$

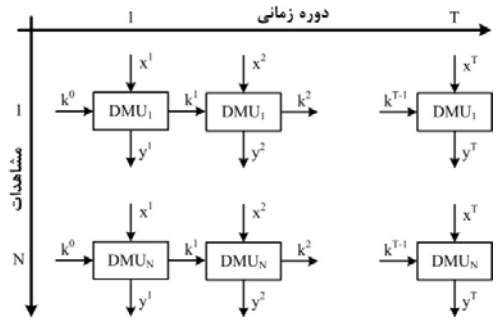
مدل ۷ یک مدل چند هدفه در محیط ایستا است که از داده‌های قطعی در طول یک دوره خاص به‌منظور ارزیابی کارایی واحدهای مختلف استفاده می‌کند.

در این بخش سعی بر آن است مدل DEA چند هدفه در محیط پویا ارایه، گردد تا امکان اعمال تغییرات داده‌ها در طول دوره ارزیابی فراهم شود. در مدل‌های پویا فرض بر آن است که t دوره زمانی (t=1,…,T) وجود دارد که در هر دوره زمانی واحدهای مختلف از دو نوع ورودی برای تولید خروجی‌های مورد نظر استفاده می‌کنند. یک نوع از ورودی‌ها در هر دوره تغییر می‌کنند و مستقل از دوره‌های زمانی قبلی هستند که ما آن‌ها را با x^t نمایش می‌دهیم. نوع دیگر ورودی‌ها، ورودی‌هایی هستند که در دوره قبلی (t-1) به عنوان خروجی یک واحد خاص و در دوره فعلی (t) به‌عنوان ورودی‌های آن واحد محسوب می‌شوند. این نوع از ورودی‌ها که به صورت k^t نمایش داده می‌شود و درواقع می‌توان آن‌ها را به صورت داده‌های بازخوری در نظر گرفت به داده‌های ورودی شبه ثابت شناخته می‌شوند [۵] [۱۳] [۲۱] [۲۸]. در واقع یک واحد در دوره زمانی t به ورودی‌های x^t و k^{t-1} برای تولید خروجی‌های y^t و k^t نیاز دارد به‌طوری که k^t به عنوان ورودی‌های واحد مورد نظر در دوره بعدی (t+1) مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

نمودار ۲ نحوه اجرای مدل‌های پویا را نشان داده است. در این نمودار محور افقی نشان‌دهنده دوره‌های زمانی و محور عمودی بیانگر تعداد مشاهدات از داده‌های مختلف بوده و هر واحد (DMU) به‌صورت سیستمی فرض شده است که با مصرف ورودی‌ها، خروجی‌های مورد نظر را تولید می‌کند.

Archive of SID

www.SID.ir



نمودار ۲. مدل DEA پویا [۳]

برای این منظور پارامترهای و متغیرهای زیر را تعریف می‌کنیم. پارامترهای مدل عبارتند از:

x_{ij}^t پارامتر ورودی iام واحد j در دوره زمانی t که در آن i=1,…,m، j=1,…,n و t=1,…,T است.

y_{rj}^t پارامتر خروجی r ام واحد j در دوره زمانی t که در آن r=1,…,s است.

K_{lj}^t پارامتر خروجی l ام واحد j در دوره t و پارامتر ورودی l ام واحد j در دوره t+1 که در آن l=1,…,L است. همان‌طور که قبلاً بیان شد، این داده‌ها به عنوان ورودی‌ها شبه ثابت شناخته می‌شوند.

z_j^t امتیاز کارایی واحد j ام در دوره t

متغیرهای مدل پویای پیشنهادی عبارتند از:

v_i^t وزن متناظر با ورودی i ام در دوره t

u_r^t وزن متناظر با خروجی r ام در دوره t

β_l^{t-1} وزن متناظر با ورودی شبه ثابت l ام در دوره t-1

ρ_l^t وزن متناظر با ورودی شبه ثابت l ام در دوره t که در این دوره به عنوان خروجی محسوب می‌شود.

با توجه به پارامترها و متغیرهای تعریف شده در بالا، مدل ۸ به عنوان مدل پویای چند هدفه DEA معرفی می‌شود که از داده‌های قطعی استفاده می‌کند.

Archive of SID

www.SID.ir

$$\max \quad z_1 = \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r^t y_{r1}^t + \sum_{l=1}^{L} \rho_l^t K_{l1}^t}{\sum_{i=1}^{m} v_i^t x_{i1}^t + \sum_{l=1}^{L} \beta_l^{t-1} K_{l1}^{t-1}} \qquad t = 1, \dots, T$$

$$\dots$$

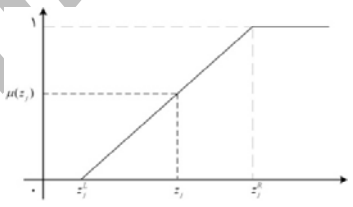
$$\max \quad z_n = \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r^t y_{rn}^t + \sum_{l=1}^{L} \rho_l^t K_{ln}^t}{\sum_{i=1}^{m} v_i^t x_{in}^t + \sum_{l=1}^{L} \beta_l^{t-1} K_{ln}^{t-1}} \qquad t = 1, \dots, T \qquad (۸)$$

$$s.t.$$

$$\frac{\sum_{r=1}^{s} u_r^t y_{rj}^t + \sum_{l=1}^{L} \rho_l^t K_{lj}^t}{\sum_{i=1}^{m} v_i^t x_{ij}^t + \sum_{l=1}^{L} \beta_l^{t-1} K_{lj}^{t-1}} \le 1 \qquad t = 1, \dots, T \quad j = 1, \dots, n$$

$$u_r^t, v_i^t, \beta_l^{t-1}, \rho_l^t \ge \varepsilon > 0 \qquad t = 1, \dots, T \quad r = 1, \dots, s \quad i = 1, \dots, m \quad l = 1, \dots, L$$

همان‌طور که در مدل ۸ مشخص است این مدل دارای n × t تابع هدف است. محاسبه امتیاز کارایی در مدل ۸ شامل پارامترهای ورودی شبه ثابت نیز هست که این ورودی‌ها به عنوان بازخورد از دوره زمانی قبل در نظر گرفته می‌شوند که بر عملکرد واحد مورد نظر در دوره زمانی فعلی تأثیرگذار هستند. مدل یاد شده مدلی است که تاکنون در منابع علمی ارایه نشده و مورد استفاده قرار نگرفته است. برای حل مدل چند هدفه ۸ از دانش به‌دست آمده در مراجع [۹] [۱۶] [۱۷] [۳۴]. استفاده شده است. با توجه به این منابع برای یک تابع هدف Max می‌توان تابع درجه عضویت خطی به صورت نمودار ۳ در نظر گرفت. که در آن z_j^L و z_j^R مقادیری از تابع هدف z_j هستند که به ترتیب دارای درجه عضویت صفر و یک می‌باشند.



نمودار ۳. تابع عضویت خطی تابع هدف Max

با فرض $\mu_j^t(z_j^t) = \alpha$، تابع هدف z_j را می‌توان از ترکیب محدب z_j^L و z_j^R و یا به عبارتی $z_j = \alpha.z_j^R + (1-\alpha).z_j^L$ که در آن $0 \le \alpha \le 1$ است، به‌دست آورد. با توجه به مراجع [۹]،

Archive of SID

www.SID.ir

۱۶، ۱۷ و ۳۴] و مطالب مطرح شده در بخش سوم، مدل ۸ را می‌توان به صورت مدل ۹ بازنویسی کرد.

$$
\begin{aligned}
&Max \quad \left\{ Min \quad \mu_j^t\left(z_j^t\right) \right\} \qquad t = 1, \ldots, T \quad j = 1, \ldots, n \\
&s.t. \\
&\frac{\sum_{r=1}^{s} u_r^t y_{r\,j}^t + \sum_{l=1}^{L} \rho_l^t K_{l\,j}^t}{\sum_{i=1}^{m} v_i^t x_{i\,j}^t + \sum_{l=1}^{L} \beta_l^{t-1} K_{l\,j}^{t-1}} \le 1 \qquad t = 1, \ldots, T \quad j = 1, \ldots, n \qquad (۹) \\
&u_r^t, v_i^t, \beta_l^{t-1}, \rho_l^t \ge \varepsilon > 0 \qquad t = 1, \ldots, T \quad r = 1, \ldots, s \quad i = 1, \ldots, m \quad l = 1, \ldots, L
\end{aligned}
$$

ا بفرض $\underset{j,t}{Min}\, \mu_j^t(z_j^t) = \alpha.z_j^{tR} + (1-\alpha).z_j^{tL}$ و از آن‌جا که در مدل ۸ مقدار تمام توابع هدف در بازه [0,1] قرار می‌گیرد بنابراین خواهیم داشت: $z_j^{tL} = 0$ و $z_j^{tR} = 1$. بر این اساس مدل ۱۰ با توجه به مدل ۹ به‌دست خواهد آمد.

$$
\begin{aligned}
&Max \quad \alpha \\
&s.t. \\
&\left(\sum_{r=1}^{s} u_r^t y_{r\,j}^t + \sum_{l=1}^{L} \rho_l^t K_{l\,j}^t \right) - \left(\sum_{i=1}^{m} v_i^t x_{i\,j}^t + \sum_{l=1}^{L} \beta_l^{t-1} K_{l\,j}^{t-1} \right) \le 0 \qquad t = 1, \ldots, T \quad j = 1, \ldots, n \\
&\left(\sum_{r=1}^{s} u_r^t y_{rj}^t + \sum_{l=1}^{L} \rho_l^t K_{lj}^t \right) - \alpha \times \left(\sum_{i=1}^{m} v_i^t x_{ij}^t + \sum_{l=1}^{L} \beta_l^{t-1} K_{lj}^{t-1} \right) \ge 0 \qquad t = 1, \ldots, T \quad j = 1, \qquad (۱۰) \\
&0 \le \alpha \le 1 \\
&u_r^t, v_i^t, \beta_l^{t-1}, \rho_l^t \ge \varepsilon > 0 \qquad t = 1, \ldots, T \quad r = 1, \ldots, s \quad i = 1, \ldots, m \quad l = 1, \ldots, L
\end{aligned}
$$

مدل ۱۰ مدل پویای چند هدفه DEA فازی است که FDM-DEA نام دارد که در مرجع [۳] ارایه شده است. یکی از مزایای مدل پیشنهادی آنست که با حل تنها یک مدل، امتیاز کارایی تمام واحدها قابل محاسبه است.

۶. اجرای یک مثال

در این بخش به‌منظور ارزیابی عملکرد مدل پیشنهادی FDM-DEA (مدل ۱۰) و تعیین مزیت‌های مدل فوق نسبت به مدل اصلی DEA (مدل ۱) از مثالی متشکل از ۱۱ واحد با دو پارامتر ورودی، سه پارامتر خروجی و یک پارامتر ورودی شبه ثابت بهره گرفته شده است.

Archive of SID

www.SID.ir

داده‌های این مثال از مرجع [۵] اقتباس شده است. نگاره ۱ داده‌های مرتبط با این مثال را ارایه کرده است.

نگاره ۱. داده‌های مرتبط با مثال

t	DMU	x_1	x_2	k^{t-1}	y_1	y_2	y_3	k^t
۱	۱	۰/۹۶	۰/۸۷	۱/۰۰	۱/۰۰	۰/۳۴	۰/۴۶	۰/۹۴
	۲	۰/۹۳	۱/۰۰	۱/۰۰	۰/۵۷	۰/۱۴	۰/۲۰	۱/۰۰
	۳	۱/۰۰	۰/۹۹	۱/۰۰	۰/۳۶	۰/۲۶	۰/۵۶	۰/۹۹
	۴	۰/۶۰	۰/۴۱	۰/۸۹	۰/۵۹	۰/۸۵	۰/۵۵	۰/۹۰
	۵	۰/۶۶	۰/۷۳	۰/۶۹	۰/۹۴	۰/۶۸	۰/۸۴	۰/۵۳
	۶	۰/۵۵	۰/۶۳	۰/۴۱	۰/۲۶	۰/۱۸	۰/۴۱	۰/۴۱
	۷	۰/۷۳	۰/۶۳	۰/۶۰	۰/۵۲	۰/۷۲	۰/۷۲	۰/۷۸
	۸	۰/۴۰	۰/۱۴	۰/۱۸	۰/۴۹	۰/۶۳	۰/۵۵	۰/۹۴
	۹	۰/۶۲	۰/۴۵	۰/۴۰	۰/۳۷	۰/۶۸	۰/۵۸	۰/۶۱
	۱۰	۰/۷۳	۰/۴۶	۰/۳۲	۰/۸۲	۱/۰۰	۱/۰۰	۰/۷۳
	۱۱	۰/۸۳	۰/۷۱	۱/۰۰	۰/۱۲	۰/۲۳	۰/۲۲	۰/۵۲
۲	۱	۰/۹۰	۰/۹۷	۰/۹۴	۱/۰۰	۰/۳۱	۰/۴۷	۰/۱۹
	۲	۰/۳۹	۰/۹۹	۱/۰۰	۰/۵۳	۰/۵۰	۰/۴۰	۰/۸۴
	۳	۰/۷۹	۱/۰۰	۰/۹۹	۰/۲۶	۰/۲۹	۰/۳۵	۱/۰۰
	۴	۰/۶۹	۰/۷۹	۰/۹۰	۰/۹۱	۱/۰۰	۰/۹۹	۰/۳۴
	۵	۱/۰۰	۰/۷۱	۰/۵۳	۰/۹۴	۰/۸۲	۰/۵۸	۰/۵۵
	۶	۰/۹۷	۰/۶۰	۰/۴۱	۰/۲۷	۰/۳۵	۰/۲۱	۰/۳۶
	۷	۰/۸۳	۰/۶۱	۰/۷۸	۰/۵۷	۰/۵۹	۰/۵۹	۰/۱۸
	۸	۰/۹۲	۰/۹۴	۰/۹۴	۰/۶۴	۰/۴۹	۰/۴۹	۰/۹۹
	۹	۰/۶۲	۰/۴۵	۰/۶۱	۰/۳۴	۰/۶۶	۰/۳۲	۰/۵۳
	۱۰	۰/۸۸	۰/۷۶	۰/۷۳	۰/۸۸	۰/۹۸	۱/۰۰	۰/۴۸
	۱۱	۰/۸۹	۰/۹۹	۰/۵۲	۰/۷۹	۰/۶۱	۰/۶۰	۰/۷۴

نگاره ۲ نتایج اجرای مدل پیشنهادی (مدل ۱۰) و همچنین نتایج اجرای مدل اصلی DEA (مدل ۱) را نشان داده است. به هنگام اجرای مدل اصلی DEA دوره‌ها به‌صورت مجزا فرض شده است.

Archive of SID

www.SID.ir

نگاره ۲. نتایج اجرای مدل پیشنهادی و مدل اصلی DEA

DMU	امتیاز کارایی حاصل از اجرای مدل پیشنهادی			امتیاز کارایی حاصل از اجرای مدل اصلی DEA		
	دوره اول	دوره دوم	کل دوره‌ها	دوره اول	دوره دوم	کل دوره‌ها
۱	۰/۵۴	۰/۴۲	۰/۴۸	۰/۹۳	۰/۷۷	۰/۸۵
۲	۰/۹۱	۰/۴۶	۰/۶۹	۱/۰۰	۰/۵۰	۰/۷۵
۳	۰/۸۴	۰/۴۲	۰/۶۳	۱/۰۰	۰/۴۲	۰/۷۱
۴	۰/۷۹	۰/۶۴	۰/۷۲	۱/۰۰	۰/۹۰	۰/۹۵
۵	۱/۰۰	۰/۳۴	۰/۶۷	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰
۶	۰/۵۴	۰/۳۲	۰/۴۳	۰/۷۲	۰/۵۵	۰/۶۴
۷	۰/۵۴	۰/۴۶	۰/۵۰	۰/۷۸	۰/۷۲	۰/۷۵
۸	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰
۹	۱/۰۰	۰/۴۳	۰/۷۱	۱/۰۰	۰/۷۰	۰/۸۵
۱۰	۰/۹۰	۰/۴۳	۰/۶۷	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰
۱۱	۰/۹۱	۰/۲۷	۰/۵۹	۱/۰۰	۰/۲۷	۰/۶۳

همان‌طور که در نگاره ۲ مشاهده می‌شود، واحدهای کارا در مدل پیشنهادی در مدل اصلی DEA نیز کارا هستند که این بیانگر عملکرد صحیح مدل پیشنهادی است. از طرفی مدل پیشنهادی تعداد واحد کارای کمتری نسبت به مدل اصلی DEA ارایه کرده است. این موضوع نشان‌دهنده بهبود توان افتراق در مدل پیشنهادی است. منظور از توان افتراق در واقع توان تفکیک بین واحدهای کارا و ناکارا در مدل‌های DEA است. یکی از معایبی که بر مدل‌های اصلی DEA وارد است توان افتراق ضعیف است. این نقص در مواقعی رخ می‌دهد که تعداد DMUهای تحت بررسی در مقایسه با تعداد پارامترهای خروجی و ورودی مدل به اندازه کافی بزرگ نیست و این موضوع منجر به ارایه تعداد زیادی از واحدها به‌عنوان واحدهای کارا خواهد شد. در نتیجه اگر مدلی بتواند رویه سخت‌گیرانه‌تری را ارایه نماید به نحوی که تعداد پارامترهای ورودی و خروجی مدل بر روی تعداد واحدهای کارا تأثیر کمتری داشته باشد، آن مدل توان افتراق را بهبود داده است. دلیل اصلی این مشکل در مدل‌های اصلی DEA به نحوه تشکیل مرز کارایی برمی‌گردد. در این مدل‌ها مرز کارایی با توجه به داده‌های مرتبط با DMU های موجود تشکیل می‌شود که به این مرز اصطلاحاً مرز کارایی مطلوب گفته می‌شود. بنابراین این موضوع در مدل‌های اصلی DEA به ارایه واحدهای کارای زیادی منجر می‌شود. اما مدل

Archive of SID

www.SID.ir

پیشنهادی در این مقاله، ابتدا بدون در نظر گرفتن واحدها بهترین مرز کارایی را تشکیل و سپس مقایسه‌ها را براساس آن مرز انجام می‌دهد. در واقع مدل پیشنهادی رویه سخت‌گیرانه‌تری را برای تشکیل مرز کارایی در پیش گرفته است که این امر به بهبود توان افتراق مدل فوق منجر خواهد شد.

۷. نتایج

مدل پیشنهادی که در این مقاله ارایه شد، مدل جدید است که تاکنون در مورد آن کاری صورت نگرفته است و در آن توان افتراق بهبود یافته است. چند هدفه بودن مدل و در نتیجه توجه به نظرهای DM در تعیین میزان تغییرات در داده‌ها در دوره‌های آتی و گذشته، پویایی مدل، تعیین امتیاز کارایی واحدهای مختلف به طور همزمان، حل یک مدل بجای n×t مدل (n= تعداد DMUها) و در نتیجه کاهش زمان مورد نیاز برای آماده‌سازی و اجرای مدل و کاهش خطای انسانی و سادگی و قابل فهم بودن مدل از دیگر مزایای مدل پیشنهادی است. علاوه بر این مدل گفته شده توانسته است دامنه کاربرد مدل‌های DEA را در زمینه‌های مختلف گسترش دهد.

Archive of SID

www.SID.ir

منابع:

۱. آذر، ع. فرجی، ح. (۱۳۸۰). علم مدیریت فازی، سازمان چاپ و انتشارات وزارت فرهنگ و ارشاد اسلامی.

۲. کاسکو، ب. (۱۳۸۰). تفکر فازی، ترجمه غفاری، پور ممتاز، مقصود پور و قسیمی، انتشارات دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی.

۳. جعفریان مقدم، ا.ر. (۱۳۸۸). مدل پویای چند هدفه تحلیل پوششی داده‌ها به همراه داده‌های از دست رفته، پایان‌نامه کارشناسی ارشد حمل و نقل ریلی، دانشکده مهندسی راه‌آهن، دانشگاه علم و صنعت ایران.

۴. قصیری، ک. جعفریان مقدم، ا.ر. مهرنو، ح. (۱۳۸۶). مقدمه‌ای بر تحلیل پوششی داده‌های فازی، مرکز انتشارات علمی دانشگاه آزاد قزوین و انتشارت گسترش علوم پایه.

5. Amirteimoori, A. (2006). Data envelopment analysis in dynamic framework, Applied Mathematics and Computation, Vol. 181: 21-28.

6. Cooper, W.W. Seiford, L.M. Tone, K. (2007). Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software, Springer Science.

7. Chen, Y. (2005). On Preference Structure in Data Envelopment Analysis, International Journal of Information Technology and Decision Making, World Scientific, Vol. 4, No. 3: 411-431.

8. Chiang, C.I. Tzeng, G.H. (2000) A multiple objective programming approach to data envelopment analysis, Shi, Yang and Zeleny, Milan (eds.), New Frontier of Decision Making for the Information Technology Era, World Scientific: 270-285.

9. Dubois, D. Prade, H. (1980). Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications, Academic press, New York.

10. Emrouznejad, A. Parker, B.R. Tavares, G. (2008). Evaluation of research in efficiency and productivity: A survey and analysis of the first 30 years scholarly literature in DEA, Socio-Economic Planning Sciences, Vol. 42: 151-157.

Archive of SID

www.SID.ir

11. Golany, B. (1988). An Interactive MOLP Procedure for the Extension of DEA to Effectiveness Analysis, Journal of the Operational Research Society, Vol. 39, No. 8: 725-734.

12. Halme, M. Joro, T. Korhonen, P. Salo, S. Wallenius, J. (1999). A Value Efficiency Approach to Incorporating Preference Information in Data Envelopment Analysis, Management Science, Vol. 45, No. 1: 103-115.

13. Jaenicke, E.C. (2000). Testing for Intermediate Outputs in Dynamic DEA Models: Accounting for Soil Capital in Rotational Crop Production and Productivity Measures, Journal of Productivity Analysis, Vol. 14, pp. 247-266.

14. Joro, T. Korhonen, P. Wallenius, J. (1998). Structural Comparison of Data Envelopment Analysis and Multiple Objective Linear Programming, Management Science, Vol. 44, No. 7: 962-970.

15. Kabnurkar, A. (2001). Mathematical Modeling for Data Envelopment Analysis with Fuzzy Restrictions on Weights, Doctoral Dissertation, Dep. of Industerial and Systems Engineering, Unive. Polytechnic Institute and State, Virginia.

16. Kaufmann, A. Gupta, M.M. (1991). Introduction to Fuzzy Arithmetic: Theory and Applications, International Thomson Computer Press, London.

17. Klir, G.J. Yuan, B. (1995). Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications, Prentice-Hall, International Inc.

18. Li, X.B. Reeves, G.R. (1999). A multiple criteria approach to data envelopment analysis, European Journal of Operational Researches, Vol. 115: 507-517.

19. Lins, M.E. Meza, L.A. Silva, M.D. (2004). A multi-objective approach to determine alternative targets in data envelopment analysis, Journal of the Operational Research Society, Vol. 55: 1090-1101.

20. Lozano, S. Villa, G. (2007). Multiobjective target setting in data envelopment analysis using AHP, Computers and Operations Research, Vol. 36: 549-564.

Archive of SID

www.SID.ir

21. Nemoto J. Goto, M. (1999). Dynamic data envelopment analysis: modeling intertemporal behavior of a firm in the presence of productive inefficiencies, Economics Letters, Vol. 64: 51-56.

22. Nemoto J. Goto, M. (2003) Measurement of Dynamic Efficiency in Production: An Application of Data Envelopment Analysis to Japanese Electric Utilities, Journal of Productivity Analysis, Vol. 19, 191-210.

23. Ouellette P. Yan, L. (2008). Investment and dynamic DEA, Journal of Productivity Analysis, Vol. 29, : 235-247.

24. Sengupta, J.K. (1995). Dynamics of Data Envelopment Analysis: Theory of Systems Efficiency, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Netherlands.

25. Sengupta, J.K. (1996). Dynamics data envelopment analysis, International Journal of Systems Science, Vol. 27: 277-284.

26. Sengupta, J.K. (1996). Dynamic aspects of data envelopment analysis, Economics Notes, Vol. 25: 143-164.

27. Sengupta, J.K. (1999). A dynamic efficiency model using data envelopment analysis, International Journal of Production Economics, Vol. 62: 209-218.

28. Sueyoshi T. Sekitani, K. (2005). Returns to scale in dynamic DEA, European Journal of Operational Research, Vol. 161: 536-544.

29. Thanassoulis, E. Dyson, R.G. (1992). Estimating preferred target input-output levels using data envelopment analysis, European Journal of Operational Researches, Vol. 56: 80-97.

30. Wong, B.Y.H. Luque, M. Yang, J.B. (2007). Using interactive methods to solve DEA Problem with value judgments, Computers and Operations Research, Vol. 36: 623-636.

31. Yang, J.B. Wong, B.Y.H. Xu, D.L. Stewart, T.J. (2008). Integrated DEA-oriented performance assessment and target setting using interactive MOLP methods, European Journal of Operational Research, Vol. 195: 205-222.

Archive of SID

www.SID.ir

32. Yu, J.R. Tzeng, Y.C. Tzeng, G.H. Yu, T.Y. Sheu, H.J. (2004). A Fuzzy Multiple Objective Programming To DEA With Imprecise Data, International Journal of Uncertainty, Fuzziness and knowledge-Based Systems, World Scientific, Vol. 12, No. 5: 591-600.

33. Zhu, J. (1996). Data Envelopment Analysis with Preference Structure, Journal of the Operational Research Society, Vol. 47: 136-150.

34. Zimmerman, H.J. (1991). Fuzzy Set Theory and Its Applications, second ed., Kluwer Academic Publishers, Boston.

Archive of SID

www.SID.ir