

## مکان‌یابی هاب سلسله‌مراتبی چند روش حمل و نقلی و چند کالایی در فضای غیر قطعی

مهدی شاهین<sup>۱</sup>، محمد سعید جبل عاملی<sup>۲</sup>، آرمین جبارزاده<sup>۳</sup>

**چکیده:** هدف این مقاله، مدل‌سازی و حل مسئله مکان‌یابی هاب سلسله‌مراتبی تک‌تخصیصه چند کالایی با در نظر گرفتن عدم قطعیت‌های موجود و ملاحظات کیفیت خدمت‌دهی است. شبکه هاب سلسله‌مراتبی طراحی شده، سه سطحی است که سطح بالا از شبکه کامل هاب‌های مرکزی تشکیل شده است و سطح دوم و سوم به ترتیب، شبکه‌های ستاره‌ای مربوط به هاب‌های غیرمرکزی با هاب‌های مرکزی و مراکز تقاضا به هاب‌ها (مرکزی و غیرمرکزی) هستند. در مدل پیشنهادی، با توجه به تابع هدف کمینه‌کردن مجموع هزینه حمل و نقل در شبکه، هزینه دیرکرد و هزینه فعال‌سازی مسیر برای خطوط هوایی غیرفعال، در خصوص مکان هاب‌ها، نحوه تخصیص گره‌های غیرهاب به هاب‌ها و نوع وسایل نقلیه لازم در هر مسیر، تصمیم بهینه‌ای گرفته شده است. برای ارزیابی مدل ارائه شده، از مجموعه داده جمع‌آوری شده در ایران استفاده شده است. رفتار مدل با تغییرات پارامترها، آنالیز و تحلیل حساسیت شده و نتایج مدیریتی به دست آمده است.

**واژه‌های کلیدی:** برنامه‌ریزی ریاضی، سلسله‌مراتبی، عدم قطعیت، مکان‌یابی هاب، منطق فازی.

۱. کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

۲. استاد گروه مهندسی صنایع دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

۳. استادیار گروه مهندسی سیستم دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۴/۲۸

تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۵/۰۸/۱۹

نویسنده مسئول مقاله: مهدی شاهین

E-mail: Mahdi\_Shahin@ind.iust.ac.ir

## مقدمه

مسئله مکان‌یابی هاب عبارت است از مکان‌یابی نقاط ترابری غیرمستقیم در یک شبکه توزیع و تخصیص نقاط مبدأ و مقصد به هاب‌ها. کالاها و محصولات از نقاط مبدأ به وسیله هاب‌ها (کوچک، متوسط و بزرگ) جمع‌آوری شده، جابه‌جایی میان هاب‌های مد نظر صورت می‌گیرد و در نهایت عمل توزیع محصولات توسط کوچک‌ترین هاب با جمع‌آوری جریان‌هایی که دارای مقاصد یکسان هستند، به سوی مقاصد انجام می‌شود. با توجه به نوع درخواست مشتری، تعداد هاب‌هایی که کالا و محصولات از آنها عبور می‌کنند تا از مبدأ به مقصد مد نظر برسند، بسته به نوع مسئله، متفاوت است.

تخصیص هاب‌ها به دو صورت تکی و چندگانه است؛ در تخصیص چندگانه، جریان‌های ورودی و خروجی به یک نقطه می‌توانند از چند هاب مختلف تأمین شوند. اساسی‌ترین مسئله در سیستم‌های حمل و نقل، لجستیک و شبکه‌های ارتباطی، ارسال جریان از نقاط مبدأ به مقصد است. مسئله طراحی شبکه هاب هنگامی نیاز است که مقداری جریان بین نقاط مبدأ و مقصد ارسال شود، اما برقراری ارتباط مستقیم به همه نقاط موجود ناممکن یا پرهزینه باشد.

طی دو دهه اخیر مسائل طراحی شبکه‌های هابی و غیرهابی در بسیاری از زمینه‌ها، مانند حمل و نقل، ارتباطات مخابراتی، شبکه‌های کامپیوتری، خدمات پستی، ترانزیت کالا و مدیریت زنجیره تأمین، کاربرد روزافزونی داشته است. مسائل مکان‌یابی سلسله‌مراتبی تسهیلات، یکی از انواع مکان‌یابی تسهیلات است. برخی از کاربردهای مسئله مکان‌یابی سلسله‌مراتبی تسهیلات، در مدیریت پسماند و ضایعات، توزیع محصول، ارتباطات مخابراتی، حوزه سلامت، خدمات پزشکی اورژانسی و غیره است. شبکه‌های هاب در طراحی شبکه دو فایده عمده دارند:

۱. تعداد ارتباطات در این نوع شبکه‌ها نسبت به یک شبکه کامل که ارتباط مستقیم بین گره‌ها مجاز است، بسیار بسیار کمتر می‌شود.
۲. از آنجا که در جریان بین هاب‌ها یک ضریب تخفیف (معمولاً با  $\alpha$  نشان داده می‌شود) وجود دارد، شبکه‌های هاب در بسیاری از کاربردها اقتصادی‌ترند.

در دنیای واقعی، پارامترهای مسئله عمدتاً غیرقطعی و نامعین هستند که باید در رویکرد حل مسئله در نظر گرفته شوند. بررسی مسائل هاب در فضای غیرقطعی، یکی از پرکاربردترین مسائل در حوزه مکان‌یابی است و اهمیت زیادی دارد. برای مثال، یک شبکه حمل و نقل هوایی را در نظر بگیرید که چندین فرودگاه و هواپیما دارد و هر فرودگاه نیز شامل چندین باند فرود می‌شود. این مسئله، یک مسئله از نوع هاب در فضای غیرقطعی است و برای مکان‌یابی بهینه، به حل

مسئله هاب در فضای غیرقطعی نیاز دارد؛ چون تعداد مسافران و همچنین هواپیماهایی که به یک فرودگاه مراجعه می‌کنند، احتمالی بوده و مشخص نیست.

### پیشینه پژوهش

نخستین مطالعه در زمینه مکان‌یابی در شبکه که دارای مفاهیم مشابه و نزدیک به مسئله مکان‌یابی هاب بود، توسط حکیمی (۱۹۶۴) صورت گرفت. سپس توح و هیگینز (۱۹۸۵) به بررسی کاربرد شبکه‌های هاب در خطوط هوایی و هواپیمایی پرداختند. نخستین مقالات در این زمینه را اُکلی (۱۹۸۶) ارائه کرد و در آنها به معرفی تعدادی مدل ریاضی و روش حل آنها پرداخت. سپس محققان و پژوهشگران زیادی به این موضوع علاقمند شدند که نتیجه آن حجم عظیمی از تحقیقات و مقالات علمی بود.

ارمولیف و لئوناردی (۱۹۸۲) برای نخستین‌بار به بررسی مسائل مکان‌یابی در فضای عدم قطعیت پرداختند. لووکس (۱۹۸۶) مروری بر مدل‌های غیرقطعی در مسائل مکان‌یابی انجام داد که در همه آنها مکان‌یابی تسهیلات گام نخست تصمیم‌گیری و الگوی توزیع گام دوم در نظر گرفته شده است. در حال حاضر، تعداد مطالعاتی که به بررسی مسائل مکان‌یابی شبکه هاب در حالت غیرقطعی پرداخته باشند، بسیار ناچیز است. از آنجا که در دنیای واقعی با مقوله عدم قطعیت مواجه‌ایم، این حوزه به توجه بیشتری نیاز دارد.

آلومور، یامان و کارا (۲۰۱۲) برای نخستین‌بار مدل چندلایه‌ای با سطح برنامه‌ریزی عملیاتی به‌صورت تک‌دوره‌ای و تک‌هدفه را در فضایی گسسته با در نظر گرفتن مسئله پوشش ارائه کردند. مدل مطرح‌شده شامل چهار لایه، از جمله سی‌گره تقاضا در سطح صفر، هفت هاب غیرمرکزی در سطح یک، سه هاب غیرمرکزی میانه در سطح دو و در نهایت یک هاب مرکزی در سطح یک بود. محدودیت بودجه همراه با ظرفیت محدود برای تسهیلات در نظر گرفته شده و زمان قطعی تحویل در شبکه هوایی ترکیه در ۸۱ شهر آن پیاده‌سازی شده است. یکی از ایرادهایی که مدل این پژوهش دارد، آن است که در تابع هدف، فاصله و زمان حداقل شده‌اند، ولی هزینه‌های دیرکرد و ریسک‌های محیطی در نظر گرفته نشده‌اند.

داوری و زرنندی (۲۰۱۲) به بررسی مسئله مکان‌یابی هاب در حالت سلسله‌مراتبی با تقاضای غیرقطعی و فازی در حالت تک‌محصولی با تخصیص تکی در سه سطح سلسله‌مراتب پرداختند. ساختار مدل برگرفته از تحقیق یامان (۲۰۰۹) است و چهار هاب غیرمرکزی و چهار هاب مرکزی با ۶ گره تقاضا را دربردارد. در این پروژه فرض شده است که تقاضاها به‌طور دقیق مشخص نیستند و با استفاده از متغیرهای فازی تخمین زده می‌شوند.

یامان و آلمور (۲۰۱۲) به بررسی مسائل مکان‌یابی هاب در سه سطح با اتصال شبکه ستاره‌مانند پرداختند. شبکه ستاره‌ای شبکه‌ای است در آن  $p$  هاب انتخاب شده و با اتصال مستقیم به شبکه مرکزی مرتبط می‌شود و گره غیرهاب را به یک هاب متصل می‌کند. شبکه متصل‌کننده گره‌های هاب به یکدیگر شبکه اصلی و شبکه متصل‌کننده گره‌های مصرف‌کننده، شبکه دسترسی نامیده می‌شود. در این پژوهش دو حالت در نظر گرفته شده است؛ حالت اول، مسئله ایجاد  $p$  هاب مرکزی با شبکه‌ای ستاره‌مانند در جهت حداقل کردن طول بلندترین مسیر است و در حالت دوم، ایجاد شبکه ستاره  $p$  هاب میانی است که حداقل کردن هزینه مسیریابی هدف آن در نظر گرفته شده است.

آید (۲۰۱۳) مدلی با سطح عملیاتی تک‌هدفه تک‌دوره‌ای را در فضایی گسسته در دو سطح سلسله‌مراتب در حالتی که مکان گره‌ها از قبل مشخص بوده و پارامترهای مسئله نیز حالت قطعی داشتند، ارائه کرده است. در این مدل مانند سایر مدل‌ها، هزینه‌های ثابت و هزینه‌های حمل‌ونقل حداقل شده‌اند. اگر سایر هزینه‌های موجود در سیستم‌ها به این مدل اضافه شود، این مدل به خوبی قابل توسعه خواهد بود.

صبوری، غفاری‌نسب، برزین‌پور و جبل‌عاملی (۲۰۱۳) شبکه‌های سلسله‌مراتبی سه‌لایه‌ای را با شبکه‌های قابل دسترسی و شبکه مرکزی به هم مرتبط در نظر گرفتند. ارشادی‌خمسه و دوست‌محمدی (۲۰۱۴) مدل سه‌لایه‌ای را با سطح برنامه‌ریزی راهبردی و عملیاتی به صورت تک‌دوره‌ای و تک‌هدفه و تک‌محصولی در فضایی گسسته با در نظر گرفتن ظرفیت تسهیلات یکسان و تعداد تسهیلات معین ارائه کردند. همچنین مدل را در حالت قطعی مورد بررسی قرار دادند.

شهانقی و همکارانش یک مدل سه‌لایه‌ای را با سطح برنامه‌ریزی عملیاتی به صورت تک‌دوره‌ای و تک‌هدفه و تک‌محصولی در فضایی گسسته و قطعی با در نظر گرفتن ظرفیت تسهیلات یکسان و تعداد تسهیلات معین ارائه کردند (شهانقی، یآوری و حمیدی، ۲۰۱۵).

با مرور مقالات مربوط به هاب سلسله‌مراتبی و عدم قطعیت، به خلأهای موجود در این زمینه پی برده شد. بنابراین از آنجا که در دنیای واقعی با عدم قطعیت روبه‌رو هستیم، این مقوله به توجه بیشتری نیاز دارد. در دنیای واقعی، اغلب پارامترها مانند هزینه، تقاضا، فاصله و زمان به دلیل شرایط محیطی و سیاست‌های مختلف دارای عدم قطعیت هستند که باید در رویکرد حل مسئله در نظر گرفته شوند. برای مثال، اگر زمان حمل و نقل مسیر تغییر کند، موجب تأخیر در تحویل کالا و در نتیجه نارضایتی مشتری و هزینه فروش از دست رفته و ... می‌شود. به‌طور کلی سه نوع تکنیک برای مدل‌سازی داده‌های غیرقطعی وجود دارد.

الف) برنامه‌ریزی احتمالی<sup>۱</sup>: زمانی که توزیع احتمال داده‌ها در دسترس و داده‌ها کافی باشد، استفاده می‌شود.

ب) بهینه‌سازی استوار<sup>۲</sup>: زمانی که توزیع احتمال داده‌ها در دسترس نباشد و داده‌های کافی نیز موجود نباشد، استفاده می‌شود.

ج) برنامه‌ریزی فازی<sup>۳</sup>: در وضعیتی که داده‌ها ماهیت کیفی و مبهم یا نادرست داشته باشند و داده‌های تاریخی موجود نباشد، از این روش استفاده می‌شود. داده‌ها نیز زیر نظر کارشناسان استخراج می‌شود.

با توجه به نداشتن داده‌های کافی برای زمان مسیر، این پارامتر به عوامل مختلفی مانند آب و هوا، شرایط ترافیکی، شرایط فیزیکی راه، حجم تقاضا و... وابسته است. همچنین بعضی اطلاعات ممکن است نادرست یا مبهم باشند، برای مقابله با چنین مسئله‌ای و برای واقعی‌تر کردن مسئله، پارامتر زمان مسیر به صورت فازی در نظر گرفته شده است.

در این مقاله مدل‌سازی جدیدی ارائه شده است که بتواند مقدار تأخیر و زمان مسیر را برای هر مبدأ و مقصد محاسبه کند؛ موضوعی که به دلیل مدل‌سازی پیچیده آن، یکی از خلأهای تحقیقاتی به حساب می‌آید. به طور خلاصه نوآوری‌های این تحقیق عبارت‌اند از:

۱. ارائه یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی جدید برای مکان‌یابی و تخصیص در هاب سلسله‌مراتبی؛
۲. بازه‌ای بودن زمان تحویل کالا؛
۳. طراحی شبکه حمل و نقل هاب سلسله‌مراتبی چند روش حمل و نقلی چندکالایی با توجه به ملاحظات کیفیت خدمات‌رسانی در شرایط عدم قطعیت.

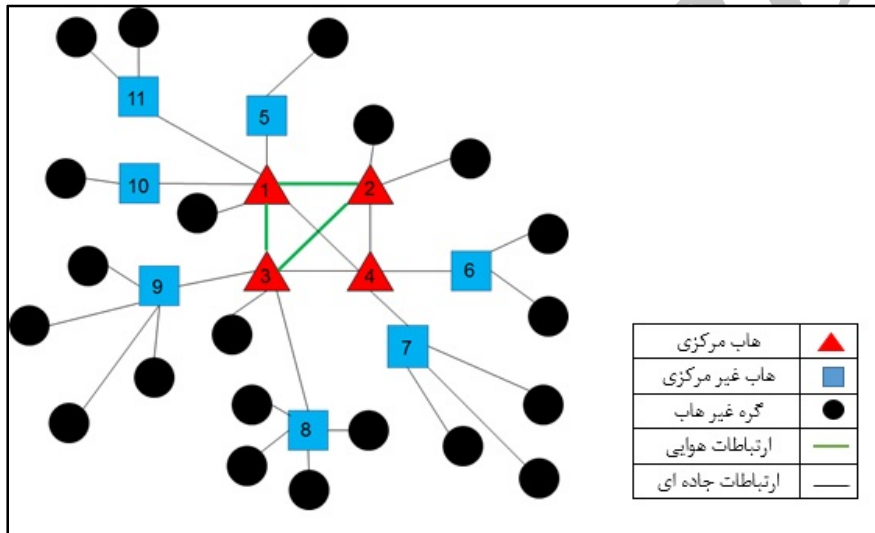
### تعریف مسئله

شبکه هاب سلسله‌مراتبی طراحی شده سه سطحی است که سطح بالا از شبکه کامل هاب‌های مرکزی تشکیل شده است و سطح دوم و سوم به ترتیب متشکل از شبکه‌های ستاره‌ای مربوط به هاب‌های غیرمرکزی با هاب‌های مرکزی و مراکز تقاضا به هاب‌ها (مرکزی و غیرمرکزی) است؛ یعنی برای انتقال کالا از مبدأ به مقصد، از مسیرهای «مبدأ به هاب غیرمرکزی»، «هاب غیرمرکزی به هاب مرکزی»، «هاب مرکزی مربوط به مبدأ به هاب مرکزی مربوط به مقصد»، «هاب مرکزی به هاب غیرمرکزی متصل به مقصد» و «هاب غیرمرکزی مربوط به مقصد به

---

1. Stochastic Programming  
2. Robust optimization  
3. Fuzzy programming

مقصد» استفاده می‌شود. همچنین هریک از این مسیرها ممکن است حذف شوند. برای مثال برای انتقال کالا از مرند به جلفا، انتقال کالا ممکن است فقط از هاب غیرمرکزی تبریز انجام شود و نیازی به استفاده از هاب مرکزی نباشد. در شکل ۱ ساختار شبکه طراحی شده نمایش داده شده است. در این مدل، استفاده همزمان از هر دو روش حمل و نقل جاده‌ای و هوایی بین هاب‌های مرکزی پذیر است، مثلاً می‌توان برای کالای ضروری از خطوط هوایی و برای کالای غیرضروری از خطوط جاده‌ای استفاده کرد. استفاده از روش هوایی برای یک مسیر، مستلزم منطقی بودن ارتباط هوایی در آن مسیر و وجود فرودگاه در ابتدا و انتهای مسیر است.



شکل ۱. شبکه هاب سلسله‌مراتبی طراحی شده

سؤالاتی که در این مقاله به آنها پاسخ داده می‌شود، عبارت‌اند از:

۱. عدم قطعیت در دنیای واقعی و تغییرات پارامترها چه تأثیری بر طراحی شبکه دارد؟
۲. برای رسیدن به خدمت‌دهی مطلوب در شبکه هاب از چه نوع وسایل حمل و نقل استفاده شود؟
۳. حفظ کیفیت سطح خدمت‌دهی به مشتری چه تأثیری در طراحی شبکه و مکان‌یابی هاب‌ها و تخصیص گره‌های غیرهاب به هاب‌ها دارد؟

اهداف مقاله به صورت زیر است:

۱. بررسی تأثیر عدم قطعیت موجود در دنیای واقعی در طراحی شبکه هاب سلسله‌مراتبی؛

۲. ارائه یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی جدید برای مسئله هاب سلسله‌مراتبی؛
۳. تعیین مکان هاب‌ها و تخصیص غیرهاب‌ها به هاب‌ها و تعیین نوع وسایل نقلیه لازم در شبکه؛
۴. طراحی شبکه هاب با توجه به تابع هدف کمینه‌کردن مجموع هزینه حمل و نقل در شبکه، هزینه دیرکرد و هزینه فعال‌سازی مسیر برای خطوط هوایی غیرفعال؛
۵. بررسی کاربرد شبکه هاب سلسله‌مراتبی با ارائه مطالعه موردی؛
۶. تعیین تأثیر کیفیت سطح خدمت‌دهی برای مشتری روی طراحی شبکه؛

#### مفروضات مسئله

۱. ظرفیت گره‌های هاب نامحدود است.
۲. هزینه نصب تسهیلات هاب در نظر گرفته نشده است.
۳. نحوه تخصیص گره‌های هاب به گره‌های غیرهاب به صورت تخصیص تکی است.
۴. فضای جواب به صورت شبکه (جست‌وجوی جواب روی گره‌های شبکه) است.
۵. امکان ارتباط مستقیم بین دو گره غیرهاب وجود ندارد.
۶. دو نوع روش حمل و نقل جاده‌ای و هوایی و کامیون‌های با ظرفیت مختلف در نظر گرفته شده است.
۷. ارتباط مراکز تقاضا با هاب‌ها، هاب‌های غیرمرکزی با مرکزی جاده‌ای فرض شده است.
۸. زمان سفر به صورت عدد فازی مثلثی فرض شده است.
۹. شبکه بین هاب‌های مرکزی به صورت شبکه کامل فرض شده است.
۱۰. ارتباط هاب‌های مرکزی با یکدیگر از طریق هوایی و زمینی امکان‌پذیر است.
۱۱. مسئله مد نظر چندکالایی است و هر کالا اهمیت متفاوتی دارد. بنابراین زمان تحویل و هزینه تأخیر برای کالاها یکسان نیست. همچنین زمان تحویل به صورت بازه‌ای در نظر گرفته شده است.
۱۲. دو نوع ضریب تخفیف هزینه‌ای و زمانی بین هاب‌ها وجود دارد. ناگفته نماند که ضریب تخفیف بین هاب‌های مرکزی با یکدیگر با ضریب تخفیف مربوط به بین هاب‌های غیرمرکزی و مرکزی، متفاوت فرض شده است (طبیعی است که تجمیع جریان بین هاب‌های مرکزی بیشتر صورت می‌گیرد).
۱۳. زمان تخلیه و بارگیری برای روش حمل و نقل هوایی بین هاب‌های مرکزی در نظر گرفته شده است.

### مدل ریاضی

در این بخش، مدل برنامه‌ریزی ریاضی جدید برای مسئله مکان‌یابی هاب چند روشی حمل و نقل فازی تک‌هدفه چند محصولی ارائه شده و در ادامه دی‌فازی شده است. اندیس‌ها، پارامترها و متغیرهای مسئله به صورت زیر است:

#### واحد پارامترها

واحد تقاضا: هزار تن	واحد هزینه حمل و نقل: میلیون تومان
واحد حجم: مترمکعب	واحد مسافت: کیلومتر
واحد زمان: ساعت	

#### مجموعه‌ها

$I$ : مجموعه گره‌ها (شهرها)؛ شهرهای ایران بر اساس جمعیت مرتب می‌شوند. برای مثال وقتی می‌گوییم برای ۱۶ شهر بررسی می‌کنیم، منظور ۱۶ شهر پرجمعیت ایران است.  
 $H \subseteq I$ : مجموعه گره‌های بالقوه هاب؛ طبق آنچه یامان (۲۰۰۹) در پژوهش خود انجام داده است، در این پژوهش نیز شهرهایی که از نظر باربری و حمل کالا فعال‌اند و شرکت باربری هاب دارند، مجموعه  $H'$  در نظر می‌گیریم و اشتراک این مجموعه را با مجموعه  $I$ ، مجموعه  $H$  می‌نامیم.

$C \subseteq H$ : مجموعه گره‌های بالقوه هاب مرکزی؛ تعدادی از شهرهای مجموعه  $H'$  که بیشترین جمعیت را دارند (برای مثال ۱۰ شهر) مجموعه  $C'$  فرض می‌کنیم و اشتراک این مجموعه را با مجموعه  $I$ ، مجموعه  $C$  می‌نامیم.

$Q$ : مجموعه وسایل نقلیه  $(B_1, B_2)$  و  $A$  به ترتیب هوایی، جاده‌ای با کامیون عادی ۱۰ تنی و کامیون پیشرفته ۱۵ تنی را نشان می‌دهد.

$P$ : محصولات (ضروری و نیمه ضروری و غیرضروری به ترتیب اهمیت با اعداد ۱، ۲ و ۳ نشان داده می‌شوند). ضروری بودن این کالا از نظر زمانی ممکن است به دلایل فاسد شدن کالا یا هر دلیلی که مشتری برای ارسال آن عجله دارد (مثلاً کالاهایی مانند دارو و ...)، باشد.

#### پارامترها

$W_{im}^p$ : مقدار تقاضا بین دو گره مبدأ و مقصد  $i \in I$  و  $m \in I$  برای کالای  $p \in P$ ؛  
 $d_{ij}$ : فاصله جاده‌ای دو گره  $i, j \in I$  برحسب کیلومتر (برای سادگی ماتریس مسافت متقارن فرض شده است).



$d_{ij}^h$ : فاصله مستقیم (هوایی) دو گره  $i, j \in I$  بر حسب کیلومتر؛  
 $h^q$ : هزینه مسیر برای واحد مسافت (کیلومتر) با وسیله حمل و نقل  $q$ ؛  
 $h^{qp}$ : هزینه مسیر واحد مسافت (کیلومتر) برای واحد تقاضای کالای  $p$  با وسیله حمل و نقل  $q$ ؛  
 $v_o^q$ : حجم وسیله نقلیه  $q$  بر حسب واحد حجم؛  
 $v_o^p$ : حجم اشغالی کالای  $p$  بر حسب واحد حجم؛

$\pi_p$ : هزینه (جریمه) دیرکرد واحد کالای ۱، ۲ و ۳ برای واحد زمان (ساعت). برای هر ساعت دیرکرد واحد کالای ۱، ۲ و ۳ (بر حسب هزار تن) به ترتیب ۱۰ و ۵ و ۲ واحد پولی (میلیون تومان) در نظر گرفته شده است (این جریمه برای متعهد کردن شرکت به خدمات‌رسانی بهتر، به‌ویژه در خصوص کالاهای ضروری، به‌منظور پایدار ماندن در فضای رقابتی و رضایت مشتری اعمال شده است و فقط به‌معنای خراب شدن یا فاسد شدن کالا نیست).  
 $T_1^p$  و  $T_2^p$ : آرمان سطح اول و دوم برای زمان تحویل کالای  $p$  (به هیچ وجه نباید از  $T_2^p$  بیشتر شود و اگر بیشتر از  $T_1^p$  باشد، باید جریمه‌ای معادل  $\pi_p$  در هر واحد زمانی دیرکرد برای کالای  $p$  در نظر گرفت).

$\alpha_H$ : ضریب تخفیف هزینه‌ای ارتباط هاب‌های غیرمرکزی با مرکزی؛

$\alpha_{C_1}$ : ضریب تخفیف هزینه‌ای ارتباط هوایی بین هاب‌های مرکزی؛

$\alpha_{C_2}$ : ضریب تخفیف هزینه‌ای ارتباط جاده‌ای بین هاب‌های مرکزی؛

$\alpha'_H$ : ضریب تخفیف زمانی ارتباط هاب‌های غیرمرکزی با مرکزی؛

$\alpha'_{C_1}$ : ضریب تخفیف زمانی ارتباط هوایی بین هاب‌های مرکزی؛

$\alpha'_{C_2}$ : ضریب تخفیف زمانی ارتباط جاده‌ای بین هاب‌های مرکزی؛

$p_1$ : تعداد هاب‌های غیرمرکزی؛

$p_0$ : تعداد هاب‌های مرکزی

$p$ : تعداد هاب‌ها؛

$a_h$ : اگر در هر دو گره هاب مرکزی  $l, v \in C$  و  $l \neq v$  فرودگاه داشته باشیم و ارتباط هوایی بین این دو گره معقول باشد، مقدار آن ۱ است.

$F_h$ : هزینه مدیریت مسیر بین  $l, v \in C$  و  $l \neq v$  اگر ارتباط هوایی فعال شود. طبق اطلاعات به‌دست آمده، برخی شهرها فرودگاه غیرفعال دارند؛ بنابراین برای فرودگاه‌هایی که غیرفعال هستند این هزینه را می‌توان در نظر گرفت.

$\tilde{t}_{ij}^q$ : زمان انتقال بین دو گره  $i \in I$  و  $j \in I$  با وسیله نقلیه  $q \in Q$ . به دلیل ناتوانی در تخمین دقیق زمان، این پارامتر به صورت فازی مثلثی در نظر گرفته می‌شود.

$v^q$ : سرعت وسیله نقلیه  $q \in Q$ . سرعت ۸۰ کیلومتر و ۸۰۰ کیلومتر بر ساعت برای کامیون و هواپیما. اگر فاصله جاده‌ای  $(d_{ij})$  یا هوایی  $(d'_{ij})$  بین دو گره  $j$  و  $i$  را داشته باشیم و سرعت وسایل نقلیه برای سفر بین این دو گره  $(i, j)$  نیز داده شده باشد، فرض می‌کنیم:

$$\tilde{t}_{ij,2}^A = \frac{d'_{ij}}{v^A} \text{ و } \tilde{t}_{ij,2}^{B_1} = \frac{d_{ij}}{v^{B_1}} \text{ و } \tilde{t}_{ij,1}^q = 0.9\tilde{t}_{ij,2}^q \text{ و } \tilde{t}_{ij,3}^q = 1.1\tilde{t}_{ij,2}^q .$$

$l_1, l_2, l_3$ : مجموع زمان تخلیه و بارگیری و مرتب‌سازی در بین هاب‌های مرکزی جاده‌ای  $(l_3)$ ، بین هاب غیرمرکزی و مرکزی  $(l_2)$ ، بین هاب‌های مرکزی هوایی  $(l_1)$  (تغییر یافتن از روش جاده‌ای به هوایی از نظر بارگیری و تخلیه و... زمان بر است برای همین فقط  $l_1$  را برای محاسبه زمان در نظر می‌گیریم).

این زمان فقط برای هواپیما در نظر گرفته می‌شود و حدود ۴۵ تا ۶۰ دقیقه است که ما ۱ ساعت فرض می‌کنیم؛ بنابراین  $l_1 = 2$  ساعت. همچنین  $l_2 = 0.8$  و  $l_3 = 0.5$  ساعت. این مطالعه برای شبکه حمل و نقل کشور و برای کلیه کالاها انجام شده است. ناگفته نماند که داده‌ها و پارامترها از طریق مراجعه حضوری به سازمان حمل و نقل جاده‌ای و منابع الکترونیکی به دست آمده است. همچنین سعی شده است طبق اطلاعات موجود، تا حد امکان نسبت محصولات ضروری و غیرضروری و نیمه ضروری درست در نظر گرفته شود.

### متغیرهای تصمیم

$Z_{ijl}$ : اگر گره  $i \in I$  به هاب  $z \in H$  و هاب  $z \in H$  به هاب مرکزی  $l \in C$  تخصیص یابد، عدد ۱ در نظر گرفته می‌شود و در غیر این صورت صفر است (نکته شایان توجه اینکه امکان دارد  $Z_{ijl}$  برابر با ۱ شود، اما لزومی ندارد  $z \in H$  حتماً هاب غیرمرکزی باشد، ممکن است هاب مرکزی باشد. همچنین  $Z_{ill}$  وقتی ۱ است که  $l \in C$  هاب مرکزی شود و  $Z_{jzl}$  نیز هنگامی برابر با ۱ است که هاب  $z \in H$  به هاب مرکزی  $l \in C$  تخصیص یابد. اگر  $\sum_{j \neq l} Z_{jzl} = 1, \forall z \in H$  آن وقت گره  $z \in H$  هاب غیرمرکزی است؛

$\bar{a}t_{im}^p$ : زمان طی شده برای انتقال کالای  $p \in P$  بین دو گره  $i \in I$  و  $m \in I$ ؛

$dl_{im}^p$ : تأخیر در زمان انتقال کالای  $p \in P$  بین دو گره  $i \in I$  و  $m \in I$  از مقدار  $T_1^p$ ؛

$f_{kl}^{iqp}$ : مقدار جریان عبوری از  $i \in I$  به عنوان مبدأ برای کالای  $p \in P$  به سمت مقصد از طریق هاب‌های مرکزی متمایز  $k \in K, l \in C$  به طوری که بین هاب‌های مرکزی از وسیله حمل و نقل  $q \in Q$  استفاده می‌کند؛

$g_{jl}^{ip}$ : مقدار جریان انتقالی از  $i \in I$  به‌عنوان مبدأ یا مقصد بین هاب  $j \in H$  و هاب مرکزی  $l \in C$  برای کالای  $p \in P$ ؛

$Z_{lv}$ : اگر دو هاب مرکزی  $l, v \in C$  و  $l \neq v$  برای انتقال جریان از طریق هوایی استفاده کنند برابر با ۱ و در غیر این صورت صفر است؛

$Z_{lv}^p$ : اگر دو هاب مرکزی  $l, v \in C$  و  $l \neq v$  برای انتقال جریان کالای  $p \in P$  از طریق هوایی استفاده کنند برابر با ۱ و در غیر این صورت صفر است.

### مدل پیشنهادی (غیرخطی و فازی)

$$f : \min \sum_{i \in I} \sum_{m \in I} \sum_{p \in P} (w_{im}^p + w_{mi}^p) \sum_{j \in H} d_{ij} h^{B_1 p} \sum_{l \in C} z_{ijl} \quad (۱) \text{ رابطه}$$

$$+ \sum_{i \in I} \sum_{j \in H} \sum_{l \in C \setminus \{j\}} \sum_{p \in P} \alpha_H d_{jl} g_{jl}^{ip} h^{B_1 p} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in C} \sum_{l \in C \setminus \{j\}} \sum_{p \in P} \alpha_{c_1} d'_{jl} f_{jl}^{iAp} h^{Ap} +$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in C} \sum_{l \in C \setminus \{j\}} \sum_{p \in P} \alpha_{c_2} d_{jl} f_{jl}^{iB_2 p} h^{B_2 p} +$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{m \in I} \sum_{p \in P} \pi_p (dl_{im}^p w_{im}^p) + \sum_{\substack{l, v \in C \\ l \neq v}} F_{lv} z_{lv}$$

عبارت اول این تابع هدف  $(\sum_{i \in I} \sum_{m \in I} \sum_{p \in P} (w_{im}^p + w_{mi}^p) \sum_{j \in H} d_{ij} h^{B_1 p} \sum_{l \in C} z_{ijl})$  مجموع هزینه

جریان انتقالی از مبدأ  $i \in I$  به هاب مربوط به مبدأ  $j \in H$  (مرکزی یا غیر مرکزی) و از هاب  $j \in H$  مربوط به مقصد (مرکزی یا غیر مرکزی)  $m \in I$  را محاسبه می‌کند. بخش دوم رابطه با توجه به اینکه  $g_{jl}^{ip}$  را مقدار جریان انتقالی از  $i \in I$  به‌عنوان مبدأ یا مقصد بین هاب  $j \in H$  و هاب مرکزی  $l \in C$  برای کالای  $p \in P$  تعریف کردیم، مجموع هزینه بین هاب  $j \in H$  (مرکزی یا غیر مرکزی) و هاب مرکزی  $l \in C$  (از هاب  $j \in H$  به هاب  $l \in C$  و هم برعکس، یعنی از هاب  $l \in C$  به هاب  $j \in H$ ) را نشان می‌دهد. به‌طور خلاصه این بخش، هزینه بین هاب غیرمرکزی و هاب مرکزی را محاسبه می‌کند. دقت شود که اگر  $j \in H$  مرکزی باشد،  $l \in C$  نیز مرکزی است و در نتیجه هزینه صفر خواهد بود (این موضوع را می‌توانید از تابع هدف نیز نتیجه بگیرید، با توجه به اینکه اگر  $l \in C$  و  $j \in H$  هر دو مرکزی باشند، باید حتماً مساوی باشند و در نتیجه  $d_{jl}$  صفر خواهد بود). پس می‌توان گفت این عبارت هزینه بین هاب غیرمرکزی و هاب مرکزی را محاسبه کرده و عبارت سوم و چهارم نیز هزینه بین هاب‌های

مرکزی را محاسبه می‌کند. همچنین عبارت پنجم و ششم به ترتیب، هزینه تأخیر و هزینه فعال‌سازی مسیر را نشان می‌دهند.

$$s.t: \sum_{j \in H} \sum_{l \in C} z_{ijl} = 1 \quad \forall i \in I \quad \text{رابطه (۲)}$$

این محدودیت بیان‌کننده این نکته است که هر گره باید فقط به یک هاب تخصیص یابد.

$$z_{ijl} \leq z_{jil} \quad \forall i \in I, j \in H / \{i\}, l \in C \quad \text{رابطه (۳)}$$

این محدودیت نشان می‌دهد زمانی  $z_{ijl}$  می‌تواند برابر با ۱ شود که  $z_{jil}$  نیز ۱ باشد. به بیان دیگر، اگر گره  $i \in I$  به هاب  $j \in H$  و هاب  $j \in H$  به هاب مرکزی  $l \in C$  تخصیص یابد، باید حتماً هاب غیرمرکزی یا مرکزی  $j \in H$  نیز به هاب مرکزی  $l \in C$  تخصیص یابد.

$$\sum_{m \in H} z_{jml} \leq z_{jil} \quad \forall j \in H, l \in C / \{j\} \quad \text{رابطه (۴)}$$

محدودیت فوق الزام می‌کند که اگر  $\sum_{m \in H} z_{jml}$  برابر با ۱ شود، باید  $l \in C$  هاب مرکزی باشد.

$$\sum_{j \in H} \sum_{l \in C} z_{jil} = p \quad \text{رابطه (۵)}$$

محدودیت بالا بیان می‌کند که تعداد هاب‌ها (مرکزی و غیرمرکزی) باید برابر مقدار مشخص از پیش تعیین شده  $p$  باشد. همچنین محدودیت زیر تعداد هاب‌های مرکزی را نشان می‌دهد.

$$\sum_{l \in C} z_{jil} = p_0 \quad \text{رابطه (۶)}$$

$$\left( \sum_{k \in C / \{i\}} f_{lk}^{iA_p} - \sum_{k \in C / \{i\}} f_{kl}^{iA_p} \right) + \left( \sum_{k \in C / \{i\}} f_{lk}^{iB_2 p} - \sum_{k \in C / \{i\}} f_{kl}^{iB_2 p} \right) = \quad \text{رابطه (۷)}$$

$$\sum_{m \in I} w_{im}^p \sum_{j \in H} (z_{ijl} - z_{mjl}) \quad \forall i \in I, l \in C, p \in P$$

محدودیت‌های بالا، محدودیت تعادلی بین هاب‌های مرکزی است. برای هاب مرکزی  $l \in C$  مقدار جریان عبوری از  $i \in I$  به‌عنوان مبدأ برای کالای  $p \in P$  به سمت مقصد از طریق هاب‌های مرکزی متمایز  $k \in K, l \in C$  است؛ به‌طوری که بین هاب‌های مرکزی از وسیله حمل و نقل  $q \in Q$  استفاده می‌کند و وابسته به این است که مقصد به همان هاب مرکزی  $l \in C$  متصل نباشد، چون اگر مبدأ و مقصد به یک هاب مرکزی وصل باشند، دیگر جریانی بین

هاب‌های مرکزی صورت نخواهد گرفت، به همین دلیل، تفاضل  $z_{ijl}, z_{mjl}$  را در نظر می‌گیریم، اگر هر دو برابر با ۱ یا هر دو صفر باشند، جریان بین هاب‌های مرکزی صورت نگیرد. محدودیت‌های زیر نیز محدودیت‌های تعادلی مربوط به جریان انتقالی بین هاب غیرمرکزی و هاب مرکزی است.

$$g_{jl}^{ip} \geq \sum_{m \in V \setminus \{j\}} (w_{im}^p + w_{mi}^p) (z_{ijl} - z_{mjl}) \quad \text{رابطه ۸}$$

$$\forall i \in I, j \in H, l \in C \setminus \{j\}, p \in P$$

$$z_{jl} = 0 \quad \forall j \in H, l \in C \setminus \{j\} \quad \text{رابطه ۹}$$

$$f_{kl}^{iA_p}, f_{kl}^{iB_2p} \geq 0 \quad \forall i \in I, k \in C, l \in C \setminus \{k\}, p \in P \quad \text{رابطه ۱۰}$$

$$g_{jl}^{ip} \geq 0 \quad \forall i \in I, j \in H, l \in C \setminus \{j\}, p \in P \quad \text{رابطه ۱۱}$$

$$dl_{im}^p, d\tilde{t}_{im}^p \geq 0 \quad \forall i \in I, m \in I, i \neq m, p \in P \quad \text{رابطه ۱۲}$$

$$d\tilde{t}_{ii}^p, dl_{ii}^p = 0 \quad \forall i \in I, p \in P \quad \text{رابطه ۱۳}$$

$$\sum_{i \in I} f_{lv}^{iA_p} \leq M \cdot z_{lv}^p \quad \forall l, v \in C, l \neq v, p \in P \quad \text{رابطه ۱۴}$$

$$z_{lv} \leq a_{lv} \quad \forall l, v \in C, l \neq v \quad \text{رابطه ۱۵}$$

$$z_{lv}^p \leq z_{lv} \quad \forall l, v \in C, l \neq v, p \in P \quad \text{رابطه ۱۶}$$

محدودیت‌های بالا بیان می‌کنند که مقدار جریان هوایی بین هاب‌های مرکزی  $l, v \in C, l \neq v$  برای کالای  $p \in P$  زمانی می‌تواند مقدار بگیرد که رابطه هوایی بین آنها برای آن کالا فعال شده باشد و زمانی می‌تواند رابطه هوایی برای یک کالا فعال شود که رابطه هوایی بین این دو گره، معقول بوده و همچنین رابطه هوایی فعال شده باشد.

$$z_{lv} \leq z_{ll}, z_{lv} \leq z_{vv} \quad \text{رابطه ۱۷}$$

$$\forall l, v \in C, l \neq v$$

محدودیت بالا الزام می‌کند که رابطه هوایی فقط بتواند بین هاب‌های مرکزی برقرار شود.

محدودیت زیر نیز بیان کننده این نکته است که اگر دو هاب مرکزی  $l, v \in C$  و  $l \neq v$  برای انتقال جریان از طریق هوایی استفاده کنند، حتماً برای حداقل یک کالا رابطه هوایی فعال شود، یعنی خط هوایی آنها بدون استفاده بماند.

$$\sum_{p \in P} z_{lv}^p \geq z_{lv} \quad \forall l, v \in C, l \neq v \quad \text{رابطه ۱۸}$$

$$\sum_{i \in I} f_{lv}^{iB_2p} \leq M.(1 - z_{lv}^p) \quad \forall l, v \in C, l \neq v, p \in P \quad \text{رابطه ۱۹}$$

این محدودیت گویای این نکته است که میزان جریان زمینی بین دو هاب مرکزی برای یک کالا، زمانی بزرگتر از صفر است که جریان هوایی آن صفر باشد؛ یعنی امکان انتقال از دو طریق برای یک کالا امکان پذیر نیست.

$$\sum_{v \in C, l \neq v} f_{lv}^{iAp} + f_{lv}^{iB_2p} \leq M.z_{lll} \quad \forall l \in C, i \in I, p \in P \quad \text{رابطه ۲۰}$$

$$\sum_{l \in C, l \neq v} f_{lv}^{iAp} + f_{lv}^{iB_2p} \leq M.z_{vvv} \quad \forall v \in C, i \in I, p \in P \quad \text{رابطه ۲۱}$$

محدودیت‌های فوق بیان می‌کنند که مقدار جریان زمینی یا هوایی بین دو گره  $l, v \in C, l \neq v$  با مبدأ  $i \in I$  برای کالای  $p \in P$  یعنی  $f_{lv}^{iA_1p}, f_{lv}^{iB_2p}$  زمانی می‌تواند مقدار بگیرد که هر دو گره هاب مرکزی باشند.

$$z_{ijl} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, j \in H, l \in C \quad \text{رابطه ۲۲}$$

$$z_{lv}^p, z_{lv} \in \{0, 1\} \quad \forall l, v \in C, l \neq v, p \in P \quad \text{رابطه ۲۳}$$

$$d_{im}^p = \sum_{j \in H} \sum_{l \in C} z_{ijl} z_{mjl} (\tilde{t}_{ij}^{B_1} + \tilde{t}_{jm}^{B_1}) + \quad \text{رابطه ۲۴}$$

$$\sum_{\substack{j, m \in H \\ j \neq m}} \sum_{l \in C} z_{ijl} z_{mnl} (\tilde{t}_{ij}^{B_1} + \alpha_{H'} \tilde{t}_{jl}^{B_1} + \alpha_{H'} \tilde{t}_{lu}^{B_1} + \tilde{t}_{um}^{B_1})$$

$$+ \sum_{\substack{j, m \in H \\ j \neq m}} \sum_{\substack{l \in C \\ l \neq v}} z_{ijl} z_{muv} ((\tilde{t}_{ij}^{B_1} + \alpha_{H'} \tilde{t}_{jl}^{B_1} + \alpha_{H'} \tilde{t}_{vu}^{B_1} + \tilde{t}_{um}^{B_1}) +$$

$$((l_1 + \alpha_{c_1} \tilde{t}_{lv}^A) z_{lv}^p + \alpha_{c_2} \tilde{t}_{lv}^{B_2} (1 - z_{lv}^p)))$$

$$\forall i, m \in I, i \neq m, p \in P$$

$$d\tilde{t}_{im}^p - dl_{im}^p \leq T_1^p, d\tilde{t}_{im}^p \leq T_2^p \quad \forall i, m \in I, i \neq m, p \in P \quad (\text{رابطه ۲۵})$$

محدودیت بالا نیز بیان می‌کند که مقدار زمان طی شده برای انتقال کالای  $p \in P$  بین دو گره  $i \in I$  و  $m \in I$  باید از مقدار  $T_2^p$  فراتر نرود. همچنین تأخیر در زمان انتقال کالای  $p \in P$  بین دو گره  $i \in I$  و  $m \in I$  از مقدار  $T_1^p$  را محاسبه می‌کند.

### خطی شده مدل پیشنهادی

محدودیت ۲۴ یعنی محدودیت متناظر با محاسبه زمان، غیرخطی است که خطی‌شده آنها به صورت زیر است، همچنین متغیرهای تصمیم زیر نیز اضافه خواهند شد.

### متغیرهای تصمیم جدید برای خطی کردن مدل

$x_{ijlm}$ : برابر با ۱ است، هرگاه به ازای  $\forall i, m \in I, i \neq m, j \in H, l \in C$  هر دو متغیر  $Z_{mjl}$  و  $Z_{ijl}$  برابر با ۱ باشند؛ یعنی مبدأ و مقصد، هاب مرکزی و غیرمرکزی یکسان داشته باشند، در غیر این صورت برابر با صفر است.

$x_{ijlum}$ : برابر با ۱ است، هرگاه به ازای  $\forall i, m \in I, i \neq m, j, u \in H, j \neq u, l \in C$  هر دو متغیر  $Z_{ijl}$  و  $Z_{mul}$  برابر با ۱ باشند؛ یعنی مبدأ و مقصد، هاب مرکزی یکسان، ولی هاب غیرمرکزی متفاوت داشته باشند، در غیر این صورت صفر است.

$x_{ijlvmp}^1$ : برابر با ۱ است، هرگاه به ازای  $\forall i, m \in I, i \neq m, j, u \in H, j \neq u, l, v \in C$  هر سه متغیر تصمیم  $Z_{ijl}, Z_{muv}, Z_{lv}^p$  برابر با ۱ باشند؛ یعنی مبدأ و مقصد، هاب مرکزی و هاب غیرمرکزی متفاوت داشته باشند و همچنین بین هاب‌های مرکزی برای کالای  $p \in P$  روش حمل و نقل هوایی به کار رود، در غیر این صورت صفر است.

$x_{ijlvmp}^2$ : برابر با ۱ است، هرگاه به ازای  $\forall i, m \in I, i \neq m, j, u \in H, j \neq u, l, v \in C$  دو متغیر تصمیم  $Z_{ijl}, Z_{muv}$  برابر با ۱ و  $Z_{lv}^p$  صفر باشد؛ یعنی مبدأ و مقصد، هاب مرکزی و هاب غیرمرکزی متفاوت داشته باشند و همچنین بین هاب‌های مرکزی برای کالای  $p \in P$  روش حمل و نقل جاده‌ای به کار رود، در غیر این صورت صفر است.

### مدل خطی شده

$$x_{ijlm} \geq z_{ijl} + z_{mjl} - 1, x_{ijlm} \leq z_{ijl}, x_{ijlm} \leq z_{mjl}, x_{ijlm} \in \{0, 1\} \quad (\text{رابطه ۲۶})$$

$$\forall i, m \in I, i \neq m, j \in H, l \in C$$

$$x_{ijlum} \geq z_{ijl} + z_{mul} - 1, x_{ijlum} \leq z_{ijl}, x_{ijlum} \leq z_{mul}, x_{ijlum} \in \{0,1\} \quad \text{رابطه (۲۷)}$$

$$\forall i, m \in I, i \neq m, j, u \in H, j \neq u, l \in C$$

$$x_{ijlvmp}^1 \geq z_{ijl} + z_{muv} + z_{lv}^p - 2, x_{ijlvmp}^1 \leq z_{ijl}, z_{muv}, z_{lv}^p, x_{ijlvmp}^1 \in \{0,1\} \quad \text{رابطه (۲۸)}$$

$$\forall i, m \in I, i \neq m, j, u \in H, j \neq u, l, v \in C, l \neq v, p \in P$$

$$x_{ijlvmp}^2 \geq z_{ijl} + z_{muv} - z_{lv}^p - 1, x_{ijlvmp}^2 \leq z_{ijl}, z_{muv}, 1 - z_{lv}^p, x_{ijlvmp}^2 \in \{0,1\} \quad \text{رابطه (۲۹)}$$

$$\forall i, m \in I, i \neq m, j, u \in H, j \neq u, l, v \in C, l \neq v, p \in P$$

$$d\tilde{t}_{im}^p = \sum_{j \in H} \sum_{l \in C} x_{ijlm} (\tilde{t}_{ij}^{B_1} + \tilde{t}_{jm}^{B_1}) + \sum_{\substack{j \in H \\ j \neq u}} \sum_{l \in C} x_{ijlum} (\tilde{t}_{ij}^{B_1} + \alpha'_H \tilde{t}_{jl}^{B_1} + \alpha'_H \tilde{t}_{lu}^{B_1} + \tilde{t}_{um}^{B_1}) \quad \text{رابطه (۳۰)}$$

$$+ \sum_{\substack{j \in H \\ j \neq u}} \sum_{\substack{l \in C \\ l \neq v}} x_{ijlvmp}^1 ((\tilde{t}_{ij}^{B_1} + \alpha'_H \tilde{t}_{jl}^{B_1} + \alpha'_H \tilde{t}_{vu}^{B_1} + \tilde{t}_{um}^{B_1})) + (l_1 + \alpha'_1 \tilde{t}_{lv}^A) +$$

$$\sum_{\substack{j \in H \\ j \neq u}} \sum_{\substack{l \in C \\ l \neq v}} x_{ijlvmp}^2 ((\tilde{t}_{ij}^{B_1} + \alpha'_H \tilde{t}_{jl}^{B_1} + \alpha'_H \tilde{t}_{vu}^{B_1} + \tilde{t}_{um}^{B_1})) + (\tilde{t}_{lv}^{B_2} \alpha'_{c_2})$$

$$\forall i, m \in I, i \neq m, p \in P$$

### روش دی‌فازی کردن

زاده (۱۹۶۵) مفهوم مجموعه‌های فازی را برای نخستین بار مطرح کرد. تئوری امکان نیز برای نخستین بار توسط زاده (۱۹۷۸) ارائه شد و پس از وی، محققان بسیاری مانند دوبیوس و پرید (۱۹۸۸) این تئوری را گسترش دادند. لیو و لیو (۲۰۰۲) برای اولین بار معیار اعتبار را ارائه کردند و بعد آن نیز در برهه‌های زمانی مختلف اصلاح و تعدیل شد. در این بخش، اصول اولیه مربوط به اعداد فازی تعریف می‌شود و این تعاریف و ویژگی‌ها، در بخش‌های بعدی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

تعریف ۱: اگر اعداد فازی  $\tilde{\zeta}_1 = (a, b, c)$  و  $\tilde{\zeta}_2 = (d, e, f)$  مثلثی باشند، جمع و تفریق این اعداد نیز اعداد فازی مثلثی خواهند بود (لیو و هیونگ، ۲۰۰۶).

$$\tilde{\zeta}_1 (+) \tilde{\zeta}_2 = (a + d, b + e, c + f) \quad \text{رابطه (۳۱)}$$

تعریف ۲: اگر  $\tilde{\zeta}_i$  یک عدد فازی و  $r$  عدد قطعی باشد، ارتباط بین سه معیار امکان<sup>۱</sup>، الزام<sup>۲</sup> و اعتبار<sup>۳</sup> برای رویداد  $\tilde{\zeta}_i \leq r$  به صورت زیر تعریف می‌شود (لیو و لیو، ۲۰۰۲):

1. Possibility
2. Necessity
3. Credibility



$$Cr\{\xi \leq r\} = \frac{1}{2} (Pos\{\xi \leq r\} + Nec\{\xi \leq r\}) \quad \text{رابطه ۳۲}$$

طبق آنچه ژو و ژانگ (۲۰۰۹) اثبات کرده‌اند، اگر  $\xi$  عدد فازی مثلثی و  $\lambda > 0/5$  باشد، داریم:

$$Cr\{\xi \leq r\} \geq \lambda \Leftrightarrow r \geq (2-2\lambda)\xi^{(2)} + (2\lambda-1)\xi^{(3)} \quad \text{رابطه ۳۳}$$

بر اساس تعاریف سه معیار امکان، الزام و اعتبار برای رویداد  $\xi \leq r$  داریم:

$$Pos\{\tilde{D} \geq r\} = \begin{cases} 1, & \text{if } r \leq d_2, \\ \frac{d_3 - r}{d_3 - d_2}, & \text{if } d_2 \leq r \leq d_3, \\ 0, & \text{if } r \geq d_3, \end{cases} \quad \text{رابطه ۳۴}$$

$$Nec\{\tilde{D} \geq r\} = \begin{cases} 1, & \text{if } r \leq d_1, \\ \frac{d_2 - r}{d_2 - d_1}, & \text{if } d_1 \leq r \leq d_2, \\ 0, & \text{if } r \geq d_2, \end{cases}$$

$$Cr\{\tilde{D} \geq r\} = \begin{cases} 1, & \text{if } r \leq d_1, \\ \frac{2d_2 - d_1 - r}{2(d_2 - d_1)}, & \text{if } d_1 \leq r \leq d_2, \\ \frac{d_3 - r}{2(d_3 - d_2)}, & \text{if } d_2 \leq r \leq d_3, \\ 0, & \text{if } r \geq d_3. \end{cases}$$

مدل ارائه شده در این پژوهش فازی است، اکنون مدل به کمک رویکرد (CCP) مبتنی بر اعتبار، دی‌فازی می‌شود. به‌طور کلی، برنامه‌ریزی مقید شده تصادفی مبتنی بر اعتبار (لیو، ۲۰۰۴؛ لیو و لیو، ۲۰۰۲)، نوعی روش برنامه‌ریزی ریاضی فازی محاسباتی کارآمد به‌شمار می‌رود که به مفاهیم قوی ریاضی متکی است و می‌تواند برای انواع مختلف اعداد فازی مانند اعداد مثلثی و دوزنقه‌ای به کار رود. همچنین امکان برآورده کردن برخی از محدودیت‌های احتمال در حداقل

برخی از سطوح اطمینان داده شده را برای تصمیم گیرنده فراهم می کند. برای دی فازی کردن مدل فازی از رابطه زیر استفاده می کنیم.

$$Cr\{\bar{D} \geq r\} = \begin{cases} 1, & \text{if } r \leq d_1, \\ \frac{2d_2 - d_1 - r}{2(d_2 - d_1)}, & \text{if } d_1 \leq r \leq d_2, \\ \frac{d_3 - r}{2(d_3 - d_2)}, & \text{if } d_2 \leq r \leq d_3, \\ 0, & \text{if } r \geq d_3. \end{cases} \quad \text{رابطه ۳۵}$$

شایان ذکر است که چون  $\omega$  (ضریب اعتبار فازی) مطلوب مسئله، تقریباً برابر با ۱ است (قصد داریم روابط و محدودیتها برقرار باشند)، در این جا از عبارت  $d_1 \leq r \leq d_2$  رابطه فوق استفاده می کنیم. برای مثال رابطه  $\bar{A} + \bar{B} \geq C$  را به صورت زیر دی فازی می کنیم:

$$\bar{D} = (d_1, d_2, d_3) = \bar{A} + \bar{B} \quad \text{رابطه ۳۶}$$

$$\bar{A} = (A_1, A_2, A_3)$$

$$\bar{B} = (B_1, B_2, B_3)$$

$$Cr(\bar{A} + \bar{B} \geq C) \geq \omega$$

با جایگذاری در رابطه، داریم:

$$\frac{2(A_2 + B_2) - (A_1 + B_1) - C}{2((A_2 + B_2) - (A_1 + B_1))} \geq \omega \quad \text{رابطه ۳۷}$$

با ساده کردن رابطه بالا، به رابطه زیر می رسیم:

$$2(1 - \omega)d_2 + (2\omega - 1)d_1 \geq C \quad \text{رابطه ۳۸}$$

بنابراین اگر  $\bar{D} = (d_1, d_2, d_3)$  باشد، رابطه  $\bar{D} \geq r$  به صورت زیر دی فازی می شود:

$$2(1 - \omega)d_2 + (2\omega - 1)d_1 \geq C \quad \text{رابطه ۳۹}$$

### مدل نهایی دی فازی شده

محدودیت های فازی ۱۲، ۱۳، ۲۵ و ۳۰ به محدودیت های زیر تبدیل می شوند، یعنی محدودیت های زیر معادل محدودیت شانس<sup>۱</sup> محدودیت های ۱۲ و ۱۳ و ۲۵ و ۳۰ هستند.

1. Chance-constrained

$$dl_{im}^p, d\tilde{t}_{im,1}^p, d\tilde{t}_{im,2}^p \geq 0 \quad \forall i \in I, m \in I, i \neq m, p \in P \quad \text{رابطه ۴۰}$$

$$d\tilde{t}_{ii,1}^p, d\tilde{t}_{ii,2}^p, dl_{ii}^p = 0 \quad \forall i \in I, p \in P \quad \text{رابطه ۴۱}$$

$$\begin{aligned} d\tilde{t}_{im,1}^p = & \sum_{j \in H} \sum_{l \in C} x_{ijlm} (\tilde{t}_{ij,1}^{B_1} + \tilde{t}_{jm,1}^{B_1}) + \sum_{\substack{j \in H \\ j \neq u}} \sum_{l \in C} x_{ijlum} (\tilde{t}_{ij,1}^{B_1} + \alpha'_H \tilde{t}_{jl,1}^{B_1} + \alpha'_H \tilde{t}_{lu,1}^{B_1} + \tilde{t}_{um,1}^{B_1}) \\ & + \sum_{\substack{j \in H \\ j \neq u}} \sum_{\substack{l \in C \\ l \neq v}} x_{ijlvmp}^1 ((\tilde{t}_{ij,1}^{B_1} + \alpha'_H \tilde{t}_{jl,1}^{B_1} + \alpha'_H \tilde{t}_{vu,1}^{B_1} + \tilde{t}_{um,1}^{B_1}) + (l_1 + \alpha'_{c_1} \tilde{t}_{lv,1}^A)) + \\ & \sum_{\substack{j \in H \\ j \neq u}} \sum_{\substack{l \in C \\ l \neq v}} x_{ijlvmp}^2 ((\tilde{t}_{ij,1}^{B_1} + \alpha'_H \tilde{t}_{jl,1}^{B_1} + \alpha'_H \tilde{t}_{vu,1}^{B_1} + \tilde{t}_{um,1}^{B_1}) + (\tilde{t}_{lv,1}^{B_2} \alpha'_{c_2})) \end{aligned} \quad \text{رابطه ۴۲}$$

$$\forall i, m \in I, i \neq m, p \in P$$

$$\begin{aligned} d\tilde{t}_{im,2}^p = & \sum_{j \in H} \sum_{l \in C} x_{ijlm} (\tilde{t}_{ij,2}^{B_1} + \tilde{t}_{jm,2}^{B_1}) + \sum_{\substack{j \in H \\ j \neq u}} \sum_{l \in C} x_{ijlum} (\tilde{t}_{ij,2}^{B_1} + \alpha'_H \tilde{t}_{jl,2}^{B_1} + \alpha'_H \tilde{t}_{lu,2}^{B_1} + \tilde{t}_{um,2}^{B_1}) \\ & + \sum_{\substack{j \in H \\ j \neq u}} \sum_{\substack{l \in C \\ l \neq v}} x_{ijlvmp}^1 ((\tilde{t}_{ij,2}^{B_1} + \alpha'_H \tilde{t}_{jl,2}^{B_1} + \alpha'_H \tilde{t}_{vu,2}^{B_1} + \tilde{t}_{um,2}^{B_1}) + (l_1 + \alpha'_{c_1} \tilde{t}_{lv,2}^A)) + \\ & \sum_{\substack{j \in H \\ j \neq u}} \sum_{\substack{l \in C \\ l \neq v}} x_{ijlvmp}^2 ((\tilde{t}_{ij,2}^{B_1} + \alpha'_H \tilde{t}_{jl,2}^{B_1} + \alpha'_H \tilde{t}_{vu,2}^{B_1} + \tilde{t}_{um,2}^{B_1}) + (\tilde{t}_{lv,2}^{B_2} \alpha'_{c_2})) \end{aligned} \quad \text{رابطه ۴۳}$$

$$\forall i, m \in I, i \neq m, p \in P$$

$$2(\omega - 1)d\tilde{t}_{im,2}^p + (1 - 2\omega)d\tilde{t}_{im,1}^p + dl_{im}^p + T_1^p \geq 0 \quad \forall i, m \in I, i \neq m, p \in P \quad \text{رابطه ۴۴}$$

$$2(\omega - 1)d\tilde{t}_{im,2}^p + (1 - 2\omega)d\tilde{t}_{im,1}^p + T_2^p \geq 0 \quad \forall i, m \in I, i \neq m, p \in P \quad \text{رابطه ۴۵}$$

### یافته‌های پژوهش

مدل برنامه‌ریزی ریاضی شبکه حمل و نقل ایران برای شهرهایی که در شکل ۲ نشان داده شده است، به وسیله نرم‌افزار (GAMS) به اجرا درآمد. در این بخش، ضمن بررسی مدل در حالت قطعی و غیرقطعی، تأثیرات تغییر پارامترها بر توابع هدف نیز تحلیل خواهد شد. پارامترهای کلیدی مسئله عبارت‌اند از تعداد گره‌های هاب مرکزی ( $P$ )، زمان تحویل کالا، ضریب اعتبار اعداد فازی ( $\omega$ ) و ضریب تخفیف هزینه‌ای و زمانی ( $\alpha_H, \alpha_{C_1}, \alpha_{C_2}$ ). وسایل حمل و نقل در این مسئله هواپیما، کامیون عادی و پیشرفته فرض شده است. داده‌هایی که برای حل مسئله

استفاده شده، از تارنمای آمار ایران به دست آمده که به دلیل نوع مدل، تغییراتی در آنها اعمال شده است. مدل را در حالت قطعی (زمانی که پارامتر فازی زمان را به صورت عدد قطعی، برابر با عدد وسط این عدد فازی مثلثی در نظر بگیریم) بررسی می‌کنیم. طبیعی است که جواب مدل در حالت فازی و  $\omega = 0/5$  برابر با حالت قطعی می‌شود. بعد از بررسی مدل در حالت قطعی، حالت غیرقطعی نیز بررسی می‌شود و نتایج آنها مقایسه و تجزیه تحلیل خواهد شد. شایان ذکر است که نتایج به دست آمده با نظر کارشناسان و خبرگان حوزه حمل و نقل مطابقت داشته و به تأیید ایشان رسیده است.



شکل ۲. موقعیت ۱۶ شهر پرجمعیت ایران در نقشه

### تحلیل حساسیت روی پارامتر زمان تحویل کالا در حالت قطعی و غیر قطعی

بازه زمانی تحویل کالا برای کالای ۱، ۲ و ۳ را به ترتیب برابر (۲۵ و ۱۰)، (۳۵ و ۳۰)، (۴۰ و ۳۵) فرض می‌کنیم. در این قسمت، مدل را برای ۱۲ شهر پرجمعیت ایران در حالتی که زمان تحویل کالا به ترتیب ۱، ۱/۱، ۱/۲، ۱/۳ و ۱/۴ برابر شود، پیاده سازی می‌کنیم. نتایج حاصل از اجرای مدل به صورت خلاصه در جدول ۱ نشان داده شده است.

جدول ۱. نتایج مدل با تغییرات در پارامتر زمان تحویل کالا در شبکه ستاره‌ای در حالت غیرقطعی

$p_1 = 2, p_2 = 2, \omega = 0.9, \alpha_H = 0.95, \alpha_{c_1} = \alpha_{c_2} = 0.9$ $T_1^P = (10, 30, 35), T_2^P = (25, 35, 40)$					
۱/۴	۱/۳	۱/۲	۱/۱	۱	چند برابر شدن زمان تحویل کالا
۳۵۶۹	۳۴۷۴	۱۹۵۵	۱۰۷۲	۵۲۰	زمان حل (ثانیه)
۱/۱۰۴۸	۱/۱۰۴۸	۱/۱۶۰۰۴	۱/۲۰۴۲۳۲	۱/۲۷۰۵۲	مقدار تابع هدف هزینه بر حسب میلیون واحد
۳ و ۱	۳ و ۱	۳ و ۱	۳ و ۱	۲ و ۱	هاب‌های مرکزی
۵ و ۲	۵ و ۲	۵ و ۲	۵ و ۲	۵ و ۳	هاب‌های غیرمرکزی
۱ و ۸ و ۹ و ۱۱ به ۴ ۲ به ۱۲ ۵ به ۱۰ ۳ و ۶ و ۷ به ۳	۱ و ۸ و ۹ و ۱۱ به ۴ ۲ به ۱۲ ۵ به ۱۰ ۳ و ۶ و ۷ به ۳	۱ و ۸ و ۹ و ۱۱ به ۴ ۱ ۵ به ۱۰ ۳ و ۶ و ۷ و ۱۲ به ۳	۱ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۱ ۱ و ۱۲ به ۱ ۵ به ۱۰ ۳ به ۶	۱ و ۸ و ۹ و ۱۱ به ۴ ۱ ۲ به ۱۲ ۵ به ۱۰ ۳ و ۶ و ۷ به ۳	تخصیص گره‌ها
۱ و ۵ و ۲	۱ و ۵ و ۲	۱ و ۵ و ۲	۱ و ۵ و ۲	۱ و ۵ و ۳	تخصیص هاب غیرمرکزی به هاب‌ها
همه ارتباطات جاده‌ای است.	همه ارتباطات جاده‌ای است.	همه ارتباطات جاده‌ای است.	همه ارتباطات جاده‌ای است.	هوایی برای کالای ۱ از ۱ به ۲ و ۲ به ۱	روش حمل و نقل

با توجه به جدول ۲ مشهود است که با افزایش در زمان تحویل کالا، هزینه‌ها کاهش می‌یابد. همچنین در حالات اولیه میزان کاهش بیشتر است، به عبارتی در حالتی که زمان ۱/۱ برابر می‌شود، کاهش شایان توجهی در هزینه‌ها دیده می‌شود که علت آن استفاده از روش حمل و نقل جاده‌ای به جای روش حمل و نقل هوایی است. در همه حالات به جز حالت اول (یعنی حالت سخت‌گیرانه برای محدودیت زمان تحویل کالا) هاب‌های مرکزی و غیرمرکزی یکسان هستند و فقط تغییرات در تخصیص صورت گرفته است. همچنین همه ارتباطات جاده‌ای است. در حالت سخت‌گیرانه، ۱ و ۲ به‌عنوان هاب مرکزی و ۳ و ۵ به‌عنوان هاب غیرمرکزی انتخاب شده‌اند و در بقیه حالات، ۱ و ۳ هاب مرکزی و ۲ و ۵ هاب غیرمرکزی است. بنابراین برای رسیدن به شبکه حمل و نقل بهینه، باید به این نکته توجه شود که اگر زمان تحویل کالا سخت‌گیرانه است تصمیم در مورد مکان هاب‌ها که تصمیمی استراتژیک است با حالت سهل‌گیرانه متفاوت خواهد

بود؛ ضمن آن که در تمام حالات، شهر ۱ به عنوان هاب مرکزی انتخاب شده و تمام هاب‌های غیرمرکزی به هاب مرکزی ۱ تخصیص یافته‌اند که این امر اهمیت شهر ۱ و مسیرهای منتهی به آن را نشان می‌دهد.

جدول ۲. مقایسه نتایج مدل با تغییرات در پارامتر زمان تحویل کالا در شبکه ستاره‌ای در حالت قطعی

$p_1 = 2, p_2 = 2, \omega = 0.5, \alpha_H = 0.95, \alpha_{c_1} = \alpha_{c_2} = 0.9$					
۱/۴	۱/۳	۱/۲	۱/۱	۱	چند برابر شدن زمان تحویل کالا
۲۴۲۰	۱۸۹۶	۱۱۷۵	۵۴۷	-	زمان حل (ثانیه)
۱/۱۰۶۵	۱/۱۵۸۶	۱/۱۹۹۸	۱/۳۵۶۹	-	مقدار تابع هدف هزینه بر حسب میلیون واحد
۳ و ۱	۴ و ۳	۳ و ۱	۲ و ۱	-	هاب‌های مرکزی
۵ و ۲	۵ و ۲	۵ و ۲	۵ و ۳	-	هاب‌های غیرمرکزی
۴ و ۸ و ۹ و ۱۱ به ۱ ۲ به ۱۲ ۵ به ۱۰ ۳ به ۷ و ۶	۱ و ۸ و ۹ و ۱۱ به ۱ ۵ به ۱۰ ۳ و ۷ و ۱۲ به ۶	۴ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۱ ۱ و ۱۲ به ۱۱ ۵ به ۱۰ ۳ به ۶	۴ و ۸ و ۹ و ۱۱ به ۱ ۲ به ۱۲ ۵ به ۱۰ ۳ و ۷ و ۶	-	تخصیص گره‌ها
۱ به ۵ و ۲	۴ و ۵ و ۲	۱ به ۵ و ۲	۱ به ۵ و ۳	-	تخصیص هاب غیرمرکزی به هاب‌ها
همه ارتباطات جاده‌ای است.	همه ارتباطات جاده‌ای است.	همه ارتباطات جاده‌ای است.	هوایی برای کالای ۱ از ۱ به ۲ و ۲ به ۱	-	روش حمل و نقل

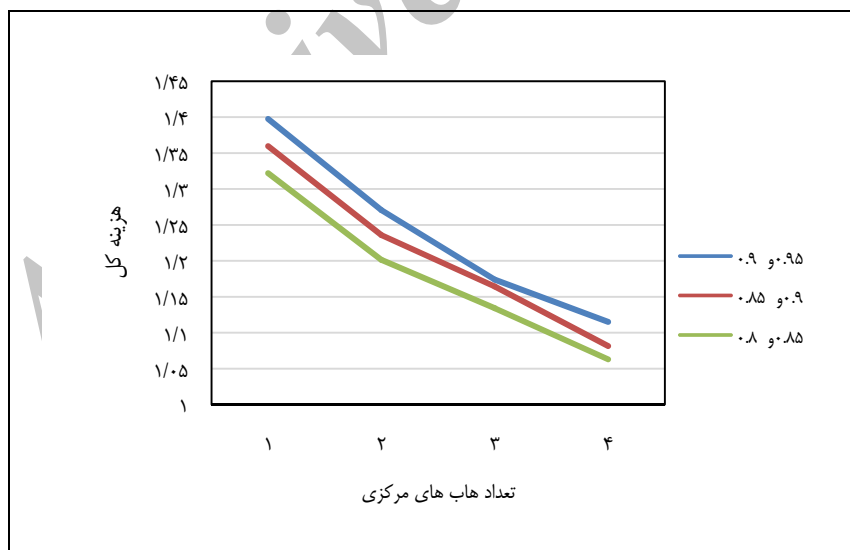
در اینجا نیز مثل حالت غیرقطعی با افزایش در زمان تحویل کالا، هزینه‌ها کاهش می‌یابد. در حالات اولیه میزان کاهش بیشتری دیده می‌شود و دلیل آن استفاده از روش حمل و نقل جاده‌ای به جای روش حمل و نقل هوایی است. همچنین تفاوت در مکان‌یابی و تخصیص در حالت قطعی و غیرقطعی، لزوم توجه به عدم قطعیت را نشان می‌دهد.

جدول ۳. نتایج مدل با تغییرات در پارامتر زمان تحویل کالا، تعداد هاب مرکزی و ضریب تخفیف

$P = p_1 + p_2 = \varepsilon, \omega = 0.9, n = 12$						
$\alpha_H, \alpha_{c_1} = \alpha_{c_2}$	چند برابر شدن زمان تحویل کالا	$p_i$	مقدار تابع هدف هزینه ( $\times 10^6$ )	هاب‌های مرکزی	هاب‌های غیرمرکزی	زمان حل
0.9 و 0.95	1	4	1/11490.8	5 و 3 و 1	-	298
		3	1/17393	3 و 2 و 1	5	765
		2	1/27052	2 و 1	5 و 3	520
		1	1/3975	1	5 و 3 و 2	397
	1/1	4	1/0.83354	5 و 3 و 2 و 1	-	430
		3	1/1200.8	3 و 2 و 1	5	1473
		2	1/204232	3 و 1	5 و 2	1072
		1	1/3416	3	6 و 2 و 1	296
	1/2	4	1/0.72836	5 و 3 و 2 و 1	-	522
		3	1/10931	3 و 2 و 1	5	1758
		2	1/16004	3 و 1	5 و 2	1955
		1	1/2298	1	5 و 3 و 2	490
1/3	4	1/0.518	5 و 3 و 2 و 1	-	604	
	3	1/0.770	3 و 2 و 1	5	2551	
	2	1/1048	3 و 1	5 و 2	2474	
	1	1/110	1	5 و 3 و 2	694	
0.85 و 0.9	1	4	1/0.81412	5 و 3 و 2 و 1	-	376
		3	1/164338	5 و 3 و 1	2	798
		2	1/23579	2 و 1	5 و 3	690
		1	1/35975	1	5 و 3 و 2	251
	1/1	4	1/0.50806	5 و 3 و 2 و 1	-	523
		3	1/110928	4 و 3 و 2	5	1795
		2	1/171314	4 و 2	5 و 3	1287
		1	1/30536	1	5 و 3 و 2	396
	1/2	4	1/0.40604	5 و 3 و 2 و 1	-	599
		3	1/100246	3 و 2 و 1	5	1945
		2	1/12833	3 و 1	5 و 2	1860
		1	1/19658	1	5 و 3 و 2	485
1/3	4	1/0.202	5 و 3 و 2 و 1	-	882	
	3	1/0.682	5 و 3 و 1	2	3051	
	2	1/0.746	3 و 1	5 و 2	2679	
	1	1/0.878	1	5 و 3 و 2	617	

ادامه جدول ۳

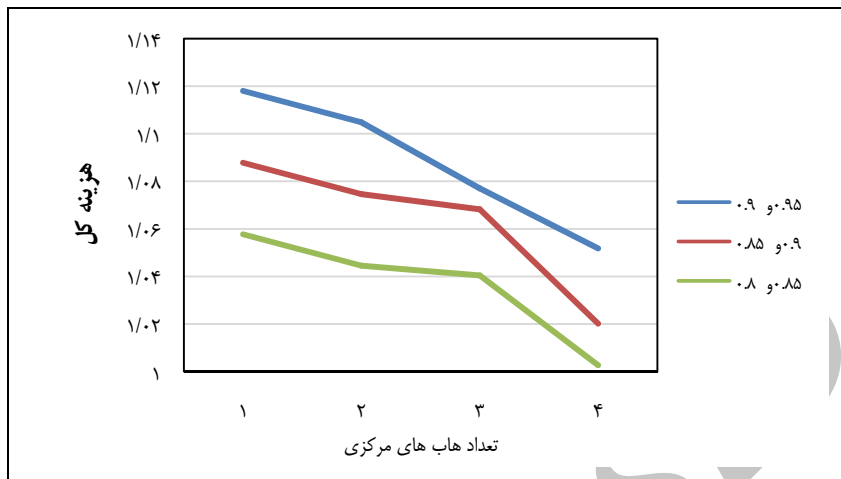
$P = p_1 + p_2 = \xi, \omega = 0/9, n = 12$						
$\alpha_H, \alpha_{c_1} = \alpha_{c_2}$	چند برابر شدن زمان تحویل کالا		مقدار تابع هدف هزینه ( $\times 10^7$ )	هاب‌های مرکزی	هاب‌های غیر مرکزی	زمان حل
۰/۸ و ۰/۸۵	۱	۴	۱/۰۶۲۸۶۲	۵ و ۳ و ۱	-	۴۱۰
		۳	۱/۱۳۴۰۳۶	۵ و ۳ و ۱	۲	۱۰۳۹
		۲	۱/۲۰۱۱۷۵	۳ و ۱	۵ و ۳	۹۳۸
		۱	۱/۳۲۲۱۲۵	۱	۵ و ۳ و ۲	۴۶۸
	۱/۱	۴	۱/۰۳۲۷۸۱	۵ و ۳ و ۲ و ۱	-	۵۰۳
		۳	۱/۰۸۲۰۱۶	۵ و ۲ و ۱	۳	۱۸۲۳
		۲	۱/۱۳۸۵۰۵	۳ و ۱	۵ و ۲	۱۴۰۱
		۱	۱/۲۶۹۲۴	۱	۵ و ۳ و ۲	۴۰۳
	۱/۲	۴	۱/۰۲۲۷۵۴	۵ و ۳ و ۲ و ۱	-	۵۶۳
		۳	۱/۰۷۱۶۱۲	۳ و ۲ و ۱	۵	۲۰۸۹
		۲	۱/۰۹۶۷۲۵	۳ و ۱	۵ و ۳	۲۴۵۰
		۱	۱/۱۶۳۴۷	۱	۵ و ۳ و ۲	۵۳۸
	۱/۳	۴	۱/۰۰۲۷	۵ و ۳ و ۲ و ۱	-	۷۱۰
		۳	۱/۰۴۰۴	۵ و ۲ و ۱	۳	۲۹۶۴
		۲	۱/۰۴۴۵	۳ و ۱	۵ و ۲	۲۵۳۰
		۱	۱/۰۵۷۷	۱	۵ و ۳ و ۲	۷۶۵



شکل ۳. بررسی تغییرات در تابع هدف هزینه برای

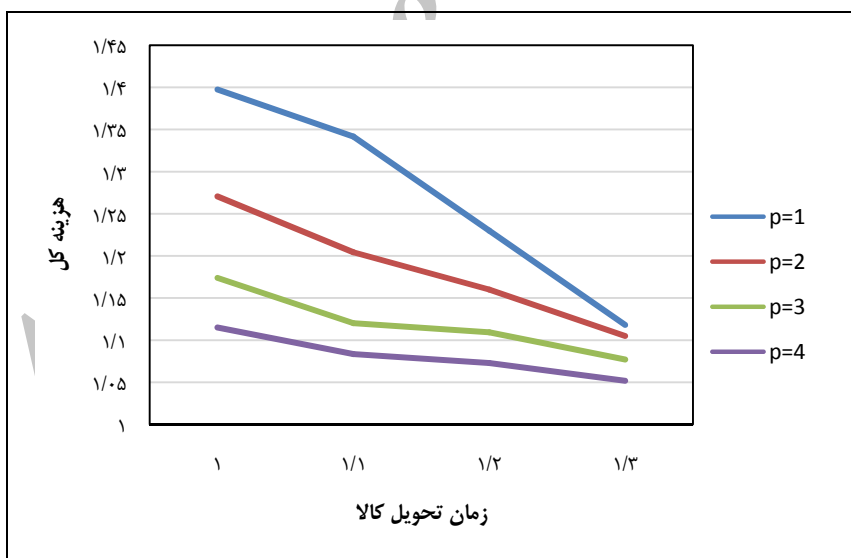
$$T_1^p = (10, 30, 35), T_4^p = (25, 35, 40)$$





شکل ۴. بررسی تغییرات در تابع هدف هزینه برای

$$T_1^p = (13, 39, 45/5), T_2^p = (32/5, 45/5, 52)$$



شکل ۵. بررسی تغییرات در تابع هدف هزینه برای

$$\alpha_H = +/95, \alpha_{C1} = \alpha_{C2} = +/9$$

با توجه به جدول می‌توان پی برد که با کاهش ضریب تخفیف هزینه‌ای و افزایش تعداد هاب‌های مرکزی و زمان تحویل کالا، هزینه کل کاهش می‌یابد. همچنین با تغییر در پارامترها مکان هاب‌های مرکزی و غیرمرکزی نیز تغییر می‌یابد، اما نکته جالب توجه آن است که هرچه ضریب تخفیف هزینه‌ای و زمانی کاهش می‌یابد، تأثیر تغییرات در مکان هاب‌های مرکزی و غیرمرکزی بیشتر می‌شود. علاوه بر این در همه موارد شهر ۱ به‌عنوان هاب مرکزی انتخاب شده که نشان‌دهنده اهمیت این شهر است. با توجه به شکل‌های ۳ و ۴ مشهود است که با افزایش تعداد هاب‌های مرکزی، هزینه کل کاهش یافته و هنگامی که تعداد هاب‌ها برابر تعداد هاب‌های مرکزی است، هزینه به کمترین مقدار خود می‌رسد؛ به عبارت دیگر در شبکه‌های کامل نسبت به شبکه‌های ستاره‌ای، هزینه حمل و نقل کمتر است. همچنین با کاهش ضریب تخفیف هزینه‌ای نیز، هزینه کاهش یافته است. با مقایسه شکل‌های ۳ و ۴ که به ترتیب مربوط به تحمیل محدودیت زمانی تحویل کالا به صورت سخت‌گیرانه و سهل‌گیرانه‌اند، می‌توان دریافت که در حالت سخت‌گیرانه اثر کاهش هزینه با افزایش تعداد هاب‌های مرکزی بیشتر است. به‌طور مثال برای ضریب تخفیف (۰/۹ و ۰/۹۵) هنگامی که تعداد هاب‌های مرکزی از ۴ به ۱ کاهش می‌یابد، در حالت سخت‌گیرانه و سهل‌گیرانه به ترتیب ۲۵/۳۴ درصد و ۶/۲۹ درصد افزایش هزینه خواهیم داشت که نشان می‌دهد در شبکه‌های ستاره‌ای نسبت به شبکه‌های کامل افزایش هزینه با تحمیل محدودیت زمانی بیشتر است. با توجه به شکل ۵ نیز مشاهده می‌شود که با افزایش زمان تحویل کالا هزینه حمل و نقل کاهش می‌یابد همچنین با توجه به این که شیب خطوط با زیاد شدن تعداد هاب‌های مرکزی کاهش یافته است، می‌توان نتیجه گرفت که شبکه‌های کامل با اعمال محدودیت زمانی تحویل کالا انعطاف‌پذیری بیشتری نسبت به شبکه‌های ستاره‌ای دارند.

### نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این مقاله مدل‌سازی جدیدی برای مسئله مکان‌یابی هاب سلسله‌مراتبی تک‌تخصیصه چندکالایی با در نظر گرفتن عدم قطعیت‌های موجود و ملاحظات کیفیت خدمت‌دهی ارائه شد که می‌تواند مقدار تأخیر و زمان مسیر را برای هر مبدأ و مقصد محاسبه کند. این موضوعی بود که به دلیل مدل‌سازی پیچیده آن، یکی از خلأهای تحقیقاتی محسوب می‌شد. در مدل پیشنهادی، با توجه به تابع هدف کمینه‌کردن مجموع هزینه حمل و نقل در شبکه، هزینه دیرکرد و هزینه فعال‌سازی مسیر برای خطوط هوایی غیرفعال، تصمیم بهینه در مورد مکان هاب‌ها، نحوه تخصیص گره‌های غیرهاب به هاب‌ها و نوع وسایل نقلیه لازم در هر مسیر حاصل شد. همچنین مدل غیرخطی به مدل خطی تبدیل گردید و مدل فازی نیز با رویکرد برنامه‌ریزی شانس،

دی‌فازی شد. برای ارزیابی مدل پیشنهادی از مجموعه داده جمع‌آوری شده در ایران استفاده شد. با تحلیل حساسیت روی رفتار مدل در دو حالت قطعی و غیرقطعی و تغییر پارامترها، نتایج مدیریتی به‌دست آمد. نتایج نشان داد شبکه‌های کامل نسبت به شبکه‌های ستاره‌ای، در تحمیل محدودیت زمانی انعطاف‌پذیری بیشتری دارند، اما به‌دلیل اینکه هزینه‌ی احداث هاب در شبکه‌های کامل نسبت به شبکه‌های ستاره‌ای بیشتر است، تصمیم‌گیرنده باید تعادلی بین هزینه‌ی ایجاد هاب و هزینه‌ی حمل و نقل برقرار کند و در خصوص تعداد هاب‌های مرکزی و غیرمرکزی تصمیم بگیرد. همچنین برای این که با افزایش تحمیل محدودیت زمانی، مسئله نشدنی نشود، انواع وسایل حمل و نقل در نظر گرفته شده است. در تحقیقات آتی، می‌توان برای هاب‌ها و مسیرها ظرفیتی در نظر گرفت و همچنین به توسعه‌ی روش‌های هیوریستیک یا متاهیوریستیک برای حل مسائل با ابعاد بزرگ‌تر پرداخت.

## References

- Alumur, S. A., Yaman, H., & Kara, B. Y. (2012). Hierarchical multimodal hub location problem with time-definite deliveries. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 48(6), 1107–1120.
- Arshadi Khamseh, A. & Doost Mohamadi, M. (2014). Complete/Incomplete Hierarchical Hub Center Single Assignment Network Problem. *Journal of Optimization in Industrial Engineering*, 7(14), 1–12.
- Baoding, L. (2004). *Uncertainty theory: an introduction to its axiomatic foundations* (1 edition), Springer.
- Ben-Ayed, O. (2013). Parcel distribution network design problem. *Operational Research*, 13(2), 211–232.
- Davari, S. & Fazel Zarandi, M. H. (2012). The single-allocation hierarchical hub median location problem with fuzzy demands. *African Journal of Business Management*, 6(1), 347–360.
- Dubois, D., Prade, H., Farreny, H., Martin-Clouaire, R. & Testemale, C. (1988). *Possibility Theory: An Approach to Computerized Processing of Uncertainty*. New York: Collaboration of Plenum Press.
- Ermoliev, Y. M., & Leonardi, G. (1982). Some proposals for stochastic facility location models. *Mathematical Modelling*, 3(5), 407–420.
- Hakimi, S. L. (1964). Optimum locations of switching centers and the absolute centers and medians of a graph. *Operations Research*, 12(3), 450–459.

- Lee, K. H. (2006). *First course on fuzzy theory and applications* (Vol. 27). Springer Science & Business Media.
- Liu, B. & Liu, Y. K. (2002). Expected value of fuzzy variable and fuzzy expected value models. *IEEE transactions on Fuzzy Systems*, 10(4), 445-450.
- Louveaux, F. V. (1986). Discrete stochastic location models. *Annals of Operations Research*, 6(2), 21-34.
- O'Kelly, M. E. (1986). Activity levels at hub facilities in interacting networks. *Geographical Analysis*, 18(4), 343-356.
- O'Kelly, M. E. (1986). The location of interacting hub facilities. *Transportation Science*, 20(2), 92-106.
- Saboury, A., Ghaffari-Nasab, N., Barzinpour, F., & Jabalameli, M. S. (2013). Applying two efficient hybrid heuristics for hub location problem with fully interconnected backbone and access networks. *Computers & Operations Research*, 40(10), 2493-2507.
- Shahanaghi, K., Yavari, A., & Hamidi, M. (2015). Developing a model for Capacitated Hierarchical hub location with considering Delivery Time Restriction. *Applied mathematics in Engineering, Management and Technology*, 3(1), 540-548.
- Toh, R. S. & Higgins, R. G. (1985). The impact of hub and spoke network centralization and route monopoly on domestic airline profitability. *Transportation Journal*, 24(4), 16-27.
- Yaman, H. (2009). The hierarchical hub median problem with single assignment. *Transportation Research Part B: Methodological*, 43(6), 643-658.
- Yaman, H., & Elloumi, S. (2012). Star p-hub center problem and star p-hub median problem with bounded path lengths. *Computers & Operations Research*, 39(11), 2725-2732.
- Zadeh, L. (1978). Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. *Fuzzy Sets and Systems*, 1(1978), 3-28.
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and control*, 8(3), 338-353.
- Zhu, H. & Zhang, J. (2009, November). A credibility-based fuzzy programming model for APP problem. In *Artificial Intelligence and Computational Intelligence, 2009. AICI'09. International Conference on (Vol. 1, pp. 455-459)*. IEEE.