Journal of Industrial Management

مدیریت صنعتی

دانشکدهٔ مدیریت دانشگاه تهران
دورهٔ ۸، شمارهٔ ۴
زمستان ۱۳۹۵
صص. ۶۸۵ -۷۰۶

بهینه‌سازی سبد سهام
با تلفیق کارایی متقاطع و نظریهٔ بازی‌ها

مهشید گودرزی[۱]، کیخسرو یاکیده[۲]، غلامرضا محفوظی[۳]

چکیده: مسئلهٔ بهینه‌سازی سبد سهام، یکی از مهم‌ترین مسائل سرمایه‌گذاری است. اغلب مدل‌های ریاضی که برای حل این مسئله ارائه شده‌اند، بر مبنای سوابق بازده سهم‌ها به حل مسئله پرداخته‌اند. به تازگی، استفادهٔ کارایی متقاطع حاصل از مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها به‌جای سوابق بازده، در کانون توجه قرار گرفته است. در این پژوهش جدول کارایی متقاطع که مجموعهٔ نشانگرهایی از وضعیت هر شرکت در شرایط محتمل آینده است، به‌عنوان جدول بازده در یک بازی دو نفرهٔ جمع صفر بین سرمایه‌گذار و بازار در نظر گرفته می‌شود. در این بازی فرض می‌شود سرمایه‌گذار قادر است شرکت مدنظر را برای سرمایه‌گذاری برگزیند و بازار می‌تواند وضعیت را به‌نفع هر یک از شرکت‌ها که خواست، برگرداند. فرض جمع صفر، یک تقابل بین سرمایه‌گذار و بازار را تداعی می‌کند که مناسب روحیهٔ احتیاط در برابر بازار است. سبد بهینهٔ سهام را احتمالات بهینهٔ حاصل از حل مدل بازی برای انتخاب سیاست بهینهٔ خریدار مشخص می‌کند. نتایج نشان می‌دهد عملکرد روش پیشنهادی در مقایسه با عملکرد سبد بازار قابل قبول است.

واژه‌های کلیدی: ***بهینه‌سازی سبد سهام، کارایی متقاطع ، نظریهٔ بازی‌ها.***

۱. کارشناس ارشد مدیریت صنعتی، دانشکدهٔ ادبیات و علوم انسانی، دانشگاه گیلان، رشت، ایران
۲. استادیار گروه مدیریت، دانشکدهٔ ادبیات و علوم انسانی، دانشگاه گیلان، رشت، ایران
۳. استادیار گروه مدیریت، دانشکدهٔ ادبیات و علوم انسانی، دانشگاه گیلان، رشت، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۴/۲۸
تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۵/۰۸/۰۹
نویسندهٔ مسئول مقاله: کیخسرو یاکیده
E-mail: yakideh@guilan.ac.ir

مقدمه

در هر تصمیم‌گیری برای سرمایه‌گذاری، دو عامل ریسک و بازده اهمیت ویژه‌ای دارند. سرمایه‌گذاران در صورتی ریسک را می‌پذیرند که به ازای آن سود مناسبی عایدشان شود. شخص سرمایه‌گذار در بازار سهام با هدف افزایش ثروت و اجتناب از خطرات با این پرسش مواجه است که «چه سهم و چه میزان از هر سهم را بخرم؟». تا کنون مدل‌های متنوعی برای تعیین سبد بهینه ارائه شده است و همچنان این موضوع به‌طور گسترده‌ای در کانون توجه پژوهشگران قرار دارد. بهینه‌سازی سبد سهام، به‌مفهوم انتخاب ترکیب بهینه‌ای از دارایی‌هاست که می‌تواند در کنار بیشینه‌سازی بازده مورد انتظار، ریسک را به‌طور همزمان کمینه کند (اوریاخی، لوکاس و بسلی، ۲۰۱۱). مارکوویتز که در سال ۱۹۵۲ با تحلیل تئوری سبد سهام براساس فرمول میانگین ـ واریانس مدلی با هدف بیشینه‌کردن مقدار سود و کمینه‌سازی مقدار ریسک ارائه کرد، از پیشگامان این عرصه به‌شمار می‌رود. علی‌رغم اهمیت این مدل، هم از لحاظ اتکا به سوابق بازده سهم در دوره‌های گذشته و هم از نظر استفاده از واریانس به‌عنوان معیار ریسک، قابل نقد است.

آخرین وضعیت هر شرکت بهتر از سوابق آن، امید به آیندهٔ شرکت را مشخص می‌کند. در مدل مارکوویتز آخرین وضعیت شرکت نادیده گرفته می‌شود، چون سوابق بازده قبلی به‌راحتی آخرین وضعیت را جبران می‌کند. از این رو، شاید بهتر باشد به‌جای استفاده از بازده تاریخی، مجموعه‌ای از شاخص‌های مالی که گویای آخرین وضعیت مالی شرکت‌اند، مبنای بهینه‌سازی سبد سهام قرار گیرد. ایدهٔ استفاده از نسبت‌های مالی برای قضاوت دربارهٔ آیندهٔ شرکت را می‌توان ابتدا در تحقیق ادریسینگ و ژانگ (۲۰۰۸) مشاهده کرد. آنها با استفاده از مجموعه شاخص‌های مالی و به‌کمک روش تحلیل پوششی داده‌ها[1]، نمرات کارایی هر شرکت را محاسبه کردند. این ایده بعدها مورد اقبال محققان قرار گرفت که در این میان، پژوهش لیم، اوه و ژو (۲۰۱۴) با تکمیل و اصلاح پژوهش ادریسینگ و ژانگ (۲۰۰۸) شایان توجه است. لیم و همکاران (۲۰۱۴) شاخص‌های مالی پیشنهادی ادریسینگ و ژانگ (۲۰۰۸) را برای محاسبهٔ جدول کارایی متقاطع[2] به‌کار بردند و کارایی‌های متقاطع را به‌جای سوابق بازده در چارچوب مدل میانگین ـ واریانس مارکویتز، مبنای بهینه‌سازی سبد سهام قرار دادند. کارایی محاسبه‌شده در تحلیل پوششی داده‌ها، نوعی ارزیابی خوش‌بینانه از هر شرکت است که با تخصیص بهترین وزن‌ها به هر شرکت حاصل می‌شود. کارایی متقاطع نوعی ارزیابی از هر شرکت با تخصیص وزن‌های مطلوب برای شرکت‌های رقیب است. بر همین اساس نمره‌های کارایی متقاطع را می‌توان نشانه‌ای از وضعیت شرکت در مجموعه‌ای از شرایط قلمداد کرد که هریک به نفع شرکت یا یکی از رقباست.

1. Data Envelopment Analysis (DEA)
2. Cross Efficiency

اما مشکل دیگر مدل مارکوویتز که در پژوهش لیم و همکاران (۲۰۱۴) بـه آن توجـه نشـده، استفاده از واریانس به‌عنوان معیار ریسک است. این معیار بازده‌های مثبـت بـالای میـانگین کـه برای سرمایه‌گذار جذاب است را نیز نامطلوب قلمداد مـی‌کنـد. تـلاش‌هـای زیـادی بـرای ارائـهٔ شاخص‌های بهتر ریسک انجام شده است. در این پژوهش، روشی ابتکاری برای بهینه‌سازی سبد سهام معرفی می‌شود که مبتنی بر استفاده از جدول کارایی متقاطع است. اما اجتناب از ریسک در این روش با کنترل و حداقل‌سازی معیارهای ریسک در قالب برنامهٔ ریاضی، انجام نمـی‌شـود. در این روش فرض می‌شود نوعی محیط تخاصمی بین سرمایه‌گذار و بازار وجـود دارد کـه در قالـب یک بازی دونفرهٔ جمع صفر بیان می‌شود. در این پژوهش با این فرض، ارائهٔ جـواب بهینـه بـرای سرمایه‌گذار مطابق با اصل عقلایی اجتناب از زیان در نظریهٔ بـازی‌هاسـت و از ریسـک اجتنـاب می‌شود. منظور از جمع صفر آن است که مقدار برد یک بازیگر به‌طور دقیق با میزان باخت بازیگر مقابل مساوی است، یعنی جمع جبری برد خالص آنهـا برابـر بـا صـفر اسـت (لیبـرمن و هیلییـر، ۲۰۰۷). در هر بازی، هریک از بازیگران برای پیروزی بیشتر خود، باید ترکیب مناسب و بهینـه‌ای از سیاست‌ها را انتخاب کند. در اینجا هریک از شرکت‌های موجـود در تحلیـل، سیاسـت‌هـای دو سوی بازی را مشخص می‌کنند به این صورت که سرمایه‌گذار با انتخاب یـک شـرکت، در واقـع سهم آن شرکت را می‌خرد و بازار با انتخاب هر شرکت، وضعیت را به نفع آن شرکت برمی‌گرداند. به بیان دیگر، شرکت‌ها از سویی سیاست خریدار و از سویی سیاست بازار در نظر گرفته می‌شوند. در این پژوهش، جدول کارایی متقاطع به‌عنوان جدول بازده در نظریهٔ بازی‌ها[1] در نظر گرفته شده است. جدول بازده مشخص می‌کند که در اثر تلاقی یک سیاسـت از خریـدار و یـک سیاسـت از بازار، چه نفعی برای خریدار حاصل می‌شود. از آنجا که هر بازیگر از زیان اجتناب می‌کند با فرض بازی جمع صفر، بازار که به‌عنوان یک بازیگر در صدد اجتناب از زیان است، در عمل حریفی تلقی می‌شود که در صدد حداقل کردن برد خریدار است. بر همین اساس، فرض جمع صـفر مـی‌توانـد گویای رویکرد بدبینانهٔ خریدار به بازار باشد. رویکردی محتاط اما مشـهور کـه معتقـد اسـت هـر سهمی خریده شود، وضعیت به ضرر آن سهم تغییر خواهد کرد.

بنابراین هدف پژوهش حاضر را می‌توان ارائهٔ روش مناسب تعیین میزان خرید از هر سهم، با در نظر گرفتن شاخص‌های چندگانهٔ مالی و تلفیق تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها و نظریهٔ بازی‌ها دانست. در پایان با تکرار روش روی داده‌های سال‌های مختلف، بـه بررسـی و ارزیـابی عملکـرد روش پرداخته می‌شود.

1. Game theory

پیشینهٔ پژوهش

در اینجا مرور ادبیات به سه بخش مرور بهینه‌سازی سبد سهام، مـرور مفـاهیم تحلیـل پوششـی داده‌ها و مرور نظریهٔ بازی‌ها دسته‌بندی شده است تا جنبه‌های مختلف موضوع بررسی شود.

بهینه‌سازی سبد سهام

بهینه‌سازی سبد به مفهـوم انتخـاب ترکیـب بهینـه‌ای از دارایـی‌هاسـت کـه مـی‌توانـد در کنـار بیشینه‌کردن نرخ بازده مورد انتظار، ریسک نرخ بازده را به‌طور همزمـان کمینـه کنـد. مـارکوویتز اولین کسی بود که مفهوم سبد سهام و ایجاد تنوع را به‌صـورت روش رسـمی مطـرح کـرد. مـدل مارکوویتز برمبنای بازده مورد انتظار و ریسک است. مارکوویتز بـازده مـورد انتظـار هـر سـهم را میانگین بازده سهم در دوره‌های گذشته تعریف کرد و ریسک هر سهم را واریانس بازده هر سهم در دوره‌های گذشته در نظر گرفت. در نهایت بازده سبد سهام را میانگین وزنی بازده سهام مد نظر قرار داد، اما ریسک سبد سهام را به‌صورت تابع هدف رابطهٔ ۱ محاسبه نمود.

رابطهٔ ۱)

$$V_{\Omega} = Min \sum_{i=1}^{n} w_i^2 \, \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^{n} w_i \, w_l \psi_{il}$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i \, \bar{r}_i \geq E_{\Omega}^{0}$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

$$w_i \geq 0$$

رابطهٔ ۱ یکی از ویرایش‌های مدل مارکوویتز اسـت کـه در آن، تـابع هـدف ریسـک سـبد را حداقل می‌کند و حداقل بازده مورد انتظار توسط تصمیم‌گیرنده در قالب یک قید به مـدل اضـافه شده است. در رابطهٔ ۱، $\mathrm{w_i}$ و w_l معرف وزن هر سهم در سبد سهام؛ σ_i^2 نشـان‌دهنـدهٔ واریـانس بازده سهم؛ ψ_{il} کوواریانس دوبه‌دوی بازده سهم‌ها؛ V_{Ω} واریانس سبد سهام؛ $\bar{r}_i$ میانگین بازده هر سهم و E_{Ω}^{m} حداقل بازده مورد انتظار سبد سهام است که توسط تصـمیم‌گیرنـده بـه مـدل اضـافه می‌شود.

در پژوهش‌های متعددی از نظریهٔ مارکوویتز برای حل مسئله انتخاب سبد سهام استفاده شده است، اما از آنجا که این مدل غیرخطی است و برای حل آن روش ثابتی وجود نـدارد، بسـیاری از پژوهش‌ها نظیر پژوهش چانگ، یانگ و چانگ (۲۰۰۹) و الهی و یوسفی (۱۳۹۳) فقط بـر شـیوهٔ حل این مدل متمرکز شده‌اند. علاوه بر غیرخطی‌بـودن مـدل مـارکوویتز، اتکـای ایـن مـدل بـه

واریانس به‌عنوان معیار ریسک هم مسئله‌ساز است؛ زیرا وجود بازده‌های زیاد سبد سهام که مطلوب سرمایه‌گذار است با معیار واریانس، ریسک محسوب می‌شوند. تلاش‌های زیادی برای معرفی معیارهای بهتر ریسک و مدل‌سازی ریاضی برای بهینه‌سازی سبد سهام با معیارهای بهتر انجام گرفت. از پژوهش‌های نظری که بر ارزش در معرض ریسک به‌عنوان ابزار سنجش ریسک تأکید دارند، می‌توان به پژوهش جوریون (۱۹۹۷) اشاره کرد که بعدها در پژوهش‌هایی نظیر پژوهش گوه، ژانگ، لیم و سیم (۲۰۱۲) به‌کار گرفته شد. همچنین معیار ارزش در معرض خطر شرطی توسط راکفلر واوریاسو (۲۰۰۰)، اکربی وتاسچه (۲۰۰۲)، راکفلر و اوریوسو (۲۰۰۲) و کیسیال (۲۰۱۵) معرفی و به‌کار گرفته شد.

مدل مارکوویتز علاوه بر غیرخطی بودن مدل و استفاده از معیار واریانس به‌سبب اتکا به سوابق تاریخی بازده سهم‌ها هم قابل انتقاد است. میانگین بازده سهم در گذشته نشانهٔ خوبی برای بازده آتی نیست و حتی ممکن است گمراه کننده باشد. اما تا همین اواخر که ادریسینگ و ژانگ (۲۰۰۸) و لیم و همکاران (۲۰۱۴) از کارایی و کارایی متقاطع به‌عنوان جایگزین سوابق بازده استفاده کردند، هیچ پژوهشگری به این انتقاد توجه نکرده بود. در بخش بعد به این پژوهش‌ها بیشتر پرداخته می‌شود.

تحلیل پوششی داده‌ها

تحلیل پوششی داده‌ها روشی مبتنی بر برنامه‌ریزی خطی است که برای ارزیابی کارایی نسبی واحدهای تصمیم‌گیری[1] که وظایف یکسانی انجام می‌دهند، به‌کار می‌رود (مؤمنی، ۱۳۹۳). چارنز و همکارانش با درک مشکلات موجود برای یافتن مجموعهٔ مشترکی از وزن‌ها برای تعیین کارایی، پیشنهاد کردند که باید به هر واحد تصمیم‌گیری اجازه داد مجموعه‌ای از وزن‌ها را برگزینند تا آن واحد در مطلوب‌ترین وضعیت نسبت به سایر واحدها نشان داده شود. در واقع به ورودی‌ها و خروجی‌ها برای سنجش کارایی، وزن داده می‌شود. کارایی بیان‌کنندهٔ میزان بهره‌وری سازمان از منابع خود در عرصهٔ تولید نسبت به بهترین عملکرد، در مقطعی از زمان است (مهرگان، ۱۳۸۶).

در پژوهش‌های متعددی از این تکنیک برای حل مسائل مالی و انتخاب سبد سهام استفاده شده است که از آن جمله می‌توان به پژوهش‌های افشار کاظمی و خلیلی عراقی (۱۳۹۱)، باربد (۱۳۸۹)، ادریسینگ و ژانگ (۲۰۰۸)، بولین (۲۰۰۰)، چن (۲۰۰۸) و لیم و همکاران (۲۰۱۴) اشاره کرد. اگرچه تعداد مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها روز به روز در حال افزایش است، مبنای همهٔ

1. Decision Making Unit

آنها تعدادی مدل اصلی است که توسط بنیان‌گذاران این روش علمی تدوین شده است. برخی از این مدل‌ها عبارت‌اند از: مدل اصلی (CCR)[۱]؛ مدل اصلی (BCC)[۲] و مدل جمعی (AD)[۳].

مدل معروف تحلیل پوششی داده‌ها با فرض بازده به مقیاس ثابت مدل CCR و با فرض بازده به مقیاس متغیر مدل BCC است که هریک در دو فرم پوششی و مضربی و در دو ماهیت ورودی‌محور و خروجی‌محور به‌کار برده می‌شوند. هر یک از این فرم‌ها تفسیر ویژه‌ای دارند. فرم مضربی تخصیص بهترین وزن‌های ممکن به واحد تحت ارزیابی است و تفسیر فرم پوششی تصویر واحد تحت ارزیابی بر مرز کارا است. تصویر واحد تحت ارزیابی بر مرز کارا با انبساط خروجی‌ها یا انقباض ورودی‌ها یا انبساط و انقباض همزمان خروجی‌ها و ورودی‌ها انجام می‌شود. مدل‌هایی که کارایی را از طریق تصویر واحد بر مرز کارا، صرفاً با انقباض ورودی‌ها انجام دهند، مدل‌های ورودی‌محور نام دارند و مدل‌هایی که کارایی را از طریق تصویر واحد بر مرز کارا، صرفاً با انبساط خروجی‌ها انجام دهند، مدل‌های خروجی‌محور نامیده می‌شوند. مدل‌های اصلی CCR و BCC در هر دو ماهیت ورودی‌محور و خروجی‌محور، شعاعی هستند. منظور از شعاعی بودن این است که برای تصویر واحد تحت ارزیابی بر مرز کارا، همهٔ ورودی‌ها در ماهیت ورودی‌محور و همه خروجی‌ها در ماهیت خروجی‌محور به یک نسبت ثابت تغییر می‌کنند. اما برخی از مدل‌ها به‌صورت غیرشعاعی عمل کرده و انقباض ورودی‌ها و انبساط خروجی‌ها در آنها به یک نسبت ثابت نیست. مدل جمعی یکی از این مدل‌هاست. این مدل علاوه بر غیرشعاعی بودن از این امتیاز برخوردار است که نه ورودی‌محور و نه خروجی‌محور است؛ بلکه در ماهیت ترکیبی است و ورودی‌ها و خروجی‌ها همزمان در آن نقش دارند. چارنز، کوپر، گولانی، سیفور و استورکس در سال ۱۹۸۵ به معرفی این مدل پرداختند. مدل ریاضی آن در رابطهٔ ۲ بیان شده است:

رابطهٔ ۲)

$$\max\left[\sum_{i=1}^{m} s_i^- + \sum_{r=1}^{s} s_r^+\right]$$
$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} + s_i^- = x_{io} \dots i = 1, \dots, m.$$
$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} + s_r^+ = y_{ro} \dots r = 1, \dots, s$$
$$\lambda_j, s_i^-, s_r^+ \geq 0$$

---

1. Charnes-Cooper-Rhodes
2. Banker-Charnes-Cooper
3. Additive Model

با اضافه کردن رابطهٔ ۳ به‌عنوان محدودیت، رابطهٔ ۲ به مدلی با بازده به مقیاس متغیر تبـدیل می‌شود.

رابطهٔ ۳)
$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1$$

در رابطهٔ ۲، m معرف تعداد ورودی‌ها؛ s تعداد خروجی‌ها و اندیس j نشـان‌دهنـدهٔ هریـک از واحدهاست. همچنین اندیس i ورودی‌ها و اندیس r خروجی‌ها را مشـخص مـی‌کنـد. x_{ij} مقـدار ورودی iام واحد j و y_{rj} مقدار خروجی rام واحد j است. ضمن آن که واحـد تحـت ارزیـابی بـا اندیس o نشان داده می‌شود و متغیرهای کمکـی ${s_r}^{+}$ و ${s_i}^{-}$ مربـوط بـه i امـین ورودی و jامـین خروجی هستند.

در مواردی از کاربردهای تحلیل پوششی داده‌ها ممکن است داده‌هـایی بـا مقـادیر منفـی در میان ورودی‌ها و خروجی‌ها وجود داشته باشد، به‌خصـوص در مسـائل مـالی ایـن شـرایط بسـیار محتمل است، اما مدل‌های اصلی تحلیل پوششی داده‌ها با فرض غیـرمنفـی بـودن ورودی‌هـا و خروجی‌ها ساخته شده‌اند. در این شرایط لازم اسـت از مـدل‌هـایی اسـتفاده شـود کـه از ویژگـی پایداری در برابر انتقال محورها برخوردار باشند (لـیم و همکـاران، ۲۰۱۴). منظـور از پایـداری در برابر انتقال محورها این است که با اضافه‌شدن یک مقدار به یک ورودی یا خروجی همهٔ واحدها، نمره‌های کارایی تغییر نمی‌کند. مدل جمعی از این خاصیت برخوردار است، اما ضعف اساسی ایـن مدل آن است که فقط می‌تواند کارا بودن یا نبودن واحدها را تشخیص دهـد و تخصـیص مقـدار کارایی با این مدل ممکن نیست. مدل دامنهٔ تعدیل شده (RAM)[1] که در سال ۱۹۹۹ توسط کوپر و پاستور ارائه شد، ویرایشـی از مـدل جمعـی اسـت کـه قـادر بـه تخصـیص مقـدار کـارایی بـه واحدهاست. این مدل مانند مدل جمعی در ماهیت ترکیبی بوده، غیرشـعاعی اسـت و از خاصـیت پایداری در مقابل انتقال محورهای ورودی و خروجی برخوردار است. فرم پوششـی ایـن مـدل در رابطهٔ مشاهده می‌شود.

رابطهٔ ۴)
$$max \frac{1}{m+s}\left(\sum_{i=1}^{m}\frac{s_i^-}{R_i^-}+\sum_{r=1}^{s}\frac{s_r^+}{R_r^+}\right)$$
$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij}\lambda_j + s_i^+ = x_{io} \qquad i=1,\dots,m$$
$$\sum_{j=1}^{n} y_{rj}\lambda_j + s_r^+ = y_{ro} \qquad r=1,\dots,s$$

1. Range-adjusted Measure

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j \geq 0 ، s_i^- \geq 0 ، s_r^+ \geq 0$$

نمادهای رابطهٔ ۴ مانند آن چیزی است که برای رابطهٔ ۲ گفته شد؛ اما R_i^- و R_r^+ به‌ترتیب بازه‌هایی برای ورودی‌ها و خروجی‌ها هستند که به‌صورت زیر تعریف شده است:

رابطهٔ ۵)
$$R_i^- = max(x_{ij}, j = 1, \dots, n) - min(x_{ij}, j = 1, \dots, n)$$
$$i = 1, \dots, n$$

رابطهٔ ۶)
$$R_r^+ = max(y_{rj}, j = 1, \dots, n) - min(y_{rj}, j = 1, \dots, n)$$
$$r = 1, \dots, s$$

دوگان مدل پوششی RAM که فرم مضربی در تحلیل پوششی داده‌ها است، به‌صورت رابطهٔ ۷ است.

رابطهٔ ۷)
$$\text{Min}\, e_0 = \sum_{\text{i}=1}^{\text{m}} v_i x_{io} - \sum_{\text{r}=1}^{\text{s}} u_r y_{ro} - w$$
$$\sum_{\text{r}=1}^{\text{s}} u_r y_{rj} - \sum_{\text{i}=1}^{\text{m}} v_i x_{ij} + w \leq 0 \qquad \text{j} = 1, \dots, \text{n}$$
$$u_r \geq \frac{1}{m+s} R_r^+$$
$$v_i \geq \frac{1}{m+s} R_i^-$$

از طریق حل مدل فوق و دستیابی به u و v که بهترین وزن‌ها برای ورودی و خروجی‌های هر واحد هستند، می‌توان جدول کارایی متقاطع را تشکیل داد. کارایی متقاطع عملکرد یک واحد با توجه به وزن‌های بهینهٔ سایر واحدهاست. معمول است که کارایی متقاطع در یک جدول ارائه شود. در این جدول عنصری که در سطر j ام و ستون i ام قرار دارد، کارایی واحد j ام است، هنگامی که با وزن‌های بهینهٔ واحد i ام ارزیابی شده است (دویل و گرین، ۱۹۹۴).

نظریهٔ بازی‌ها

نظریهٔ بازی‌ها تصمیم‌سازی در محیط‌هایی که ترکیبی از تقابل و همکاری وجود دارد را مطالعه می‌کند. جان وان نویمان نظریهٔ بازی‌ها را برای نخستین بار مطرح کرد. وی در سال ۱۹۲۸ در کتابی با عنوان *نظریهٔ بازی‌ها و رفتار اقتصادی* که با همکاری اقتصاددانی به نام اسکار مونگنسترن منتشر کرد، مفاهیم اولیهٔ این نظریه را بسط داد و کاربرد آن را در علم اقتصاد تشریح

کرد. از آن پس این نظریه در علوم مختلف از جمله جامعه‌شناسی، روان‌شناسی، علوم سیاسی، علم تکامل و محیط زیست و... به‌کار رفت. پس از نویمان، دانشمندان مختلفی از این نظریه استفاده کرده یا نسبت به بسط مفاهیم آن اقدام کردند که در این بین جان نش، جان هارسانی و رنهارد سلتن با ارائهٔ مفاهیم موازنه، گام مهمی در بسط این نظریه برداشتند، به نحوی که در سال ۱۹۹۴ مفتخر به دریافت جایزهٔ نوبل اقتصاد گردیدند. در سال ۲۰۰۵، توماس شیلینگ و رابرت اومن به‌دلیل ارائهٔ راهکارهای جدید در خصوص پویایی نظریهٔ بازی‌ها نیز، برندهٔ جایزهٔ نوبل گردیدند. دو سال بعد در سال ۲۰۰۷ راجر میرسن، لئونید هورویچ و اریک مسکین موفق شدند جایزهٔ نوبل اقتصاد را دریافت کنند (یگانگی دستگردی، ۱۳۸۹). با گذشت بیش از نیم قرن از معرفی مفاهیم پایهٔ این نظریه، هنوز رشد شایان توجه پژوهش‌ها در زمینهٔ کاربرد این نظریه در علوم مختلف نظیر علوم سیاسی، اقتصاد و تجارت، فلسفه و منطق، زیست‌شناسی، کامپیوتر و سایر زمینه‌ها ادامه دارد. در حوزهٔ مدیریت و مالی از کاربرد این نظریه می‌توان به پژوهش‌های درکسل (۲۰۱۰)، سید اصفهانی، بی‌آزاران و قاراخانی (۲۰۱۱)، ولی‌نژاد، شکیبا و امیرسلیمانی (۲۰۱۳) برای تخصیص هزینه، قیمت‌گذاری و بازاریابی اشاره کرد. در این پژوهش روش مناسب تعیین میزان خرید از هر سهم، با تلفیق تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها و نظریهٔ بازی‌ها ارائه می‌شود.

یک بازی، ارائهٔ فنی موقعیتی است که در آن نتیجهٔ اقدام هر فرد نه تنها به اقدام خودش وابسته است، بلکه به اقدام سایر افراد هم بستگی دارد. بنابراین تصمیم بهینه‌ای که وی اتخاذ می‌کند، به انتظار او از اقدامات دیگران مرتبط است (شاکری، ۱۳۹۰). ویژگی اساسی تصمیم‌گیری در شرایط بازی این است که هر بازیگر قبل از تصمیم‌گیری و انتخاب باید واکنش دیگران را نسبت به انتخاب و تصمیم خود، تجزیه و تحلیل کند، آنگاه تصمیمی که برایش بهترین است را اتخاذ نماید. هدف اصلی نظریهٔ بازی‌ها توسعهٔ ضوابط معقول برای انتخاب سیاست یا استراتژی است. در چارچوب نظریه‌بازی، سیاست‌ها به مجموعه تصمیماتی گفته می‌شود که یک بازیگر در هر موقعیت تصمیم می‌تواند انتخاب کند. توسعهٔ ضوابط برای انتخاب سیاست بهینه در تئوری بازی‌ها، بر اساس دو فرض بنا می‌شود؛ اول این که همهٔ بازیگران عاقل و منطقی باشند و دوم تمام توان خود را در مصاف حریف به‌کار ببندند تا به بهترین نتیجه دست یابند (لیبرمن و هیلییر، ۲۰۰۷). منظور از عاقلانه رفتار کردن این است که انسان قبل از اینکه دست به عملی بزند، به‌طور عمیق دربارهٔ آن فکر کند و هدف، ترجیحات و محدودیت‌های خود را در نظر بگیرد، سپس به‌گونه‌ای انتخاب و عمل کند که زیان نبیند.

در نظریهٔ بازی، بازی‌ها انواع مختلفی دارند و دسته‌بندی‌های گوناگونی برای آنها در نظر گرفته شده است که اصلی‌ترین آن، دسته‌بندی انواع بازی‌ها به دو نوع بازی جمع صفر و غیرجمع صفر است. منظور از بازی جمع صفر این است که برد یک بازیگر با باخت طرف دیگر مساوی است و سود یک بازیکن با زیان بازیکن دیگر همراه است. این بازی در شرایط رقابت و منازعه انجام می‌شود (ونتسل، ۱۹۹۵: ۱۱). این در حالی است که در بازی با مجموع غیر صفر (حاصل جمع متغیر) ممکن است دو بازیگر همزمان برنده یا بازنده شوند و میزان سود یا ضرر لزوماً برابر نیست (کاظمی، ۱۳۷۳: ۶۷). بازی‌های غیرجمع صفر پیچیده‌تر از بازی‌های جمع صفر هستند و به انواع بازی‌های همکارانه و غیرهمکارانه دسته‌بندی می‌شوند. در بازی‌های همکارانه امکان توافق تعهدآور بین دو بازیگر برای اتخاذ سیاست‌هایی که منافع هر دو را بهبود می‌دهد، به مدل اضافه می‌شود. انواع دیگر دسته‌بندی بازی‌ها نظیر بازی‌های متقارن و نامتقارن، همزمان و متوالی، بازی با اطلاعات کامل و اطلاعات ناقص، شرایط مختلف بازی را مشخص می‌کنند. بازی‌هایی همچون بازی دوراهی زندانی، بازی بزدلانه، بازی تضمینی، بازی همنوایی، بازی معمای اجتماعی، بازی اولتیماتوم، بازی دیکتاتور از جمله بازی‌های معروف‌اند (آزبرن، ۲۰۰۴).

حل بازی دونفرهٔ جمع صفر

روش تحلیل ریاضی بازی دو نفره، عبارت است از تهیهٔ جدولی از پیامدهای ممکن که از تلاقی سیاست‌های دو بازیگر ساخته می‌شود. اولین عدد در زوج مرتب در هر درایه، نشان‌دهندهٔ برد بازیگر اول و عدد دوم گویای برد بازیگر دوم است. در بازی جمع صفر که برد یک بازیگر و باخت بازیگر دیگر یکی تلقی می‌شود، معمول است برد بازیگر اول در جدول به نمایش درآید و از نوشتن باخت بازیگر دوم اجتناب شود. در این صورت بازیگر اول برای انتخاب سیاست بهینه از قاعدهٔ ماکسی‌مین و بازیگر دوم که باخت او در جدول نشان داده شده، برای انتخاب سیاست بهینه از قاعده مینی‌ماکس استفاده می‌کند. برای دو بازیگر در یک بازی جمع صفر جدول بازده به‌صورت جدول ۱ است.

جدول ۱. ماتریس بازده

	بازیگرA1	بازیگر A2	بازیگر A3
بازیگر B1	p_{11}	p_{21}	p_{31}
بازیگر B2	p_{12}	p_{22}	p_{32}
بازیگر B3	p_{13}	p_{23}	p_{33}

بر اساس یک قضیهٔ اساسی در تئوری بازی‌ها، در بازی دو نفره با جمع صفر، هرگاه مقدار ماکسی‌مین بازیگر اول با مقدار مینی‌ماکس بازیگر دوم برابر باشد، بازی پایدار خوانده شده، قواعد ماکسی‌مین و مینی‌ماکس قادر است سیاست بهینهٔ دو بازیگر را مشخص کند (توسلی، ۱۳۹۱).

در صورت نابرابری دو مقدار ماکسی‌مین بازیگر اول با مقدار مینی‌ماکس بازیگر دوم، بازی ناپایدار خوانده شده، سیاست واحد بهینه برای هیچ‌یک از دو بازیگر وجود ندارد و در عمل نظریهٔ بازی به هر بازیگر توصیه می‌کند که سیاست‌های خود را بر اساس یک تابع توزیع احتمال انتخاب نماید. این تابع توزیع احتمال، بیان‌کنندهٔ یک سیاست مختلط است که ترکیبی از همهٔ سیاست‌ها را تجویز می‌کند. اگر تعداد سیاست‌های ممکن برای بازیگر اول برابر m باشد، سیاست مختلط بهینه برای بازیگر اول به‌صورت مقادیر بهینه برای بردار $(x_1, x_2, \dots, x_m)$ تعریف می‌شود روشن است که رابطهٔ ۸ برقرار است.

$$\sum_{i=1}^{m} \mathrm{x}_i = 1$$ رابطهٔ ۸)

رابطهٔ ۹ شکل کلی برنامه‌ریزی خطی برای تعیین سیاست مختلط بهینهٔ بازیگر اول، یعنی مقادیر بهینهٔ x_i است (لیبرمن و هیلییر، ۲۰۰۷). در رابطهٔ ۹ بردار x_1 تا x_m مقادیر توزیع احتمال بهینه برای انتخاب سیاست‌های ۱ تا m را مشخص می‌کند. در این رابطه p_{ij} بازده حاصل از تلاقی سیاست i از بازیگر اول و سیاست j بازیگر دوم است.

رابطهٔ ۹)

$$Max(x_{m+1})$$

$$\sum_{i=1}^{m} p_{ij}\, x_i - x_{m+1} \geq 0 \dots j = 1, \dots, n$$

$$\sum_{I=1}^{m} x_i = 1$$

$$x_i \geq 0 \dots i = 1, \dots, m+1$$

کاربرد نظریهٔ بازی‌ها در این پژوهش

در این پژوهش فرض می‌شود بین خریدار و بازار یک بازی دو نفره با جمع صفر برقرار است؛ چرا که بازی‌های با جمع غیرصفر نمی‌توانند حداکثر تخاصم بین دو بازیگر را نشان دهند. وجود حداکثر تخاصم بین دو بازیگر، حداکثر احتیاط را برای بازیگران الزامی می‌کند. در این پژوهش احتیاط در برابر حریف متخاصم بازار، اجتناب حداکثری از ریسک تلقی می‌شود. در این بازی هر یک از شرکت‌های موجود در تحلیل، سیاست‌های دو سوی بازی را مشخص می‌کند. در این

بازی جدول بازده، همان ماتریس کارایی متقاطع است. از آنجا که مقادیر در جدول کارایی متقاطع ارزیابی هر شرکت در شرایط مختلف ممکن هستند، خریدار با استفاده از قاعدهٔ ماکسی‌مین، شرکتی را برمی‌گزیند که در بدترین شرایط از بقیه بهتر باشد. در مقابل، بازار با استفاده از قاعده مینی‌ماکس اقدام به انتخاب شرکتی می‌کند که اگر شرایط به نفع آن برگردد، بهترین انتخاب خریدار از بقیهٔ شرکت‌ها بدتر باشد. بنابراین هر یک از دو بازیگر براساس قاعدهٔ ماکس‌مین بازده تلاش می‌کند از زیان اجتناب نماید. اجتناب از زیان برای هر بازیگر به‌جهت ماهیت جمع صفر بازی به‌مفهوم جلوگیری از برد طرف مقابل است. بنابراین چون یک طرف بازی بازار است با در نظر گرفتن یک بازی جمع صفر بین خریدار و بازار، عملاً فرض شده بازار مانع برد خریدار است. نگاه بدبینانهٔ خریدار نسبت به بازار با توجه به اصل اجتناب از زیان موجب اتخاذ محتاطانه‌ترین رفتار می‌شود. تعبیر بازی جمع صفر بین خریدار و بازار در واقع مدل‌سازی نوعی نگاه بدبینانه اما معمول به بازار است. این نگاه در کنار اصل عقلایی اجتناب از زیان در تئوری بازی‌ها، حداقل‌سازی ریسک را نتیجه می‌دهد.

روش‌شناسی پژوهش

مراحل اجرای پژوهش به این ترتیب است: مرحلهٔ اول، محاسبهٔ شاخص‌های مالی برای شناسایی شرکت‌های با وضعیت بهتر؛ مرحلهٔ دوم، دستیابی به بهترین وزن‌های هر شرکت از طریق حل فرم مضربی مدل دامنهٔ تعدیل شده؛ مرحلهٔ سوم، تشکیل جدول کارایی متقاطع؛ مرحلهٔ چهارم، حل مدل حداکثر کارایی سبد؛ مرحلهٔ پنجم، تشکیل سبد سهام با استفاده از نظریهٔ بازی‌ها؛ مرحلهٔ ششم، ارزیابی عملکرد سبد سهام.

محاسبهٔ شاخص‌های مالی برای شناسایی شرکت‌های با وضعیت بهتر

می‌توان به‌جای استفاده از بازده تاریخی، برخی شاخص‌های مالی که منعکس‌کنندهٔ وضعیت فعلی شرکت هستند را به‌کار گرفت و در ارزیابی وضعیت فعلی، به‌عنوان مبنایی برای قضاوت دربارهٔ آیندهٔ شرکت استفاده کرد. در تحلیل پوششی داده‌ها با دو دسته از شاخص‌ها با عنوان ورودی و خروجی سروکار داریم. در این پژوهش به پیروی از ادریسینگ و ژانگ (۲۰۰۸) و لیم و همکارانش (۲۰۱۴) نسبت‌های سودآوری و رشد به‌عنوان خروجی در نظر گرفته شده است؛ زیرا اهداف غایی شرکت تلقی می‌شوند. همچنین نسبت‌های نقدینگی، اهرمی و فعالیت ورودی هستند؛ زیرا برنامه و استراتژی‌های عملیاتی هر شرکت تلقی می‌شوند. به بیانی باید برنامه و استراتژی‌هایی برای شرکت (ورودی و مواد اولیه) وجود داشته باشد که رشد و سود (خروجی و نتیجه) تولید شود. این شاخص‌ها در جدول ۲ آمده است.

جدول ۲. شاخص‌های ورودی و خروجی

شاخص ورودی	شاخص خروجی
گردش حساب‌های دریافتی	بازده دارایی‌ها (ROA)
گردش موجودی کالا	بازده حقوق صاحبان سهام (ROE)
گردش دارایی	حاشیهٔ سود خالص
نسبت جاری	سود هر سهم
نسبت آنی	نرخ رشد درآمدها
ضریب مالکانه	نرخ رشد سود خالص
نسبت بدهی	نرخ رشد هر سهم
بدهی بلند مدت به حقوق صاحبان سهام	

دستیابی به بهترین وزن‌های هر شرکت با حل مدل RAM

از آنجا که در نسبت‌های مالی مدل ادریسینگ و ژانگ (۲۰۰۸) ممکن است هم در ورودی‌ها و هم در خروجی‌ها اعداد منفی وجود داشته باشد، براساس استدلال لیم و همکاران (۲۰۱۴) مدل مناسب برای محاسبهٔ کارایی و کارایی متقاطع، مدلی است که در مقابل محورهای ورودی و خروجی خاصیت پایداری داشته باشد. مدل RAM از چنین ویژگی برخوردار است. به همین دلیل در این پژوهش مطابق با پیشنهاد لیم و همکاران (۲۰۱۴) از مدل RAM برای محاسبهٔ کارایی شرکت‌ها استفاده می‌شود.

تشکیل جدول کارایی متقاطع

زمانی که مطابق رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها نمرهٔ کارایی یک شرکت با تخصیص بهترین وزن‌ها برای آن شرکت محاسبه می‌شود، یک تعبیر از این کار در واقع ارزیابی شرکت در بهترین شرایط محتمل است. حال اگر نمرهٔ کارایی هر شرکت با وزن‌های سایر شرکت‌ها محاسبه شود، ماتریسی به‌دست می‌آید که به ماتریس کارایی متقاطع مشهور است. تفسیر بسیار جالب کارایی متقاطع این است که هر شرکت در بهترین وضعیت خود و بهترین وضعیت رقبای خود چگونه عمل می‌کند. در این تحقیق کارایی متقاطع به‌عنوان وضعیت نسبی شرکت در شرایط آینده تفسیر می‌شود؛ چرا که شرایط به هر حال به‌نفع یکی از شرکت‌ها خواهد بود. در مدل RAM چون در تابع هدف میزان ناکارایی محاسبه می‌شود، کارایی متقاطع برای واحد jام با استفاده از وزن‌های بهینهٔ واحد k از رابطهٔ ۱۰ محاسبه می‌شود.

$$E_j^k = 1 - \left(\sum_{i=1}^{m} v_i^k x_{ij} - \sum_{r=1}^{s} u_r^k y_{rj} - \mathrm{W} \right) \qquad \text{رابطهٔ ۱۰)}$$

حل مدل حداکثرسازی کارایی سبد

مسئلهٔ بهینه‌سازی سبد سهام مسئلهٔ دو هدفه‌ای است که حداقل‌کردن ریسک یکی از آن اهداف و حداکثر کردن بازده هدف دیگر است. معمول است یکی از دو هدف برای بهینه‌سازی انتخاب و هدف دیگر به‌صورت قید در مدل به‌صورت تأمین یک حداقل اعمال شود. برای مثال در ویرایشی از مدل مارکویتز که در رابطهٔ ۱ آمد، ریسک سبد حداقل می‌شود؛ در حالی‌که بیشتر بودن بازده از حداقل مقدار E_{Ω}^{0} به‌صورت قید در مدل اعمال شده است. فرض بازی جمع صفر بین خریدار و بازار در واقع مدل‌سازی وضعیت تخاصم است که با توجه به اصل اجتناب از زیان بازیگر عاقل موجب اتخاذ سیاست‌های محتاطانه می‌شود. به‌کارگیری این مدل در واقع نوعی حداقل کردن ریسک است و باید بیشتر بودن بازده از یک حداقل مقدار، به‌صورت قید به مسئله اضافه شود.

از آنجا که در این پژوهش کارایی متقاطع نشان‌دهندهٔ بازده در شرایط مختلف تلقی شده است، باید یک قید تضمین کند که شرکت‌هایی برای خرید سهام انتخاب می‌شوند که از یک حداقل قابل قبول میانگین کارایی متقاطع برخوردار باشند. اگر همان‌طور که بازده سبد، میانگین وزنی بازده سهم‌ها تعریف می‌شود، کارایی سبد را معادل بازده سبد و به‌صورت میانگین وزنی از مقادیر امید کارایی سهم‌ها در نظر بگیریم، این مقدار حداقل را می‌توان به‌صورت سهمی از حداکثر کارایی ممکن سبد بیان کرد. منظور از امید کارایی، میانگین کارایی متقاطع هر سهم است و حداکثر کارایی ممکن سبد E_{Ω}^{m}، به‌صورت میانگین وزنی امید کارایی سهام از طریق رابطهٔ ۱۱ محاسبه می‌شود. با فرض وجود n سهم در این مدل، w_j وزن هر سهم و $\bar{E}_j$ میانگین کارایی متقاطع هر سهم است.

رابطهٔ ۱۱)

$$E_{\Omega}^{m} = Max \sum_{j=1}^{n} w_j \bar{E}_j$$

$$\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$$

$$\mathrm{w_j} \geq 0 \ldots \mathrm{j} = 1, \ldots, \mathrm{n}$$

تشکیل سبد سهام

با فرض بازی جمع صفر بین دو بازیگر، سیاست بهینهٔ بازیگری که جدول بازده براساس منافع او نوشته شده، با حل یک مدل برنامه‌ریزی خطی مشخص می‌شود. سیاست بهینه ممکن است منفرد یا مختلط باشد. منظور از سیاست بهینهٔ منفرد، انتخاب سیاست مشخص است و منظور از سیاست بهینهٔ مختلط تعیین توزیعی احتمالی از مجموعه‌ای از سیاست‌هاست. با فرض یک بازی

جمع صفر بین خریدار و بازار و در نظر گرفتن شرکت‌های بورسی به‌عنوان سیاست‌های دو بازیگر، جدول کارایی متقاطع را می‌توان ماتریس بازده تعبیر کرد. روشن است که مقادیر جدول کارایی متقاطع، منعکس‌کنندهٔ منافعی نیست که خریدار به‌دست می‌آورد، اما چون گویای وضعیت شرکتی است که برای خرید سهام انتخاب می‌شود، مقدار آن را می‌توان برد خریدار تلقی کرد. بر همین اساس سیاست بهینهٔ خریدار را می‌توان با حل یک برنامهٔ خطی به‌دست آورد. سیاست بهینهٔ مختلط که توزیع احتمالی از مجموعه‌ای از سیاست‌ها را نشان می‌دهد، می‌تواند مبنای تعیین میزان هر سهم در سبد بهینهٔ سهام باشد. با فرض وجود n شرکت در تحلیل، مدل برنامه‌ریزی خطی مناسب برای تعیین مقادیر بهینهٔ هر سهم را می‌توان به شکل رابطهٔ ۱۲ نشان داد. این رابطه مانند رابطهٔ ۹، برنامهٔ خطی مدل تعیین سیاست بهینهٔ بازیگر اول در تئوری بازی‌هاست، اما E_j^k در آن کارایی شرکت j با وزن‌های بهینهٔ واحد k است که به‌عنوان بازده از حاصل تلاقی سیاست j از طرف خریدار و سیاست k از طرف بازار به‌دست می‌آید. به‌علاوه قید مربوط به حداقل کارایی سبد که به‌صورت سهمی از حداکثر کارایی ممکن بیان شده، مدل را ناگزیر می‌کند شرکت‌هایی را انتخاب کند که میانگین کارایی متقاطع بالاتر از یک حد پایین داشته باشند. در این مدل $(w_1, w_2, \dots, w_n)$ وزن هر سهم، $\overline{\mathrm{E}}_j$ میانگین کارایی متقاطع هر سهم، $E_\Omega^{m^*}$ حداکثر کارایی ممکن سبد که با حل رابطهٔ ۱۱ به‌دست می‌آید و گاما (γ) ضریبی است که حداقل کارایی سبد را به‌صورت سهمی از حداکثر کارایی ممکن بیان می‌کند.

رابطهٔ ۱۲)

$$
\begin{aligned}
&Max(w_{n+1})\\
&\sum_{J=1}^{n} E_j^k w_j - w_{n+1} \geq 0 \dots k = 1, \dots, n\\
&\sum_{j=1}^{n} w_j = 1\\
&\sum_{J=1}^{n} w_j \bar{E}_j \geq (1-\gamma) E_\Omega^{m^*}\\
&w_j \geq 0 \;\; \dots j = 1, \dots, n
\end{aligned}
$$

ارزیابی عملکرد سبد سهام

ویلیام شارپ در سال ۱۹۶۴، معیاری ترکیبی از عملکرد سبد سهام ارائه کرد که نسبت بازده به تغییرپذیری (RVAR)[1] یا نسبت بازده بازار به ریسک کل نام دارد. نسبت شارپ نشان می‌دهد

1. Renard-to-variability Ratio

سرمایه‌گذار به‌ازای تحمل هر واحد ریسک چه مقدار بازده اضافی به‌دست آورده است. منظور از بازده اضافی، بازده بیشتر از بازده دارایی بدون ریسک است. این معیار به‌صورت رابطهٔ ۱۳ بیان می‌شود.

$$RVAR = (\overline{TR}_P - \overline{RF}_P)/SD_P$$ رابطهٔ ۱۳)

در این رابطه، $\overline{TR}_P$ متوسط بازده کل سبد سهام در طول دورهٔ زمانی مورد مطالعه، $\overline{RF}_P$ متوسط نرخ بازده بدون ریسک در طول دوره زمانی مورد مطالعه و SD_P انحراف معیار بازده سبد سهام P در طول دورهٔ مطالعه است. روشن است که صورت کسر متوسط بازده اضافی سبد سهام در طول دورهٔ مطالعه را نشان می‌دهد.

هر چه میزان RVAR زیاد باشد، عملکرد سبد سهام به همان اندازه بهتر خواهد بود. این شاخص در عمل برای ارزیابی عملکرد یک سبد در طول چندین دورهٔ تاریخی به‌کار می‌رود، اما لیم و همکاران (۲۰۱۴) از این معیار برای بررسی عملکرد روش تشکیل سبد بهینه استفاده کردند. به این صورت که با استفاده از یک روش مشخص هر ساله سبد بهینهٔ سهام را بر اساس شاخص‌های مالی سال تعیین کردند و پس از تکرار روش بهینه‌سازی درچندین سال متوالی، شاخص شارپ را براساس بازده واقعی حاصل از سبد، محاسبه نمودند. براساس نظریهٔ بازار کارا در مدیریت مالی، سبد بازار سبد محک است (جونز، ۲۰۰۷) و روشی که بتواند سبدی به خوبی یا خوب‌تر از سبد بازار ارائه دهد، قابل قبول است. نکتهٔ شایان توجه این است که سبد پیشنهادی این پژوهش براساس نوعی داده‌های تولید شده ـ که همان کارایی متقاطع است ـ برمبنای وضعیت مالی شرکت‌ها ساخته می‌شود. اما معیار شارپ برای روش، براساس بازده واقعی سال بعد سبدهای حاصل شده محاسبه می‌شود و با معیار شارپ سبد سهام محک، یعنی سبد بازار که آن هم بر اساس بازده واقعی محاسبه شده، مقایسه می‌شود. این به مفهوم آزمون عملی روش پیشنهادی در محیط واقعی است.

تحلیل حساسیت و ارائهٔ اطلاعات تکمیلی

تحلیل حساسیت به معنای محاسبه و برآورد این است که رفتاری که برای سیستم پیش‌بینی شده (خروجی آن سیستم) تا چه حد به مقادیر متغیرهای مستقل (ورودی آن سیستم) حساس است. در این پژوهش به تحلیل حساسیت مدل برای مقادیر مختلف γ پرداخته می‌شود.

یافته‌های پژوهش

روش توضیح داده شده در قسمت‌های قبل، روی داده‌های واقعی به‌کار گرفته و ارزیابی شد. اطلاعات تحقیق از داده‌های شرکت‌های پذیرفته‌شده در بازار بورس اوراق بهادار تهران با لحاظ کردن محدودیت‌های زیر به‌دست آمده است:

- حذف شرکت‌هایی که داده‌های مدنظر را به‌طور کامل بیان نکرده باشند؛ زیرا این اطلاعات مبنای ساخت و محاسبات سبد هستند.
- حذف شرکت‌هایی که سال مالی آنها تاریخی غیر از پایان اسفند هرسال باشد. به‌دلیل همسانی تاریخ گزارشگری، حذف آثار فصلی و افزایش قابلیت مقایسهٔ اطلاعات، دورهٔ مالی شرکت‌های پذیرفته شده منتهی به ۲۹ اسفند است.

درنهایت ۱۸۵ شرکت در بازهٔ زمانی ۱۳۸۹/۰۱/۰۱ تا ۱۳۹۲/۱۲/۳۰ پذیرفته شد. برای گردآوری داده‌ها از اطلاعات موجود در نرم‌افزار ره‌آورد نوین ۳ استفاده شده است که به‌کمک نرم‌افزار GAMS تحلیل شدند.

سبدها

سبد بهینهٔ حاصل از مدل تلفیقی تحلیل پوششی داده‌ها و نظریهٔ بازی‌ها در سال‌های مختلف در جدول ۳ آمده است.

جدول ۳. سبدها

سبد سال ۸۹		سبد سال ۹۰	
آلومینیم ایران	۰/۶۹۳	آلومینیوم ایران	۰/۲۳۹
سیمان فارس	۰/۰۱۳	سیمان قائن	۰/۳۷۱
سیمان قائن	۰/۱۳۷	سیمان کارون	۰/۰۴۳
سیمان تهران	۰/۸۸	فولاد خراسان	۰/۱۶۴
سبد سال ۹۱		ملی سرب روی	۰/۰۹۶
سیمان فارس	۰/۶۴۹	آبادگران	۰/۰۸۷
		سبد سال ۹۲	
صنایع شیمیایی ایران	۰/۳۵۱	دشت مرغاب	۰/۴۳۳
		کاغذسازی کاوه	۰/۳۷۶
صنایع شیمیایی ایران	۰/۳۵۱	گل گهر	۰/۱۹۱

عملکرد سبد

در این پژوهش برای ارزیابی عملکرد روش بهینه‌سازی سبد سهام پیشنهادی از معیار شارپ و مقایسهٔ آن با معیار شارپ سبد بازار استفاده شده است. با به‌کارگیری این شاخص برای سبد روش پیشنهادی، چنانچه بازده سبد از بازده بدون ریسک در دوره‌های مورد مطالعه به‌طور متوسط بیشتر باشد، شاخص مثبت محاسبه می‌شود. به‌علاوه هرچه تفاوت مثبت بازده از بازده بدون ریسک بیشتر یا پراکندگی بازده کمتر باشد، شاخص بزرگ‌تری محاسبه می‌شود. شایان ذکر است که نرخ بازده بدون ریسک برای محاسبهٔ معیارها برابر با متوسط نرخ سود بانکی یک سالهٔ بانک ملی، در سال‌های مدنظر در نظر گرفته شده است.

جدول ٤. بازده سبدها

سبد پیشنهادی	بازده سبد پیشنهادی	بازده سبد بازار
سال ۸۹	۰/۰۲۷	۰/۰۹
سال ۹۰	۰/۱۳۴	۰/۴۳۵
سال ۹۱	۱/۳۸۲	۱/۰۴۶
سال ۹۲	۰/۰۰۹	−۰/۲۲۱

جدول ۵. عدد شارپ

سبد در سال‌های مختلف	عدد شارپ
سبد بازار	۰/۳۳۵
سبد روش پیشنهادی	۰/۳۶۱

گزارش تحلیل حساسیت مدل

در این قسمت تحلیل حساسیت به‌ازای مقادیر مختلف گاما به‌منظور بررسی تغییرات و تأثیر آن بر ویژگی‌های سبد پیشنهادی نظیر میزان تنوع و بازده و همچنین بررسی تأثیر بر مقدار نسبت شارپ انجام گرفته است. طبق نتایج به‌دست آمده، با افزایش گاما سبد متنوع‌تر شده است؛ اما تأثیر آن بر بازده در سال‌های مختلف، ابتدا روند ثابت و مشخصی ندارد و در ادامهٔ افزایش گاما روی بازده سبد در سال‌های مختلف بی‌تأثیر خواهد شد. ضمن آن که عدد مربوط به نسبت شارپ با افزایش میزان گاما ابتدا افزایش، سپس کاهش و در نهایت بدون تغییر خواهد بود. به‌منظور

رعایت ایجاز، بخشی از تحلیل حساسیت انجام‌شده در جدول ۶ گزارش شده است. با افزایش گاما این امکان به مدل داده می‌شود که با پذیرش بازده کمتر، ریسک سبد هم با ارائهٔ سبد متنــوع‌تـر کاهش یابد.

جدول ٦. گزاش تحیل حساسیت

سال	بازده سبد بازار	سبد پیشنهادی با γ=۰/۰۱	سبد پیشنهادی با γ=۰/۰۲	سبد پیشنهادی با γ=۰/۰۳	سبد پیشنهادی با γ=۰/۰٤	سبد پیشنهادی با $\gamma \geq$۰/۰۵
۸۹	۰/۰۹	۰/۴۸۸ ۲سهمی	۰/۰۲۷ ۳سهمی	−۰/۰۰۰۱ ۳سهمی	−۰/۰۰۰۱ ۳سهمی	−۰/۰۰۰۱ ۳سهمی
۹۰	۰/۴۳۵	−۰/۰۴۳ ۴سهمی	۰/۱۳۴ ۶سهمی	۰/۱۶۰ ۷سهمی	۰/۱۶۰ ۷سهمی	۰/۱۶۰ ۷سهمی
۹۱	۱/۰۴	−۰/۵۲۵ ۲سهمی	۱/۳۸ ۲سهمی	۱/۲۶۸ ۴سهمی	۰/۱۸۱ ۴سهمی	۰/۸۲۱ ۵سهمی
۹۲	۰/۲۲۱	۰/۰۰۰۹ ۳سهمی	۰/۰۰۰۹ ۳سهمی	−۰/۱۴۳ ۴سهمی	−۰/۱۴۳ ۴سهمی	−۰/۱۴۳ ۴سهمی
نسبت شارپ	۰/۳۳	−۰/۰۵	۰/۳۶	۰/۲۵	۰/۲۳	۰/۰۸

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در مطالعات مربوط به بهینه‌سازی سبد سهام، استفاده از داده‌های تاریخی به‌عنوان مبنــایی بـرای قضاوت، رایج است. این تحقیق در زمرهٔ معدود تحقیقات بهینه‌سازی سبد سهام اسـت کـه در آن به‌منظور بهینه‌سازی سبد سهام از داده‌های تاریخی مربوط به بازده شرکت‌ها استفاده نمی‌شـود و آخرین وضعیت هر شرکت از لحاظ شاخص‌های مالی مد نظر قـرار مـی‌گیـرد. بعـد از جمـع‌آوری داده‌های واقعی مربوط به ۱۸۵ شرکت پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران، به‌دلیـل حضـور اعداد منفی در تحلیل، مدل RAM در تحلیل پوششی داده‌ها برای دستیابی به میـزان کـارایی و وزن‌های بهینهٔ هر شرکت و تشکیل جدول کارایی متقاطع به‌کار گرفته شد. کـارایی متقـاطع بـه پیروی از لیم و همکارانش (۲۰۱۴) به‌عنوان وضعیت آتی شرکت در شرایط محتمـل آتـی، تلقـی گردید و جدول کارایی متقاطع در قالب یک بازی دو نفره با جمع صـفر میـان خریـدار و بـازار، از جدول بازده فرض شد. بر این اساس با حل مدل خطی مطابق نظریهٔ بازی‌ها، سیاست بهینه برای خریدار معین شد و در واقع میزان خرید بهینه از هر سهم برای گنجاندن در سبد سهام مشـخص گردید. تعبیر جدول کارایی متقاطع در تحلیل پوششی داده‌ها بـه‌عنـوان جـدول بـازده در نظریـهٔ

بازی‌ها و فرض وجود یک بازی جمع صفر بین خریدار و بازار در راستای حداقل کردن ریسک را می‌توان تجربهٔ انحصاری این تحقیق قلمداد کرد. مدل مارکوویتز متکی بر حداقل‌سازی واریانس است و انحرافات مطلوب از میانگین هم را نامطلوب قلمداد می‌کند. اما مدل این پژوهش با مفهوم بدبینی به بازار، ریسک را کنترل می‌کند و اساساً پراکندگی داده‌ها را مبنا قرار نمی‌دهد. همچنین این روش در مقایسه با مدل مارکوویتز از مزیت دیگری هم برخوردار است و آن این است که برمبنای یک مدل خطی انجام می‌شود و دشواری‌های حل مدل غیر خطی را ندارد.

شاخص شارپ برای بررسی عملکرد سبدهای حاصل از روش پیشنهاد شده، نشان از موفقیت روش پیشنهادی دارد به این صورت که در مقایسهٔ عدد شارپ مربوط به سبد بازار و سبدهای روش پیشنهادی، عدد شارپ مربوط به روش پیشنهادی بزرگ‌تر است که نشان از عملکرد بهتر دارد. بیشتر بودن شاخص روش مورد بحث نسبت به شاخص سبد بازار، نشان می‌دهد روش پیشنهاد شده، اضافهٔ بازده بیشتر یا پراکندگی بازده کمتری نسبت به سبد بازار داشته است.

از آنجا که مدل ریاضی تئوری بازی‌ها با قیدی به‌منظور تأمین حداقل کارایی سبد حل شده و این حداقل به‌صورت سهمی از حداکثر کارایی ممکن تعریف شده است، تحلیل حساسیت برای مقادیر مختلف ضریب گاما که سهمی از حداکثر کارایی ممکن را مشخص می‌کند، انجام و نتایج تفسیر شده است.

References

Acerbi, C. & Tasche, D. (2002). Expected shortfall: a natural coherent alternative value of risk. *Journal of Economic Notes*, 3(2), 79-88.

Afshar Kazemi, M., Khalilaraghi, M. (2012). Portfolio selection in Tehran Stock Exchange by combining data envelopment analysis and planning. *Journal of financial knowledge securities analysis,* 5(1), 49-63. (*in Persian*)

Barbod, M. (2010). Portfolio selection models are designed with DEA. *Master's Thesis*, Tehran: Allameh university. (*in Persian*)

Bowlin, W. F. (2000). An analysis of the financial performance of defense business segments using data envelopment analysis. *Journal of Accounting and Public Policy*, *18*(4), 287-310.

Chang, T. J., Yang, S. C. & Chang, K. J. (2009). Portfolio optimization problems in different risk measures using genetic algorithm. *Expert Systems with Applications*, 36(7), 10529-10537.

Charnes, A., Cooper, W. W., Golany, B., Seiford, L., & Stutz, J. (1985). Foundations of data envelopment analysis for Pareto Koopmans efficient empirical production functions. *Journal of econometrics*, 30(1-2), 91-107.

Chen, H. H. (2008). Stock selection using data envelopment analysis. Industrial Management *& Data Systems*, 108(9), 1255-1268.

Cooper, W. W., Park, K. S., & Pastor, J. T. (1999). RAM: A range adjusted measure of inefficiency for use with additive models, and relations to other models and measures in DEA. *Journal of Productivity Analysis*, 11(1), 5–42.

Doyle, J., & Green, R. (1994). Efficiency and cross-efficiency in DEA: Derivations, meanings and uses. Journal of the operational research society, 45(5), 567-578.

Drechsel, J. (2010). Cooperation in supply chains. In *Cooperative lot sizing games in supply chains* (pp. 55-61). Springer Berlin Heidelberg.

Edirisinghe, N. C. P., & Zhang, X. (2008). Portfolio selection under DEA-based relative financial strength indicators: case of US industries. *Journal of the Operational Research Society*, *59*(6), 842-856.

Elahi, M., Yoosefi, M. (2014). Mean-variance portfolio optimization approach using the Search Algorithm for hunting. *Journal of financial research,* 16(1), 37-56. (*in Persian*)

Goh, J., Zhang, W., Lim, K., Sim, M. (2012). Portfolio value-at-risk optimization for asymmetrically distributed asset returns. *European Journal of Operational Research*, 221, 397-406 .

Jones, C. P. (2007). *Investments: analysis and management.* John Wiley & Sons.

Jorion, P. (1997). *Value at risk: the new benchmark for controlling market risk*. Irwin Professional Pub..

Kazemi, A. (1995). *Politics poll.* Tehran*:* Ministry of Foreign Affairs. (*in Persian*)

Kisiala, J. (2015). *Conditional Value-at-Risk: Theory and Applications*. Dissertation Presented for the Degree of MSc in Operational Research, University of Edinburgh.

Liebrman, J., Hielier, F. (2007). *Operation* Research. Tranlation: Yazdi &Vaziri. Tehran: Javan.

Lim, S., Oh, K. W. & Zhu, J. (2014). Use of DEA cross-efficiency evaluation in portfolio selection: An application to Korean stock market. *European Journal of Operational Research*, *236*(1), 361-368.

Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The journal of finance*, 7(1), 77-91.

Mehregan, M. (2007), *Decision with multiple objective*. Tehran: Tehran University. (*in Persian*)

Momeni, M. (2014). *New issues in Operations Research*. Tehran University. (*in Persian*)

Neumann, J. V. (1928). On the theory of game of strategy, in contributions to the theory of games. Vol. IV, Anals of Mathematic Studies, (40), 13-42.

Osborne, M. J. (2004). An introduction to game theory. New York: Oxford University Press.

Rockafellar, R.T., Uryasev, S. (2002). Conditional value-at-risk for generalloss distributions. *Journal of Banking and Finance,* 26 (7), 1443–1471.

Rockfeller T, Uryasev S, (2000), Optimization of conditional value-atrisk. *Journal of Risk*, 2(3), 21–24.

Seyed Esfahani, M., Biazaran, M., Gharakhani, M. (2011). A game theoretic approach to coordinate pricing and vertical co-op advertising in manufacturer–retailer supply chains. *European Journal of Operational Research,* 211 (2), 263-273.

Shakeri, A. (2014). *Microeconomics.* Tehran: New publishing. (*in Persian*)

Sharpe, W. F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium underconditions of risk. *The journal of finance*, *19*(3), 425-442.

Tavasoli, Gh. (2012). *Sociological Theories*. Tehran: Samt. (*in Persian*)

Valinejad Shoubi, M., Shakiba, A. & Amirsoleimani, O. (2013). Application of Cost Allocation Concepts of Game Theory Approach for Cost Sharing Process, *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology,* 5(12), 3457-3464.

Vantsel, Y. (1995). *Game theory and its application to strategic decision-making.* Translation: Roshandel & Tayeb. Tehran: Ghoomes. (*in Persian*)

Woodside-Oriakhi, M., Lucas, C. & Beasley, J.E. (2011). Heuristic algorithms for the cardinality constrained efficient frontier. *European Journal of Operational Research,* 213 (3), 538-550.

Yeganegi Dasjerdi, V. (2010). *Game theory (1).* Tehran*:* Encyclopedia of urban Economies. (*in Persian*)