

## ارائه یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح دومرحله‌ای برای مسئله زمان‌بندی دروس دانشگاهی

مجید اسماعیلیان<sup>۱</sup>، سیده مریم عبداللهی<sup>۲</sup>

**چکیده:** در این پژوهش، یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح برای مسئله زمان‌بندی دروس دانشگاهی ارائه شده است. برای کاهش تعداد متغیرهای تصمیم، ترکیب درس و استاد و گروه دانشجوی به‌عنوان فعالیت معرفی شد و دو مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح با عنوان مدل مبتنی بر فعالیت و مدل دومرحله‌ای مبتنی بر فعالیت به‌دست آمد. در مرحله اول بر مبنای تعداد جلسات لازم در هفته در بازه‌های زمانی روزهای مختلف هفته، تمام فعالیت‌ها زمان‌بندی شد و در مرحله دوم با در نظر گرفتن محدودیت‌های خاص، کلاس‌ها و فضاهای آموزشی به جلسات برنامه‌ریزی شده تخصیص یافت. این مدل‌ها برای یک نیمسال تحصیلی بر مبنای فرایند تخصیص دروس به بازه‌های زمانی خاص در روزهای هفته با محدودیت‌های سخت در دانشکده علوم اداری و اقتصاد دانشگاه اصفهان فرموله شده است. در این مطالعه، ضمن فرموله کردن تمام قواعد تعریف جدول زمان‌بندی دروس یک نیمسال در نرم‌افزار، با استفاده از مدل دومرحله‌ای مبتنی بر فعالیت، تعداد ۲۳۹ درس در زمان ۵۵۶ ثانیه (۹ دقیقه و ۱۶ ثانیه) زمان‌بندی شده است.

**واژه‌های کلیدی:** برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح، زمان‌بندی دروس‌های دانشگاهی، مدل‌سازی ریاضی، محدودیت سخت، مدل دومرحله‌ای.

۱. استادیار گروه مدیریت، دانشکده علوم اداری و اقتصاد، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران

۲. کارشناس ارشد مدیریت صنعتی، دانشکده علوم اداری و اقتصاد، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۷/۲۶

تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۵/۱۲/۱۹

نویسنده مسئول مقاله: مجید اسماعیلیان

E-mail: m.esmaelian@ase.ui.ac.ir

### مقدمه

تنوع قواعد حاکم بر مسئله به دلیل وجود تنوع در نظام‌های آموزشی و همچنین تعدد متغیرها و محدودیت در مسئله زمان‌بندی دروس دانشگاه<sup>۱</sup>، ارائه روش‌های کارا را برای حل این گونه مسائل اجتناب‌ناپذیر می‌کند. مسئله زمان‌بندی دروس دانشگاهی عبارت است از «زمان‌بندی تعداد معینی از جلسات آموزشی برای گروه‌های مشخصی از دانشجویان و استادان در طول بازه‌های زمانی با در نظر گرفتن محدودیت منابع، از جمله کلاس‌های درس و الزاماتی همچون در دسترس بودن این منابع» (تریپسی، ۱۹۸۴).

زمان‌بندی در شکل عام خود مسئله‌ای با چهار پارامتر زمان، منابع، فعالیت‌ها و مجموعه‌ای از محدودیت‌هاست که با هدف تخصیص زمان و منابع به فعالیت‌ها و رعایت محدودیت‌ها انجام می‌شود (بورک، دی ورا و کینگستون، ۲۰۱۳). مسئله زمان‌بندی کاربردهای زیادی دارد که از آن جمله می‌توان به زمان‌بندی‌های درسی، امتحان‌ها، مسابقه‌های ورزشی، حرکت اتوبوس یا قطار در ناوگان‌های حمل‌ونقل، شیفت‌های کاری، پروازها و پروژه‌ها اشاره کرد. محققان در زمینه انواع کاربردهای یادشده بررسی و مطالعه کرده‌اند که از آن جمله می‌توان از پژوهش‌های جانگینگر (۱۹۸۶)، کارتر (۱۹۸۹)، شارف (۱۹۹۹)، بورک و پتروویک (۲۰۰۲)، روون و پیترز (۲۰۰۳)، لویز (۲۰۰۸)، پوانته، گومز، فرناندز و پریور (۲۰۰۹)، کیو و بورک (۲۰۰۹)، مک کالم، مرلت و لی (۲۰۰۹)، بورک، مارسک، پارکز و رودووا (۲۰۱۰)، پاست و همکارانش (۲۰۱۴)، باررا، و لاسکو و آمایا (۲۰۱۲)، شافیا، آقایی و سجادی (۲۰۱۲)، میرحسینی و حبیبی (۲۰۱۳) و کاسپی و راویو (۲۰۱۳) یاد کرد.

همانند سایر مسائل زمان‌بندی، مسئله زمان‌بندی دروس نیز در زمره مسائل NP-Complete قرار می‌گیرد (جورج و همکاران، ۲۰۱۴). عموماً چنین مسائلی، بهینه‌سازی باینری در ابعاد بسیار بزرگ بوده و محققان رویکردهای مختلفی برای حل آنها ارائه کرده‌اند. در پژوهش حاضر، ضمن بررسی ماهیت مسئله و مروری بر کتاب‌شناسی تحقیق، یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح دومرحله‌ای برای زمان‌بندی دروس‌های دانشگاهی ارائه می‌شود و یک نمونه واقعی از مسائل زمان‌بندی دروس‌های دانشگاهی حل و بررسی خواهد شد.

### پیشینه پژوهش

مرور جامعی بر مطالعات انجام‌شده در این حوزه ارائه شده که از آن جمله می‌توان به میرحسینی و حبیبی (۲۰۱۳)، آسمنی (۲۰۰۸)، فیضی درخشی، بابایی و حیدرزاده (۲۰۱۲)، لویس (۲۰۰۶)،

1. University Course Timetabling Problem (UCTTP)

اوبیت (۲۰۱۰)، روسی دوربا و همکارانش (۲۰۰۲)، سرینی واسان، سینف و کومار (۲۰۱۱) و بابایی، کریم پور و حدیدی (۲۰۱۵) اشاره کرد. در پژوهش‌های داخلی نیز مسئله زمان‌بندی دروس دانشگاهی در کانون توجه و تحقیق بوده است. در این پژوهش‌ها از تکنیک‌های مدل‌سازی ریاضی (اسماعیلیان و عبداللهی، ۱۳۹۵؛ علیرضایی، منصورزاده و خلیلی، ۱۳۸۵؛ راستگار امینی و میرمحمدی، ۱۳۹۱) و الگوریتم‌های فراابتکاری (منجمی، مسعودیان، استکی و نعمت‌بخش، ۱۳۸۸؛ جودکی، منتظری و موسوی، ۱۳۹۰؛ بهداد، دهقانی و ذاکر تولایی، ۱۳۸۵؛ سلیمی فر و بابایی‌زاده، ۱۳۹۰؛ فراهانی و زندیه، ۱۳۹۲) برای حل این مسئله استفاده شده است. جایگاه مسئله زمان‌بندی دروس دانشگاهی در بین مسائل زمان‌بندی و حالت‌های مختلف آن در شکل ۱ نشان داده شده است (بابایی، کریم‌پور و حدیدی، ۲۰۱۵).



شکل ۱. دیاگرام جایگاه مسئله زمان‌بندی دروس دانشگاهی

منبع: بابایی و همکاران (۲۰۱۵)

جدول ۱، رویکردها و روش‌هایی که سایر محققان برای حل مسائل زمان‌بندی دروس دانشگاهی استفاده کرده‌اند را نشان می‌دهد.

جدول ۱. دسته‌بندی رویکردها و روش‌های استفاده‌شده در زمان‌بندی دروس دانشگاهی

رویکرد حل	روش‌های استفاده‌شده	تحقیقات انجام‌شده
تکنیک‌های تحقیق در عملیات <sup>۱</sup>	رنگ‌آمیزی گراف	بورک و همکاران (۲۰۰۷)
	برنامه‌ریزی ریاضی	اسماعیلیان و عبدالهی (۱۳۹۵) جودکی، منتظری و موسوی (۱۳۹۰) علیرضایی، منصورزاده و خلیلی (۱۳۸۵)
	برنامه‌ریزی محدودیتی <sup>۲</sup>	دیریس (۲۰۰۰) ژانگ لائو (۲۰۰۵)
الگوریتم‌های فرا ابتکاری <sup>۳</sup>	الگوریتم ژنتیک (GA)	منجمی، مسعودیان، استکی و نعمت‌بخش (۱۳۸۸) کپتا و میشر (۲۰۱۴)
	الگوریتم SA	کاستاج (۲۰۰۵) ایکان (۲۰۰۹)
	الگوریتم TS	الوارزوالدز، گرسکو و تاماریت (۲۰۰۲) آلاداک، هوکاگلو و باساران (۲۰۰۹)
	الگوریتم ACO	نادگر، مایر، چاوتال و رایدل (۲۰۱۲)
	سایر الگوریتم‌های فرا ابتکاری	جیم، کیم و لوگاناتان (۲۰۰۱) الزاقیه و عبدالله (۲۰۱۵) تاراییه، عبدالله، مک کالم و مک مولان (۲۰۱۰) جورج و همکاران (۲۰۱۳)
سایر رویکردها	روش‌های فازی	چادوری و دی (۲۰۱۰) گلاب‌پور، شیرازی، فراهی، کوتیانی و بیگی (۲۰۰۸)
	الگوریتم‌های خوشه‌بندی	امین طوسی و حدادنیا (۲۰۰۵) شاتناوی، الربابه و بنی‌اسماعیل (۲۰۱۰)
	سیستم‌های عامل‌محور <sup>۴</sup>	وانگماتیکول (۲۰۱۱) یانگ و پرنجیپ (۲۰۱۱) یانگ و همکاران (۲۰۰۶)
	الگوریتم‌های ابتکاری	ساتییاگو موزاس و بندیستی (۲۰۰۵)

1. Operation Research
2. Constraint Programming
3. Meta Heuristic Algorithm
4. Multi-Agent Systems

مدل ارائه شده در این پژوهش از نوع مدل برنامه ریزی خطی عدد صحیح و توسعه مدل اسماعیلیان و عبدالهی (۱۳۹۵) است. این محققان دو مدل مبتنی بر متغیر و فعالیت ارائه کردند و توانستند با کاهش تعداد متغیرها در مدل مبتنی بر فعالیت، کارایی محاسباتی مدل را بالا ببرند و زمان حل مسئله را کاهش دهند. در مدل توسعه یافته ارائه شده در این پژوهش، مدل مبتنی بر فعالیت به مدل دو مرحله‌ای توسعه یافته که به مراتب کارایی محاسباتی بیشتری دارد. در مرحله اول، کلاس‌های درس، استادان و دانشجویان (فعالیت‌ها) در ساعات مختلف روزهای هفته زمان بندی شده‌اند و در مدل مرحله دوم، کلاس‌های درس با در نظر گرفتن محدودیت‌ها و موقعیت‌ها به فعالیت‌ها تخصیص یافته‌اند.

### روش‌شناسی پژوهش

مسائل زمان بندی واقعی، تعداد زیادی دانشجوی، استاد، درس و کلاس را در برمی‌گیرند و با اهداف و موقعیت‌های گوناگونی درگیرند؛ بنابراین فرایند حل این گونه مسائل با تعداد بسیار زیادی از متغیرهای تصمیم و محدودیت‌ها مواجه است. علاوه بر این، به دلیل تفاوت ساختار دانشگاه‌ها، قواعد زمان بندی دروس از کشوری به کشور دیگر فرق می‌کند. حتی در یک ساختار دانشگاهی واحد، بسته به روش‌های خاص تدریس، تفاوت‌های شایان توجهی مشاهده می‌شود. معمولاً چنین تفاوت‌هایی در نحوه مدل سازی مسئله تأثیر گذار است (لوپس، ۲۰۰۸؛ میراندا، ۲۰۱۲؛ پاست و همکاران، ۲۰۱۴؛ پاست و همکاران، ۲۰۱۲).

در فرایند زمان بندی، درس‌ها در ساختار هفتگی و با در نظر گرفتن محدودیت منابع موجود، شامل استادان و کلاس‌های درس، زمان بندی می‌شوند. یک درس دانشگاهی عبارت است از یک واحد آموزشی که یک یا چند استاد در یک نیمسال تحصیلی تدریس می‌کنند. درس‌ها از جلسه‌های آموزشی اختصاصی در برنامه ثابت هفتگی و در قالب نظری، سمینارها، خودآموز یا واحدهای آزمایشگاهی تشکیل شده‌اند. بعضی از دروس نیز به صورت ترکیبی از دو یا چند فرم، به صورت اجباری یا اختیاری ارائه می‌شوند. گروه آموزشی (گروه دانشجو) به مجموعه دانشجویان پذیرش شده در یک نیمسال و یک رشته تحصیلی گفته می‌شود. تعداد روزهای کاری دانشگاه در هفته و تعداد بازه‌های زمانی در هر روز توسط مدیریت آموزشی دانشگاه، چارچوب زمانی تعریف می‌شود. کلاس درس نیز می‌تواند به صورت معمولی، سالن سخنرانی، سایت کامپیوتر، آزمایشگاه و سالن ورزشی برای فعالیت‌های آموزشی یا تدریس باشد. برای هر درس، باید الزاماتی همچون مدرس و فضای آموزشی (کلاس) واجد شرایط در نظر گرفته شود. ضمن لحاظ کردن شرایط لازم از جمله مدرک تحصیلی، تخصص و غیره، زمان دسترسی به استادان از سوی خود آنها معین

می‌شود. مدیریت بخش مربوط با در نظر گرفتن گنجایش و نوع کلاس، کلاس‌های درس را تعیین می‌کند. همپوشانی یا تداخل در تخصیص منابع مجاز نیست و جدول زمان‌بندی باید کامل باشد؛ به این معنا که تمام جلسه‌های مرتبط با یک درس که براساس تعداد واحد آن درس تعیین می‌شود، باید برای همه گروه‌های آموزشی مرتبط برنامه‌ریزی شود. محدودیت‌های دیگری نیز ممکن است تا حد امکان و بر مبنای سیاست‌های مدیریتی هر بخش آموزشی مد نظر قرار گیرد. در ادامه به برخی از این محدودیت‌ها اشاره می‌کنیم.

الف) جدول زمان‌بندی باید تا حد امکان فشرده باشد. پراکندگی جلسات از نظر زمان برگزاری در طول هفته، نه برای استادان و نه برای دانشجویان، به‌ویژه دانشجویانی که در مقاطع بالا تحصیل می‌کنند، خوشایند نیست؛ بنابراین کاهش این پراکندگی یکی از قابلیت‌های مد نظر برنامه‌ریزان است که به مطلوبیت یک برنامه زمانی کمک می‌کند.

ب) باید تا حد امکان جابه‌جایی دانشجویان و استادان در کلاس‌های درسی در طول یک روز کاهش یابد، به طوری که کلاس‌های مربوط به دانشجویان و استادان براساس مقطع تحصیلی و رشته در یک محدوده مکانی خاص برگزار شود. این امر کاهش اتلاف زمان، دسترسی سریع‌تر به تسهیلات آموزشی و برگزاری منظم‌تر جلسات آموزشی را براساس جدول زمانی پیش‌بینی‌شده دربر خواهد داشت.

ج) ترجیح استادان درباره زمان برگزاری کلاس‌ها باید تا حد امکان در جدول زمان‌بندی لحاظ شود. با توجه به اینکه استادان با درجه علمی بالاتر و سابقه تدریس بیشتر در نظام آموزشی، منابع ارزشمندی به‌شمار می‌روند، در نظر گرفتن ترجیح آنها در برنامه‌ریزی زمانی، الزامی است.

علاوه بر قواعد عمومی برنامه‌ریزی کلاس‌های درس در دانشکده علوم اداری و اقتصاد دانشگاه اصفهان، رعایت کلیه قوانین و سیاست‌های برنامه‌ریزی آموزشی دانشگاه الزامی بوده و تخطی از آنها مجاز نیست؛ بنابراین همه محدودیت‌های مدل به صورت محدودیت سخت در نظر گرفته می‌شود. در این مدل، هدف، زمان‌بندی همه دروس برای همه گروه‌های آموزشی است؛ به طوری که مجموع وزن‌دار تخصیص‌ها بر اساس ترجیح استادان برای حضور و تدریس در دانشکده، تا حد ممکن بیشینه شود. مدت هر جلسه آموزشی ۹۰ دقیقه است و برای هر واحد درس، ۱۶ ساعت آموزشی در طول یک نیمسال تحصیلی معادل ۴۵ دقیقه در هفته برگزار می‌شود؛ به صورتی که برای دروس سه واحدی دو جلسه و برای دروس دو واحدی یک جلسه در هفته گنجانده شود. بدیهی است این مسئله برای دروس با تعداد واحد بیشتر یا کمتر نیز تعمیم‌پذیر است. شروع جلسات دوساعته در ساعت‌های ۸ و ۱۰ صبح و ۱ و ۳ بعدازظهر (دوره‌های

زمانی فرد) و شروع جلسات ۱ ساعته در ساعت‌های ۹ و ۱۱ صبح و ۲، ۴ و ۵ بعدازظهر (دوره‌های زمانی زوج) است. برنامه‌ریزی دو جلسه در یک روز برای یک درس و یک گروه مجاز نیست و تفاوتی در برنامه‌ریزی درس‌های اختیاری و اجباری وجود ندارد. حداقل و حداکثر تعداد جلسه‌های مجاز برای هر استاد که براساس نظر مدیران هر دانشکده مشخص می‌شود، باید رعایت شود. در ادامه، مجموعه‌ها، شاخص‌ها و پارامترهای استفاده‌شده در مدل ریاضی معرفی شده است:

مجموعه  $G$  با شاخص  $g$ ، مجموعه گروه‌های دانشجویان؛

مجموعه  $D$  با شاخص  $d$ ، روزهای کاری هفته؛

مجموعه  $S$  با شاخص  $s$ ، دوره‌های زمانی در یک روز؛

مجموعه  $T$  با شاخص  $t$ ، مجموعه استادان؛

مجموعه  $R$  با شاخص  $r$ ، مجموعه کلاس‌های در دسترس؛

مجموعه  $C$  با شاخص  $c$ ، درس‌هایی که باید زمان‌بندی شوند؛

$TDS_{ds}^i$ : ماتریس با مقادیر صفر و یک که مشخص می‌کند در دوره  $s$  روز  $d$ ، استاد  $t$  در دسترس هست یا خیر؛

$RDS_{ds}^r$ : ماتریس با مقادیر صفر و یک که مشخص می‌کند در دوره  $s$  روز  $d$ ، کلاس  $r$  در دسترس هست یا خیر؛

$A$ : مجموعه تمام فعالیت‌هایی که در جدول زمان‌بندی تعریف‌پذیر است. این مجموعه شامل ترکیب اعضای مجموعه‌های  $T$ ،  $G$  و  $C$  است که براساس اطلاعات موجود از استادها، درس‌ها و گروه‌ها اعتبار می‌یابد؛

$AG_g$ : مجموعه فعالیت‌های وابسته به گروه  $g$ ؛

$AT_t$ : مجموعه فعالیت‌های وابسته به استاد  $t$ ؛

$AGT_{gt} = AG_g \cap AT_t$ : مجموعه فعالیت‌های وابسته به گروه  $g$  و استاد  $t$ ؛

$\bar{A} \subseteq A$ : مجموعه فعالیت‌های وابسته به دروس سه واحدی؛

$A - \bar{A}$ : مجموعه فعالیت‌های وابسته به دروس دو واحدی؛

$\gamma_i$ : تعداد جلسات لازم برای فعالیت  $i$  با توجه به تعداد واحد درس مربوط؛

$\phi_i$ : تعداد دانشجویان مرتبط با فعالیت  $i$ ؛

$\xi_i$ : نوع فعالیت  $i$  (سمینار، نظری، عملی و...)

$\phi_r$ : ظرفیت کلاس  $r$ ؛

$\eta_r$ : نوع کلاس  $r$  (۱= کلاس درس، ۲= اتاق کنفرانس، ۳= آزمایشگاه و ۴= سایت

کامپیوتر)؛

$\delta'_{ds}$ : وزن بازه زمانی  $s$  از روز  $d$  از نظر استاد  $t$ ؛

$\omega_t$ : وزن استاد  $t$ .

یک فعالیت عبارت است از یک درس و یک استاد برای تدریس و یک گروه دانشجو که آن درس را در یک نیمسال مربوط می‌گذرانند. برای مثال، اگر درس  $c$  برای دو گروه  $g$  و  $g'$  و با تدریس دو استاد  $t$  و  $t'$  قابل ارائه باشد، چهار فعالیت برای این درس تعریف می‌شود: ارائه درس  $c$  با تدریس استاد  $t$  برای گروه  $g$ ، ارائه درس  $c$  با تدریس استاد  $t'$  برای گروه  $g$ ، ارائه درس  $c$  با تدریس استاد  $t$  برای گروه  $g'$ ، ارائه درس  $c$  با تدریس استاد  $t'$  برای گروه  $g'$ .

### مدل مبتنی بر فعالیت

با در نظر گرفتن مجموعه‌ها و پارامترهای بخش قبل، مدل مبتنی بر فعالیت به شرح زیر است:

#### متغیر تصمیم

$x_{idsr}$ : برنامه‌ریزی یک جلسه درسی برای فعالیت  $i$  در دوره  $s$  از روز  $d$  در کلاس  $r$  یک در نظر گرفته می‌شود و در غیر این صورت صفر است.

تابع هدف و محدودیت‌های مسئله به شرح زیر مدل سازی می‌شوند:

$$\text{Max} \sum_{t \in T} \sum_{i \in AT_t} \sum_{d \in D} \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \omega_t \delta'_{ds} x_{idsr} \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$\sum_{d \in D} \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} x_{idsr} = \gamma_i, \quad \forall g \in G, i \in AG_g \quad \text{رابطه (۲)}$$

$$\sum_{r \in R} \sum_{s \in S} x_{idsr} \leq 1, \quad \forall g \in G, i \in \bar{A} \cap AG_g, d \in D \quad \text{رابطه (۳)}$$

$$\sum_{r \in R} \sum_{\substack{d' \in D \\ d' \neq d}} \sum_{s \in S} x_{id'sr} \geq \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} x_{idsr}, \quad \forall g \in G, t \in T, d \in D, i \in (\bar{A} \cap AGT_{gt}) \quad \text{رابطه (۴)}$$

$$\sum_{r \in R} \sum_{i \in AT_t} x_{idsr} \leq TDS_{ds}^t, \quad \forall t \in T, s \in S, d \in D \quad \text{رابطه (۵)}$$

$$\sum_{i \in A} x_{idsr} \leq RDS_{ds}^r, \quad \forall r \in R, s \in S, d \in D \quad \text{رابطه (۶)}$$



$$\sum_{r \in R} \sum_{i \in AG_g} x_{idsr} \leq 1, \quad \forall g \in G, s \in S, d \in D \quad \text{رابطه ۷}$$

$$t_t \leq \sum_{d \in D} \sum_{r \in R} \sum_{i \in AT_t} \sum_{s \in S} x_{idsr} \leq v_t, \quad \forall t \in T \quad \text{رابطه ۸}$$

$$\sum_{s \in S} \sum_{d \in D} \sum_{i \in A} x_{idsr} = 0, \quad \forall r \in R \quad \text{رابطه ۹}$$

:(\phi\_i > \phi\_r | \xi\_i \neq \eta\_r)

محدودیت ۲، تضمین کننده برنامه ریزی تمام فعالیت های تعریف شده یک درس برای آن گروه از دانشجویان است که درس را اختیار کرده اند. محدودیت های ۳ و ۴، به ترتیب تضمین کننده برنامه ریزی حداکثر یک فعالیت در طول روز برای گروه دانشجوی مرتبط و ارائه تمام فعالیت های مربوط به یک درس توسط یک استاد واحد است. رابطه های ۵ تا ۷، عدم تداخل در تخصیص منابع را نشان می دهند. براساس محدودیت ۵، در هر دوره زمانی از روز که هر استادی در دانشکده حاضر است، حداکثر به یک فعالیت تخصیص می یابد. محدودیت ۶ از تخصیص یک کلاس به بیش از یک فعالیت در یک زمان و محدودیت ۷ از تخصیص بیش از یک فعالیت به هر گروه دانشجو در یک زمان جلوگیری می کند. محدودیت حداقل و حداکثر تعداد جلسات مجاز برای هر استاد در طول هفته با رابطه ۸ مشخص شده و محدودیت نوع و ظرفیت کلاس های درس با رابطه ۹ کنترل می شود. تابع هدف ۱، مجموع موزون ترجیحات استادان را درباره بازه های زمانی که در طول هفته کاری به آنها تخصیص می یابد، بیشینه می کند.

### مدل دو مرحله ای مبتنی بر فعالیت

گرچه با تعریف فعالیت ها، تعداد متغیرهای تصمیم مسئله کلاسیک زمان بندی دروس به میزان شایان توجهی کاهش می یابد، مدل مبتنی بر فعالیت از نظر کارایی در حل مسائل با ابعاد بسیار بزرگ پذیرفتنی نیست. بر همین اساس، ما در این پژوهش در دو مرحله مسئله را مدل سازی و حل کرده ایم. در مرحله اول تمام فعالیت های مربوط به مسئله بر مبنای تعداد جلسات لازم زمان بندی می شود و در مرحله دوم با در نظر گرفتن محدودیت های خاص، کلاس ها و فضاهای آموزشی به این جلسات برنامه ریزی شده اختصاص می یابند. این روش باعث کاهش شایان توجه تعداد متغیرهای تصمیم و در نتیجه کاهش چشمگیری در زمان حل مدل و رسیدن به جواب بهینه می شود. در ادامه به تعریف پارامترها پرداخته و مدل سازی مسئله تشریح می شود.

### مرحله زمان‌بندی فعالیت‌ها

در مرحله اول (مرحله زمان‌بندی)، ابتدا فعالیت‌ها به بازه‌های زمانی روزانه تخصیص می‌یابند. در این مدل متغیر تصمیم عبارت است از:

$x_{ids}$ : اگر یک جلسه در بازه زمانی  $s$  از روز  $d$  به فعالیت  $i$  تخصیص یابد، برابر با ۱ و در غیر این صورت صفر است.

با استفاده از مجموعه‌های تعریف‌شده در بخش‌های پیشین، مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مرحله اول به صورت زیر فرموله می‌شود:

$$\text{Max} \sum_{t \in T} \sum_{i \in AT_t} \sum_{d \in D} \sum_{s \in S} \omega_t \delta_{ds}^t x_{ids} \quad \text{رابطه ۱۰}$$

$$\sum_{d \in D} \sum_{s \in S} x_{ids} = \gamma_i, \quad \forall g \in G, i \in AG_g \quad \text{رابطه ۱۱}$$

$$\sum_{s \in S} x_{ids} \leq 1, \quad \forall g \in G, i \in (AG_g \cap \bar{A}), d \in D \quad \text{رابطه ۱۲}$$

$$\sum_{\substack{d' \in D \\ d' \neq d}} \sum_{s \in S} x_{ids} \geq \sum_{s \in S} x_{ids}, \quad \forall g \in G, t \in T, d \in D, i \in (\bar{A} \cap AGT_{gt}) \quad \text{رابطه ۱۳}$$

$$\sum_{i \in AT_t} x_{ids} \leq TDS_{ds}^t, \quad \forall t \in T, s \in S, d \in D \quad \text{رابطه ۱۴}$$

$$t_t \leq \sum_{d \in D} \sum_{i \in AT_t} \sum_{s \in S} x_{ids} \leq v_t, \quad \forall t \in T \quad \text{رابطه ۱۵}$$

$$\sum_{i \in AG_g} x_{ids} \leq 1, \quad \forall g \in G, s \in S, d \in D \quad \text{رابطه ۱۶}$$

محدودیت ۱۱ تضمین می‌کند که برای هر گروه از دانشجویان، باید در برنامه هفتگی تمام جلسات مربوط به یک فعالیت لحاظ شود. رابطه ۱۲ برنامه‌ریزی حداکثر یک جلسه در هر روز را برای هر فعالیت تضمین می‌کند. تخصیص تمام جلسات یک فعالیت به یک استاد با رابطه ۱۳ تضمین می‌شود. طبق محدودیت ۱۴، یک استاد در یک روز و یک بازه زمانی مرتبط به خود، حداکثر به یک فعالیت وابسته تخصیص می‌یابد و رابطه ۱۵ رعایت محدودیت حداکثر و حداقل جلسات مجاز برای هر استاد را تضمین می‌کند. رابطه ۱۶ تضمین‌کننده عدم تداخل گروه

دانشجویان است، به طوری که هر گروه در هر بازه زمانی از روز حداکثر به یک فعالیت تخصیص می‌یابد. تابع هدف ۱۰، براساس ترجیح استادان درباره ساعت کلاس‌ها، مجموع وزن دار تخصیص‌ها را بیشینه می‌کند.

### مرحله مکان‌یابی جلسات درس (تخصیص کلاس به جلسات درس)

جواب بهینه مرحله زمان‌بندی، استاد، روز و ساعت برگزاری جلسات هر فعالیت را تعیین می‌کند. پس از حل این مرحله، در گام دوم، جلسات برنامه‌ریزی شده برای هر فعالیت به کلاس درس واجد شرایط اختصاص می‌یابد. با تعریف مجموعه‌ها و متغیر تصمیم زیر، مرحله مکان‌یابی جلسات به صورت زیر فرموله می‌شود:

$B$ : مجموعه همه جلساتی که در مرحله زمان‌بندی برنامه‌ریزی شده است؛

$BDS_{ds} \subseteq B$ : جلسات برنامه‌ریزی شده برای زمان  $s$  از روز  $d$ ؛

$y_{jr}$ : چنانچه جلسه  $j$  به کلاس  $r$  تخصیص یابد برابر با ۱ و در غیر این صورت برابر با صفر

خواهد بود.

$$\text{Min} \sum_{d \in D} \sum_{s \in S} \sum_{j \in BDS_{ds}} \sum_{r \in R} (\phi_r - \phi_j) y_{jr} \quad \text{رابطه ۱۷}$$

$$\sum_{r \in R} y_{jr} = 1, \quad s \in S, d \in D, \forall j \in BDS_{ds} \quad \text{رابطه ۱۸}$$

$$\sum_{j \in BDS_{ds}} y_{jr} \leq RDS_{ds}^r, \quad \forall r \in R, s \in S, d \in D \quad \text{رابطه ۱۹}$$

$$\sum_{d \in D} \sum_{s \in S} \sum_{\substack{j \in BDS_{ds} \\ (\phi_j > \phi_r \wedge \xi_j \neq \eta_r)}} y_{jr} = 0, \quad \forall r \in R \quad \text{رابطه ۲۰}$$

رابطه ۱۸ مکان‌یابی تمام جلسات برنامه‌ریزی شده را تضمین می‌کند. براساس محدودیت ۱۹، در هر روز و بازه زمانی، هر کلاس در صورت دسترس‌پذیری حداکثر به یک جلسه آموزشی تخصیص می‌یابد. رابطه ۲۰ تعیین‌کننده محدودیت ظرفیت و نوع کلاس درس است. هدف مسئله (رابطه ۱۷)، ظرفیت بی‌استفاده کلاس‌های درس را کمینه می‌کند.

### یافته‌های پژوهش

در این بخش کارایی مدل‌های پیشنهادی بررسی می‌شود، تعداد متغیرهای تصمیم در دو مدل به دست می‌آید و با استفاده از چند مثال موردی، نتایج مقایسه و کارایی محاسباتی مدل‌ها بررسی

۳۰ \_\_\_\_\_ ارائه یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح دومرحله‌ای برای...

می‌شود و در ادامه آن، داده‌های مربوط به مطالعه موردی (زمان بندی کلاس‌های درس در یک نیمسال تحصیلی در دانشکده علوم اداری و اقتصاد دانشگاه اصفهان) ارائه می‌شود و نتایج به دست آمده تفسیر بررسی خواهد شد.

### مثال‌های عددی: مقایسه کارایی مدل‌های پیشنهادی

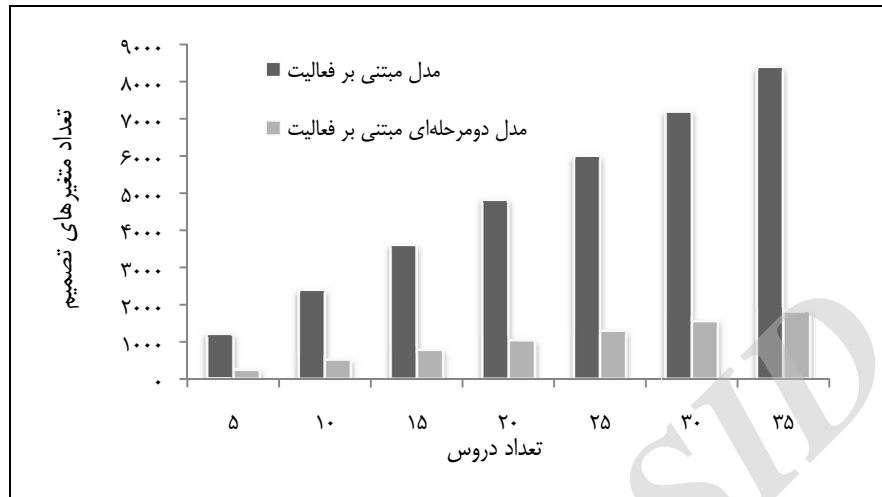
پیش از کاربرد مدل‌ها برای داده‌های واقعی، در قالب هر دو مدل مبتنی بر فعالیت و مدل دومرحله‌ای مبتنی بر فعالیت، چندین مسئله مختلف حل می‌شود. برای انجام محاسبات از حل‌کننده Cplex و الگوریتم اشعاع و برش<sup>۱</sup> در نرم‌افزار GAMS و کامپیوتری با CPU GHz ۲/۶۷ و حافظه ۴ GRAM استفاده شده است. در تمام مثال‌ها فرض بر این است که هر فعالیت به دو استاد و یک گروه دانشجو وابسته است. تعداد روزهای کاری هفته ۵ روز، تعداد بازه‌های زمانی در یک روز مساوی ۴ دوره زمانی، ۳ گروه دانشجو، ۵ استاد و ۶ کلاس درس در نظر گرفته شده است. در جدول ۲ مشخصات و تعداد متغیرهای تصمیم مثال‌ها ارائه شده است.

جدول ۲. مقایسه تغییر در تعداد متغیرهای تصمیم با تغییر در تعداد دروس

تعداد دروس							مدل
۳۵	۳۰	۲۵	۲۰	۱۵	۱۰	۵	
۸۴۰۰	۷۲۰۰	۶۰۰۰	۴۸۰۰	۳۶۰۰	۲۴۰۰	۱۲۰۰	مدل مبتنی بر فعالیت
۴۲۰	۳۶۰	۳۰۰	۲۴۰	۱۸۰	۱۲۰	۶۰	مرحله مکان‌یابی
۱۴۰۰	۱۲۰۰	۱۰۰۰	۸۰۰	۶۰۰	۴۰۰	۲۰۰	مرحله زمان‌بندی
۱۸۲۰	۱۵۶۰	۱۳۰۰	۱۰۴۰	۷۸۰	۵۲۰	۲۶۰	جمع کل

با توجه به جدول ۲ می‌بینیم که تعداد متغیرهای تصمیم در مدل مبتنی بر فعالیت از ۱۲۰۰ عدد در مثال دارای ۵ درس تا ۸۴۰۰ عدد در مثال دارای ۳۵ درس تغییر می‌کند، در حالی که این مقدار برای مدل دوم از ۲۶۰ عدد تا ۱۸۲۰ عدد در مثال‌های مشابه افزایش می‌یابد. روند این تغییرات را می‌توان در شکل ۲ مشاهده کرد. مطالعه و بررسی این مسائل حاکی از آن است که کاهش شایان توجه در تعداد متغیرهای تصمیم و همچنین پایین بودن میزان افزایش تعداد متغیرها با افزایش ابعاد مسئله در مدل دومرحله‌ای، زمان حل مسئله را به‌طور چشمگیری کاهش می‌دهد؛ بنابراین مدل دومرحله‌ای کارایی بسیار بیشتری داشته و در نتیجه قابلیت کاربرد برای حل مسائل بزرگ در دنیای واقعی را دارد.

1. Branch and Cut



شکل ۲. مقایسه روند تغییر تعداد متغیرهای تصمیم

### مطالعه موردی

در این بخش با استفاده از مدل مبتنی بر فعالیت دومرحله‌ای، زمان‌بندی کلاس‌های درسی یک نیمسال تحصیلی مدل‌سازی و نتایج آن ارائه می‌شود. در این مطالعه، درس مربوط به یک نیمسال ۴۰ گروه دانشجویی که در ۱۰ رشته/گرایش مختلف در سه سطح کارشناسی، کارشناسی ارشد و دکتری تخصصی مشغول به تحصیل هستند، زمان‌بندی شده است. مشخصات تعدادی از دروسی که برای زمان‌بندی مد نظر است، در جدول ۳ مشاهده می‌شود. در نمونه بررسی شده، ۲۳۹ درس، ۶۰ استاد و ۴۰ گروه دانشجویی در نظر گرفته شده و برای این منظور ۹ اتاق سمینار، ۳ سایت کامپیوتر و ۲۸ کلاس درس در دسترس برنامه‌ریزان آموزشی دانشکده قرار داده شده است.

جدول ۳. مشخصات دروس ارائه شده در یک نیمسال تحصیلی

درس	تعداد واحد	تعداد جلسات	تعداد دانشجوی	نوع درس	گروه دانشجوی	استادان نامزد تدریس
C <sub>۱</sub>	۳	۲	۲۶	نظری	G <sub>۱</sub>	T <sub>۵۵</sub> , T <sub>۲۳</sub>
C <sub>۲</sub>	۳	۲	۲۶	نظری	G <sub>۲</sub>	T <sub>۲۵</sub> , T <sub>۲۶</sub>
C <sub>۳</sub>	۳	۲	۲۶	نظری	G <sub>۳</sub>	T <sub>۲۵</sub> , T <sub>۲۶</sub>
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
C <sub>۲۳۶</sub>	۲	۱	۷	نظری	G <sub>۲۵</sub>	T <sub>۴۳</sub>
C <sub>۲۳۷</sub>	۲	۱	۶	نظری	G <sub>۲۶</sub>	T <sub>۱۷</sub> , T <sub>۴۸</sub>
C <sub>۲۳۸</sub>	۲	۱	۷	نظری	G <sub>۲۷</sub>	T <sub>۵۴</sub> , T <sub>۲۸</sub>
C <sub>۲۳۹</sub>	۲	۱	۵	نظری	G <sub>۲۸</sub>	T <sub>۵۳</sub> , T <sub>۳۹</sub>

۳۲ \_\_\_\_\_ ارائه یک مدل برنامه ریزی خطی عدد صحیح دومرحله‌ای برای...

ترجیح استادان شماره ۸ و ۱۷ برای بازه‌های زمانی و درجه اهمیت آنها (بر مبنای سابقه کاری، درجه علمی، نوع استخدام و غیره) در جدول‌های ۴ و ۵ آمده است. برای مثال، عدد درج شده در ساعت ۱۳-۱۵ روز یکشنبه (۰/۰۷۴۷) برابر با حاصل ضرب درجه اهمیت این استاد در امتیازی است که به بازه زمانی ۱۳-۱۵ یکشنبه تخصیص یافته است.

جدول ۴. ترجیحات استاد ۸ ( $w_{8d_s}^A$ )

استاد شماره ۸	۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۳-۱۵	۱۵-۱۷
شنبه	۰/۰۰۴۶	۰/۰۱۳۷	۰/۰۳۷۴	۰/۰۱۸۲
یکشنبه	۰/۰۷۹۳	۰/۰۶۵۶	۰/۰۷۴۷	۰/۰۵۴۷
دوشنبه	۰/۰۱۰۰	۰/۰۷۸۳	۰/۰۶۴۷	۰/۰۵۸۳
سه‌شنبه	۰/۰۸۱۱	۰/۰۴۲۰	۰/۰۸۴۷	۰/۰۸۱۱
چهارشنبه	۰/۰۵۸۳	۰/۰۱۸۲	۰/۰۳۱۹	۰/۰۴۱

جدول ۵. ترجیحات استاد ۱۷ ( $w_{17d_s}^{17}$ )

استاد شماره ۱۷	۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۳-۱۵	۱۵-۱۷
شنبه	۰/۰۵۳۲	۰/۰۳۷۵	۰/۰۳۷۵	۰/۰۱۶۵
یکشنبه	۰/۰۷۱۷	۰/۰۶۷۰	۰/۰۷۵۱	۰/۰۵۴۷
دوشنبه	۰/۰۴۳۴	۰/۰۷۷۰	۰/۰۶۶۵	۰/۰۳۹۵
سه‌شنبه	۰/۰۲۵۸	۰/۰۲۳۵	۰/۰۰۹۸	۰/۰۸۳۴
چهارشنبه	۰/۰۶۲۳	۰/۰۱۳۹	۰/۰۸۳۸	۰/۰۴۷۳

جدول ۶. زمان بندی کلاس‌های استاد ۸

استاد شماره ۸	۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۳-۱۵	۱۵-۱۷
شنبه				
یکشنبه	$C_{89}, G_{9}, R_{28}$	$C_{7}, G_{1}, R_{17}$	$C_{17}, G_{31}, R_5$	
دوشنبه		$C_{152}, G_{25}, R_7$	$C_{75}, G_{15}, R_{23}$	
سه‌شنبه	$C_{26}, G_{31}, T_{8}, R_3$		$C_{22}, G_{26}, R_{26}$	$C_{152}, G_{25}, R_{11}$
چهارشنبه				

جدول ۷. زمان بندی کلاس های استاد ۱۷

استاد شماره ۱۷	۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۳-۱۵	۱۵-۱۷
شنبه				
یکشنبه	C <sub>۲۰۲</sub> , G <sub>۲۷</sub> , R <sub>۳۴</sub>	C <sub>۲۰۸</sub> , G <sub>۲۱</sub> , R <sub>۲۳</sub>	C <sub>۶۲</sub> , G <sub>۲</sub> , R <sub>۲۶</sub>	
دوشنبه		C <sub>۲۹</sub> , G <sub>۱۹</sub> , R <sub>۸</sub>	C <sub>۶۲</sub> , G <sub>۲</sub> , R <sub>۸</sub>	
سه شنبه				C <sub>۹۰</sub> , G <sub>۱۰</sub> , R <sub>۳</sub>
چهارشنبه	C <sub>۹۰</sub> , G <sub>۱۰</sub> , R <sub>۳</sub>		C <sub>۷۹</sub> , G <sub>۱۹</sub> , R <sub>۱۱</sub>	

در جدول های ۶ و ۷ براساس نتایج حل مدل دومرحله ای، به ترتیب زمان جلسات مربوط به استادان شماره ۸ و ۱۷ نشان داده شده است. برای مثال، عبارت درج شده در ساعت ۱۳-۱۵ روز یکشنبه از جدول ۶ بدین معنا است که درس شماره ۱۷۰ توسط استاد ۸ در ساعت ۱ تا ۳ بعدازظهر روز یکشنبه برای گروه ۳۱ در کلاس ۵ برنامه ریزی شده است. مقایسه مقادیر جدول ۴ و نتایج جدول ۶ نشان می دهد که برنامه پیش بینی شده برای استاد ۸ با زمان هایی که از نظر وی دارای اولویت بیشتری است، مطابقت دارد و این موضوع با نتیجه مد نظر مدل (تابع هدف رابطه ۱۰) سازگار است. به همین ترتیب مقادیر ترجیح استاد ۱۷ (جدول ۵) و برنامه زمانی پیش بینی شده برای این استاد (جدول ۷) را می توان تحلیل کرد. در ادامه نتایج به دست آمده از حل مدل دومرحله ای برای گروه های ۶ و ۷ و همچنین کلاس های ۱۷ و ۸ نشان داده شده است. برای مثال، عبارت های درج شده در روز یکشنبه ساعت ۱۳-۱۵ جدول ۷ و ۹ به این معناست که درس ۴۶ توسط استاد ۲۲ در ساعت ۱ تا ۳ بعدازظهر روز یکشنبه برای گروه ۶ در کلاس ۱۰ و درس ۱۷۰ توسط استاد ۸ در ساعت ۱ تا ۳ بعدازظهر روز یکشنبه برای گروه ۳۱ در کلاس ۵ برنامه ریزی شده است.

جدول ۸. زمان بندی کلاس های گروه ۶

گروه شماره ۶	۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۳-۱۵	۱۵-۱۷
شنبه	C <sub>۱۴۶</sub> , T <sub>۲۲</sub> , R <sub>۱۱</sub>			C <sub>۸۶</sub> , T <sub>۲۶</sub> , R <sub>۱۱</sub>
یکشنبه	C <sub>۲۶</sub> , T <sub>۲۵</sub> , R <sub>۱۷</sub>	C <sub>۱۰۶</sub> , T <sub>۲۹</sub> , R <sub>۲۰</sub>	C <sub>۴۶</sub> , T <sub>۲۲</sub> , R <sub>۱۰</sub>	C <sub>۶</sub> , T <sub>۵۴</sub> , R <sub>۲۸</sub>
دوشنبه	C <sub>۲۶</sub> , T <sub>۲۵</sub> , R <sub>۲۳</sub>			C <sub>۶۶</sub> , T <sub>۵۲</sub> , R <sub>۲۹</sub>
سه شنبه	C <sub>۱۰۶</sub> , T <sub>۲۹</sub> , R <sub>۳۶</sub>	C <sub>۲۶</sub> , T <sub>۲۲</sub> , R <sub>۱۸</sub>	C <sub>۱۲۶</sub> , T <sub>۲۰</sub> , R <sub>۱۱</sub>	C <sub>۶۶</sub> , T <sub>۵۲</sub> , R <sub>۲۴</sub>
چهارشنبه		C <sub>۱۴۶</sub> , T <sub>۲۲</sub> , R <sub>۱۱</sub>		C <sub>۸۶</sub> , G <sub>۶</sub> , T <sub>۲۶</sub> , R <sub>۲۹</sub>

جدول ۹. زمان‌بندی کلاس‌های گروه ۷

گروه شماره ۷	۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۳-۱۵	۱۵-۱۷
شنبه		C <sub>۱۲۷</sub> , T <sub>۵۵</sub> , R <sub>۵</sub>		C <sub>۱۳۷</sub> , T <sub>۳۵</sub> , R <sub>۱۰</sub>
یکشنبه	C <sub>۶۷</sub> , T <sub>۲۱</sub> , R <sub>۳۷</sub>		C <sub>۱۰۷</sub> , T <sub>۴۰</sub> , R <sub>۳۸</sub>	
دوشنبه	C <sub>۳۷</sub> , T <sub>۴۱</sub> , R <sub>۸</sub>	C <sub>۱۰۷</sub> , T <sub>۴۰</sub> , R <sub>۳۷</sub>	C <sub>۷</sub> , T <sub>۲</sub> , R <sub>۱</sub>	C <sub>۸۷</sub> , T <sub>۵۰</sub> , R <sub>۳۴</sub>
سه‌شنبه	C <sub>۴۷</sub> , T <sub>۶</sub> , R <sub>۵</sub>		C <sub>۶۷</sub> , T <sub>۲۱</sub> , R <sub>۳۸</sub>	
چهارشنبه		C <sub>۳۷</sub> , T <sub>۶</sub> , R <sub>۳۳</sub>	C <sub>۸۷</sub> , T <sub>۵۰</sub> , R <sub>۳۴</sub>	C <sub>۳۷</sub> , T <sub>۴۱</sub> , R <sub>۱۰</sub>

جدول ۱۰. زمان‌بندی برگزاری جلسات در کلاس ۵

کلاس شماره ۵	۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۳-۱۵	۱۵-۱۷
شنبه	C <sub>۱۹</sub> , G <sub>۱۹</sub> , T <sub>۹</sub>	C <sub>۱۲۷</sub> , G <sub>۷</sub> , T <sub>۵۵</sub>		C <sub>۱۶۰</sub> , G <sub>۲۱</sub> , T <sub>۴۷</sub>
یکشنبه	C <sub>۳۳۱</sub> , G <sub>۳۸</sub> , T <sub>۴۲</sub>	C <sub>۶۰</sub> , G <sub>۲۰</sub> , T <sub>۳</sub>	C <sub>۱۷۰</sub> , G <sub>۳۱</sub> , T <sub>۸</sub>	
دوشنبه	C <sub>۳۲</sub> , G <sub>۲</sub> , T <sub>۱۸</sub>	C <sub>۱۵۹</sub> , G <sub>۳۲</sub> , T <sub>۲</sub>		C <sub>۱۵۴</sub> , G <sub>۲۷</sub> , T <sub>۴۸</sub>
سه‌شنبه	C <sub>۳۷</sub> , G <sub>۷</sub> , T <sub>۶</sub>	C <sub>۳۱۰</sub> , G <sub>۳۳</sub> , T <sub>۵۷</sub>	C <sub>۱۵</sub> , G <sub>۱۵</sub> , T <sub>۳۷</sub>	C <sub>۳۸</sub> , G <sub>۱۸</sub> , T <sub>۴۱</sub>
چهارشنبه			C <sub>۱۴۴</sub> , G <sub>۴</sub> , T <sub>۴۸</sub>	C <sub>۳۵</sub> , G <sub>۵</sub> , T <sub>۳۰</sub>

جدول ۱۱. زمان‌بندی برگزاری جلسات در کلاس ۱۶

کلاس شماره ۱۶	۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۳-۱۵	۱۵-۱۷
شنبه			C <sub>۱۲۳</sub> , G <sub>۳</sub> , T <sub>۵۸</sub>	C <sub>۲۱۸</sub> , G <sub>۳۳</sub> , T <sub>۵۴</sub>
یکشنبه	C <sub>۸۴</sub> , G <sub>۴</sub> , T <sub>۱۳</sub>	C <sub>۶۸</sub> , G <sub>۸</sub> , T <sub>۱۳</sub>		C <sub>۹۳</sub> , G <sub>۱۳</sub> , T <sub>۴</sub>
دوشنبه	C <sub>۶۴</sub> , G <sub>۴</sub> , T <sub>۱۳</sub>	C <sub>۹۴</sub> , G <sub>۱۴</sub> , T <sub>۴</sub>		C <sub>۲۳۶</sub> , G <sub>۲۵</sub> , T <sub>۴۳</sub>
سه‌شنبه			C <sub>۵۹</sub> , G <sub>۱۹</sub> , T <sub>۳</sub>	C <sub>۲۲۸</sub> , G <sub>۲۵</sub> , T <sub>۳۶</sub>
چهارشنبه	C <sub>۱۰۸</sub> , G <sub>۸</sub> , T <sub>۴۵</sub>			C <sub>۱۱۲</sub> , G <sub>۱۲</sub> , T <sub>۳۸</sub>

با توجه به تعریف تابع هدف، کارایی مدل دومرحله‌ای بر اساس میزان مطابقت ترجیح استادان برای زمان‌های مختلف روزهای هفته، با نتایج به‌دست آمده محاسبه می‌شود؛ به بیان دیگر، کیفیت حل مسئله با استفاده از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\text{رابطه (۲۱)} \quad \text{مجموع امتیازات (ترجیحات)} \left( \text{حاصل از جدول زمان‌بندی} \right) = \frac{\text{کیفیت جواب مدل}}{\text{حداکثر امتیاز ممکن}}$$



برای نمونه، ۸ کلاس برای استاد ۱۷ در طول هفته برنامه‌ریزی شده است. بیشترین مجموع ترجیحات ممکن برای این استاد برابر است با:

$$0/5868 = 0/0717 + 0/0670 + 0/0751 + 0/0770 + 0/0665 + 0/0834 + 0/0838 + 0/0623$$

درواقع وضعیت آرمانی برای این استاد، در صورت تخصیص دروس به بازه‌های زمانی با بیشترین وزن و در نظر گرفتن سایر محدودیت‌های مدل حاصل می‌شود. نتایج به‌دست‌آمده در جدول ۷ به‌طور دقیق با حداکثر ترجیحات این استاد (مجموع ۸ بازه زمانی که در جدول ۵ دارای بیشترین مقدار است) مطابقت دارد؛ بنابراین کیفیت جواب نهایی مدل برای استاد مذکور ۱۰۰ درصد  $\left(\frac{0/5868}{0/5868}\right)$  است. همچنین کیفیت حل مسئله برای استاد ۸ نیز ۱۰۰ درصد است. میانگین کیفیت جواب‌ها برای تمام استادان ۹۳/۴ درصد به‌دست آمد که با در نظر گرفتن اندازه بزرگ مسئله، کارایی زیاد مدل دو مرحله‌ای را نشان می‌دهد. جواب بهینه مسئله فوق با استفاده از مدل دو مرحله‌ای در مدت زمان ۵۵۶ ثانیه (۹ دقیقه و ۱۶ ثانیه) به‌دست آمد، ولی با مدل مبتنی بر فعالیت، به دلیل افزایش متغیرهای تصمیم برای حل مدل، به ۲۸ دقیقه و ۱۰ ثانیه زمان نیاز است.

### نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این پژوهش، دو مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح برای مسئله زمان‌بندی درس‌های دانشگاهی ارائه شده است. هر دو مدل که مبتنی بر فعالیت هستند، براساس قواعد و مفروضات دانشکده علوم اداری و اقتصاد دانشگاه اصفهان تعریف شده است. کارایی دو مدل از طریق مقایسه چندین نمونه عددی از نظر تعداد متغیرهای تصمیم بررسی شد؛ نتایج حکایت از آن دارد که در وضعیت یکسان، مدل دو مرحله‌ای مبتنی بر فعالیت، به دلیل کاهش شایان توجه تعداد متغیرهای باینری و در نتیجه کاهش چشمگیر در فضای جست‌وجوی جواب، از کارایی بسیار بیشتری برخوردار است. زمان‌بندی دروس دانشگاهی یک نیمسال تحصیلی با در نظر گرفتن ۲۳۹ درس، ۶۰ استاد، ۴۰ گروه آموزشی و ۴۰ کلاس درس با استفاده از مدل دو مرحله‌ای فرموله شد و در زمان ۵۵۶ ثانیه به جواب بهینه سراسری رسید. با توجه به زمان محاسباتی مدل می‌توان نتیجه گرفت مدل از کارایی محاسباتی قابل قبولی برخوردار است. کیفیت جدول زمان‌بندی فعلی که به صورت دستی ایجاد شده، ۸۰/۵ درصد است و به صرف زمان زیادی برای آماده‌سازی نیاز دارد. علاوه بر این، چنانچه یک استاد، درس‌ها یا اولویت‌های زمانی (ترجیحات) خود را تغییر دهد، تغییر ساختار داده‌های مسئله بسیار زمان‌بر خواهد شد. این در حالی است که با مدل دو مرحله‌ای کیفیت جواب

حاصل از مدل زمان‌بندی برابر با  $93/4$  درصد به‌صورت بهینه سراسری است. همچنین با تغییر در داده‌ها، حل مجدد مسئله در زمان بسیار اندکی امکان‌پذیر می‌شود. با توجه به این واقعیت که زمان حل مسائل زمان‌بندی به پارامترهای گوناگونی وابسته است، استفاده از داده‌های مختلف و تحلیل حساسیت کیفیت جواب‌های به‌دست‌آمده برای تحقیقات آتی در بررسی عملکرد مدل پیشنهاد می‌شود.

### فهرست منابع

- اسماعیلیان، م.، عبدالهی، س. م. (۱۳۹۵). زمان‌بندی کلاس‌های درس با استفاده از برنامه‌ریزی عدد صحیح. *مطالعات مدیریت صنعتی*، ۱۴ (۴۱)، ۱۸۷-۱۶۳.
- بهداد، م.، دهقانی، ت.، ذاکر تولائی، م. (۱۳۸۵). رویکردی نوین در زمان‌بندی دروس دانشگاه با استفاده از الگوریتم ژنتیک. *دوازدهمین کنفرانس سالانه انجمن کامپیوتر ایران*. تهران: دانشگاه شهید بهشتی.
- جودکی، م.، منتظری، م. ع.، موسوی، س. ر. (۱۳۹۰). بررسی مسئله زمان‌بندی درسی دانشگاهی با استفاده از ترکیب الگوریتم ممتیک بهبود یافته و الگوریتم سردشدن شبیه‌سازی شده. *مهندسی برق و مهندسی کامپیوتر ایران*، ۹ (۴)، ۲۰۲-۱۹۲.
- راستگار امینی، ف.، میرمحمدی، س. م. (۱۳۹۱). مدل‌سازی و ارائه روش حل برای مسئله زمان‌بندی دروس دانشگاهی و تخصیص استاد - درس (مطالعه موردی دانشکده صنایع دانشگاه صنعتی اصفهان). *نهمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی صنایع*. تهران: انجمن مهندسی صنایع ایران، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی.
- سلیمی فرد، خ.، بابایی‌زاده، س. (۱۳۹۰). یک سیستم پشتیبانی تصمیم برای زمان‌بندی کلاس‌های دانشگاه (مطالعه موردی: دانشگاه خلیج فارس)، *مدیریت فناوری اطلاعات*، ۳ (۷)، ۹۲-۷۷.
- علیرضایی، م. ر.، منصورزاده، س. م.، خلیلی، م. (۱۳۸۵). برنامه‌ریزی درسی در دانشگاه به کمک مدل‌سازی دو مرحله‌ای برنامه‌ریزی ریاضی. *دانشور*، ۱۷، ۹۶-۸۷.
- فراهانی، ر.، زندیه، ز. (۱۳۹۲). زمان‌بندی چند معیاره دروس دانشگاهی با به‌کارگیری الگوریتم جست‌وجوی ممنوعه و فرایند تحلیل سلسله‌مراتبی. *دهمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی صنایع ایران*.
- منجمی، ا. ح.، مسعودیان، س.، استکی، ا.، نعمت‌بخش، ن. (۱۳۸۸). طراحی جدول زمان‌بندی خودکار برای دروس دانشگاهی با استفاده از الگوریتم‌های ژنتیک. *فناوری آموزش*، ۴ (۲)، ۱۲۷-۱۱۳.
- Aladag, C. H., Hocaoglu, G. & Basaran, M. A. (2009). The effect of neighborhood structures on tabu search algorithm in solving course timetabling problem. *Expert Systems with Applications*, 36(10), 12349-12356.

- Alzaqebah, M. & Abdullah, S. (2015). Hybrid bee colony optimization for examination timetabling problems. *Computers & Operations Research*, 54, 142-154.
- Amintoosi, M. & Haddadnia, J. (2005). Fuzzy C-means clustering algorithm to group students in a course into smaller sections. *ACM and Springer*, 147-160.
- Asmuni, H. (2008). *Fuzzy methodologies for automated University timetabling solution construction and evaluation*. Doctoral dissertation, University of Nottingham.
- Aycan, E. & Ayay, T. (2009). Solving the course scheduling problem using simulated annealing". In *Advance Computing Conference*, 2009. IACC 2009. IEEE International (pp. 462-466), IEEE.
- Babaei, H., Karimpour, J. & Hadidi, A. (2015). A survey of approaches for university course timetabling problem. *Computers & Industrial Engineering*, 86, 43-59.
- Babaizadeh, S. & Salimifard, KH. (2011). A decision support system for university course time tabling (The case: Khalijefars University). *Information Technology Management*, 3(7), 77-92. (in Persian)
- Badoni, R. P., Gupta, D. K. & Mishra, P. (2014). A new hybrid algorithm for university course timetabling problem using events based on groupings of students. *Computers & Industrial Engineering*, 78, 12-25.
- Barrera, D., Velasco, N. & Amaya, C. A. (2012). A network-based approach to the multi-activity combined timetabling and crew scheduling problem: Workforce scheduling for public health policy implementation. *Computers & Industrial Engineering*, 63(4), 802-812.
- Behdad, M., Dehghani, T. & Zaker Tavalai, M. (2006). A new approach in course timetabling using genetic algorithm", *In the Twelfth Conference of Iranian Computer Science Society*. Tehran. (in Persian)
- Burke, E. K. & Petrovic, S. (2002). Recent research directions in automated timetabling. *European Journal of Operational Research*, 140(2), 266-280.
- Burke, E. K., Kendall, G., Mısıır, M., Özcan, E., Burke, E. K., Kendall, G., ... & Mısıır, M. (2004). Applications to timetabling. *In Handbook of Graph Theory*, chapter 5.6.

- Burke, E. K., Mareček, J., Parkes, A. J., & Rudová, H. (2010). A super nodal formulation of vertex coloring with applications in course timetabling. *Annals of Operations Research*, 179(1), 105-130.
- Burke, E. K., McCollum, B., Meisels, A., Petrovic, S. & Qu, R. (2007). A graph-based hyper-heuristic for educational timetabling problems. *European Journal of Operational Research*, 176(1), 177-192.
- Burke, E., de Werra, D. & Kingston, J. (2013). Applications to Timetabling. In P. Zhang (Ed.), *Handbook of Graph Theory*, Second Edition (pp. 530-562), Chapman and Hall/CRC.
- Carter, M. W. (1989). A Lagrangian Relaxation Approach to The Classroom Assignment Problem. *INFOR: Information Systems and Operational Research*, 27(2), 230-246.
- Chaudhuri, A. & De, K. (2010). Fuzzy genetic heuristic for university course timetable problem. *International Journal of Advances in Soft Computing and its Applications*, 2(1), 100-123.
- Deris, S., Omatu, S. & Ohta, H. (2000). Timetable planning using the constraint-based reasoning. *Computers & Operations Research*, 27(9), 819-840.
- Esmaelian, M. & Abdollahi, S. M. (2016). Binary integer programming for university timetabling (The Case: Faculty of administrative sciences and economics of Esfahan university). *Industrial Management Studies*, 14(41), 163-187. (in Persian)
- Farahani, R. & Zandieh, M. (2013). Multi criteria university course scheduling applying Tabue Search algorithm and analytical hierarchical processing (AHP). In the *Tenth International Conference on Industrial Management*, Tehran. (in Persian)
- Feizi-Derakhshi, M.R., Babaei, H. & Heidarzadeh, J. (2012). A survey of approaches for university course timetabling problem. In *Proceedings of 8th international symposium on intelligent and manufacturing systems (IMS 2012)*, (p.p. 307-321).
- Geem, Z. W., Kim, J. H. & Loganathan, G. V. (2001). A new heuristic optimization algorithm: harmony search. *Simulation*, 76(2), 60-68.
- Golabpour, A., Shirazi, H. M., Farahi, A., Kootiani, A. Z. M. & Beigi, H. (2008). A fuzzy solution based on Memetic algorithms for timetabling. In *Multimedia and Information Technology, 2008. MMIT'08. International Conference on*, (p.p. 108-110), IEEE.

- Henry Obit, J. (2010). *Developing novel meta-heuristic, hyper-heuristic and cooperative search for course timetabling problems*. Doctoral dissertation, United kingdom: University of Nottingham.
- Joodaki, M., Montazeri, M. A. & Moosavi, S. R. (2011). Investigation of university course timetabling problem using a combination of improved memetic algorithm and simulated annealing algorithm. *Iran's Electronic and Computer Engineering*, 9(4), 192-202. (in Persian)
- Jorge, A.S.A., Martín, C., Héctor, P. & Sotelo-Figueroa, M. A. (2013). Comparison of metaheuristic algorithms with a methodology of design for the evaluation of hard constraints over the course timetabling problem. In *Recent Advances on Hybrid Intelligent Systems* (p.p. 289-302), Springer Berlin Heidelberg.
- Jorge, S. A., Martin, C., Hector, P., Patricia, M., Hugo, T. M., Laura, C. & Marco, S. F. (2014). Generic Memetic Algorithm for Course Timetabling ITC2007. In *Recent Advances on Hybrid Approaches for Designing Intelligent Systems* (p.p. 481-492), Springer International Publishing.
- Junginger, W. (1986). Timetabling in Germany-a survey. *Interfaces*, 16(4), 66-74.
- Kaspi, M. & Raviv, T. (2013). Service-oriented line planning and timetabling for passenger trains. *Transportation Science*, 47(3), 295-311.
- Khalili, M., Mansoorzadeh, M.S. & Alirezai, R.M. (2006). University course timetabling using two phase mathematical programming. *Daneshvar Raftar*, 17, 87-96. (in Persian)
- Kostuch, P. (2004). The university course timetabling problem with a three-phase approach. In *International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling* (p.p. 109-125), Springer Berlin Heidelberg.
- Kroon, L. G. & Peeters, L. W. (2003). A variable trip time model for cyclic railway timetabling. *Transportation Science*, 37(2), 198-212.
- Lewis, R. (2008). A survey of metaheuristic-based techniques for university timetabling problems. *OR spectrum*, 30(1), 167-190.
- Lewis, R. (2012). A time-dependent metaheuristic algorithm for post enrolment-based course timetabling. *Annals of Operations Research*, 194(1), 273-289.

- Lewis, R., Paechter, B. & Rossi-Doria, O. (2007). Metaheuristics for university course timetabling. *In Evolutionary scheduling* (p.p. 237-272), Springer Berlin Heidelberg.
- Miranda, J. (2010). eClasSkeduler: a course scheduling system for the Executive Education Unit at the Universidad de Chile. *Interfaces*, 40(3), 196-207.
- MirHassani, S. A. & Habibi, F. (2013). Solution approaches to the course timetabling problem. *Artificial Intelligence Review*, 39(2), 133-149.
- Monajemi, S. A., Masoudian, S., Esteki, A. & Nematbakhsh, N. (2009). Automatic university course timetable designing using Genetic Algorithm. *Education Technology*, 4(2), 113-127. (in Persian)
- Nothegger, C., Mayer, A., Chwatal, A. & Raidl, G. R. (2012). Solving the post enrolment course timetabling problem by ant colony optimization. *Annals of Operations Research*, 194 (1), 325-339.
- Post, G., Kingston, J. H., Ahmadi, S., Daskalaki, S., Gogos, C., Kyngas, J., ... & Schaefer, A. (2014). XHSTT: an XML archive for high school timetabling problems in different countries. *Annals of Operations Research*, 218(1), 295-301.
- Puente, J., Gómez, A., Fernández, I. & Priore, P. (2009). Medical doctor rostering problem in a hospital emergency department by means of genetic algorithms. *Computers & Industrial Engineering*, 56(4), 1232-1242.
- Qu, R. & Burke, E. K. (2009). Hybridizations within a graph-based hyper-heuristic framework for university timetabling problems". *Journal of the Operational Research Society*, 60(9), 1273-1285.
- Qu, R., Burke, E. K., McCollum, B., Merlot, L. T. & Lee, S. Y. (2009). A survey of search methodologies and automated system development for examination timetabling. *Journal of scheduling*, 12(1), 55-89.
- RastgarAmini, F. & Mir Mohammadi, S. A. (2012). Modeling and solving method for university course timetabling problem and teacher-course allocation. *In the Ninth International Conference on Industrial Management*, Tehran. (in Persian)
- Rossi-Doria, O., Sampels, M., Birattari, M., Chiarandini, M., Dorigo, M., Gambardella, L. M. & Paquete, L. (2002). A comparison of the performance of different metaheuristics on the timetabling problem. *In International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling* (p.p. 329-351), Springer Berlin Heidelberg.

- Santiago-Mozos, R., Salcedo-Sanz, S., DePrado-Cumplido, M. & Bousoño-Calzón, C. (2005). A two-phase heuristic evolutionary algorithm for personalizing course timetables: a case study in a Spanish university. *Computers & operations research*, 32(7), 1761-1776.
- Schaerf, A. (1999). A survey of automated timetabling. *Artificial intelligence review*, 13(2), 87-127.
- Shafia, M. A., Aghaee, M. P., Sadjadi, S. J. & Jamili, A. (2012). Robust Train Timetabling problem: Mathematical model and Branch and bound algorithm. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 13(1), 307-317.
- Shafia, M. A., Aghaee, M. P., Sadjadi, S. J. & Jamili, A. (2012). Robust Train Timetabling problem: Mathematical model and Branch and bound algorithm. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 13(1), 307-317.
- Shatnawi, S., Al-Rababah, K. & Bani-Ismail, B. (2010). Applying a novel clustering technique based on FP-tree to university timetabling problem: A case study. In *Computer Engineering and Systems (ICCES), 2010 International Conference on* (p.p. 314-319), IEEE.
- Srinivasan, S., Singh, J. & Kumar, V. (2011). Multi-agent based decision support system using data mining and case based reasoning. *IJCSI International Journal of Computer Science Issues*, 8(4), 340-349.
- Tripathy, A. (1984). School timetabling-a case in large binary integer linear programming. *Management science*, 30(12), 1473-1489.
- Turabieh, H., Abdullah, S., McCollum, B. & McMullan, P. (2010). Fish swarm intelligent algorithm for the course timetabling problem. In *International Conference on Rough Sets and Knowledge Technology* (p.p. 588-595), Springer Berlin Heidelberg.
- Wangmaeteekul, P. (2011). *Using Distributed Agents to Create University Course Timetables Addressing Essential & Desirable Constraints and Fair Allocation of Resources*. Doctoral dissertation, Durham University, United Kingdom: Durham University.
- Yang, Y. & Paranjape, R. (2011). A multi-agent system for course timetabling. *Intelligent Decision Technologies*, 5(2), 113-131.
- Yang, Y., Paranjape, R. & Benedicenti, L. (2006). An agent based general solution model for the course timetabling problem. In *Proceedings of the fifth international joint conference on Autonomous agents and multiagent systems* (p.p. 1430-1432), ACM.

Zhang, L. & Lau, S. (2005). Constructing university timetable using constraint satisfaction programming approach. *In International Conference on Computational Intelligence for Modelling, Control and Automation and International Conference on Intelligent Agents, Web Technologies and Internet Commerce (CIMCA-IAWTIC'06)* (Vol. 2, p.p. 55-60), IEEE.

Archive of SID