



An Inventory Control Model for Deteriorating Items with Inventory and Inspection Costs Considering Errors in Inspection

Mohsen Bagheri

*Corresponding Author, Assistant Prof., Department of Industrial Engineering and Management, Sadjad University of Technology, Mashhad, Iran. E-mail: m_bagheri@sadjad.ac.ir

Amir Moradi

M.Sc., Department of Industrial Engineering, Sadjad University of Technology, Mashhad, Iran. E-mail: aa.moradi6273@yahoo.com

Abstract

Objective: In this paper, we introduce a new model in the interesting domain of deteriorating item inventory control models. In our model, we consider inspection and inspection errors in which literature models are noticeably rare.

Methods: We conduct a vast literature study resulting in a proper understanding of literature shortcomings, and develop a new model via operational research model building methods. To solve and analyze the model we implement analytical continuous methods. The MATLAB (R2016b) software tools are used for sensitivity analysis and further study.

Results: The assumptions of inspection and inspection errors in deteriorating item inventory control models lead to a more realistic model. Also, numerical results show the importance and effect of such assumptions.

Conclusion: We provide a number of profit increasing managerial insights based on values of order quantity, inspection time, replenishment period, etc., via the solution and sensitivity analysis of the new model.

Keywords: Deteriorating item inventory control, Inspection, Error in inspection, Rejected items.

Citation: Bagheri, Mohsen, & Moradi, Amir (2020). An Inventory Control Model for Deteriorating Items with Inventory and Inspection Costs Considering Errors in Inspection. *Industrial Management Journal*, 12(1), 236-248. (in Persian)

Industrial Management Journal, 2020, Vol. 12, No.1, pp. 236-248

DOI: 10.22059/imj.2020.273828.1007547

Received: December 08, 2019; Accepted: May 07, 2020

© Faculty of Management, University of Tehran



کنترل موجودی کالاهاى فسادپذیر با در نظر گرفتن هزینه‌های موجودی و بازرسی و وجود خطا در بازرسی کالا

محسن باقری

* نویسنده مسئول، استادیار، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع و مدیریت، دانشگاه صنعتی سجاد، مشهد، ایران. رایانامه: m_bagheri@sadjad.ac.ir

امیر مرادی

کارشناس ارشد، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع و مدیریت، دانشگاه صنعتی سجاد، مشهد، ایران. رایانامه: aa.moradi6273@yahoo.com

چکیده

هدف: کنترل موجودی اقلام فسادپذیر، از مسائل شناخته‌شده و جذاب در حوزه مسائل مدیریت موجودی است. با توجه به کمبودهای موجود در ادبیات موضوع، هدف این مقاله، ارائه و تحلیل یک مدل ریاضی است که علاوه بر لحاظ کردن هزینه‌های معمول مدل‌های موجودی، به مدل‌سازی بازرسی و خطا در بازرسی کالاهاى فسادپذیر بپردازد.

روش: در این مقاله پس از بررسی جامع ادبیات موضوع و شناخت مدل‌ها از طریق روش‌های کتابخانه‌ای، با توجه به کمبودهای شناسایی شده، با استفاده از روش‌های مدل‌سازی پیوسته در پژوهش در عملیات، مدلی ریاضی ارائه داده و آن را حل کردیم. بر اساس پژوهش‌های انجام شده، برای حل مدل از روش‌های تحلیلی استفاده شده و حساسیت پارامترهای مدل با استفاده از ابزارهای نرم‌افزار متلب (R2016b) تحلیل شده است.

یافته‌ها: مدل ارائه شده به‌لحاظ نزدیکی به مسائل دنیای واقعی دارای اهمیت کاربردی است. نتایج عددی حاصل از حل و تحلیل مدل، بیانگر اهمیت لحاظ کردن فاکتورهای مرتبط با بازرسی کالاها و خطا در فرایند بازرسی است.

نتیجه‌گیری: در بسیاری از مدل‌های کنترل موجودی اقلام فسادپذیر، خطا در فرایند بازرسی یا حتی انجام بازرسی و ارجاع کالا لحاظ نشده است. در این مقاله، ضمن لحاظ کردن این موارد در مدل‌سازی، مدلی منطبق‌تر با دنیای واقعی را حل و تحلیل کرده‌ایم. با فرضیه‌های جدید مطرح شده، به‌منظور افزایش سود، بر مبنای مقدار سفارش، زمان سفارش، زمان بازرسی و... توصیه‌های مدیریتی ارائه داده‌ایم.

کلیدواژه‌ها: کنترل موجودی کالاهاى فسادپذیر، بازرسی، خطا در بازرسی، کالاهاى مرجوعی.

استناد: باقری، محسن؛ مرادی، امیر (۱۳۹۹). کنترل موجودی کالاهاى فسادپذیر با در نظر گرفتن هزینه‌های موجودی و بازرسی و وجود خطا در بازرسی کالا. مدیریت صنعتی، ۱۲(۲)، ۲۳۶-۲۴۸.

مدیریت صنعتی، ۱۳۹۹، دوره ۱۲، شماره ۲، صص. ۲۳۶-۲۴۸

DOI: 10.22059/imj.2020.273828.1007547

دریافت: ۱۳۹۸/۰۹/۱۷، پذیرش: ۱۳۹۹/۰۱/۱۸

© دانشکده مدیریت دانشگاه تهران

مقدمه

هزینه‌های موجودی یکی از هزینه‌هایی است که هر یک از اعضای زنجیره تأمین برای تأمین نیازهای اعضای پایینی خود متحمل می‌شوند و از مهم‌ترین هزینه‌های زنجیره‌های تأمین است. در میان زنجیره‌های تأمین، زنجیره تأمینی که محصول طی گذر زمان فاسد می‌شود، از حساسیت و توجه بیشتری برخوردار است، زیرا در این زنجیره‌ها علاوه بر هزینه‌های رایج موجودی فساد نیز وجود دارد که به خرید بیش از تقاضا برای خریدار و به تبع تحمیل هزینه اضافه به هر یک از اعضای زنجیره منجر می‌شود.

مدیریت و کنترل موجودی‌های فسادپذیر در بسیاری از واحدها و بنگاه‌های صنعتی از اهمیت بسیاری برخوردار بوده و از موجودی‌ها با طول عمر نامحدود، سخت‌تر و پیچیده‌تر است. در عصر حاضر مشتریان، به‌ویژه در رابطه با محصولات فسادپذیر که دوره عمر محدودی دارند، به دنبال تنوع بیشتر هستند.

این موضوع، از رده خارج شدن هرچه بیشتر موجودی‌ها و پیش‌بینی تابع عمر محصول را دشوار کرده و گاهی نیز با توجه به نوع محصول، موجودی‌های فاسدشده را از انبار خارج می‌کند. پیچیدگی مدل‌های کنترل موجودی محصولات فسادپذیر ناشی از دو دلیل عمده پیش‌بینی عمر محصول و مدل‌سازی هزینه‌های سیستم موجودی است.

در این پژوهش نیز به دلیل نیاز مبرم سیستم‌های موجودی به مدلی برای نزدیک‌تر شدن به دنیای واقعی، به دنبال ارائه مدلی هستیم تا بتوانیم سود را با در نظر گرفتن مسائلی مثل برگشت خوردن بعضی از اقلام که به هر دلیلی با نقص مواجه شده‌اند، بیشینه کنیم که این موضوع در مقالات مرتبط بررسی نشده است.

بدین منظور، برای بازرسی در مدل، پارامتری را در نظر گرفتیم تا بتوانیم تشخیص بدهیم که چه کالایی معیوب است تا از خط تولید خارج شود. نکته حائز اهمیت، خطای انسانی در بازرسی است که با در نظر گرفتن یک ضریب خطا وارد مدل می‌شود و در نتیجه نهایی که بیشینه کردن سود است، تأثیر بسزایی خواهد داشت.

در ادامه مقاله در بخش ۲ ادبیات موضوع را بررسی می‌کنیم، در بخش ۳ مدلی پیشنهادی ارائه داده و در بخش ۴ به حل مدل و تحلیل عددی خواهیم پرداخت. در نهایت، در بخش ۵ نتیجه‌گیری شده و برای پژوهش‌های آتی پیشنهادهایی ارائه خواهیم داد.

پیشینه پژوهش

بر اساس مقاله بروکمولن و دانسلار^۱ (۲۰۰۹)، کل فروش خرده‌فروشان مواد غذایی در یک سال بیش از هزار میلیون دلار بوده که بیش از یک سوم این مقدار فروش، مربوط به کالاهای فسادپذیر بوده است. به گفته لیستاد، فرگوسن و الکسوپولس^۲ (۲۰۰۶) نیز حدود ۲۰۰ میلیون دلار از فروش کل صنعت مواد غذایی ایالات متحده آمریکا را محصولات فسادپذیر تشکیل داده‌اند که حدود ۱۵ درصد (۳۰ میلیون دلار) آن در اثر فرایند فساد و زوال محصولات از بین می‌رود. بنابراین، توجه به زنجیره‌های تأمین شامل کالاهای فسادپذیر و هماهنگ‌سازی آن، می‌تواند به بقا و حضور در بازارهای رقابتی برای اعضای آن کمک شایانی کند.

1. Broekmeulen & Donselaar

2. Lystad, Ferguson & Alexopoulos

در بسیاری از پژوهش‌های مرتبط با موجودی‌های فسادپذیر، نرخ فساد از الگوهای خاصی پیروی می‌کند. بنابراین، در این پژوهش‌ها مقدار موجودی در دست از طریق معادله دیفرانسیلی زیر به دست می‌آید:

$$dI(t)/dt + \theta(t)I(t) = P(t) - D(t) \quad \text{رابطه ۱}$$

که در رابطه بالا $I(t)$ ، $D(t)$ و $\theta(t)$ به ترتیب بیانگر سطح موجودی، نرخ تقاضا و نرخ فساد در لحظه t هستند. در این مدل‌ها، هزینه نگهداری واحد کالا در واحد زمان (نرخ هزینه نگهداری)، ثابت در نظر گرفته شده است. به بیان دیگر، هزینه نگهداری در مقایسه با پارامترهایی مانند زمان نگهداری و مقدار موجودی در دست به صورت خطی تغییر می‌کند. مقالات تسای^۱ (۲۰۱۱) و طالعی زاده^۲ (۲۰۱۴) از جمله کارهایی هستند که در این دسته قرار می‌گیرند. وجود فساد به طور مستقیم تابع موجودی در دست و به دنبال آن هزینه نگهداری موجودی را تحت تأثیر قرار می‌دهد. در این دسته، شکل تابع موجودی در دست، مانند مدل‌هایی است که فساد موجودی در آنها لحاظ نشده است و از طریق معادله دیفرانسیل زیر حاصل می‌شود:

$$dI(t)/dt = P(t) - D(t) \quad \text{رابطه ۲}$$

در این مدل‌ها، به جای در نظر گرفتن تابع نرخ فساد موجودی، هزینه نگهداری را به صورت یک تابع غیرخطی مثبت افزایشی وابسته به پارامترهای زمان نگهداری یا مقدار موجودی در دست در نظر می‌گیرند. از جمله پژوهش‌های انجام شده در این زمینه می‌توان به پژوهش‌های ویس^۳ (۱۹۸۲)، آلفارس^۴ (۲۰۰۷) و فرگوسن، جایرمن و سوزا^۵ (۲۰۰۷) اشاره کرد. این روش مدل‌سازی، بسیار پیچیده‌تر از دو روش قبلی است. در این روش، تابع نرخ فساد و هزینه نگهداری غیرخطی به صورت هم‌زمان در مدل‌سازی موجودی کالای فاسدشدنی در نظر گرفته می‌شوند. از جمله کارهای انجام گرفته در این زمینه می‌توان به مقاله گیری و چادوری^۶ (۱۹۹۸) اشاره کرد که ضمن در نظر گرفتن یک نرخ فساد ثابت، هزینه نگهداری موجودی را به صورت غیرخطی، در دو حالت وابسته به سطح موجودی و وابسته به زمان، روی مدل گاه^۷ (۱۹۹۴) پیاده کرده‌اند.

در ادبیات موجود، شکل‌های مختلفی برای تابع فساد در نظر گرفته شده است. می‌توانیم توابع فساد را در دو گروه اصلی؛ تابع فساد گسسته و تابع فساد پیوسته طبقه‌بندی کنیم. هر یک از این توابع را در زیر معرفی می‌کنیم. توابع فساد گسسته برای مدل‌سازی سیستم موجودی کالای فسادپذیر غیرآنی مانند میوه، سبزیجات، ماهی، گوشت و مواردی از این قبیل مناسب هستند. وو، اویانگ و یانگ^۸ (۲۰۰۶)، کالای فسادپذیر غیرآنی را کالایی معرفی کرده‌اند که طی زمانی که زمان تازه ماندن محصول نامیده می‌شود، هیچ فسادی رخ نداده است و پس از گذشت این زمان، فساد محصول شروع می‌شود. آنها نرخ فساد ثابت را برای دوره فساد محصول در نظر گرفتند. میهمی و کمال آبادی^۹ (۲۰۱۲) نیز در مقاله خود از این نوع تابع فساد استفاده کرده‌اند.

1. Tsai
3. Weiss
5. Ferguson, Jayaraman & Souza
7. Goh
9. Maihami & Kamalabadi

2. Taleizadeh
4. Alfares
6. Girl & Chaudhuri
8. Wu, Ouyang & Yang

با توجه به مقاله وانگ، لین و یو^۱ (۲۰۱۱) توابع فساد پیوسته را می‌توان طی زمان به پنج دسته کلی تقسیم کرد. آنها در مقاله خود نرخ فساد را به صورت زیر در نظر گرفتند.

$$\theta(t) = \alpha + \beta \omega t^{\omega - 1} \quad \text{رابطه ۳}$$

$$\alpha, \beta, \omega \geq 0$$

در این رابطه، پارامتر α به عنوان بخش ثابت تابع فساد، مستقل از زمان است. β و ω نیز ضرایب و توان زمان فساد را نشان می‌دهند. در حقیقت، تمام پنج تابع فساد پیوسته که در زیر معرفی خواهند شد، با توجه به مقادیر مختلف پارامترها، حالت خاصی از این تابع است.

۱. تابع ثابت: زمانی که $\omega = 1$ باشد، این نوع تابع به دست می‌آید. بسیاری از پژوهش‌های صورت گرفته در زمینه کالاهای فسادپذیر نرخ فساد محصول را ثابت و مستقل از زمان در نظر گرفتند. این مدل، برای محصولاتی مانند روغن، الکل، بنزین و بعضی از داروها مناسب است. نخستین مقاله‌ای که نرخ فساد را به صورت ثابت در نظر گرفته، مقاله گیر و اسپرادر^۲ (۱۹۶۳) است. پس از آن، اکثر مقالات مرتبط با کالاهای فسادپذیر، نرخ فساد را به صورت ثابت در نظر گرفتند.

۲. تابع لگاریتمی: زمانی که $0 < \omega < 1$ باشد، این تابع تشکیل می‌شود. این نوع فساد برای مدل‌سازی محصولاتی که در فاز اولیه با نرخ چشمگیری فاسد شده و پس از آن به سرعت به حالت پایدار می‌رسند، مناسب است. برای مثال، نرخ فساد بسیاری از تراشه‌های مجتمع قبل از بسته‌بندی به صورت افزایشی است و پس از آن به حالت پایدار می‌رسد.

۳. تابع خطی: زمانی که $\omega = 2$ باشد، این نوع تابع به دست می‌آید. این نوع نرخ فساد برای مدل‌سازی محصولاتی مانند مواد رادیواکتیو مناسب است. در مقاله لین و لین^۳ (۲۰۰۶)، فساد به صورت خطی در نظر گرفته شده است.

۴. تابع نمایی: زمانی که $\omega > 2$ باشد، این نوع تابع به دست می‌آید. این نوع فساد برای محصولاتی مناسب است که در ابتدا نرخ فساد آنها به آرامی افزایش یافته و سپس با سرعت بیشتری افزایش می‌یابد. این نوع فساد، برای محصولات لبنی بسیار مناسب است.

۵. تابع ویبول: زمانی که پارامتر $\alpha = 0$ باشد، این تابع شکل می‌گیرد که در بسیاری از مقالات نیز برای مدل‌سازی کالاهای فسادپذیر از این تابع استفاده شده است. از این جمله می‌توان به مقاله سانی و چوکوو^۴ (۲۰۱۳) اشاره کرد.

تای، زی و چینگ^۵ (۲۰۱۶)، در زمینه سیاست بازرسی برای سیستم موجودی کالاهای فسادپذیر مقاله‌ای ارائه دادند که به طور مفصل در ادبیات موضوع بررسی شده است. مدل موجود در این مقاله، به دلیل در نظر نگرفتن احتمال وجود کالاهای مرجوعی و وقوع خطا در بازرسی‌های انجام شده توسعه داده شده است و امید است که باری از دوش متخصصان امر موجودی و کنترل آن بردارد.

1. Wang, Lin & Yu
3. Lin & Lin
5. Tai, Xie & Ching

2. Ghare & Schrader
4. Sanni & Chukwu

نویسندگان مقالات بررسی شده حالات مختلف فساد که ثابت یا متغیر با یک توزیع خاص باشد را در نظر گرفته‌اند. مدل ما حالتی از فساد را که ثابت است، بیان می‌کند. مقاله‌های موجود به دنبال بیشینه کردن سود یا کمینه کردن هزینه‌های سیستم موجودی هستند و با پژوهش‌هایی که هر یک انجام دادند، به حالت‌هایی از نرخ تقاضا، نرخ فساد، افق برنامه‌ریزی و مجاز بودن یا مجاز نبودن کمبود و همچنین اینکه آیا در مدل خود بازرسی را بررسی کرده‌اند یا خیر، رسیدگی کرده‌اند.

در ادبیات موضوع بررسی شده به مسئله بازرسی اشاره‌ای نشده است که ضعف شدید پژوهشی به شمار می‌آید، زیرا در دنیای واقعی بازرسی، به خصوص برای محصولات که فاسد می‌شوند، بسیار بااهمیت است و باعث افزایش سود توأم با افزایش رضایت مشتری خواهد شد، زیرا مشتری کالای معیوب را برگشت خواهد زد و این موضوع برای اعتبار شرکت تهدیدی بزرگ به شمار می‌آید که مقالات بررسی شده به آنها نپرداختند.

همچنین کالای مرجوعی نیز در هیچ‌یک از مقالات وارد مدل نشده است. در دنیای واقعی نیز این مسئله بسیار مهم است، زیرا اگر کالایی ناسالم به دست مشتری برسد، مشتری می‌تواند آن را مرجوع کند و کالای مرجوعی که پیش‌تر به‌عنوان یک درآمد تلقی می‌شده، حال باید به‌عنوان یک هزینه از مدل کاسته شود که این کار را نیز در مدل خود وارد کردیم که آن را به واقعیت نزدیک‌تر کرده است.

ارائه مدل

در پژوهش‌های انجام شده مدل اغلب مقاله‌ها با کمبودهایی مواجه بودند که این کمبودها هنگام استفاده از مدل موجودی در دنیای واقعی بیشتر مشخص بودند. در مدل‌های کالاهای فسادپذیر، انجام بازرسی کمتر به چشم می‌خورد. به همین دلیل در بعضی مقالات به‌عنوان پیشنهادها آتی انجام بازرسی توأم با خطا در بازرسی که کمتر در مقاله‌ای به چشم می‌خورد، بیان شده است.

کالاهایی که مشتری، به دلیل معیوب بودن آنها را بازگردانده است و موضوعی حقیقی در دنیای واقعی است و نمی‌شود از آن چشم‌پوشی کرد، تقریباً در هیچ‌یک از مدل‌های موجود مشاهده نشد، بنابراین کالای برگشتی نیز در مدل جدید ما بیان شده است.

مقدار کالای برگشتی را می‌توان با داشتن نرخ فساد پیش‌بینی کرد، اما وارد کردن آن در مدل قبل و بعد از انجام بازرسی هنری است که در مدل مقاله پیاده‌سازی شده است. پس از انجام بازرسی و پیش‌بینی مقدار کالای برگشتی خطا در بازرسی نیز وارد مقاله می‌شود و تأثیر آن را می‌توان جایی مشاهده کرد که باعث افزایش یا کاهش مقدار برگشتی‌ها می‌شود.

در حالتی که بازرسی برای مدل در نظر گرفته نشده، سود به دست آمده برابر با $22/619/73$ است که این سود را با مدل جدیدمان بهبود بخشیدیم.

فرمول‌بندی ریاضی

در این بخش، فرمول‌بندی بهینه‌سازی مسائل برنامه‌ریزی غیرخطی چندمتغیره را بدون محدودیتی برای حل این مسئله

ارائه می‌کنیم. برای حل این مسائل با استفاده از نرم‌افزار متلب^۱ با روش‌های تحلیلی کلاسیک به دنبال بهینه کردن مدل موجودی هستیم.

در مدل ارائه شده زمان بازرسی، هزینه ثابت بازرسی، هزینه متغیر بازرسی به ازای هر واحد، نرخ اقلامی که قبل از بازرسی بازگردانده می‌شود، نرخ اقلامی که بعد از بازرسی بازگردانده می‌شود و نرخ خطا، پارامترهایی هستند که پژوهشگر به عنوان نوآوری به مدل اضافه کرده که نتایج آن در ادامه بیان شده است.

فرضیه‌های مسئله

۱. نرخ فساد در کل سیستم موجودی قطعی و ثابت در نظر گرفته شده که با θ نشان داده شده است.
۲. نرخ تقاضا به صورت قطعی و ثابت در نظر گرفته شده است.
۳. اقلام فسادپذیر به همراه اقلام سالم به مشتری فروخته می‌شوند.
۴. اگر یک مشتری محصولی معیوب دریافت کند، پول او به صورت کامل برگردانده می‌شود.
۵. بازرسی فقط برای یک بار تا زمان بازرسی انجام می‌شود.
۶. کمبود مجاز نیست.

در مواردی که تابع هدف از نوع خطی نیست، کار کمی سخت‌تر می‌شود، به خصوص اگر مثل مدل ما از متغیرها و پارامترهای متعدد و پیچیدگی‌های زیادی برخوردار باشد.

در مواردی که تابع هدف غیرخطی چندمتغیره و بدون محدودیت باشد، روش‌های عددی مثل روش گرادیان (سریع‌ترین نزول یا سریع‌ترین صعود) و روش نیوتون رافسون کاربرد دارد. برای حل این مسائل با استفاده از نرم‌افزار متلب با روش‌های تحلیلی کلاسیک به دنبال بهینه کردن مدل موجودی هستیم. از این رو، بایستی ابتدا برای بررسی مقعر بودن تابع هدف موجود (تابع هدف از نوع ماکزیمم است، بنابراین تابع باید مقعر باشد) ماتریس هسین را تشکیل دهیم و سپس دترمینان این ماتریس را محاسبه کنیم که این دترمینان باید یک در میان علامت کوچک‌تر مساوی و بزرگ‌تر مساوی صفر داشته باشد.

معرفی پارامترها و متغیرهای مدل

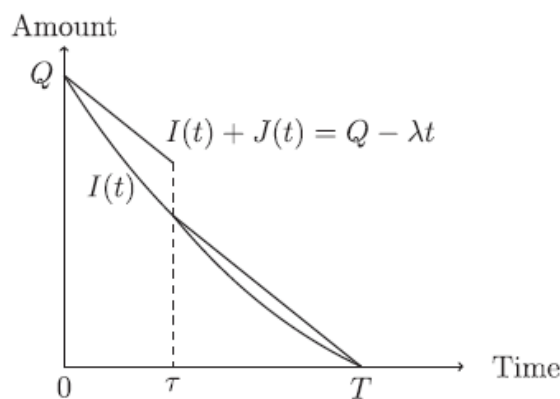
پارامترها، نماد و تعریف متغیرهای مدل در زیر آمده است.

مقدار سفارش	Q
سطح موجودی کالایی که فاسد نشده	I(t)
سطح موجودی کالایی که فاسد شده	J(t)
قیمت فروش برای هر محصول	P
نرخ تقاضا	λ
نرخ فساد	θ

T	طول دوره بازرسی
K	هزینه ثابت سفارش‌دهی
C	هزینه متغیر سفارش‌دهی به ازای هر واحد
H	هزینه نگهداری به‌ازای هر واحد
S	زمان بازرسی
D	هزینه ثابت بازرسی
d	هزینه متغیر بازرسی به‌ازای هر واحد
ωE_1	نرخ اقلامی که قبل از بازرسی بازگردانده شوند.
ωE_2	نرخ اقلامی که بعد از بازرسی بازگردانده شوند.
α	نرخ خطا در بازرسی

مدل

سطح موجودی برحسب زمان همراه با نمایش پارامترها و نمادهای مهم (طی یک دوره) در شکل ۱ رسم شده‌است.



شکل ۱. مقدار سفارش نسبت به زمان با هزینه بازرسی

تابع سود نسبت به مقدار سفارش به‌صورت رابطه ۴ است.

$$V(Q) = \left[\frac{P\lambda^2}{\theta Q} \left(1 - e^{-\frac{\theta Q}{\lambda}} \right) \right] - \left(\frac{K\lambda}{Q} + c\lambda + h \frac{Q}{2} + P\omega E_1 \right) \quad \text{رابطه ۴}$$

در این معادله، مقدار سود محاسبه شده بنا به فرمولاسیون ساده سود برابر است با درآمد منهای هزینه که همین اتفاق نیز رخ داده است؛ یعنی عبارت سمت چپ بعد از علامت مساوی مقدار فروش یا همان درآمد است و سمت راست بعد از علامت مساوی هم مجموعه هزینه‌ها است که از درآمد به‌دست‌آمده کسر شده است.

در قسمت نخست این بخش که تا زمان بازرسی است، سود به‌دست‌آمده را محاسبه کرده و با سود در بازه S تا T جمع می‌کنیم. در این بخش، عبارت $(Q - \lambda S) \times \hat{e}(-\theta T)$ نشان‌دهنده سطح موجودی کالای سالم است. اما چیزی

که اهمیت دارد محاسبه مقدار سود در بازه‌ی S تا T است. در این حالت تقاضا کمتر از مقدار موجودی است.

$$\lambda(T - S) < q$$

$$v(q, T - S) = p \left[\frac{\lambda}{\theta} (1 - e^{-\theta(T-S)}) \right] - \left[\frac{h(2q - \lambda(T - S))(T - S)}{2} \right] \quad \text{رابطه ۵}$$

$$- [c(q - \lambda(T - S))e^{-\theta(T-S)}] - (\omega E_2 - \alpha)P$$

در این حالت فقط هزینه انبارداری، هزینه سفارش‌دهی و هزینه مرجوع شدن کالا را داریم.

با جای‌گذاری رابطه‌های $\theta(T - S)$ به جای ωE_2 و θS به جای ωE_1 و همچنین $q = (Q - \lambda S)e^{-\theta S}$ در

نهایت تابع هدفی معادل بخش بعدی داریم.

$$q = (Q - \lambda S)e^{-\theta S} \quad \text{تابع هدف}$$

تابع هدف در قالب رابطه ۶ به نمایش گذاشته شده است.

$$V(Q, T, S) = \frac{1}{T} \left\{ -K - cQ + P \left[\frac{\lambda}{\theta} (1 - e^{-\theta S}) \right] - \left[\frac{h(2Q - \lambda S)S}{2} + D + d(Q - \lambda S) \right] \right. \quad \text{رابطه ۶}$$

$$- P\theta S + p \left[\frac{\lambda}{\theta} (1 - e^{-\theta(T-S)}) \right]$$

$$- \left[\frac{h(2(Q - \lambda(T - S))e^{-\theta S} - \lambda(T - S))(T - S)}{2} \right]$$

$$- \left[c((Q - \lambda(T - S))e^{-\theta(T-S)} - \lambda(T - S))e^{-\theta(T-S)} \right]$$

$$\left. - (\theta(T - S) - \alpha)P \right\}$$

حل مدل و نتایج عددی

در مواردی که تابع هدف از نوع خطی نیست، کار کمی سخت‌تر می‌شود، به‌خصوص اگر مثل مدل مقاله از متغیرها و پارامترهای متعدد با پیچیدگی‌های زیادی برخوردار باشد.

در مواردی که تابع هدف غیرخطی چندمتغیره و بدون محدودیت باشد، روش‌های عددی مثل روش گرادیان (سریع‌ترین نزول یا سریع‌ترین صعود) و روش نیوتون رافسون کاربرد دارد. برای حل این مسائل با استفاده از نرم‌افزار متلب^۱ با روش‌های تحلیلی کلاسیک به‌دنبال بهینه کردن مدل موجودی هستیم. از این رو، بایستی ابتدا برای بررسی مقعر بودن تابع هدف موجود (تابع هدف از نوع ماکزیمم است، بنابراین تابع باید مقعر باشد) ماتریس هسین را تشکیل دهیم و سپس دترمینان این ماتریس را محاسبه می‌کنیم که این دترمینان باید یک در میان علامت کوچک‌تر مساوی و بزرگ‌تر مساوی صفر داشته باشد. مقادیر پارامترهای مدل، در جدول ۱ آمده است.

جدول ۱. مقادیر پارامترها

H	C	K	Θ	λ	پارامترها
۰/۱	۲۵	۱۰۰	۰/۰۲	۱۰۰۰	مقدار
A	P	d	D	Q	پارامترها
۰/۰۲	۲۰۰	۰/۲۵	۲۰۰	۶۰۰۰	مقدار

حال، با جای‌گذاری مقادیر پارامترهای جدول بالا در فرمول به‌دست‌آمده مقادیر ماتریس سود، زمان بازپرسی و زمان بازرسی به‌وسیله ماتریس متغیرها نمایش داده شده است (به‌دلیل بزرگ بودن ماتریس‌های به‌دست‌آمده فقط برشی از حوالی نقطه بهینه برای مسئله بیشینه‌سازی ماتریس‌ها در ادامه آورده شده است که اعداد معرف سطر و ستون همان اعداد سطر و ستون ماتریس اصلی است که بایستی یک به یک مقایسه شود).

جدول ۲. مقادیر ماتریس سود

ستون سطر	ستون			
	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱۶۷۵۳۸/۷	۱۸۶۳۷۲/۵	۱۸۸۱۹۹/۳	۱۸۴۹۴۹/۹
۱۱	۱۶۴۳۳۰/۹	۱۸۵۶۷۶/۳	۱۸۸۴۷۵/۱	۱۸۵۷۰۰/۹
۱۲	۱۶۰۵۶۳/۴	۱۸۴۶۶۷/۰	۱۸۸۵۴۱/۰	۱۸۶۲۹۷/۷
۱۳	۱۵۶۲۳۴/۶	۱۸۳۳۴۵/۲	۱۸۸۳۹۶/۷	۱۸۶۷۴۰/۲
۱۴	۱۵۱۳۴۲/۸	۱۸۱۷۰۹/۰	۱۸۸۰۴۲/۰	۱۸۷۰۲۸/۳

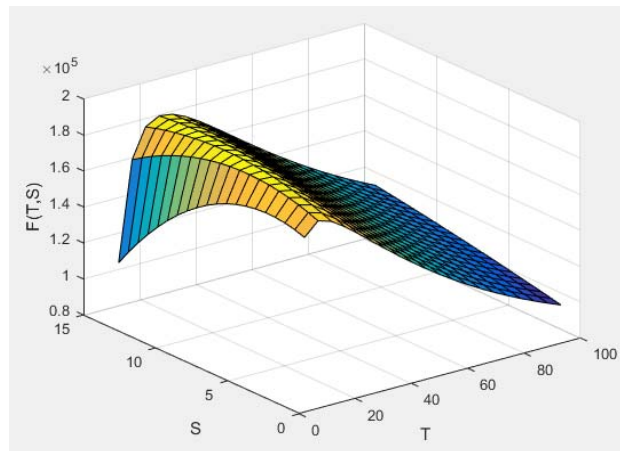
جدول ۳. مقادیر ماتریس زمان بازرسی

ستون سطر	ستون			
	۱	۲	۳	۴
۱۰	۷/۱	۷/۱	۷/۱	۷/۱
۱۱	۷/۸	۷/۸	۷/۸	۷/۸
۱۲	۸/۴	۸/۴	۸/۴	۸/۴
۱۳	۹/۱	۹/۱	۹/۱	۹/۱
۱۴	۹/۸	۹/۸	۹/۸	۹/۸

جدول ۴. مقادیر ماتریس زمان بازپرسی

ستون سطر	ستون			
	۱	۲	۳	۴
۱۰	۷	۱۱/۸	۱۶/۶	۲۶/۲
۱۱	۷	۱۱/۸	۱۶/۶	۲۶/۲
۱۲	۷	۱۱/۸	۱۶/۶	۲۶/۲
۱۳	۷	۱۱/۸	۱۶/۶	۲۶/۲
۱۴	۷	۱۱/۸	۱۶/۶	۲۶/۲

شکل نهایی مقدار سود برحسب زمان بازپرسی و زمان بازرسی در زیر آمده است:



شکل ۲. سود بر حسب زمان بازپرسی و زمان بازرسی

تغییر مقدار سفارش اقتصادی ($Q = 10000$)

در ابتدا مقدار سفارش (Q) برابر با ۶۰۰۰ بوده که این بار مقدار آن را به ۱۰۰۰۰ افزایش می‌دهیم. مقادیر پارامترها عبارت است از:

جدول ۵. مقادیر پارامترها

پارامترها	λ	Θ	K	C	H
مقدار	۱۰۰۰	۰/۰۲	۱۰۰	۲۵	۰/۱
پارامترها	Q	D	d	P	A
مقدار	۱۰۰۰۰	۲۰۰	۰/۲۵	۲۰۰	۰/۰۲

با جای‌گذاری مقادیر بالا در فرمول و تغییر مقدار سفارش مقدار هر یک از متغیرهای سود، زمان بازرسی و زمان بازپرسی تغییر می‌کند که در ادامه توضیح داده خواهد شد.

جدول ۶. مقادیر ماتریس سود

ستون	۲	۳	۴	۵
۱۳	۱۶۷۷۰۷/۸	۱۷۷۶۲۰/۲	۱۷۸۶۱۳/۰	۱۷۵۹۶۴/۱
۱۴	۱۶۶۰۶۸/۵	۱۷۷۲۶۴/۶	۱۷۸۹۰۱/۴	۱۷۶۶۱۳/۷
۱۵	۱۶۴۱۱۳/۹	۱۷۶۶۹۷/۸	۱۷۹۰۳۵/۰	۱۷۷۱۴۳/۴
۱۶	۱۶۱۸۴۳/۲	۱۷۵۹۱۹/۴	۱۷۹۰۱۳/۶	۱۷۷۵۵۳/۳
۱۷	۱۵۹۲۵۵/۵	۱۷۴۹۲۹/۰	۱۷۸۸۳۷/۲	۱۷۷۸۴۳/۳

جدول ۷. مقادیر ماتریس زمان بازرسی

ستون	سطر	۲	۳	۴	۵
۱۳	۹/۱	۹/۱	۹/۱	۹/۱	۹/۱
۱۴	۹/۸	۹/۸	۹/۸	۹/۸	۹/۸
۱۵	۱۰/۵	۱۰/۵	۱۰/۵	۱۰/۵	۱۰/۵
۱۶	۱۱/۲	۱۱/۲	۱۱/۲	۱۱/۲	۱۱/۲
۱۷	۱۱/۸	۱۱/۸	۱۱/۸	۱۱/۸	۱۱/۸

جدول ۸. مقادیر ماتریس زمان بازرسی

ستون	سطر	۲	۳	۴	۵
۱۳	۱۱/۸	۱۶/۶	۲۱/۴	۲۶/۲	۲۶/۲
۱۴	۱۱/۸	۱۶/۶	۲۱/۴	۲۶/۲	۲۶/۲
۱۵	۱۱/۸	۱۶/۶	۲۱/۴	۲۶/۲	۲۶/۲
۱۶	۱۱/۸	۱۶/۶	۲۱/۴	۲۶/۲	۲۶/۲
۱۷	۱۱/۸	۱۶/۶	۲۱/۴	۲۶/۲	۲۶/۲

با لحاظ کردن مقادیر ماتریس‌ها در دو حالت متفاوت برای مقدار سفارش، نتایج عددی در جدول ۹ نمایش داده شده

است.

جدول ۹. مقادیر متغیرهای تصمیم و سود

Q	F	T	S
۶۰۰۰	۱۸۸۵۴۱	۱۶/۶	۸/۴
۱۰۰۰۰	۱۷۹۰۳۵	۲۱/۴	۱۰/۵

با توجه به اینکه مقدار سود در ماتریس به دست آمده مربوط به سطر ۱۲ و ستون ۳ است، مقادیر مربوطه برای زمان بازرسی و زمان بازرسی نیز مقدار بهینه خواهند بود که در جدول بالا ذکر شده‌اند. در این میان، جدولی برای مقایسه مقادیر آورده شده است تا تغییرات ناشی از افزایش مقدار سفارش را در زمان بازرسی و زمان بازرسی مشاهده کنیم. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با افزایش مقدار سفارش دهی از مقدار بهینه به دست آمده مقدار سود (F) کاهش یافته، زمان بازرسی (T) افزایش یافته و زمان بازرسی (S) نیز افزایش پیدا می‌کند.

اگر بتوان بازرسی را در زمان‌های مناسب وارد مدل‌های ریاضی برای بحث تولید انجام داد، نتیجه خوبی حاصل

خواهد شد. این موضوع، به خصوص در رابطه با کالاهایی که به مرور فاسد می‌شوند و رضایت مشتری مهم است، بسیار اهمیت دارد و به طور یقین، به انجام رساندن بازرسی، با توجه به نتایج مدل، نتایج مثبتی را رقم خواهد زد.

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

این موضوع تأیید و اثبات شد که می‌توانیم با انجام بازرسی در زمان مناسب با توجه به سطح موجودی انبار سود به دست آمده را بیشتر از حالتی کنیم که بازرسی نداریم. این مسئله به وضوح در جدول‌هایی که در قسمت قبل تهیه شده است، مشاهده می‌شود.

در این پژوهش، مقالاتی را بررسی کردیم که هر یک سعی داشتند تا با ارائه مدلی مقالات، خود را به دنیای واقعی نزدیک‌تر کنند. با بررسی مقالات متعدد دریافتیم، برای کالاهایی که به مرور فاسد می‌شوند، انجام بازرسی در زمان بهینه باعث افزایش سود نهایی واحد صنعتی خواهد شد.

از این رو، مدلی را توسعه دادیم تا به کمک آن بتوانیم سود را بیشینه کنیم و با نزدیک‌تر شدن مدل به واقعیت کاربردی بودن آن را نشان دهیم.

یک ضریب خطا در بازرسی به این شکل وجود دارد که کالا سالم بوده و ما آن را به طور اشتباه معیوب شناسایی کردیم. این ضریب خطا برای نزدیک‌تر شدن مسئله ما به واقعیت بیان شده است که به طور یقین بعد از بازرسی تأثیر خود را روی مدل می‌گذارد.

برای کالاهای بازگردانده شده نیز نرخ در نظر گرفتیم که مقالات بررسی شده به این موضوع مهم اشاره‌ای نکردند، در صورتی که در جهان واقعی و نه خیالی، مشتری در صورت دریافت کالای معیوب آن را بازمی‌گرداند. به غیر از این، اگر به دنبال کسب اعتبار در این بازار اقتصادی به شدت رقابتی هستیم، رضایت مشتری تعیین کننده این مسئله است. بنابراین، باید محصولی مرغوب و سالم به مشتری تحویل داد.

در ادامه، برای پیشنهادهای آتی می‌توان خطا در بازرسی را به شکل‌های دیگر در نظر گرفت. همچنین می‌توانیم بیمه را وارد مسئله کنیم، به این ترتیب که برای محصولات فاسد شده به صورت سالیانه یا فصلی هزینه‌هایی بابت بیمه بپردازیم تا هزینه معیوب شدن کالا را پرداخت نکنیم. علاوه بر این، بحث گارانتی کردن محصول نیز مسئله جالبی است که توجه بسیار اندکی به آن شده است (در مرور ادبیات به تأیید و اثبات این موضوع پرداخته شده است). با گارانتی کردن محصولات و پرداخت هزینه‌هایی، می‌توانیم اعتبار شرکت یا واحد صنعتی خود را افزایش دهیم و به دنبال آن، خواهیم توانست فروش بیشتر و در نتیجه سود بیشتری به دست بیاوریم.

References

- Alfares, H.K. (2007). Inventory Model with Stock-Level Dependent Demand Rate and Variable Holding Cost. *International Journal of Production Economics*, 108, 259-265.
- Broekmeulen, R.A.C.M., Donselaar, K.H.V. (2009). A Heuristic to Manage Perishable Inventory with Batch Ordering Positive Lead-Time and Time-Varying Demand. *Computers and Operations Research*, 36, 3013-3018.

- Ferguson, M., Jayaraman, V., & Souza, G.C. (2007). Note: An Application of the EOQ Model with Nonlinear Holding Cost to Inventory Management of Perishables. *European Journal of Operational Research*, 180, 485-490.
- Ghare, P.M., & Schrader, G.F. (1963). A Model for Exponentially Decaying Inventories. *Journal of Industrial Engineering*, 14, 238-243.
- Giri, B.C., Chaudhuri, K.S. (1998). Deterministic Models of Perishable Inventory with Stock-Dependent Demand Rate and Nonlinear Holding Cost. *European Journal of Operational Research*, 105(3), 467-474.
- Goh, M. (1994). EOQ Models with General Demand and Holding Cost Functions. *European Journal of Operational Research*, 73, 50-54.
- Lin, Y. & Lin, Ch. (2006). Purchasing Model for Deteriorating Items with Time Varying Demand under Inflation and Time Discounting. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 27, 816-823.
- Lystad E., Ferguson, M. and Alexopoulos, C. (2006). *Single Stage Heuristic for Perishable Inventory Control in Two-Echelon Supply Chains*. Ph.D, Georgia Institute of Technology.
- Maihami, R. & Kamalabadi, I.N. (2012). Joint Pricing and Inventory Control for Non-Instantaneous Deteriorating Items with Partial Backlogging and Time and Price Dependent Demand. *International Journal of Production Economics*, 136, 116-122.
- Sanni, S.S., Chukwu, W.I.E. (2013). An Economic Order Quantity Model for Items with Three-Parameter Weibull Distribution Deterioration, Ramp-type Demand and Shortages. *Applied Mathematical Modelling*, 37, 9698-9706.
- Tai, A.H., Xie, Y., & Ching, W.K. (2016). Inspection Policy for Inventory System with Deteriorating Products. *Internashnal Journal of Economics*, 88, 22-29.
- Taleizadeh, A.A. (2014). An EOQ Model with Partial Backordering and Advance Payments for An Evaporating Item. *International Journal of Production Economics*, 155, 185-193.
- Tsai, D.M. (2011). An Optimal Production and Shipment Policy for a Single Vendor Single-Buyer Integrated System with Both Learning Effect and Deteriorating Items. *International Journal of Production Research*, 49(3), 903-922.
- Wang, K.J., Lin, Y.S. & Yu, C.P.J. (2011). Optimizing Inventory Policy for Products with Time Sensitive Deteriorating Rates in A Multi-Echelon Supply Chain. *International Journal of Production Economics*, 130, 66-76.
- Weiss, H.J. (1982). Economic Order Quantity Models with Nonlinear Holding Costs. *European Journal of Operational Research*, 9, 56-60.
- Wu, K.S., Ouyang, L.Y. & Yang, C.T. (2006). An Optimal Replenishment Policy for Non-Instantaneous Deteriorating Items with Stock-Dependent Demand and Partial Backlogging. *International Journal of Production Economics*, 2, 369-380.