

پژوهش‌های جغرافیای طبیعی، شماره ۷۳، پاییز ۱۳۸۹  
صص. ۸۳-۹۶

## تلفیق مدل‌سازی ریاضی و آماری ناهمواری برخان

### مطالعه موردی: ریگ چاه جام

سیدحجت موسوی\* - کارشناس ارشد ژئومورفولوژی، دانشگاه اصفهان  
مسعود معیری - استادیار گروه جغرافیا، دانشگاه اصفهان  
عباسعلی ولی - استادیار گروه مهندسی مرتع و آبخیزداری، دانشگاه شیراز

پذیرش مقاله: ۱۳۸۸/۴/۶ تأیید مقاله: ۱۳۸۹/۲/۲۱

### چکیده

تپه‌های برخانی در مناطقی مشاهده می‌شوند که قابلیت دسترسی باد به ماسه کم است و مسیر باد غالب در اکثر طول سال تقریباً ثابت است. یکی از رایج‌ترین چشم‌اندازهای بادی منطقه جنوبی کویر حاج علی قلی، تپه‌های برخانی هستند. در این پژوهش، تلاش شده است تا ویژگی‌های شکل‌شناسی برخان‌های مطالعاتی با استفاده از روش‌های مدل‌سازی ریاضی و آماری شکل آنها تشریح گردد. نتایج حاصل از این روش در بررسی شکل برخان و شناسایی نحوه رفتار آن اهمیت بسیار دارد. مدل‌سازی ریاضی شکل برخان‌ها از طریق شبیه‌سازی آنها در دستگاه مختصات و با استفاده از معادلات غیرخطی سهمی صورت گرفته، که در مجموع برای سهمی دامنه رو به باد برخان یک معادله و برای سهمی دامنه باد پناه معادله‌ای دیگر محاسبه گردیده است. با استفاده از روش مدل‌سازی آماری، نوع و شدت روابط بین مؤلفه‌های ریاضی و مورفولوژی برخان تعیین شده است که حاکی از تبعیت روابط موجود از رابطه توانی با حداکثر ضریب تبیین و کمترین میزان خطای برآورد نسبت به دیگر روابط است. تلفیق دو روش مذکور شالوده‌ای بنیادی برای شبیه‌سازی برخان در محیط‌های مجازی و آزمایشگاهی است و یکی از مهم‌ترین نتایج این پژوهش تبدیل دو روش مدل‌سازی ریاضی و آماری مورفولوژی برخان به یکدیگر است. فاصله کانونی از پارامترهای مهم سهمی‌های برخان است، که حالت‌های مختلف برخان‌ها را نسبت به یکدیگر بیان می‌کند. اگر فاصله کانونی برخان کاهش یابد، دهانه آن تنگ‌تر می‌شود و حالت واگرایی بازوهای برخان نیز کاهش می‌یابد. برخان‌هایی که فاصله کانونی بیشتری دارند، دارای پهنای عریض‌تر، ابعاد وسیع‌تر و حجم بیشتری هستند.

کلیدواژه‌ها: برخان، ریگ چاه جام، معادلات سهمی، مدل رگرسیون.

### مقدمه

اشکال متنوعی از تپه‌های ماسه‌ای در سیستم‌های بیابانی مشاهده می‌گردد که به‌وسیله تراکم ماسه در شرایط ویژه ایجاد می‌شوند. تپه‌های برخانی یکی از بارزترین و رایج‌ترین چهره‌های تراکم ماسه هستند که شکل هلالی دارند. این عوارض تابعی از رژیم باد غالب در منطقه و مقدار بار رسوب در دسترس‌اند (Bagnold, 1941, 125). اگر باد در تمام طول سال

\* E- mail: hojjat\_mousavi\_2006@yahoo.com

به طور دائم در جهت یکسان بوزد و در آن مکان ماسه به اندازه کافی برای پوشاندن کامل سطح زمین وجود نداشته باشد، این ناهمواری‌ها ایجاد می‌گردد (Sauermann et al., 2003, 245). تپه برخانی از بدنه‌ای هلالی شکل با شیب ملایم در جهت رو به باد و شیب تندتر در دامنه باد پناه و دو بازو در انتهای هلال تشکیل شده‌اند. کشیدگی بازوها در امتداد باد است و جهت باد را نشان می‌دهد (محمودی، ۱۳۸۳، ۲۶۱). محل برخورد دو دامنه، خط‌الرأس برخان را تشکیل می‌دهد که در برخی موارد با حداکثر ارتفاع تپه مصادف می‌شود و یا از آن فاصله می‌گیرد.

شکل هلالی برخان‌ها از لحاظ هندسی شبیه به سهمی است که انحنای آن از رأس یک بازو شروع می‌شود و به رأس بازوی دیگر ختم می‌گردد. به طور کلی هر برخان از تلاقی سه سهمی مجزا با ویژگی‌های متفاوت تشکیل شده است. هر سهمی به تنهایی دارای یک کانون، یک رأس، یک خط هادی و یک معادله مجزاست. سهمی اولی یا بیرونی مبین حداکثر گسترش دامنه رو به باد، سهمی وسطی یا دومی مبین خط‌الرأس برخان و سهمی سوم نیز مبین حداکثر گسترش دامنه باد پناه تپه برخانی است.

به مجموعه نقاطی از صفحه که فاصله آنها از نقطه ثابت داده شده و یک خط ثابت داده شده یکسان باشد، سهمی نامیده می‌شود. نقطه ثابت کانون سهمی و خط ثابت خط هادی سهمی نام دارند (لیتهلد، ۱۳۷۱، ۱۵۴). فرم‌های متنابهی از اشکال هندسی را در محضر بیننده به نمایش می‌گذارد که شکل ظاهری آنها را در مباحث ریاضیاتی می‌توان از طریق توابع خطی و غیرخطی مدل‌سازی کرد و ریخت‌شناسی (مورفولوژی) آنها را به صورت معادلات ریاضی بیان کرد. تپه‌های برخانی نمونه بارز اشکال هندسی سهمی‌گون هستند که قوانین ریاضیاتی مربوط به سهمی درباره آنها صدق می‌کند و شکل ظاهری آنها را می‌توان از طریق توابع غیرخطی و معادلات سهمی مدل‌سازی کرد. این عمل پژوهشگران را در شناسایی هر چه بهتر این عوارض و نحوه عملکرد آنها در طبیعت راهنمایی می‌کند و می‌توان به شناخت عمیق و صحیحی از رفتار این عوارض در مدیریت مبتنی بر نگرش سیستمی مناطق بیابانی پی برد. از مهم‌ترین خصوصیات مدل‌سازی ریاضیاتی سهمی‌های برخان از طریق معادله غیرخطی سهمی، تعیین دقیق و صحیح سطح زیر منحنی سهمی برای محاسبه مؤلفه‌های مسطحاتی برخان نظیر محیط و مساحت است که این روش امکان محاسبه دقیق آنها را به پژوهشگر می‌دهد.

نخستین اندازه‌گیری‌های مربوط به تپه‌های برخانی و روابط شکل‌شناسی میان آنها به‌وسیله بگنالد (۱۹۴۱، ۱۲۴) و فینکل<sup>۱</sup> (۱۹۵۹، ۶۱۴) در جنوب پرو انجام شد. لتائو و لتائو<sup>۲</sup> (۱۹۶۹، ۱۸۲) قالب هندسی ساده‌ای مشتمل بر اشکال سهمی، بیضوی و خطوط مستقیم، برای بازسازی یک تپه برخانی استاندارد با استفاده از ارتفاع، عرض و طول برخان به‌منظور محاسبه حجم تپه‌های ماسه‌ای به کار گرفتند. مطالعات در مورد شبیه‌سازی‌های رقمی برای پیش‌بینی تحرکات و دگرگونی‌های تپه‌های برخانی و شکل‌شناسی آنها به‌وسیله هووارد و مورتن<sup>۳</sup> (۱۹۷۸، ۳۰۷)، ویپرمن و گراس<sup>۴</sup> (۱۹۸۶،

1. Finkel (1959)

2. Lettau & Lettau (1969)

3. Howard & Morton (1978)

4. Wimppermann & Gross (1986)

۳۱۹)، آنتون و وینسنت<sup>۱</sup> (۱۹۸۶، ۱۸۷)، لندزبرگ<sup>۲</sup> (۱۹۵۶، ۱۷۶)، آنتسن و همکاران<sup>۳</sup> (۱۹۹۶، ۶۳) صورت گرفت. هسپ و هاستینگز<sup>۴</sup> (۱۹۹۸، ۱۹۳) با بررسی روابط بین پارامترهای مورفولوژی برخان، این روابط را به عنوان عوامل کنترل‌کننده شکل سه‌بعدی برخان معرفی کرده‌اند. سایرمان و همکاران (۲۰۰۰، ۴۷) با مطالعه تپه‌های برخانی جنوب مراکش از طریق معادلات سهمی‌های سه‌بعدی مدلی را برای شکل برخان ارائه کرده است که براساس این مدل می‌توان اختلافات بین برخان‌ها و ویژگی پایداری آنها را تعریف کرد. تینگ وانگ و همکاران<sup>۵</sup> (۲۰۰۶، ۴۰۵) با بررسی برخان‌های شمال‌غربی چین و با استفاده از تئوری‌های هندسی بیان کرده‌اند که ارتفاع برخان با عرض آن تناسب دارد و خط‌الرأس را می‌توان از طریق شکل یک سهمی توصیف کرد. دانیل و هوگز<sup>۶</sup> (۲۰۰۷، ۶۳۸) شکل‌شناسی برخان‌های استرالیا و ارتباط آنها با نوع رژیم فصلی باد در منطقه را بررسی کرده‌اند. هاگن هلترز و همکاران<sup>۷</sup> (۲۰۰۸، ۱۳) ضمن مطالعه الگوهای موقت و فضایی حمل رسوبات بادی بر روی تپه‌های سهمی‌شکل، میزان ورودی و خروجی و نرخ انتقال مقدار ماسه را با توجه به متغیرهای اقلیمی منطقه بر روی تپه‌های برخانی بررسی کرده‌اند. والی و همکاران<sup>۸</sup> (۲۰۰۸، ۴۱۱) خصوصیات شکل‌شناسی و تحرکات تپه‌های ماسه‌ای را با استفاده از تصاویر ماهواره‌ای در بیابان پاتاگونیا<sup>۹</sup> در آرژانتین بررسی کرده و وجود این میدان ماسه‌ای را در نتیجه گردش عمومی هوا و خصوصیات خط ساحل بیان کرده‌اند.

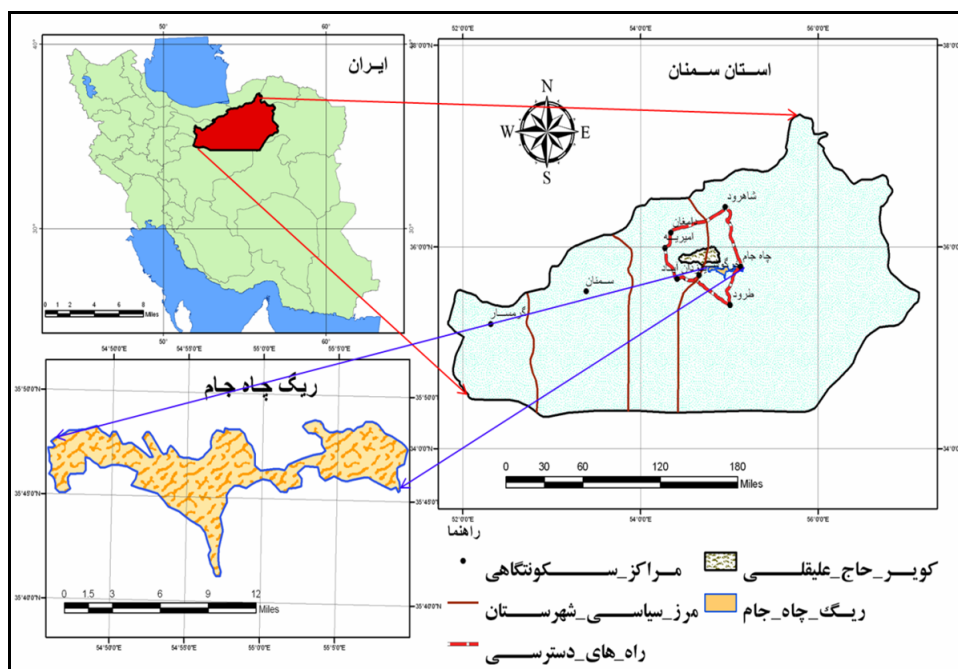
در این پژوهش با تکیه بر روش‌های اندازه‌گیری کمی و بهره‌گیری از معادلات سهمی به مدلیزه کردن ریاضی شکل تپه‌های برخانی منطقه مطالعاتی پرداخته و هدف از آن ارائه معادلات ریاضی درجه دو برای سهمی‌های تشکیل‌دهنده برخان‌ها برای شناسایی هر چه بهتر رفتارها و عملکردهای این ناهمواری‌ها در زمینه شناخت ویژگی‌های مورفودینامیک آنها در طبیعت است. بنابراین پس از امکان‌سنجی بررسی تبعیت مقطع افقی برخان از معادلات سهمی، مبادرت به مدل‌سازی اجزای این معادلات با استفاده از خصوصیات ژئومتری برخان گردیده است. لذا به طور کلی در این پژوهش تلفیقی از مدل‌سازی آماری و ریاضی برای بررسی شکل مسطحاتی برخان به بحث گذاشته شده است. اهمیت تعیین این معادلات در تعریف شاخص‌های شکل‌شناسی برخان و کمک به شبیه‌سازی آن در محیط‌های مجازی و آزمایشگاهی به‌منظور شناسایی دقیق و صحیح رفتار برخان با هدف شناخت ویژگی‌های مورفودینامیک آن است.

### منطقه مورد مطالعه

منطقه مطالعاتی در این پژوهش، ریگ چاه جام از توابع شهرستان شاهرود در استان سمنان است که در قسمت جنوب شرقی تا جنوبی کویر حاج علی قلی گسترده شده است. کویر حاج علیقلی مهم‌ترین کویر استان سمنان است که در

1. Anton & Vincent (1986)
2. Landsberg (1956)
3. Anthonsen et al. (1996)
4. Hesp & Hastings (1998)
5. Ting Wang et al. (2006)
6. Daniell & Hughes (2007)
7. Hugenholtz et al. (2008)
8. Vali et al. (2008)
9. Patagonia

جنوب غربی شاهرود و جنوب دامغان واقع شده است. این کویر چاله‌ای رسوبی - ساختمانی است که در زمان حاضر تحت تأثیر فرایندهای شکل‌زایی مختلف قرار دارد. به دلیل کمبود پوشش گیاهی و ریزش‌های جوی در اطراف این کویر سیستم‌های شکل‌زایی بادی بر دیگر فرایندها حاکمیت دارند و می‌توان انواع رخساره‌های فرسایشی بادی را در این منطقه مشاهده کرد. ریگ چاه جام با وسعت حدود ۲۵۲۶۰ هکتار از مهم‌ترین ریگ‌های موجود در حاشیه کویر حاج علی‌قلی است که به صورت نواری نامنظم در امتداد شمال غربی - جنوب شرقی در طول ۱۰ تا ۱۲ کیلومتر کشیده شده است (احمدی، ۱۳۸۷، ۳۲۸). این ریگ در محدوده‌ای به عرض ۳۵ درجه و ۴۵ دقیقه تا ۳۵ درجه و ۵۰ دقیقه شمالی و طول ۵۵ درجه تا ۵۶ درجه و ۱۰ دقیقه شرقی واقع شده است (شکل ۱).



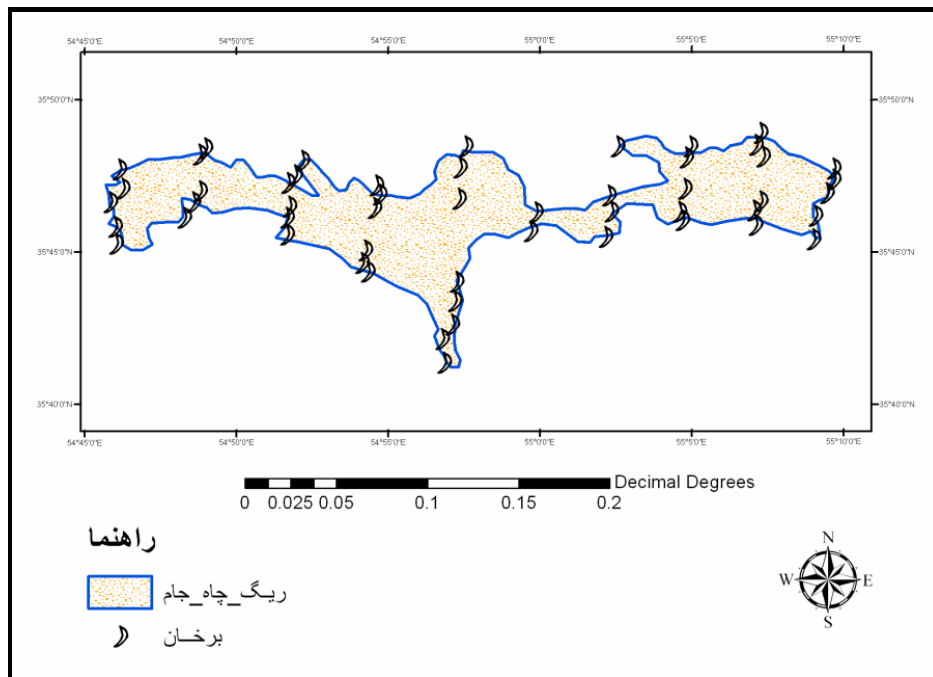
شکل ۱. موقعیت ریاضی و سیاسی محدوده مطالعاتی

## مواد و روش‌ها

ابتدا به کمک تصاویر ماهواره‌ای گوگل ارث<sup>۱</sup> محدوده مطالعاتی مورد بررسی واقع گردید و سپس با مراجعات میدانی به منطقه، مبادرت به نمونه‌برداری و اندازه‌گیری مؤلفه‌های مورفومتری برخان شد. نمونه‌برداری از برخان‌ها در امتداد ۱۰ ترانسکت<sup>۲</sup> که تقریباً کل مساحت ریگ را پوشش می‌دهد صورت گرفت و در امتداد هر ترانسکت خصوصیات مورفومتری برخان‌ها اندازه‌گیری شد. حجم نمونه مطالعاتی به موقعیت برخان‌ها نسبت به محل ترانسکت‌های مستقر شده بستگی دارد، که در مجموع ۵۲ برخان مورد اندازه‌گیری و ارزیابی قرار گرفته است. به عبارت دیگر، در نمونه‌برداری میدانی، ۵۲ برخان با ۱۰ ترانسکت مذکور برخورد کرده و اندازه‌گیری شده‌اند (شکل ۲).

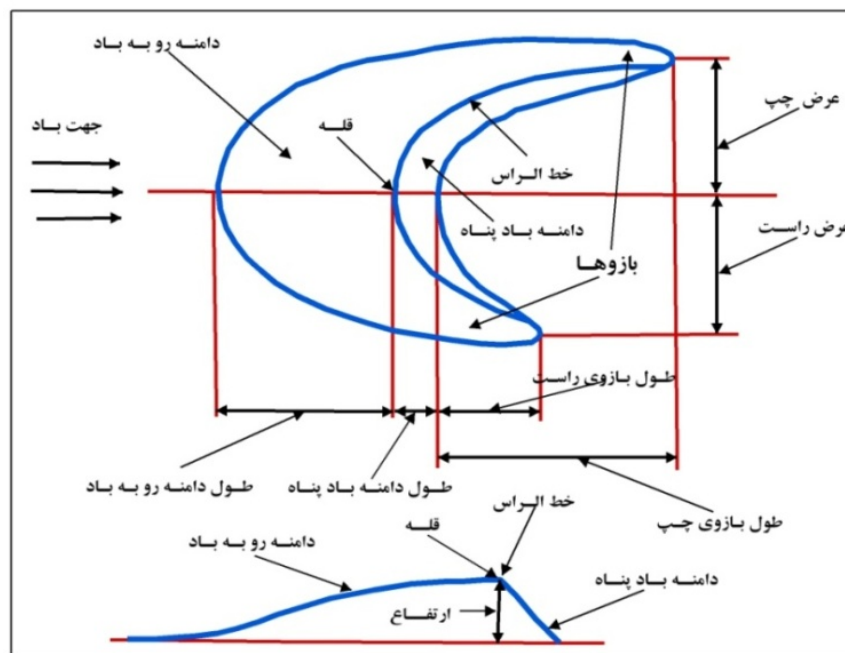
1. Google Earth

2. Transect



شکل ۲. موقعیت ترانسکت‌ها و برخان‌های اندازه‌گیری شده در محدوده مطالعاتی (امتداد عمودی برخان‌ها موقعیت ترانسکت‌ها را نشان می‌دهد).

به منظور بررسی‌های آماری خصوصیات برخان‌ها، مؤلفه‌های مورفومتری آنها اندازه‌گیری شدند. مبنای اندازه‌گیری شکل ۳ است که انواع پارامترهای مورفومتری برخان و نحوه اندازه‌گیری آنها را نشان می‌دهد.



شکل ۳. توضیح تصویری مؤلفه‌های مورفومتری برخان

(اقتباس از Hesp & Hastings, 1998, 195 ; Sauermann et al., 2000, 48; Hughe & Daniell, 2007, 642)

نحوه محاسبه طول و عرض کامل برخان به شرح معادلات زیر است:

$$L = L_0 + L_s + (L_a + L_b)/2 \quad \text{محاسبه طول کامل} \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$W = W_a + W_b \quad \text{محاسبه عرض کامل} \quad \text{رابطه (۲)}$$

در این روابط،  $W$  عرض کامل برخان؛  $W_a$  عرض راست؛  $W_b$  عرض چپ؛  $L$  طول کامل برخان؛  $L_a$  طول بازوی راست؛  $L_b$  طول بازوی چپ؛  $L_0$  طول دامنه رو به باد؛ و  $L_s$  طول دامنه بادپناه است.

نحوه محاسبه محیط و مساحت برخان بدین گونه است که ابتدا بر روی زمین برای هر برخان یک دستگاه مختصات فرضی در نظر گرفته شده است. سپس بر روی محیط آن تعداد ۲۱ نقطه تعیین مختصات گردید. نقاط برداشت شده در عرصه با توجه به مقیاس ۱:۱۰۰ بر روی کاغذ میلیمتری ترسیم گردید. سپس برای هر برخان، مساحت به کمک پلانی متر و محیط با استفاده از کرویمتر محاسبه شد. با توجه به تبعیت کردن حجم برخان از نصف حجم هرم (Hesse, 2008, 3) پس از محاسبه سطح برخان، حجم رسوبات با استفاده از رابطه (۳) محاسبه گردید.

$$V = 0.1666S \times H \quad \text{محاسبه حجم} \quad \text{رابطه (۳)}$$

در این رابطه،  $S$  مساحت برخان و  $H$  ارتفاع برخان است.

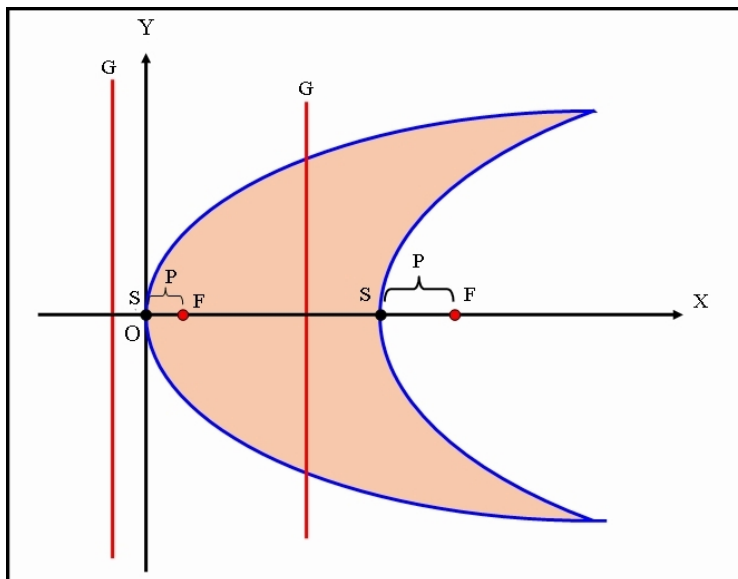
به کمک رابطه مذکور، حجم تک تک برخان‌ها محاسبه شد و در نهایت بردار حجم برخان تشکیل گردید. بنابراین در مجموع برای ۵۲ برخان ابعاد ارتفاع، طول و جزئیات آن، عرض و جزئیات آن، محیط، مساحت و حجم رسوبات بادی محاسبه گردید و ماتریس داده‌ها برای مدل‌سازی تهیه شد.

به منظور مدلیزه کردن سهمی‌های برخان‌های مطالعاتی، ابتدا از طریق روش نمونه‌گیری احتمالی (تصادفی ساده)، تعداد ۱۱ برخان به عنوان نمونه از بین جامعه ۵۲ عضوی برخان‌های مذکور انتخاب شدند. سپس با استفاده از ۲۱ نقطه برداشتی از سطح زمین، این ۱۱ برخان بر روی کاغذ میلیمتری با مقیاس ۱:۱۰۰ ترسیم گردیدند. برای مدلیزه کردن ریاضیاتی آنها با استفاده از معادله سهمی، یک دستگاه مختصات فرضی برای هر کدام از برخان‌های مطالعاتی ترسیم گردید، که محور  $x$  آن موازی با جهت باد و محور  $y$  آن عمود بر جهت باد است. ترسیم دستگاه مختصات به گونه‌ای صورت پذیرفت که دهانه برخان و سهمی‌های آن رو به راست قرار گرفت. در دستگاه مختصات مذکور محور  $x$ ‌ها منطبق بر خط تقارن برخان و جهت باد است، به گونه‌ای که مختصات رأس سهمی دامنه رو به باد نیز منطبق بر مبدأ دستگاه مختصات است (شکل ۴). سپس از طریق درجه‌بندی محورهای دستگاه به صورت میلیمتری و با مقیاس ۱:۱۰۰، مختصات نقاط انتهایی بازوهای برخان مشخص گردید و در نهایت به علت رو به راست بودن سهمی‌ها، با استفاده از رابطه (۴) مدلیزه کردن سهمی دامنه رو به باد برخان صورت گرفت.

$$y' = 4p(x) \quad \text{رابطه (۴)}$$

این رابطه زمانی به کار می‌رود که رأس سهمی در نقطه « $0$  و « $0$ » یعنی در مرکز دستگاه مختصات واقع شده باشد. در این حالت کانون دارای مختصات « $0$  و  $p$ »، خط هادی دارای معادله  $x = -p$  و خط تقارن سهمی محور  $x$  است. با در

نظر گرفتن دستگاه مختصاتی که شرح آن رفت، این شرایط دربرگیرنده سهمی دامنه رو به باد برخان است که از این طریق می‌توان به راحتی معادله آن را محاسبه کرد (شکل ۴).



شکل ۴. تصویر یک برخان با سهمی‌ها و اجزای‌شان در دستگاه مختصات. در این تصویر O مبدأ دستگاه مختصات؛ F دربردارنده مختصات کانون؛ S در بردارنده مختصات رأس سهمی؛ p فاصله بین کانون تا رأس و خط هادی سهمی است.

مدلیزه کردن سهمی دامنه بادپناه برخان نیز در همان دستگاه مختصات و از طریق انتقال محور به نقطه رأس سهمی دامنه بادپناه برخان و با استفاده از رابطه (۵) انجام گردید، ولی معادله آن نسبت به دستگاه مختصاتی که مبدأ آن رأس سهمی دامنه رو به باد است محاسبه می‌گردد (شکل ۴).

$$(y - k)^2 = 4p(x - h) \quad \text{رابطه (۵)}$$

این رابطه در صورتی کاربرد دارد که رأس سهمی دارای مختصاتی به غیر از «۰» و «۰» باشد، در این حالت برای محاسبه معادله سهمی مورد نظر باید انتقال محور صورت گیرد، بدین گونه که با توجه به طول و عرض آن (برای مثال k و h)، مقدار h واحد از x و مقدار k واحد از y معادله سهمی کم می‌شود تا بدین روش انتقال محور صورت پذیرد و معادله سهمی دامنه بادپناه محاسبه گردد. در نهایت و در نتیجه انتقال محور شکل رابطه (۴) به صورت رابطه (۵) تغییر می‌یابد. این بدان معنی است که رأس سهمی بادپناه در نقطه‌ای به مختصات k و h واقع شده و معادله به اندازه h واحد از محور x ها و k واحد از محور y ها در جهت مثبت فاصله گرفته است. در این حالت مختصات کانون سهمی از طریق رابطه  $F(h + p, k)$  و معادله خط هادی از طرق رابطه  $x = h - p$  محاسبه می‌گردد. با استفاده از این روش می‌توان معادله سهمی دامنه بادپناه برخان و دیگر ویژگی‌های مربوط به آن را مدلیزه کرد.

در روابط (۴) و (۵) F دربردارنده مختصات کانون؛ S دربردارنده مختصات رأس؛ p فاصله بین کانون تا رأس

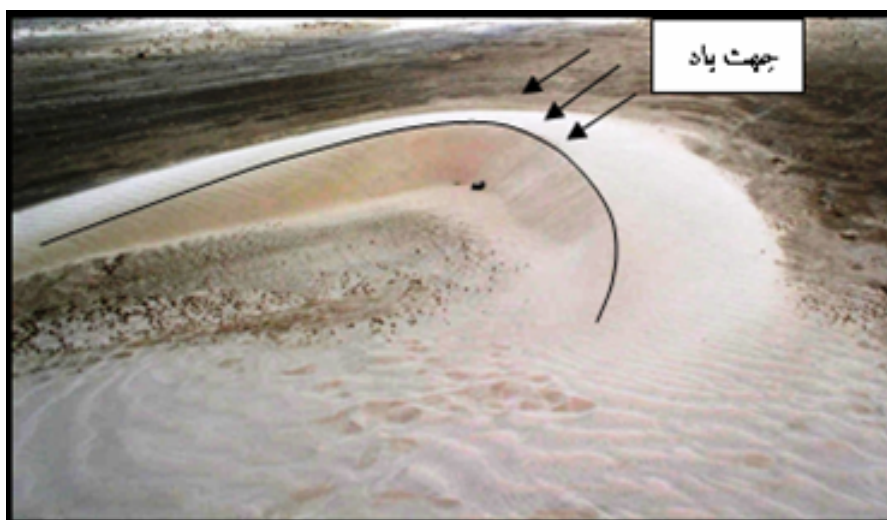
سهمی؛  $4p$  طول ضلع قائم بر کانون سهمی؛  $x:h$  رأس سهمی دامنه بادپناه؛  $y:k$  رأس سهمی دامنه بادپناه و x طول و y

عرض نقاط تشکیل دهنده سهمی‌ها هستند (لیتهلد، ۱۳۷۱، ۱۵۴-۱۶۵). به دلیل اینکه رأس سهمی دامنه رو به باد منطبق بر رأس محور مختصات است، مقادیر  $h$  و  $k$  آن برابر با صفر است؛ ولی این مقادیر برای سهمی بادپناه به دلیل اینکه رأس آن بر روی محور  $x$  و دور از محور  $y$  واقع شده متفاوت است، به طوری که مقدار  $k$  برابر با صفر و مقدار  $h$  برابر با فاصله آن از محور  $y$  خواهد بود (شکل ۴).

در مجموع برای ۱۱ برخان مورد مطالعه مختصات رأس سهمی و نقاط انتهایی بازوها تعیین شد و معادلات سهمی‌ها، مختصات کانون، معادله هادی و مقادیر  $p$  برای هر یک از آنها محاسبه گردید، که نتایج به دست آمده در جدول ۲ ارائه شده است. پس از مدل‌سازی ریاضی سهمی‌های برخان‌های مطالعاتی و محاسبه مقادیر  $p$  و ضریب  $x$ ، برای شناسایی نوع روابط و میزان تأثیر این دو پارامتر بر مؤلفه‌های مورفومتری و مسطحاتی برخان، به رابطه‌سنجی بین این مؤلفه‌ها اقدام شد. این روش به کمک نرم‌افزار SPSS و با استفاده از تکنیک آنالیز رگرسیون انجام گرفت. برای این منظور ابتدا روش‌های رگرسیون ساده خطی و غیرخطی آزموده شد. در روش رگرسیون ساده روابط گوناگون خطی، توانی، لگاریتمی، مکعبی و جز اینها بین مؤلفه‌های گوناگون محاسبه گردید و از بین روابط رگرسیون ساده، روابطی با ارزش رجحانی بالاتر (ضریب تبیین بیشتر و انحراف معیار خطای برآورد کمتر) انتخاب شد، به طوری که در این روش بهترین ارتباطات از توابع توانی پیروی می‌کند. لذا در قسمت نتایج فقط به ذکر روابط ساده توانی اکتفا شده است و در نهایت برای شناسایی نوع رابطه و میزان تأثیر آنها ضریب همبستگی، ضریب تبیین، ضریب تعدیل شده، انحراف معیار خطای برآوردها و سطح معنی‌داری روابط نیز گزارش شده است.

### یافته‌های تحقیق

در محدوده مطالعاتی، برخان‌های متعددی می‌توان مشاهده کرد که تقریباً اکثر آنها اندازه و شکلی مشابه و یکسان دارند (شکل ۵). به طور کلی برخان‌های این منطقه دارای ارتفاعاتی بین ۱/۲ تا ۱۷/۹ متر، طولی بین ۱۹/۵ تا ۳۰۷/۸۵ متر طول و عرضی بین ۶/۳ تا ۱۶۵/۶ متر هستند (جدول ۱).



شکل ۵. تصویری از یک تپه برخانی که در آن جهت باد و خط‌الرأس به تصویر کشیده شده است



جدول ۱. مشخصات آماری برخان‌های اندازه‌گیری شده در منطقه مطالعاتی

مولفه*	دامنه	حداقل	حداکثر	میانگین	انحراف معیار	چولگی
ارتفاع	۱۶/۷۰	۱/۲۰	۱۷/۹۰	۵/۸۰۲	۳/۷۶۸	۱/۲۴۴
عرض شمالی	۸۶/۰۰	۳/۱	۸۹/۱۰	۲۷/۳۱۱	۱۷/۶۵۷	۱/۱۹۵
عرض جنوبی	۹۱/۴۰	۳/۲۰	۹۴/۶۰	۳۲/۷۹۶	۲۱/۶۷۲	۱/۰۴۱
عرض	۱۵۹/۳۰	۶/۳۰	۱۶۵/۶۰	۶۰/۱۰۷	۳۷/۹۳۰	۰/۹۶۶
طول بازوی شمالی	۷۶/۳۰	۴/۲۰	۸۰/۵۰	۲۹/۴۹۸	۲۰/۱۹۱	۰/۱۰۳
طول بازوی جنوبی	۸۷/۸۰	۱/۵۰	۸۹/۳۰	۳۵/۵۷۳	۲۲/۶۷۳	۰/۷۲۸
طول دامنه رو به باد	۲۱۴/۵۰	۹/۱۰	۲۲۳/۶۰	۵۲/۴۶۷	۴۲/۷۶۱	۱/۷۲۷
طول دامنه باد پناه	۳۷/۹۰	۱/۵۰	۳۹/۴۰	۹/۶۶۷	۷/۳۶۱	۱/۶۴۷
طول	۲۸۸/۸۰	۱۹/۵۰	۳۰۷/۸۵	۹۴/۶۷۰	۶۵/۱۴۱	۱/۱۳۴
مساحت	۲/۹۹E۴	۸۱/۲۰	۳۰۸۲۴/۵۱	۵/۰۸۱۳E۳	۵۹۰۷/۲۱۵	۲/۱۲۱
محیط	۹/۲۵E۴	۷۵/۱۵	۱۰۳۸/۱۵	۳/۲۷۲۵E۳	۲۰۶/۵۷۱	۱/۲۴۳
حجم	۶/۴۴	۷/۹۴	۶۴۳۷۹/۳۰	۷/۸۵۲۴	۱۲۸۰۸/۶۰۳	۲/۵۳۹

\* واحد ارتفاع، طول، عرض و محیط به متر، واحد مساحت به مترمربع و واحد حجم به مترمکعب است.

جدول ۲. نتایج حاصل از بررسی سهمی‌های برخان‌های منطقه مطالعاتی

برخان	سهمی	مقدار p	مختصات رأس (S)	معادله هادی	مختصات کانون (F)	معادله سهمی
۱	دامنه رو به باد	۰/۶	(۰ و ۰)	$x = -۰/۶$	(۰ و ۰/۶)	$y^2 = ۲/۴x$
	دامنه باد پناه	۲/۰۱۶	(۷/۴ و ۰)	$x = ۵/۳۸۴$	(۹/۴۱۶ و ۰)	$y^2 = ۸/۰۶۴(x - ۷/۴)$
۲	دامنه رو به باد	۰/۱۳۶	(۰ و ۰)	$x = -۰/۱۳۶$	(۰ و ۰/۱۳۶)	$y^2 = ۰/۵۴۷x$
	دامنه باد پناه	۰/۴۱۶	(۴/۹ و ۰)	$x = ۴/۴۸۴$	(۵/۳۱۶ و ۰)	$y^2 = ۱/۶۶۶(x - ۴/۹)$
۳	دامنه رو به باد	۰/۵	(۰ و ۰)	$x = -۰/۵$	(۰ و ۰/۵)	$y^2 = ۲x$
	دامنه باد پناه	۱/۱۲۵	(۵/۵ و ۰)	$x = ۴/۳۷۵$	(۶/۶۲۵ و ۰)	$y^2 = ۴/۵(x - ۵/۵)$
۴	دامنه رو به باد	۰/۶	(۰ و ۰)	$x = -۰/۶$	(۰ و ۰/۶)	$y^2 = ۲/۴x$
	دامنه باد پناه	۲/۰۱۶	(۷/۴ و ۰)	$x = ۵/۳۸۴$	(۹/۴۱۶ و ۰)	$y^2 = ۸/۰۶۴(x - ۷/۴)$
۵	دامنه رو به باد	۰/۴۴۶	(۰ و ۰)	$x = -۰/۴۴۶$	(۰ و ۰/۴۴۶)	$y^2 = ۱/۷۸۵x$
	دامنه باد پناه	۱/۰۴۱	(۸ و ۰)	$x = ۶/۹۵۹$	(۹/۰۴۱ و ۰)	$y^2 = ۴/۱۶۶(x - ۸)$
۶	دامنه رو به باد	۱/۱	(۰ و ۰)	$x = -۱/۱$	(۱/۱ و ۰)	$y^2 = ۴/۴x$
	دامنه باد پناه	۲/۸۵۲	(۱۱/۴ و ۰)	$x = ۸/۵۴۸$	(۱۴/۲۵۲ و ۰)	$y^2 = ۱۱/۴۰۸(x - ۱۱/۴)$
۷	دامنه رو به باد	۰/۲۰۸	(۰ و ۰)	$x = -۰/۲۰۸$	(۰ و ۰/۲۰۸)	$y^2 = ۰/۸۳۳x$
	دامنه باد پناه	۰/۴۴۶	(۴ و ۰)	$x = ۳/۵۵۴$	(۴/۴۴۶ و ۰)	$y^2 = ۱/۷۸۵(x - ۴)$
۸	دامنه رو به باد	۰/۲۹۲	(۰ و ۰)	$x = -۰/۲۹۲$	(۰ و ۰/۲۹۲)	$y^2 = ۱/۱۷x$
	دامنه باد پناه	۰/۷۷۸	(۱۰/۸ و ۰)	$x = ۱۰/۰۲۲$	(۱۱/۵۷۸ و ۰)	$y^2 = ۳/۱۱۵(x - ۱۰/۸)$
۹	دامنه رو به باد	۰/۶۳	(۰ و ۰)	$x = -۰/۶۳$	(۰ و ۰/۶۳)	$y^2 = ۲/۵۲x$
	دامنه باد پناه	۲/۳۶۳	(۸/۸ و ۰)	$x = ۶/۴۳۸$	(۱۱/۱۶۳ و ۰)	$y^2 = ۹/۴۵۳(x - ۸/۸)$
۱۰	دامنه رو به باد	۰/۲۰۸	(۰ و ۰)	$x = -۰/۲۰۸$	(۰ و ۰/۲۰۸)	$y^2 = ۰/۸۳۳x$
	دامنه باد پناه	۰/۴۴۶	(۴ و ۰)	$x = ۳/۵۵۴$	(۴/۴۴۶ و ۰)	$y^2 = ۱/۷۸۵(x - ۴)$
۱۱	دامنه رو به باد	۰/۱۱۶	(۰ و ۰)	$x = -۰/۱۱۶$	(۰ و ۰/۱۱۶)	$y^2 = ۰/۴۶۴x$
	دامنه باد پناه	۰/۳	(۱/۹ و ۰)	$x = ۱/۶$	(۲/۲ و ۰)	$y^2 = ۱/۲(x - ۱/۹)$

نتایج به دست آمده از مدل سازی ریاضی برخان‌های مطالعاتی به کمک روابط سهمی به شرح جدول ۲ است که در آن مقدار  $p$ ، معادله هادی، مختصات کانون، مختصات رأس و معادله سهمی نیز گزارش شده است. نتایج حاصل از بررسی رابطه سنجی بین فاصله کانونی برخان با سایر مؤلفه‌های مورفولوژی آن، که به روش آنالیز رگرسیون صورت گرفته، در جداول ۳ تا ۶ ارائه شده است. خلاصه مدل‌های به دست آمده از تحلیل‌های آماری بین مؤلفه فاصله کانونی برخان با طول و عرض، ارتفاع، محیط، مساحت و حجم برخان‌های محدوده مطالعاتی به شرح جدول ۳ است.

جدول ۳. نتایج حاصل از رابطه سنجی بین فاصله کانونی دامنه رو به باد با مؤلفه‌های مورفولوژی برخان‌های محدوده مطالعاتی

مؤلفه	نوع رابطه	ضریب همبستگی	ضریب تبیین	ضریب تعدیل شده	انحراف معیار برآورد	سطح معنی دار
فاصله کانونی و عرض	توانی	۰/۹۴۷	۰/۸۹۷	۰/۸۸۵	۰/۲۴۱	۰/۰۰۰
فاصله کانونی و طول	توانی	۰/۷۴۰	۰/۵۴۸	۰/۴۹۸	۰/۵۰۶	۰/۰۰۹
فاصله کانونی و ارتفاع	توانی	۰/۸۴۴	۰/۷۱۳	۰/۶۸۱	۰/۴۰۳	۰/۰۰۱
فاصله کانونی و محیط	توانی	۰/۸۸۴	۰/۷۸۱	۰/۷۵۷	۰/۳۵۲	۰/۰۰۰
فاصله کانونی و مساحت	توانی	۰/۸۸۲	۰/۷۷۷	۰/۷۵۳	۰/۳۵۵	۰/۰۰۰
فاصله کانونی و حجم	توانی	۰/۹۴۸	۰/۸۹۸	۰/۸۸۷	۰/۲۳۹	۰/۰۰۰

ارتباطات به دست آمده از روابط فاصله کانونی سهمی دامنه رو به باد با سایر مؤلفه‌های مورفومتری و مسطحاتی برخان حاکی از حداکثر ارتباط معنی دار توانی با حجم برخان با ضریب تبیین ۰/۸۹۸ و خطای برآورد ۰/۲۳۹ و با عرض برخان با ضریب تبیین ۰/۸۹۷ و خطای برآورد ۰/۲۴۱ است.

جدول ۴. نتایج حاصل از رابطه سنجی بین فاصله کانونی دامنه بادپناه با مؤلفه‌های مورفولوژی برخان‌های محدوده مطالعاتی

مؤلفه	نوع رابطه	ضریب همبستگی	ضریب تبیین	ضریب تعدیل شده	انحراف معیار برآورد	سطح معنی دار
فاصله کانونی و عرض	توانی	۰/۸۷۹	۰/۷۷۲	۰/۷۴۷	۰/۴۰۲	۰/۰۰۰
فاصله کانونی و طول	توانی	۰/۷۰۶	۰/۴۹۹	۰/۴۴۳	۰/۵۹۶	۰/۰۱۵
فاصله کانونی و ارتفاع	توانی	۰/۸۵۰	۰/۷۲۳	۰/۶۹۲	۰/۴۴۳	۰/۰۰۰
فاصله کانونی و محیط	توانی	۰/۸۳۷	۰/۷۰۰	۰/۶۶۷	۰/۴۶۱	۰/۰۰۱
فاصله کانونی و مساحت	توانی	۰/۸۵۳	۰/۷۲۸	۰/۶۹۸	۰/۴۳۹	۰/۰۰۰
فاصله کانونی و حجم	توانی	۰/۹۲۴	۰/۸۵۴	۰/۸۳۷	۰/۳۲۲	۰/۰۰۰

ارتباطات به دست آمده از روابط فاصله کانونی سهمی دامنه بادپناه با سایر مؤلفه‌های مورفومتری و مسطحاتی برخان حاکی از حداکثر ارتباط معنی دار توانی با حجم برخان با ضریب تبیین ۰/۸۵۴ و خطای برآورد ۰/۳۲۲ و با عرض برخان با ضریب تبیین ۰/۷۷۲ و خطای برآورد ۰/۴۰۲ است. روابط فواصل کانونی با سایر مؤلفه‌های مورفولوژی برخان‌های منطقه مطالعاتی به شرح جدول‌های ۳ و ۴ است. ضرایب و روابط کشف شده بین فاصله کانونی دامنه رو به باد با مؤلفه‌های مسطحاتی و مورفومتری برخان‌های منطقه مطالعاتی و همچنین آزمون سطح معنی داری ضرایب معادلات در جدول ۵ گزارش شده است.

جدول ۵. ضرایب روابط موجود بین فاصله کانونی دامنه رو به باد و مؤلفه‌های مورفولوژی برخان‌های منطقه مطالعاتی

مؤلفه	پارامترهای معادله	ضریب معادله	انحراف معیار	مقدار t	سطح معنی‌دار	معادله
فاصله کانونی و عرض	مقدار ثابت	۰/۰۰۲	۰/۰۰۱	۱/۷۲۱	۰/۱۱۹	$P=۰/۰۰۲ W^{۱/۲۱۱}$
	توان	۱/۲۱۱	۰/۱۳۶	۸/۸۶۶	۰/۰۰۰	
فاصله کانونی و طول	مقدار ثابت	۰/۰۰۳	۰/۰۰۴	۰/۶۹۱	۰/۵۰۷	$P=۰/۰۰۳ L^{۱/۰۴۵}$
	توان	۱/۰۴۵	۰/۳۱۶	۳/۳۰۶	۰/۰۰۹	
فاصله کانونی و ارتفاع	مقدار ثابت	۰/۰۲۸	۰/۰۱۵	۱/۸۴۱	۰/۰۹۸	$P=۰/۰۲۸ H^{۱/۳۶۰}$
	توان	۱/۳۶۰	۰/۲۸۷	۴/۷۳۷	۰/۰۰۱	
فاصله کانونی و محیط	مقدار ثابت	۹/۸۳۹۲	۰/۰۰۰	۰/۶۹۱	۰/۵۰۶	$P=۹/۸۳۹۲ P^{۱/۳۷۹}$
	توان	۱/۳۷۹	۰/۲۴۳	۰/۸۸۴	۰/۰۰۰	
فاصله کانونی و مساحت	مقدار ثابت	۰/۰۰۲	۰/۰۰۲	۱/۱۲۹	۰/۲۸۸	$P=۰/۰۰۲ A^{۰/۰۵۸۸}$
	توان	۰/۵۸۸	۰/۱۰۴	۵/۶۱۵	۰/۰۰۰	
فاصله کانونی و حجم	مقدار ثابت	۰/۰۰۹	۰/۰۰۳	۲/۴۰۸	۰/۰۳۹	$P=۰/۰۰۹ V^{۰/۴۲۶}$
	توان	۰/۴۲۶	۰/۰۴۷	۰/۹۴۸	۰/۰۰۰	

ضرایب و روابط کشف شده بین فاصله کانونی دامنه بادپناه با مؤلفه‌های مسطحاتی و مورفومتری برخان‌های منطقه مطالعاتی و همچنین آزمون سطح معنی‌داری ضرایب معادلات نیز در جدول ۶ گزارش شده است.

جدول ۶. ضرایب روابط موجود بین فاصله کانونی دامنه بادپناه و مؤلفه‌های مورفولوژی برخان‌های منطقه مطالعاتی

مؤلفه	پارامترهای معادله	ضریب معادله	انحراف معیار	مقدار t	سطح معنی‌دار	معادله
فاصله کانونی و عرض	مقدار ثابت	۰/۰۰۴	۰/۰۰۴	۱/۰۳۴	۰/۳۲۸	$P=۰/۰۰۴ W^{۱/۲۵۸}$
	توان	۱/۲۵۸	۰/۲۲۷	۵/۵۳۲	۰/۰۰۰	
فاصله کانونی و طول	مقدار ثابت	۰/۰۰۵	۰/۰۱۰	۰/۵۸۶	۰/۵۷۲	$P=۰/۰۰۵ L^{۱/۱۱۷}$
	توان	۱/۱۱۷	۰/۳۷۲	۲/۹۹۶	۰/۰۱۵	
فاصله کانونی و ارتفاع	مقدار ثابت	۰/۰۵۶	۰/۰۳۳	۱/۶۷۴	۰/۱۲۸	$P=۰/۰۵۶ H^{۱/۵۳۲}$
	توان	۱/۵۳۲	۰/۳۱۵	۴/۸۵۱	۰/۰۰۰	
فاصله کانونی و محیط	مقدار ثابت	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۵۲۸	۰/۶۱۰	$P=۰/۰۰۰ P^{۱/۴۶۲}$
	توان	۱/۴۶۲	۰/۳۱۸	۴/۵۹۱	۰/۰۰۱	
فاصله کانونی و مساحت	مقدار ثابت	۰/۰۰۴	۰/۰۰۴	۰/۹۱۲	۰/۳۸۵	$P=۰/۰۰۴ A^{۰/۶۳۷}$
	توان	۰/۶۳۷	۰/۱۲۹	۴/۹۱۱	۰/۰۰۰	
فاصله کانونی و حجم	مقدار ثابت	۰/۰۱۷	۰/۰۰۹	۱/۷۹۲	۰/۱۰۶	$P=۰/۰۱۷ V^{۰/۴۶۵}$
	توان	۰/۴۶۵	۰/۰۶۴	۷/۲۵۸	۰/۰۰۰	

## بحث و نتیجه‌گیری

در روند تحولات و دگرگونی‌های تپه‌های برخانی، این فرض وجود دارد که در این نوع تپه‌ها تجمع اولیه ماسه، تشکیل تپه‌ای شبیه به سهمی را می‌دهد. اگر این تپه سهمی‌گون<sup>۱</sup> به ارتفاع بحرانی معینی برسد، در وضعیت ظاهری آن ناپایداری اتفاق می‌افتد و باعث ایجاد توده لغزشی بر روی دامنه بادپناه برخان می‌گردد. با رشد بیشتر ارتفاع، تپه دوباره به سمت وضعیت‌های پایداری میل می‌کند (Kocurek et al., 1992, 625). با این حال تپه برخانی همچنان به رشد و حرکت خود ادامه می‌دهد (Sauer mann et al., 2000, 59). این درحالی است که این عارضه در اثنای تحرکات و دگرگونی‌ها شکل سهمی‌گون و سه‌بعدی خود را همراه با افزایش حجم و اندازه تا رسیدن به مرحله پایداری کامل حفظ می‌کند.

یکی از مهم‌ترین ویژگی‌های مورفولوژی برخان، شکل سهمی‌گون آن است که این ویژگی خود متأثر از مورفولوژی هلالی و هواگرد برخان است. بنابراین برای مدل‌سازی ریاضی برخان می‌توان از معادلات درجه دو سهمی استفاده کرد. به عبارت دیگر، مدلیزه کردن سطوح دوبعدی برخان (صرف‌نظر از ویژگی‌های فضای آن) از طریق معادلات سهمی امکان‌پذیر است. برای مدل‌سازی ریاضی برخان، دستگاه مختصات طوری طراحی شده است که سهمی‌های برخان رو به راست و در جهت باد قرار گرفته‌اند. رأس سهمی دامنه رو به باد منطبق بر مبدأ دستگاه مختصات و محور  $x$  موازی با جهت باد و خط تقارن برخان انطباق دارد. بنابراین مختصات رأس و کانون سهمی‌ها مثبت است و مقادیر  $y$  تمام کانون‌ها و رأس سهمی‌ها در هر برخان ثابت است. این در حالی است که مقدار  $P$  و ضریب  $X$  معادله در هر برخان با برخان‌های مجاور متفاوت است. خطوط هادی نیز در تمام برخان‌ها موازی با محور  $y$  است. از جمله پارامترهایی که در محاسبه معادله سهمی‌های یک تپه برخانی - به‌منظور شکل‌شناسی آن - دارای اهمیت فراوان است، مقدار  $p$  یا فاصله کانونی سهمی و مقدار ضریب  $x$  در معادله سهمی است. این دو مؤلفه بیانگر حالت‌های مختلف سهمی‌ها نسبت به یکدیگرند، بدین گونه که هر اندازه مقدار  $p$  کاهش یابد، فاصله کانونی کاهش پیدا می‌کند و مقدار ضریب  $x$  نیز کم می‌شود. در نتیجه با کاهش این مقادیر، نقطه کانونی به رأس نزدیک‌تر می‌شود، دهانه سهمی‌های برخان تنگ‌تر می‌گردد و در نهایت، حالت واگرایی بازوهای برخان کاهش می‌یابد. در حالت دیگر عکس این عمل رخ می‌دهد.

در یک برخان که متشکل از سه سهمی مجزا است، سهمی دامنه رو به باد دارای مقدار  $p$  کمتری است و این مقدار به ترتیب در دو سهمی دیگر افزایش می‌یابد؛ یعنی سهمی دامنه رو به باد کمترین مقدار  $p$  و سهمی دامنه بادپناه بیشترین مقدار  $p$  را داراست. در نتیجه مقدار حالت واگرایی بازوهای سهمی از دامنه رو به باد به دامنه بادپناه، به ترتیب افزایش مقدار  $p$  و ضریب  $x$  افزایش می‌یابد. بنابراین سهمی دامنه رو به باد نسبت به سهمی دامنه بادپناه دارای کمترین مقدار واگرایی، و سهمی دامنه بادپناه دارای بیشترین مقدار واگرایی است. در تپه‌های برخانی هر اندازه نقطه کانونی از رأس آن فاصله گیرد، مقدار فاصله کانونی افزایش می‌یابد و در نهایت باعث عریض شدن پهنای برخان می‌شود. عکس این عمل نیز باعث کاهش عرض و افزایش در طول برخان می‌گردد، که در مجموع باعث تغییر شکل ظاهری آن می‌شود. در بین

1. Parabolic

برخان‌های مختلف این حالت برقرار است که برخان‌های دارای فاصله کانونی بیشتر، دارای ابعاد وسیع‌تر، پهنای عریض‌تر و حجم بیشتری هستند.

در این پژوهش دو روش مدل‌سازی آماری و ریاضی ناهمواری برخان تلفیق شده است. با استفاده از مدل‌سازی ریاضی برخان‌های مطالعاتی به کمک معادله سهمی و تلاقی دو سهمی دامنه رو به باد و بادپناه، می‌توان مختصات مسطحاتی اجزای برخان را به دست آورد و با بهره‌گیری از مدل‌سازی آماری از طریق خصوصیات ژئومتری برخان، می‌توان خصوصیات مورفومتری آن را محاسبه کرد و به کمک روابط مناسب رگرسیونی خصوصیات برخان را توجیه کرد. نتایج حاصل از مدل‌سازی برخان به صورت روابط ریاضی در جدول ۲ و روابط آماری در جدول ۵ و ۶ ارائه شده است. با استفاده از این روابط می‌توان مدل‌های آماری را به ریاضی تبدیل کرد - و برعکس. تلفیق دو روش مدل‌سازی مذکور امکان دستیابی به نتایج مدل‌سازی آماری را با استفاده از مدل‌سازی ریاضی - و برعکس - مهیا کرده است، به طوری که از طریق روابط آماری جداول ۵ و ۶ داشتن یکی از پارامترهای مورفومتریک برخان نظیر طول، عرض، ارتفاع، مساحت، محیط و حجم می‌توان مقادیر  $P$  (جدول ۵ فاصله کانونی دامنه رو به باد و جدول ۶ فاصله کانونی دامنه بادپناه) را برای سهمی‌های برخان محاسبه کرد و سپس با استفاده از محاسبه مقدار  $P$  و جایگزینی آن در روابط و نتایج جدول ۲ معادله سهمی‌های برخان را مورد محاسبه قرار داد و در نهایت شکل برخان را از طریق معادله سهمی در دستگاه مختصات شبیه‌سازی کرد. نتایج حاصل از این شبیه‌سازی در محاسبه سطح زیر منحنی، محیط و مساحت اشغال شده به وسیله برخان در طبیعت پُر اهمیت خواهد بود.

## منابع

- Ahmadi, H., 2004, **Applied Geomorphology (Desert – Windy erosion)**, 2nd Volume, (3rd Ed.), Tehran University Publication, Tehran, (Chapter 3).
- Anthonsen, K.L., Clemmensen, L.B., Jensen, J.H., 1996, **Evolution of a Dune from Crescentic to Parabolic Form in Response to Short-term Climatic Changes — Rabjerg- Mile**, Skagen-Odde, Denmark, *Geomorphology* 17, pp. 63–77.
- Anton, D., Vincent, P., 1986, **Parabolic dunes of the Jafurah Desert, Eastern Province, Saudi Arabia**, *Journal of Arid Environments* 11, pp. 187–198.
- Bagnold, R.A., 1941, **The Physics of Blown Sand and Desert Dunes**, Methuen, London, 232.
- Daniell, J., Hughes, M., 2007, **The Morphology of Barchan-shaped Sand Banks from Western Torres Strait, Northern Australia**, *Sedimentary Geology* 202, pp. 638-652.
- Finkel, H.J., 1959, **The Barchans of Southern Peru**, *Journal of Geology* 67, pp. 614–647.
- Hastenrath, S., 1967, **The Barchans of the Arequipa Region, Southern Peru**, *Zeitschrift fur Geomorphology* 11, pp. 300–331.
- Hesp, P., Hastings, K., 1998, **Width, Height and Slope Relationships and Aerodynamic Maintenance of Barchans**, *Geomorphology* 22, pp. 193–204.
- Hesse, R., 2008, **Do Swarms of Migrating Barchan Dunes Record Pale Environmental Changes? — A Case study Spanning the Middle to Late Holocene in the Pampa de Jaguay, Southern Peru**, *Geomorphology*, 02747, pp. 1 – 6.

- Howard, A.D., Morton, J.B., Gad-El-H & M., Pierce, D.B., 1978, **Sand Transport Model of Barchan Dune Equilibrium**, *Sedimentology* 25, pp. 307-338.
- Hugenholtz, C.H., et al., 2008, **Spatial and Temporal Patterns of Aeolian Sediment Transport on an Inland Parabolic Dune, Bigstick Sand Hills, Saskatchewan, Canada**, *Geomorphology* 02707, pp. 1- 13.
- Kocurek, G., Townsley, M., Yeh, E., Havholm, K., Sweet, M.L., 1992, **Dune and Dune-Field Development on Padre Island, Texas, with Implications for Interdune Deposition and Water-Table-Controlled Accumulation**, *J. Sediment. Petrol.* 62-4, pp. 622–635.
- Landsberg, S.Y., 1956, **The Orientation of Dunes in Britain and Denmark in Relation to wind**, *Geographical Journal* 122, pp. 176–189.
- Leithold, L., 1992, **Calculus, Integral and Analytic Geometry**, Volume II (Part I), Translated by Mehdi Behzad, Mohsen Razaghi, Siamak Kazemi & Islam Nazemi, Third edition, Publication center of Tehran University.
- Lettau, K., Lettau, H., 1969, **Bulk Transport of Sand by the Barchans of the Pampa de La Joya in Southern Peru**, *Zeitschrift fur Geomorphology N.F.* 13- 2, pp. 182– 195.
- Mahmoudi, F.A., 2003, **Dynamic Geomorphology**, Tehran-Iran, Payame Nour University Publication, 6th Ed., Pp. 73-97.
- Mousavi, S.H., 2009, **The Assessment of Effectiveness Barchan Morphometry on Stabilities (Case study: Erg Chah Jam)**, M.S. Thesis. Isfahan-Iran, University of Isfahan.
- Sauermann, G., Rognon, P., Poliakov, A., Herrmann, H.J., 2000, **The Shape of the Barchan Dunes of Southern Morocco**, *Geomorphology* 36, pp. 47–62.
- Ting Wang, Z., Chen Tao, S., Wen Xie, Y., Hui Dong, G., 2007, **Barchans of Minqin: Morphometry**, *Geomorphology* 89, pp. 405-411.
- Valle, H.F.del., Rostagon, F.R., C.M., Coronato, F.R., Bouza, P.J., Blanceo, P.D., 2008, **Sand Dune Activity in North-eastern Patagonia**, *Journal of arid Environment*, 72, pp. 411-422.
- Wippermann, F.K., Gross, G., 1986, **The Wind-induced Shaping and Migration of an Isolated dune: A Numerical Experiment**, *Boundary-Layer Meteorol.* 36, pp. 319–334.