



### شبیه‌سازی حرارتی دریچه دود و نشیمنگاه با استفاده از ضریب انتقال حرارت تماسی از روش معکوس

محمد حسن شجاعی فرد<sup>۱</sup>، محمد مزیدی<sup>۲\*</sup>، سید مصطفی میرسلیم<sup>۳</sup>، محمد رضا یثری<sup>۴</sup>

<sup>۱</sup> دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، [mhshf@iust.ac.ir](mailto:mhshf@iust.ac.ir)

<sup>۲</sup> پژوهشکده توسعه و بهینه‌سازی فناوری‌های انرژی، پژوهشگاه صنعت نفت، [mazidim@ripi.ir](mailto:mazidim@ripi.ir)

<sup>۳</sup> دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، [mirsalim@csr.ir](mailto:mirsalim@csr.ir)

<sup>۴</sup> دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، [reza.yosri@gmail.com](mailto:reza.yosri@gmail.com)

\* نویسنده مسئول، شماره تماس: ۰۹۱۹۵۳۱۹۵۴۷

#### اطلاعات مقاله

#### چکیده

تاریخچه مقاله:

دریافت: ۱ بهمن ۱۳۹۳

پذیرش: ۱۱ اسفند ۱۳۹۳

کلیدواژه‌ها:

ضریب انتقال حرارت تماسی

دریچه دود

نشیمنگاه

حل معکوس

شبیه‌سازی عددی

در موتورهای احتراق داخلی، با خروج گازهای بسیار گرم از موتور، دریچه دود و نشیمنگاه گرمای شدیدی را تحمل می‌کنند. برای اجتناب از آسیب رسیدن به دریچه، با توجه به اینکه بخش عمده‌ای از حرارت در هنگام تماس دریچه با نشیمنگاه انتقال می‌یابد، تخمین ضریب انتقال حرارت تماسی و شناسایی کمیت‌های مؤثر بر مقدار آن، یکی از چالش‌های عمده در طراحی موتورهای احتراق داخلی است. در این مقاله، با استفاده از دماهای اندازه‌گیری شده در نقاط مشخصی از دریچه دود و نشیمنگاه و با به‌کارگیری روش‌های برون‌یابی خطی و انتقال حرارت معکوس، ضریب انتقال حرارت تماسی تخمین زده می‌شود. همچنین، با شبیه‌سازی عددی مسأله به‌کمک نرم‌افزاری تجاری و با به‌کار بردن ضرایب تخمین زده‌شده به‌وسیله روش معکوس به‌عنوان ورودی نرم‌افزار، دما در محل دماجفت‌ها در حالت پایا استخراج و با دماهای اندازه‌گیری شده مقایسه شده است. خطاهای ناشی از حل عددی در مقایسه با دو روش دیگر بزرگتر است، ولی به‌طور کلی نتایج حاصل از آن دماهای اندازه‌گیری شده را پوشش می‌دهد و قابل قبول است.



تمامی حقوق برای انجمن علمی موتور ایران محفوظ است.

## ۱- مقدمه

شدند. از حالت پایا برای پیکربندی<sup>۷</sup> سامانه آزمون استفاده شد و سپس در حالت گذرا دمای دریچه به صورت تابعی از زمان اندازه‌گیری شد. اغلب محققان این موضوع را بر اساس برخی ساده‌سازی‌ها و با به‌کارگیری روش‌های تقریبی تجربی و تحلیلی بررسی کرده‌اند. به‌طور مثال، پوپوف<sup>۸</sup> و همکاران [۳] در یک کار تجربی- تحلیلی، پدیده انتقال حرارت تماسی را در دو میله که باهم تماس تناوبی دارند، به‌طور نظری بررسی کردند.

عمده تحقیقات انجام شده از دهه ۱۹۷۰ میلادی به بعد، است. مطالعات تجربی و نظری را، با فرض‌هایی مانند سطح تماس صاف، بسامد تماس ضعیف و تماس کامل تناوبی شبه پایا، افرادی همچون هاوارد<sup>۹</sup> [۴] و موسز<sup>۱۰</sup> [۵] برای پیش‌بینی ضریب تماس در فصل مشترک سطوح تماسی، انجام داده‌اند. مطالعات انجام شده در دو زیر مجموعه کلی کارهای تجربی [۶-۸] و مطالعات عمدتاً نظری [۳ و ۹]، قابل تقسیم‌بندی می‌باشند. در بیشتر پژوهش‌ها و مقالات، نتایج حل‌ها از روش‌های گوناگون با یکدیگر مقایسه شده و به این شیوه صحت داده‌ها به اثبات رسیده است. به‌طور مثال، دینگ<sup>۱۱</sup> و وانگ<sup>۱۲</sup> [۱۰] مطالعه‌ای تجربی برای بررسی ضریب تماس حرارتی در تماس فولاد و پلاستیک تقویت شده با فایبرگلاس<sup>۱۳</sup>، در شرائط خلاء و برای فشار تماسی از ۱۰ تا ۸۰ مگاپاسکال انجام دادند و داده‌های آزمایشگاهی را با نتایج به‌دست آمده از الگوی آنتونتی<sup>۱۴</sup> مقایسه کردند. نتایج نشان می‌دهد که مقادیر پیش‌بینی شده با این الگو از مقادیر تجربی بزرگ‌ترند.

گودرزی و همکاران [۱۱] با استفاده از روش هدایت حرارتی معکوس ضریب تماس حرارتی تناوبی بین دریچه دود و نشیمنگاه در موتور احتراق داخلی و ضریب جابجایی حرارتی گازهای خروجی را تعیین نمودند. شجاعی فرد و همکاران [۱۲] ضریب تماس حرارتی بین دو سطح که در تماس ثابت با یکدیگر می‌باشند، به‌روش معکوس محاسبه کردند. در حل معکوس مسأله از روش گرادیان مزدوج با مسأله الحاقی برای تخمین تابعی<sup>۱۵</sup> که روشی توانمند و در عین حال ساده است، استفاده شده است.

در بررسی‌های تجربی تماس حرارتی بین دریچه دود و نشیمنگاه آن، معمولاً از دو میله استوانه‌ای که در راستای طولی و به‌صورت ثابت یا تناوبی در تماس با یکدیگرند، استفاده می‌شود [۱۳]. اغلب این مجموعه‌ها شامل دو میله‌اند که انتهای آزاد هر دوی آن‌ها تحت دما یا

کارکرد موتورهای احتراق داخلی به مدیریت مناسب جریان سوخت، هوا، لحظه جرقه و فرآیند خنک‌کاری به‌منظور اطمینان از عملکرد بهینه موتور، میزان آلاینده‌ها و مصرف سوخت بستگی دارد. برای خنک‌کاری دریچه دود، تماس حرارتی دریچه و نشیمنگاه آن حائز اهمیت است. در موقعیت بسته دریچه، گرما عمدتاً به نشیمنگاه و سپس سامانه خنک‌کاری بستر منتقل می‌شود و در حالت بازبودن دریچه، ساق دریچه مسیر عمده برای انتقال گرما است. در اثر تماس دریچه دود با نشیمنگاه به‌دلیل دمای گرم دریچه، ممکن است دریچه و نشیمنگاه آن دچار سوختگی و تغییر شکل شوند. با گذشت زمان و در اثر تماس‌های متناوب، این تغییر شکل عمدتاً سبب شکستگی در نشیمنگاه و یا گلوبی دریچه می‌گردد. همچنین در اثر جمع شدن ذرات و بخصوص کربن در محل تماس، این مواد به‌صورت عایق حرارتی عمل می‌نمایند و از خنک شدن دریچه جلوگیری می‌کنند و در نتیجه مشکل سوختگی دریچه و حتی پیش‌افروزش و کوبش پیش می‌آید و سبب ناقص شدن احتراق و افزایش آلودگی محیط زیست می‌شود. لذا با توجه به اهمیت موضوع لازم است دمای دریچه دود در محل تماس پایش شود. در حال حاضر الگوی جامع و مناسبی برای پیش‌بینی نرخ انتقال حرارت از این محل‌ها در تماس‌های ثابت و تناوبی برای موتورهای احتراق داخلی وجود ندارد. ضریب انتقال حرارت تماسی به‌گونه ایست که مستقیماً قابل اندازه‌گیری یا محاسبه نیست، این کمیت تنها به‌کمک داده‌های آزمایشگاهی دمایی قابل تخمین زدن است. لذا مطالعه برروی ضریب انتقال حرارت تماسی و متغیرهای مهم مؤثر بر آن لازم و ضروری است.

باتوجه به پیچیده و نامشخص بودن رفتار فیزیکی و حرارتی در محل تماس دریچه دود و نشیمنگاه آن و نیز شرایط کاری خاص موتورهای احتراق داخلی، تحقیقات تجربی و عددی کمی برروی موتور واقعی، صورت گرفته است. پارادیس<sup>۱</sup> و همکاران [۱] انتقال حرارت بین دریچه دود و نشیمنگاه آن را در موتور تک استوانه آلومینیومی هواخنک بررسی کردند. آن‌ها یک الگوی حرارتی پویای غیرخطی<sup>۲</sup> برای تشریح جریان گازها و انتقال حرارت، در حالت پایا و گذرا معرفی کردند. کوارت<sup>۳</sup> و چنگ<sup>۴</sup> [۲] در یک کار تجربی دمای دریچه ورودی یک نمونه موتور فورد<sup>۵</sup> را با استفاده از دماجفت‌هایی اندازه‌گیری کردند. دماجفت‌ها در شیار کوچکی روی سطح خارجی دریچه به روش تی‌آی‌جی<sup>۶</sup> جوشکاری شده‌اند. آزمون‌ها در دو حالت پایا و گذرا

7 Calibration

8 Popov

9 Howard

10 Moses

11 Ding

12 Wang

13 Fiber glass

14 Antonetti

15 Conjugate gradient method with adjoint problem for function estimation

1 Paradis

2 Nonlinear dynamic thermal model

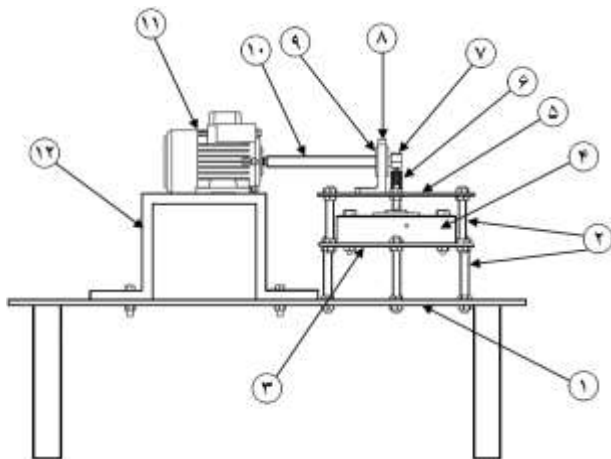
3 Cowart

4 Cheng

5 Ford 2L Zetec

6 Tungsten Inert Gas (TIG)

می‌توان با بالا و پایین کردن صفحه نگهدارنده بالایی تغییر داد. صفحات و میله‌های نگهدارنده از جنس فولاد و بستار از جنس همبسته آلومینیوم است. مطالعه حاضر به‌صورت موردی بر روی دریچه دود موتور جیب- توسن انجام شده است.



شکل ۲: نمای جانبی و اجزاء مختلف مکانیکی مجموعه آزمایشگاهی تماس حرارتی [۱۴]

به‌منظور ایجاد حرکت تناوبی و بررسی اثر بسامد تماسی روی انتقال حرارت تماسی از یک موتور برقی - جعبه دنده جریان مستقیم از نوع کورماس<sup>۱</sup> با حداقل ۱ دور در دقیقه (د.د.د.) و حداکثر ۳۰۰ د.د.د. و توان بیشینه ۴۰۰ وات استفاده شده است. به منظور پایش دور موتور از یک منبع تغذیه، استفاده شده است. موتور برقی با اتصالی به میل‌بادامک جفت شده است. بادامک طوری طراحی شده که در هر دوره تناوب، دوسوم تماس و یک‌سوم جدایش خواهیم داشت.

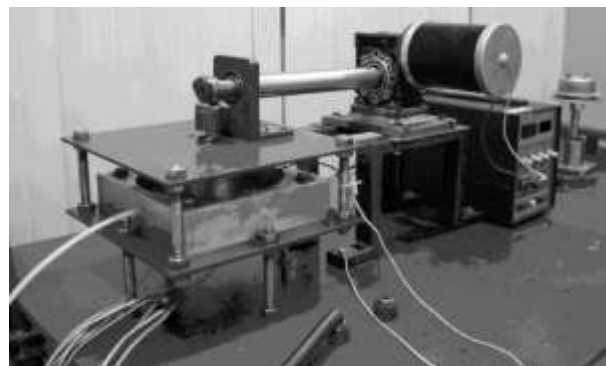
برای گرم کردن دریچه، از یک گرمکن برقی فشنگی به طول ۵۵ میلی‌متر و قطر ۴ میلی‌متر و با توان بیشینه ۱۱۰ وات و ولتاژ ۲۳۰ ولت، استفاده شده است. این گرمکن در قسمت سر و داخل دریچه نصب شده است. در این حالت، کل توان گرمکن صرف گرم کردن سر دریچه می‌شود. به‌دلیل قرار گرفتن گرمکن در وسط دریچه، شار حرارتی به‌صورت متقارن در سر دریچه پخش می‌شود. برای پایش میزان شار حرارتی، از یک تریستور سه فاز<sup>۲</sup> استفاده است. قسمت بالا و پایین سر دریچه عایق‌کاری شده است و نسبت شعاع دریچه به ضخامت آن عدد بزرگی است، لذا می‌توان انتقال حرارت را تنها در راستای شعاعی و به‌صورت یک‌بعدی در نظر گرفت.

برای خنک‌کاری نشیمنگاه، از مخلوط آب و یخ استفاده شده است. این مخلوط در فضایی که در قسمت بستار تعبیه شده است، قرار داده می‌شود. یک حسگر دمایی در داخل این مخلوط قرار داده شده است که دمای لحظه‌ای مخلوط را نشان می‌دهد. با گذشت زمان و به‌دلیل

شار حرارتی تقریباً ثابت است. با عایق کردن اطراف میله‌ها از انتقال حرارت شعاعی صرف‌نظر می‌گردد و بدین صورت فقط انتقال حرارت یک‌بعدی در میله‌ها وجود خواهد داشت. کارهای انجام شده بر روی دریچه و هندسه واقعی موتور، بسیار اندک است و یا در دسترس محققین کشور ما نیست. در این پژوهش از دریچه و نشیمنگاه واقعی استفاده شده و سعی شده است تا با به‌دست آوردن مقادیر آزمایشگاهی نزدیک به شرایط موتور، شناخت هر چه کاملتر و جامع‌تری نسبت به پدیده انتقال حرارت تماسی بین دریچه و نشیمنگاه و متغیرهای مؤثر بر آن، پیدا شود. سپس ضریب انتقال حرارت تماسی از روش‌های برون‌یابی خطی و معکوس تخمین زده می‌شود و شبیه‌سازی عددی مسأله به‌کمک نرم‌افزاری تجاری انجام خواهد شد.

## ۲- مطالعه تجربی [۱۴]

در این مقاله، برخلاف اغلب تحقیقات صورت گرفته در زمینه مطالعه تجربی تماس حرارتی دریچه و نشیمنگاه که معمولاً از دو میله استوانه‌ای که در راستای محوری و به‌صورت متناوب در تماس با یکدیگرند، استفاده شده است: یک مجموعه آزمایشگاهی که به موتور واقعی نزدیکتر است و در آن از دریچه و نشیمنگاه واقعی استفاده شده، طراحی و در شرکت تحقیق و طراحی و تولید موتور ایران خودرو ساخته شده است (شکل ۱).

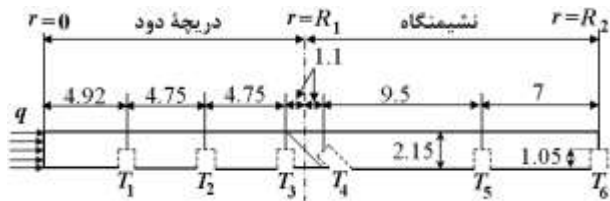


شکل ۱: نمای کلی مجموعه آزمایشگاهی تماس حرارتی [۱۴]

اجزاء مختلف بخش مکانیکی مجموعه آزمایشگاهی تماس حرارتی در شکل ۲ نشان داده شده‌اند. این اجزاء با توجه به شماره‌های مشخص شده در شکل، عبارتند از: (۱) میز اصلی برای نصب کل مجموعه، (۲) میله‌های نگهدارنده، (۳) صفحه نگهدارنده پایینی، (۴) بستار، (۵) صفحه نگهدارنده بالایی، (۶) فنر، پولکی و فنجان، (۷) بادامک، (۸) تکیه‌گاه میل‌بادامک، (۹) یاتاقان، (۱۰) میل بادامک، (۱۱) موتور برقی و جعبه دنده و (۱۲) پایه‌های نگهدارنده موتور برقی. همچنین، در مرکز صفحه نگهدارنده پایینی سوراخی که قطر آن بیشتر از قطر دریچه است، تعبیه شده است تا امکان حرکت دریچه به‌هنگام حرکت تناوبی وجود داشته باشد. میزان فشردگی فنر را

<sup>۱</sup> KORMAS

<sup>۲</sup> Three-Phase Power Thyristor Unit



شکل ۴: هندسه و مختصات مسأله (تمامی ابعاد به میلی متر است) [۱۴]

دستگاه دریافت و جمع آوری داده دارای هشت مسیر خوانش اطلاعات از دماجفت‌های دوسیمی است. منبع تغذیه ولتاژ دماجفت‌ها و دستگاه جمع‌آوری داده‌ها نیز جریان متناوب شهری را به جریان مستقیم ۲۴ ولت برای راه‌اندازی دستگاه جمع‌آوری داده‌ها و تأمین ولتاژ دماجفت‌ها، تبدیل می‌کند. برای نمایش دماهای دماجفت‌ها، یک برنامه رایانه‌ای به زبان C# نوشته شده است. در این برنامه که قادر به نمایش هشت مسیر دماجفت است، می‌توان بازه‌های زمانی برای ثبت دماهای پی‌درپی را مشخص کرد. دماهای خوانده شده دماجفت‌ها و زمان، در یک پرونده صفحه گسترده<sup>۴</sup> با نام دلخواه و در مسیر دلخواه ذخیره می‌شود.

آزمایش‌ها برای تماس ثابت و تناوبی انجام شده است. برای بررسی اثر فشار بر روی ضریب انتقال حرارت تماسی از دو فنر با سختی‌های متفاوت  $K_1$  و  $K_2$  ( $K_1 < K_2$ )، استفاده شده است. آزمایش‌ها به این گونه است که ابتدا مخلوط آب و یخ، در مخزن در نظر گرفته و در بستار قرار داده می‌شود. سپس گرمکن روشن می‌گردد و بلافاصله داده‌برداری تا رسیدن به حالت پایا انجام می‌شود.

### ۳- روش برون‌یابی خطی<sup>۵</sup>

در این روش، دماهای خوانده شده دماجفت‌ها به صورت تابعی از مکان برآزش خطی می‌شود. دمای سطح تماس نشیمنگاه،  $T_{c,1}$  و دمای سطح تماس دریچه،  $T_{c,1}$ ، با برون‌یابی تخمین زده می‌شود. آن‌گاه ضریب انتقال حرارت تماسی یا محاسبه افت دما در محل تماس، از معادله (۱) به دست می‌آید [۱۶]:

$$h_c = \frac{q_s}{T_{c,2} - T_{c,1}} \quad (1)$$

که در آن شار حرارتی عبوری از سطح تماس با توجه به قانون فوریه یک‌بعدی به صورت (۲) به دست می‌آید [۱۶]:

$$q_s = \frac{k_1 \frac{dT_1}{dx} + k_2 \frac{dT_2}{dx}}{2} \quad (2)$$

انتقال حرارت، یخ به آب تبدیل و بر حسب نیاز، یخ به مخلوط اضافه می‌شود، لذا برای جلوگیری از سرریز آب، سوراخی در قسمت بستار تعبیه شده است. آب اضافی از این سوراخ خارج و از لوله‌ای به فاضلاب منتقل می‌شود.

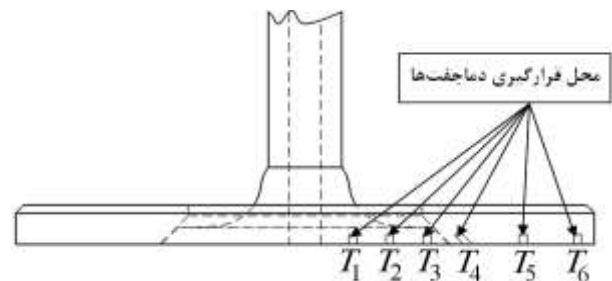
برای عایق‌کاری، از آلومیناسیلیکا<sup>۱</sup> با ترکیب ۳۸٪  $Al_2O_3$  و ۶۲٪  $SiO_2$  استفاده شده است. این عایق سفید رنگ از الیاف سرامیکی مقاوم در برابر حرارت با رنگ قهوه‌ای تشکیل شده و بیشینه دمای کاربرد آن ۱۲۶۰ درجه سلسیوس است. این عایق ضریب هدایت حرارتی پائینی دارد و در برابر شک حرارتی مقاوم است، بنابراین در بسیاری از سامانه‌های حرارتی برای عایق‌کاری به کار گرفته می‌شود. خواص ترموفیزیکی این عایق در جدول ۱ آورده شده است.

زبری سطح دریچه و نشیمنگاه برابر با ۰٫۳-۰٫۴ میکرومتر اندازه‌گیری شده است. جنس و خواص ترموفیزیکی بستار، دریچه، نشیمنگاه و راهنما در جدول ۱ نشان داده شده است.

جدول ۱: خواص ترموفیزیکی اجزای مجموعه آزمایشگاهی [۱۵]

مشخصه	بستار	دریچه	نشیمنگاه	راهنما	عایق
جنس	آلومینیم	فولاد	فولاد	برنج	آلومیناسیلیکا
$\rho$ ( $kg/m^3$ )	۲۷۰۷	۷۸۰۰	۷۷۰۰	۸۵۲۲	۲۸۰۰
$c_p$ ( $J/kg K$ )	۸۹۶	۵۰۰	۴۶۰	۳۸۵	۱۰۵۰
$k$ ( $W/m K$ )	۲۰۴	۱۴٫۵	۳۰	۱۱۱	۰٫۱

دماجفت‌های استفاده شده در این مطالعه از نوع  $k$  و به قطر ۱ میلی‌متر و با دقت  $\pm 0,004 \times T$  درجه سلسیوس، ساخت شرکت جومو<sup>۲</sup> می‌باشند. سه عدد دماجفت داخل دریچه و سه عدد دیگر در نشیمنگاه نصب شده‌اند. دماجفت‌ها در سوراخ‌هایی به قطر ۱٫۰۱ میلی‌متر بر روی هردو قسمت و به کمک چسب مولتی‌متال<sup>۳</sup> پایه فولاد که تا دمای ۲۸۰ درجه سلسیوس مقاومت حرارتی دارند، چسبانده شده‌اند. محل قرارگیری دماجفت‌ها و هندسه مسأله در شکل ۳ و شکل ۴ نشان داده شده‌اند.



شکل ۳: سوراخ‌های ایجاد شده برای نصب دماجفت‌ها [۱۴]

<sup>4</sup> Excel

<sup>5</sup> Linear Extrapolation Method

<sup>1</sup> Alumina Silica

<sup>2</sup> Jumo

<sup>3</sup> Multi Metal

#### ۴- حل معکوس

معادلات حاکم بر مسأله که هندسه و مختصات آن در شکل ۴ نشان داده شده، در این جا آورده شده است. شرط مرزی در انتهای نشیمنگاه دمای متغیر با زمان و در مرکز دریاچه شار حرارتی در نظر گرفته شده است.

#### دریاچه دود:

$$\frac{\partial^2 T_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_1}{\partial r} = \frac{1}{\alpha_1} \frac{\partial T_1}{\partial t} \quad 0 < r < R_1, \quad (3-f)$$

$$k_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} = q \quad \text{at } R = 0, \quad (3-b)$$

$$k_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} = h_c(t)[T_2 - T_1] \quad \text{at } r = R_1, t > 0 \quad (3-c)$$

$$T_1(r, 0) = T_i \quad 0 < r < R_1 \quad (3-d)$$

#### نشیمنگاه:

$$\frac{\partial^2 T_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_2}{\partial r} = \frac{1}{\alpha_2} \frac{\partial T_2}{\partial t} \quad R_1 < r < R_2, \quad (4-f)$$

$$k_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} = h_c(t)[T_2 - T_1] \quad \text{at } r = R_1, \quad (4-b)$$

$$T_2 = T_0 \quad \text{at } x = R_2, \quad (4-c)$$

$$T_2(r, 0) = T_i \quad R_1 < r < R_2 \quad (4-d)$$

برای حل مسأله معکوس ضریب انتقال حرارت تماسی  $h_c(t)$  به عنوان مجهول در نظر گرفته می شود ولی متغیرهای دیگر موجود در معادلات حاکم و شرایط مرزی و اولیه آنها معلوم اند. دما در نقاط مناسبی در داخل دریاچه و نشیمنگاه اندازه گیری می شود. اندازه گیری دماها در زمان های  $t_i (i=1, 2, \dots, l)$  صورت می گیرد. دماهایی که با حسگرها در نشیمنگاه و دریاچه اندازه گرفته می شوند، با  $Y_1(t)$  و  $Y_2(t)$  نشان داده می شوند.

فرض می کنیم که هیچ اطلاع قبلی در مورد نحوه تغییرات  $h_c(t)$  بر روی بازه زمانی مورد مطالعه نداریم. ما به دنبال تخمین  $h_c(t)$  بر روی بازه زمانی  $(0, t_f)$  می باشیم و فرض می کنیم که  $h_c(t)$  به فضای توابع انتگرال پذیر مربعی، هیلبرت<sup>۱</sup> [۱۷] تعلق دارد، به عبارت

$$\int_0^{t_f} [h_c(t)]^2 dt < \infty$$

حل مسأله معکوس مورد نظر باید به صورتی انجام پذیرد که تابعگونه<sup>۲</sup> (۵) کمینه گردد [۱۷]:

$$S[h(t)] = \int_0^{t_f} \left\{ \sum_{j=1}^{N_1} [T_{1,j}(t) - Y_{1,j}(t)]^2 \right\} dt + \int_0^{t_f} \left\{ \sum_{k=1}^{N_2} [T_{2,k}(t) - Y_{2,k}(t)]^2 \right\} dt \quad (5)$$

که  $T_1(t)$  و  $T_2(t)$  دماهای تخمین زده شده در محل حسگرها و  $N_1$  و  $N_2$  تعداد حسگرها در دریاچه و نشیمنگاه می باشند.

در این مطالعه از روش گرادیان مزدوج با مسأله الحاقی برای تخمین تابعی، که روشی توانمند و در عین حال ساده است، استفاده می شود. این روش با استفاده از روش گرادیان مزدوج همراه با حل مسأله الحاقی تابع هدف را به حداقل می رساند. این روش برای مسائلی که شامل تقریب زدن توابع مجهول است، مناسب است چرا که احتیاجی به از پیش دانستن نحوه تغییرات تابع مجهول روی بازه مورد مطالعه نیست. این روش مسأله را با به کارگیری اصل اغتشاشات<sup>۳</sup> به سه مسأله مستقیم، مسأله حساسیت<sup>۴</sup> و مسأله الحاقی همراه با معادله گرادیان<sup>۵</sup> تبدیل می کند. در این روش برای کمینه کردن تابع هدف از فرآیند تکراری<sup>۶</sup> با معیار توقف<sup>۷</sup> مناسب استفاده می شود. جزئیات استخراج مسائل حساسیت و الحاقی از مسأله مستقیم همراه با روند منطقی محاسباتی<sup>۸</sup> حل معکوس در مراجع [۱۷ و ۱۲] آورده شده اند.

#### ۵- حل عددی

در این مقاله، شبیه سازی عددی با نرم افزار انسیس<sup>۹</sup> اجرا می شود تا توزیع دمای در میدان محاسباتی در حالت پایا به دست آید. در این مطالعه فقط تماس ثابت دریاچه و نشیمنگاه شبیه سازی شده است.

#### ۵-۱- شبیه سازی هندسی

هندسه بخش مکانیکی مجموعه آزمایشگاهی مانند دریاچه، نشیمنگاه و سایر اجزا در شکل ۵ نشان داده شده است. این اجزا با توجه به شماره های مشخص شده در شکل، عبارتند از: (۱) راهنمای دریاچه، (۲) نشیمنگاه دریاچه، (۳) دریاچه، (۴) مخزن حاوی آب و یخ، (۵) سوراخ سرریز آب و (۶) محل نصب گرمکن برقی فشنگی در داخل دریاچه. با توجه به تقارن شعاعی و محوری مجموعه، شبیه سازی به صورت دوبعدی و با تقارن شعاعی و محوری صورت می گیرد. چون سفتی فنر مستقیماً در تحلیل حرارتی تأثیری ندارد، فنر در شبیه سازی وارد نمی شود. دریاچه با راهنما نیز در تماس است. بین دریاچه و راهنما

<sup>3</sup> Perturbation Principle

<sup>4</sup> Sensitivity Problem

<sup>5</sup> Gradient equation

<sup>6</sup> Iterative procedure

<sup>7</sup> Stopping criteria

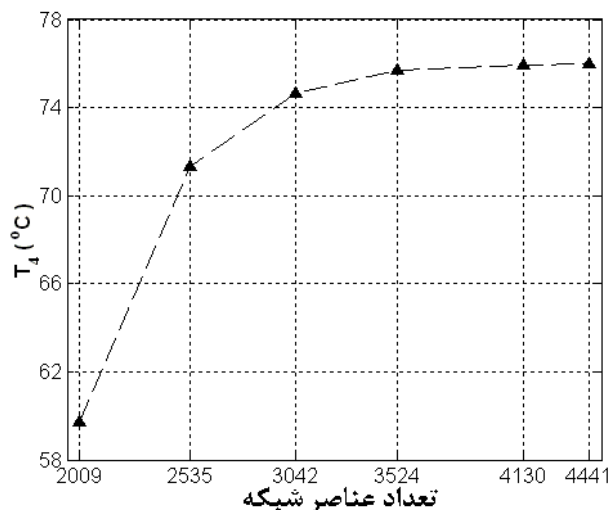
<sup>8</sup> Computational algorithm

<sup>9</sup> ANSYS 12.0.1

<sup>1</sup> Hilbert

<sup>2</sup> Functional

همان طور در شکل ۶ نشان داده شده است، ریز کردن شبکه نتایج را به حالت مجانبی می‌رساند.



شکل ۶: تأثیر تعداد عناصر شبکه بر دمای دماجت ۴ ( $T_4$ )

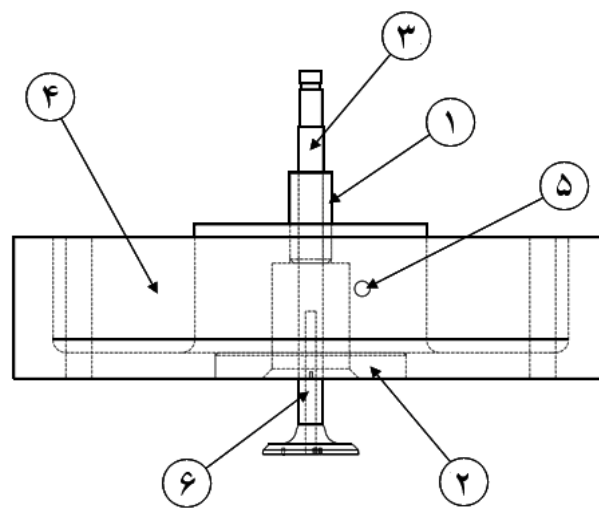
### ۵-۳- شرایط مرزی

قبل از اعمال شرایط مرزی معادله حاکم بر مسأله که معادله هدایت پایا است، ابتدا باید خواص ترموفیزیکی مواد برای قسمت‌های مختلف مجموعه آزمایشگاهی تعریف و در نرم‌افزار اعمال شود. خواص ترموفیزیکی بستار، دریچه، نشیمنگاه و راهنما در جدول ۱ آمده‌اند.

قسمت بالا و پایین سر دریچه عایق کاری شده است. همچنین، برای یک‌بعدی شدن انتقال حرارت داخل نشیمنگاه در جهت شعاعی، قسمت بالای نشیمنگاه (بین نشیمنگاه و بستار) و قسمت پایین آن (بین نشیمنگاه و صفحه نگهدارنده پایینی) نیز عایق کاری شده است. در این صورت در جهت محور نشیمنگاه، انتقال حرارت نخواهیم داشت و به دلیل متقارن بودن نشیمنگاه، در جهت  $\theta$  نیز انتقال حرارت نخواهیم داشت و کل شار حرارتی ورودی به نشیمنگاه، در جهت شعاعی منتقل می‌شود.

در شبیه‌سازی مخزن آب و یخ، جابجایی آزاد بین آب صفر درجه سانتی‌گراد داخل مخزن با جداره‌های عمودی و افقی آن در نظر گرفته شده است. ضریب انتقال حرارت جابجایی از معادلات نیمه-تجربی جابجایی آزاد برای دو صفحه عمودی و افقی به دست آمده است [۱۶]. این ضریب با توجه به مشخصات مسأله برای صفحات افقی  $41.8 (W/m^2K)$  و برای صفحات عمودی  $31.6 (W/m^2K)$  محاسبه شد. برای مرزهایی که با هوای محیط که در دمای  $25 (^\circ C)$  قرار دارند، انتقال حرارت جابجایی در نظر گرفته شده و ضریب انتقال حرارت جابجایی  $10 (W/m^2K)$  لحاظ شده است.

حدود میلی‌متر  $0.5$  لقی وجود دارد که در شبیه‌سازی لحاظ شده است. گرمکن برقی فشنگی تعبیه شده در دریچه به عنوان منبع تولید کننده حرارت در واحد حجم در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۵: نمای جانبی و اجزاء مختلف بستار

### ۵-۲- شبکه بندی

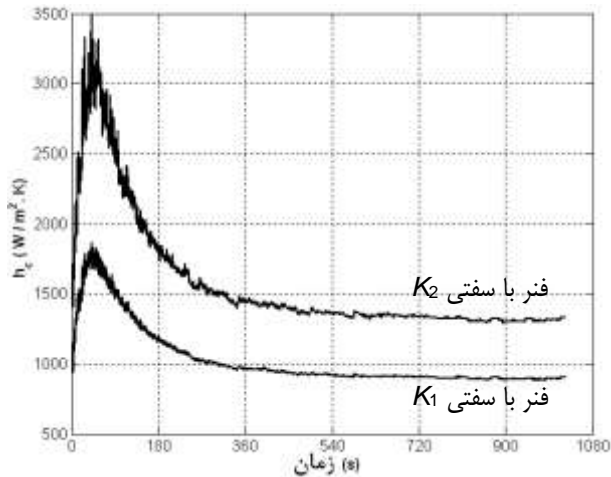
برای شبکه بندی نمونه هندسی مجموعه آزمایشگاهی از عنصر پلین  $182$  که عنصری دوبعدی مرتبه بالا با  $8$  گره و  $2$  درجه آزادی جابجایی در هر گره است، استفاده می‌شود. همچنین برای شبیه‌سازی تماس بین دریچه و نشیمنگاه نیز از یک مجموعه عناصر تماس کونتا  $172$  و هدف تارگه  $169$  استفاده می‌شود که تحلیل حرارتی تماس باعث انتقال حرارت بین آن‌ها می‌شود. ضریب انتقال حرارت تماسی بین دو عنصر را باید کاربر در نرم‌افزار تعریف کند.

برای شبکه بندی از ساختار مثلثی آزاد استفاده می‌شود. برای به دست آوردن نتایج بهتر در نزدیکی محل تماس، شبکه در این ناحیه تقویت شده است. در این مطالعه، برای پیدا کردن بهینه‌ترین شبکه برای حل عددی، پس از به کار بردن یک شبکه نسبتاً زمخت، با ثابت نگه داشتن دیگر متغیرهای دخیل در مسأله، تنها تعداد عنصرهای شبکه افزایش یافتند و مسأله با شبکه جدید نیز حل شد. دماهای به دست آمده از هر دو مرحله با یکدیگر مقایسه شدند. این روند تا رسیدن به دقت قابل قبول تکرار شد. پس مطالعه نتایج حاصل از اجراهای متعدد با تعداد عناصر متفاوت،  $4130$  عنصر برای کل دامنه محاسباتی انتخاب شد تا عدم وابستگی حل به تعداد عناصر محقق شود. نحوه تغییرات دما در محل نزدیک‌ترین دماجت به محل تماس که در دریچه نصب شده است، با افزایش تعداد عناصر شبکه در شکل ۶ آورده شده است. دماها برای حالت پایا و با به کارگیری فنر با سفتی  $K_1$  ارائه شده‌اند.

- 1 PLANE82
- 2 CONTA172
- 3 TARGE169

### ۴-۵- معیار توقف

تغییرات ضریب انتقال حرارت تماسی برای تماس ثابت بین دریچه و نشیمنگاه آن با استفاده از دماهای اندازه‌گیری شده با به‌کارگیری دو فنر با سختی متفاوت به‌روش معکوس تا رسیدن به حالت پایا در شکل ۹ نشان داده شده است.



شکل ۹: تغییرات ضریب انتقال حرارت تماسی به‌دست آمده از حل معکوس برای دو فنر با سختی  $K_1$  و  $K_2$

همان‌طور که در شکل ۹ قابل مشاهده است، ضریب انتقال حرارت تماس در ابتدای داده‌برداری به‌طور ناگهانی افزایش می‌یابد. این افزایش ناگهانی به دلیل شار حرارتی بزرگی است که در شروع به کار گرمکن برقی فشنگی تعبیه شده در دریچه تولید و با عبور از سطح تماس به نشیمنگاه منتقل می‌شود. این شار حرارتی، با گذشت زمان کاهش یافته و به حالت پایا می‌رسد و باعث کاهش مقدار ضریب انتقال حرارت تماسی می‌شود. پس از رسیدن شار حرارتی و دماها به حالت پایا مقدار ضریب انتقال حرارت تماسی نیز با گذشت زمان تغییرات بسیار اندکی دارد.

ضریب انتقال حرارت تماسی برای تماس ثابت بین دریچه و نشیمنگاه، که با به‌کارگیری روش‌های برون‌یابی خطی و معکوس تخمین زده شده، با توجه به نوع فنر به‌کار رفته، در جدول ۲ نمایش داده شده است.

جدول ۲: مقادیر ضریب انتقال حرارت تماسی،  $h_c (W/m^2 K)$  در حالت پایا

سختی فنر، $K (N/m)$	روش برون‌یابی خطی	حل معکوس
۱۰۳	۸۹۹٫۸	۹۰۱٫۱
۲۵۷	۱۳۳۹٫۷	۱۳۳۱٫۳

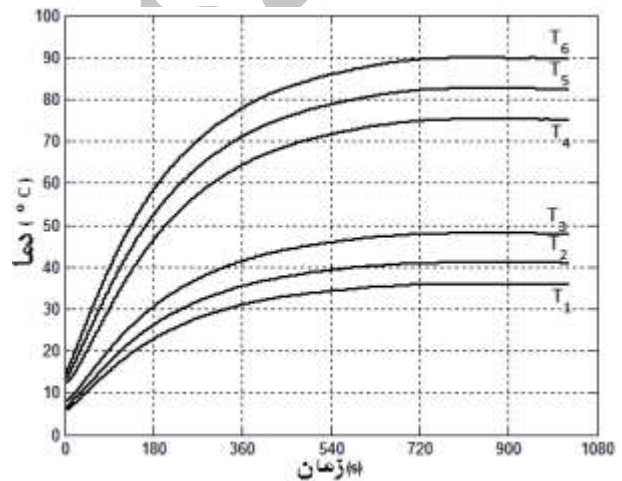
نتایج بدست آمده در شکل ۹ و جدول ۲ نشان می‌دهد مقدار ضریب انتقال حرارت تماسی در حالی که شار حرارتی اعمالی ثابت است، با افزایش سختی فنر یا به عبارت دیگر افزایش فشار تماسی، به مقدار محسوسی افزایش می‌یابد، چرا که افزایش فشار تماس، سبب می‌شود که تراکم نقاط تماسی بر روی سطح تماس بیشتر شود و در نتیجه، سطح تماس افزایش یابد. همچنین به دلیل یکسان نبودن میزان

برای حل هر یک از دستگاه‌های معادلات جبری حاصل از گسسته‌سازی، نرم‌افزار از روش‌های تکراری استفاده می‌کند. در این روش، تکرار باید آن قدر ادامه یابد تا کمیت مجهول محاسبه‌شده در دو تکرار متوالی از یک عدد از پیش تعیین‌شده یا همان معیار توقف کوچک‌تر باشد. در این پژوهش، معیار توقف برای حل دستگاه‌های معادلات جبری و تشخیص رسیدن به حالت پایا برابر با  $10^{-4}$  در نظر گرفته شده است.

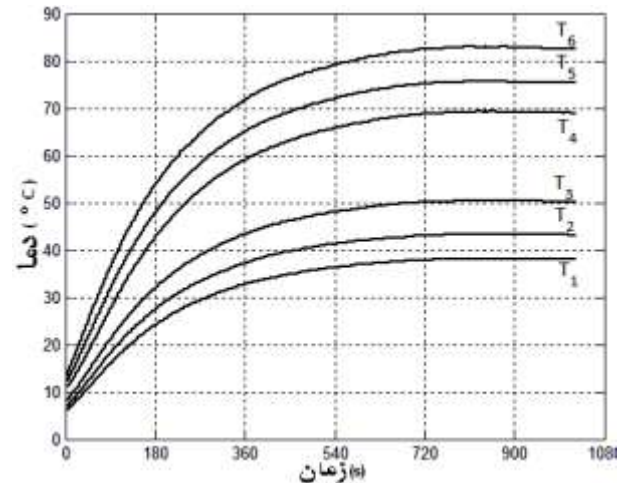
### ۶- نتایج و بحث

#### ۶-۱- تخمین ضریب انتقال حرارت تماسی

دماهای اندازه‌گیری شده در محل دماجفت‌ها تا رسیدن به حالت پایا با به‌کارگیری دو نوع فنر با سختی متفاوت برای تماس ثابت دریچه و نشیمنگاه در نمودارهای شکل‌های ۷ و ۸ نشان داده شده‌اند.

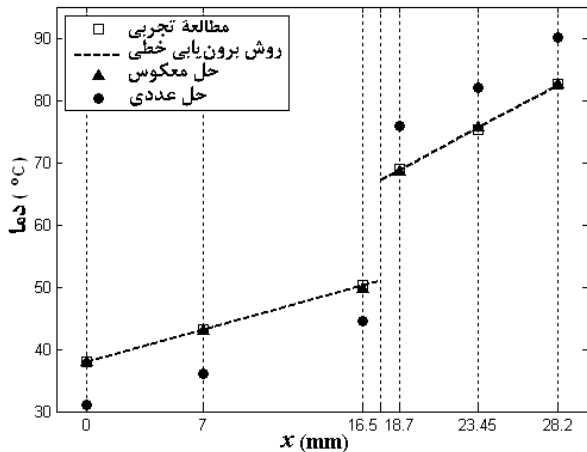


شکل ۷: تغییرات دما در محل دماجفت‌ها با به‌کارگیری فنر با سختی  $K_1$



شکل ۸: تغییرات دما در محل دماجفت‌ها با به‌کارگیری فنر با سختی  $K_2$





شکل ۱۱: توزیع دما در حالت پایا با به کارگیری فنر با سفتی  $K_2$

### ۶-۲-۱- تحلیل خطا

نتایج به دست آمده از روش‌های عددی همیشه با خطا همراه است. دانستن میزان این خطا و کمینه کردن آن، در بهینه کردن نتایج و ارزیابی آن‌ها بسیار مهم است. به طوری که در کنار هر روش عددی پیشنهاد شده برای حل مسأله، باید دقت آن روش نیز ارزیابی شود.

برای به دست آوردن خطای حاصل از روش برون‌یابی خطی، حل معکوس و شبیه‌سازی عددی، دماهای آزمایشگاهی در محل دماجفت‌ها به عنوان دمای مرجع انتخاب و خطای جذر میانگین مربعات<sup>۲</sup> از معادله (۶) محاسبه می‌شود [۱۸]:

$$e_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [T_{est}(t_i) - T_{exp}(t_i)]^2} \quad (6)$$

که در آن زیرنویس‌های "est" و "exp" به ترتیب به مقادیر آزمایشگاهی و تخمین زده شده اشاره دارند و  $N$  تعداد کل دماجفت‌هاست که در این مطالعه برابر با ۶ است. نتایج تحلیل خطا برای روش‌های به کار رفته در این مطالعه در جدول ۴ آورده شده است.

جدول ۴- مقادیر  $e_{RMS}$  برای روش‌های مختلف

نوع فنر	برون‌یابی خطی	معکوس	عددی
فنر با سفتی $K_1$	۰,۰۰۷۸	۰,۰۳۵۴	۱۵,۵۲۷۶
فنر با سفتی $K_2$	۰,۱۰۶۲	۰,۱۸۹۴	۴,۸۳۸۲

به طور کلی، با توجه به خطاهای به دست آمده، نتایج حاصل از روش‌های برون‌یابی خطی و معکوس از دقت خوبی برخوردارند. خطاهای ناشی از حل عددی در مقایسه با دو روش دیگر بزرگتر است. یکی از دلایل خطا معیار توقف تعریف شده در نرم‌افزار است که در صورت کوچک بودن آن، مقدار خطا کاسته می‌شود اما حجم محاسبات افزایش می‌یابد. بنابراین انتخاب این معیار و درستی انتخاب، در میزان خطا مؤثر است. همچنین، خطای در نظر گرفتن تماس کامل در محل تماس گرمکن فشنگی، نشیمنگاه و دماجفت‌ها

سختی دريچه و نشیمنگاه، با افزایش فشار، ماده سخت‌تر سبب تغییر شکل سطح ماده نرم‌تر و در نتیجه، باعث افزایش سطح تماس خواهد شد.

این ضرایب را به عنوان ورودی برای نرم‌افزار کاربر تعریف می‌کند و پس از حل عددی پایای مسأله، دما در محل دماجفت‌ها استخراج می‌شود تا با مقایسه آن‌ها با دماهای اندازه‌گیری شده، صحت تخمین ضرایب به روش معکوس و همچنین درستی حل عددی به کمک نرم‌افزار بررسی گردد.

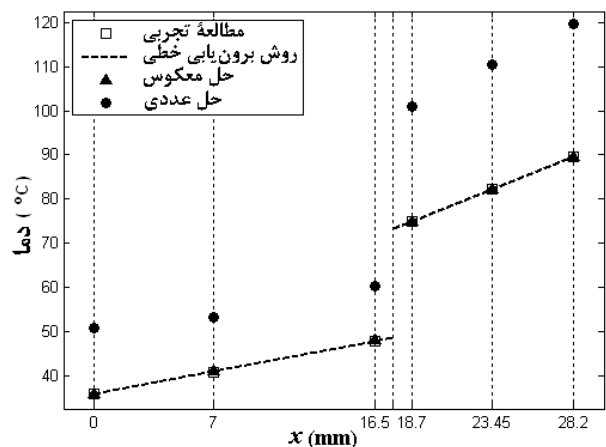
### ۶-۲- توزیع دما

در این بخش دماهای اندازه‌گیری شده در محل دماجفت‌ها با نتایجی که از روش برون‌یابی خطی، حل‌های معکوس و عددی مسأله به دست آمده‌اند، مقایسه می‌شوند. مقادیر ضریب تعیین<sup>۱</sup>،  $R^2$ ، [۱۸] برای برازش خطی دماهای اندازه‌گیری شده در نشیمنگاه و دریچه دود در جدول ۳ آورده شده است.

جدول ۳: مقادیر  $R^2$  برای برازش خطی داده‌ها

نوع فنر	نشیمنگاه	دریچه دود
فنر با سفتی $K_1$	۰,۹۹۲۴	۱
فنر با سفتی $K_2$	۱	۰,۹۹۸۶

توزیع دما در شرایط پایا برای حالتی که دو فنر با سفتی متفاوت به کار گرفته شده‌اند، در شکل ۱۰ و شکل ۱۱ نمایش داده شده است. با مقایسه شکل ۱۰ و شکل ۱۱ می‌توان به این موضوع پی برد که با افزایش فشار تماس، میزان انتقال حرارت از سطح تماس افزایش می‌یابد. در نتیجه، دمای نشیمنگاه نسبت به حالت فشار ضعیف، افزایش می‌یابد و دمای دریچه کاهش می‌یابد. آنچه که صحت مطالعه عددی را به اثبات می‌رساند همخوانی دماهای حاصل از حل عددی با دماهای حاصل از آزمایش است.



شکل ۱۰: توزیع دما در حالت پایا با به کارگیری فنر با سفتی  $K_1$

<sup>2</sup> Root Mean Square (RMS) error

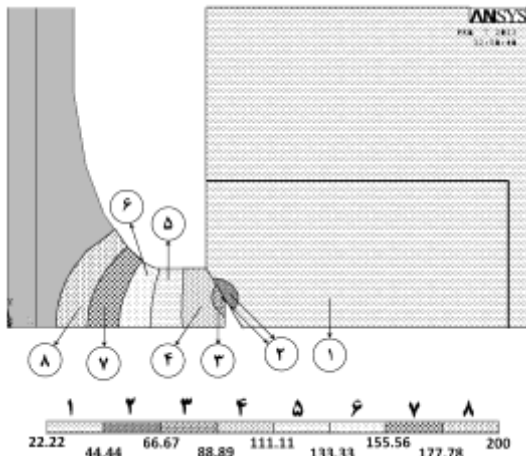
<sup>1</sup> Coefficient of determination



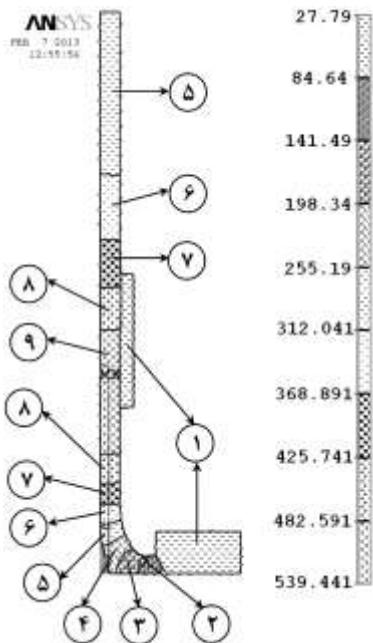
با بستار یکی دیگر از منابع خطا در حل عددی مسأله است. در مطالعه تجربی، خطاهای انسانی و همچنین کامل نبودن عایق‌کاری‌های مجموعه آزمایشگاهی و مطلوب فرض نمودن آن در شبیه‌سازی عددی می‌توانند باعث انحراف نتایج حل عددی از نتایج اندازه‌گیری شده شوند.

### ۶-۳- طیف دما<sup>۱</sup>

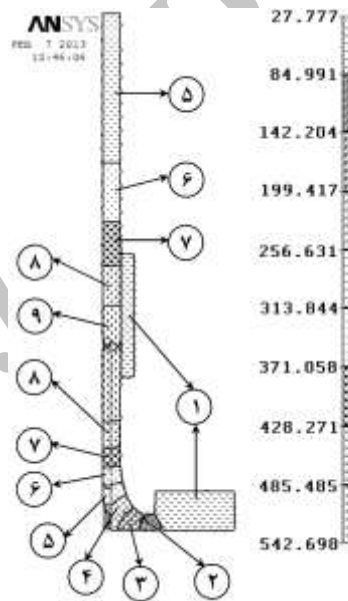
در شکل‌های ۱۲ الی ۱۵ طیف دمایی که از حل عددی مسأله به‌دست آمده‌اند، برای دو فنر مختلف یاد شده، در حالت پایا ترسیم شده‌اند. آنچه که برای ما مهم است دما در نزدیکی محل تماس است که با بزرگنمایی آورده شده است.



شکل ۱۴: دما در محل تماس با به‌کارگیری فنر با سفتی  $K_2$



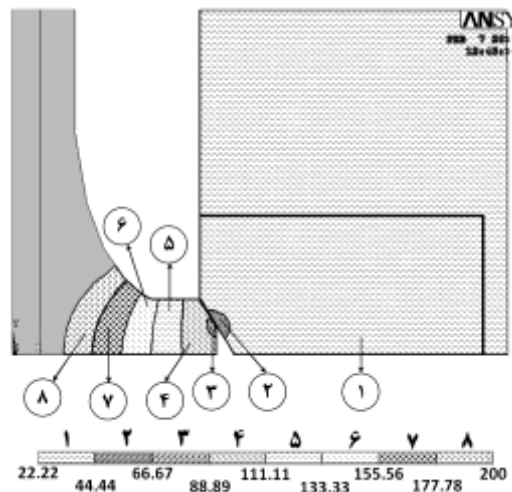
شکل ۱۵: دما در مجموعه آزمایشگاهی با به‌کارگیری فنر با سفتی  $K_2$



شکل ۱۲: دما در مجموعه آزمایشگاهی با به‌کارگیری فنر با سفتی  $K_1$

### ۶-۴- شار حرارتی

شار حرارتی در محل تماس از حاصل ضرب انتقال حرارت تماسی در افت دمایی در سطح به‌دست می‌آید. بنابراین تغییرات شار حرارتی تابعی از تغییرات ضریب انتقال حرارت تماسی و افت دمایی در محل تماس است. در شکل‌های ۱۶ و ۱۷ بردارهای شار حرارتی که از حل عددی مسأله برای فنر با سفتی  $K_1$  و  $K_2$  به‌دست آمده، نشان داده شده‌اند.



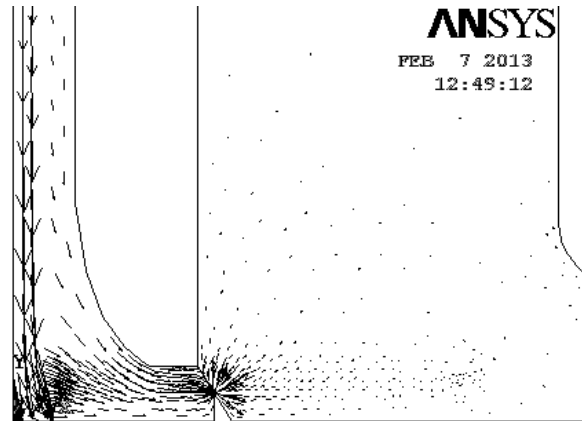
شکل ۱۳: دما در محل تماس با به‌کارگیری فنر با سفتی  $K_1$

<sup>۱</sup> Temperature Contour

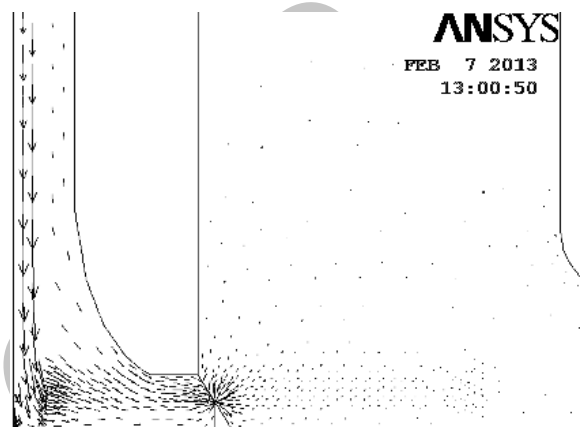
گردید. تحلیل خطا نشان داد که نتایج حاصل از روش‌های برون‌یابی خطی و معکوس از دقت خوبی برخوردارند. خطاهای ناشی از حل عددی در مقایسه با دو روش دیگر بزرگتر است ولی به‌طور کلی نتایج حاصل از آن دماهای اندازه‌گیری‌شده را پوشش می‌دهد و قابل قبول است.

### تشکر و قدردانی

نویسندگان این مقاله، مراتب تشکر و قدردانی خود را از مرکز تحقیقات موتور ایران خودرو و مهندس وحید موسی‌پور برای فراهم نمودن داده‌های آزمایشگاهی اعلام می‌دارند.



شکل ۱۶: بردارهای شار حرارتی با به‌کارگیری فنر با سفتی  $K_1$



شکل ۱۷: بردارهای شار حرارتی با به‌کارگیری فنر با سفتی  $K_2$

### فهرست علائم

$C_p$	گرمای ویژه، J/kg K
$e_{RMS}$	خطای جذر میانگین مربعات، K
$H$	فضای هیلبرت توابع انتگرال‌پذیر مربعی
$h_c$	ضریب انتقال حرارت تماسی، W/m <sup>2</sup> K
$I$	بیشینه تعداد متغیرها
$K$	سفتی فنر، N/m
$k$	ضریب هدایت حرارتی، W/m K
$L$	طول، m
$N$	تعداد حسگرها
$q_s$	شار حرارتی، W/m <sup>2</sup>
$R^2$	ضریب تعیین
$S$	تابع هدف، K <sup>2</sup>
$T$	دما، K
$T_0$	دمای ثابت در $x = 0$ ، K
$T_i$	دمای اولیه، K
$t$	زمان، s
$Y$	دمای اندازه‌گیری شده، K
$x$	محور دستگاه مختصات کارتزین

### علائم یونانی

$\alpha$	ضریب نفوذ حرارتی، m <sup>2</sup> /s
$\rho$	چگالی، kg/m <sup>3</sup>

### زیرنویس‌ها

1	نشیمنگاه
2	دریچه
$c$	تماس
$f$	نهایی
$i$	$i^{th}$ متغیر
$j$	$j^{th}$ حسگر
$k$	$k^{th}$ حسگر

### ۷- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله، از نتایجی که از یک مجموعه آزمایشگاهی به‌دست آمده‌اند، استفاده شد. در آن مطالعه، یک دریچه و نشیمنگاه واقعی به‌کار گرفته شده تا شرایط به شرایط واقعی موتور نزدیکتر شود. با استفاده از دماهای اندازه‌گیری‌شده در محل دماجفت‌های تعبیه‌شده در دریچه دود و نشیمنگاه و با به‌کارگیری روش‌های برون‌یابی خطی و انتقال حرارت معکوس ضریب انتقال حرارت تماسی تخمین زده شد. در حل معکوس از روش گرادیان مزدوج با مسأله الحاقی برای تخمین تابعی که روشی توانمند و در عین حال ساده است، استفاده گردید. سپس شبیه‌سازی عددی با نرم‌افزار انسیس انجام پذیرفت تا توزیع دمای در میدان محاسباتی در حالت پایا و برای تماس ثابت بین دریچه و نشیمنگاه به‌دست آید. نتایج نشان داد که با افزایش سفتی فنر (افزایش فشار تماسی) ضریب انتقال حرارت تماسی افزایش می‌یابد و ضمن زیاد شدن نرخ انتقال حرارت، دمای نشیمنگاه افزایش و دمای دریچه کاهش می‌یابد. ضرایب به‌دست آمده را از حل معکوس به‌عنوان ورودی برای نرم‌افزار، کاربر تعریف می‌کند و پس از حل عددی پایایی مسأله، دما در محل دماجفت‌ها استخراج گردید و با مقایسه آن‌ها با دماهای اندازه‌گیری‌شده، صحت تخمین ضرایب با روش معکوس و همچنین درستی حل عددی به‌کمک نرم‌افزار بررسی

## مراجع

- Conductance, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 48, pp. 5446-5459, 2005
- [10] C. Ding and R. Wang, Thermal Contact Conductance of Stainless Steel-GFRP Interface under Vacuum Environment, Experimental Thermal and Fluid Science, Vol. 42, pp. 1-5, 2012
- [11] K. Goudarzi, A. Moosaie and M. Gharaati, A Study of Contact Heat Transfer Problem in Exhaust Valve of Internal Combustion Engines, The Journal of Engine Research, Vol. 34, pp. 51-60, 2014
- [12] M.H. Shojaeefard, K.Goudarzi and M.Sh. Mazidi, Inverse Heat Transfer Problem of Thermal Contact Conductance Estimation in Periodically Contacting Surfaces, Journal of Thermal Science, Vol. 18, No. 2, pp. 150-159, 2009
- [13] K. Goudarzi, The Experimental and Analytical Study of the Thermal Contact, PhD Dissertation, School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran, 2009
- [14] V. Mousapour, Parametric Study of Thermal Contact Conductance between the Valve and Seat, MS Thesis, School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran, 2009
- [15] Armour Research Foundation (U.S.), and A. Goldsmith, Handbook of Thermo-physical Properties of Solid Materials, Vol. 5, Macmillan, New York, 1961.
- [16] J.P. Holman, Heat Transfer, 10<sup>th</sup> Edition, McGraw-Hill, New York, 2010
- [17] M.N. Ozisik and H.R.B. Orlande, Inverse Heat Transfer: Fundamentals and Applications, First Edition, Taylor & Francis, New York 2000
- [18] J.P. Holman, Experimental Methods for Engineers, 8<sup>th</sup> Edition, McGraw-Hill, London, 2011
- [1] I. Paradis, E.E. Marotta and J.R. Wagner, Thermal Periodic Contact of Exhaust Valves in Spark Ignition Air Cooled Engines, AIAA Journal of Thermophysics and Heat Transfer, Vol. 16, No. 3, pp. 356-365, 2002
- [2] J. Cowart and W. Cheng, Intake Valve Thermal Behavior during Steady-state and Transient Engine Operation, SAE Technical Paper, 01-3643, 1999
- [3] V.M. Popov, D. Chernyshov and A.A. Karpova, Contact Heat Conduction through Periodically Contacting Rods, Journal of Engineering Physics and Thermophysics, Vol. 81, No. 5, pp. 1021-1032, 2008
- [4] J.R. Howard, An Experimental Study of Heat Transfer Through periodically Contacting Surfaces, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 9, pp. 367-372, 1975
- [5] W.M. Moses and R.R. Johnson, Experimental Study of the Transient Heat Transfer across Periodically Contacting Surfaces, Journal of Thermophysics, Vol. 2, No. 1, pp. 37-42, 1988
- [6] C. Fieberg and R. Kneer, Determination of Thermal Contact Resistance from Transient Temperature Measurements, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 51, pp. 1017-1023, 2008
- [7] M. Rosochowska, R. Balendra and K. Chodnikiewicz, Measurements of Thermal Contact Conductance, Journal of Material Processing Technology, Vol. 135, pp. 204-210, 2003
- [8] G.H. Ayeers, Cylindrical Thermal Contact Conductance, MS Thesis, Texas A&M University, Texas, 2003
- [9] V. Singhal, P.J. Litke, A.F. Black and S.V. Garimella, An Experimentally Validated Thermo-mechanical Model for the Prediction of Thermal Contact