

مدلسازی عددی فرایند احتراق HTPB/O₂ در یک موتور موشک هیبریدی به منظور تعیین نرخ پسروی سطح سوخت جامد

مهدی آهنگر^۱*، رضا ابراهیمی^{۱**} و اکبر غفوریان^{۲***} ۱- دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده مهندسی هوافضا ۲- دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده مهندسی هوافضا (دریافت: ۱/۱۸۸/۱/، پذیرش: ۱۳۸۹/۳/۲۵

در این پژوهش یک روش عددی دوبعدی برای حل جریان لزج محترق درون یک موتور موشک هیبریدی به منظور تعیین نرخ پسروی سطح سوخت جامد به کار گرفته شده است. برای حل جریان از روند ضمنی UL-SW بر اساس ترکیب روش تفکیک بردار شار ونلیر با روش اختلاف بالادست MUSCL که از محدودکنندهٔ مینمود سود میبرد، استفاده شده است. با توجه به دیگر پژوهشهای تجربی صورت گرفته، جزء شیمیایی ۲۰۵۵ به عنوان عمده محصول گازی حاصل از فرایند گرماکافت سوخت جامد HTPB در نظر گرفته شده است. برای تعیین نرخ تولید این جزء شیمیایی از یک رابطهٔ تجربی شبه آرنیوسی بهره گرفته شده است. در مرحلهٔ بعد، واکنشهای شیمیایی بین ۲۰۵۵ و اکسیژن گازی بالدوین- لومکس مدلسازی شده است. با حل جریان محترق، مشخصههای جریان و احتراق درون درگاه گرین (Grain) و نازل از قبیل توزیع دما، عدد ماخ، نرخ پسروی و دمای سطح سوخت تعیین شده است. نتایج شبیهسازی عددی برای یک نازل از قبیل توزیع دما، عدد ماخ، نرخ پسروی و دمای سطح سوخت تعیین شده است. نتایج شبیهسازی عددی برای یک موتور آزمایشگاهی ارائه شده و نرخ پسروی و دمای سطح سوخت تعیین شده است. نتایج شبیهسازی عددی برای یک موتور آزمایشگاهی ارائه شده و نرخ پسروی به دست آمده در مقایسه با دیگر نتایج عدی و تجربی تطابق خوبی را نشان میدهد.

واژگان کلیدی: موتور موشک هیبریدی، جریان محترق، گرماکافت سوخت جامد، نرخ پسروی

مقدمه

احتراق جریان اکسندهٔ گازی بر روی سطح سوخت جامد یکی از سازوکارهایی است که در فرایند احتراق برخی سیستمهای هوافضایی به کار گرفته میشود. از نمونههای این سیستمها میتوان به احتراق در موتورهای موشکی هیبریدی اشاره نمود. در موتورهای هیبریدی، شعله از نوع نفوذی است، لذا این موتورها به علت نبود پدیدههایی نظیر تراک (Detonation) و انفجار، نسبت به موتورهای سوخت مایع و جامد احتراق پایدارتری دارند. استفاده از اکسندههایی همچون پراکسید هیدروژن و اکسیژن در این موتورها از لحاظ زیستی بسیار قابل اهمیت است. هزینه مونتاژ، ساخت پیشرانهها و حمل و نقل آن ها نسبتاً پایین است. قابلیت اعتماد بالا در این موتورها سبب شده که تمایل برای استفاده از آنها در کارهای فضایی روز به روز افزایش یابد[۱].

در گرین سوخت جامد این گونه موتورها، انتقال گرما از منطقه شعله به سطح سوخت باعث تأمین انرژی مورد نیاز بـرای شکست پیوندهای شیمیایی موجود در سوخت پلیمری شده و به تبع آن سوخت تبخیر میشود. بخار سوخت به سـمت هسـته جریان جابهجا شده و به طرف منطقه شعله حرکت میکند و از طرف دیگر جریان آزاد اکساینده (هسته جریان) نیز بـه منطقـه

^{*} کارشناس ارشد- نویسنده مخاطب (ایمیل: mahdy700@yahoo.com)

^{**} دانشیار (ایمیل: REbrahimi@kntu.ac.ir)

⁽ghafurian@fghco.com :دانشیار (ایمیل:

شعله نفوذ کرده و از برخورد این دو توده در ناحیه داخلی لایه مرزی واکنش شیمیایی رخ داده و شعله برقرار می شود. در موتورهای هیبریدی، سوخت در فاز جامد و اکسنده در فاز مایع یا گازی است. به طور معمول در این موتورها از سوخت (Hydroxyl Terminated Polybutadiene) HTPB به همراه اکسیژن به عنوان پیشرانه استفاده می شود. نرخ پسروی سوخت یکی از مهم ترین متغیرهایی است که در تعیین نقش بالستیک (Ballistic) داخلی موتورهای هیبریدی و سوخت جامد نقش اساسی را ایفا می کند. در موتورهای هیبریدی این نرخ عمدتاً به وسیله شار جرمی اکسینده تعیین می شود[۱]. شار جرمی اکسنده برابر با دبی جرمی جریان در یک مساحت درگاه (Port) احتراقی است.

به طور کلی کارهای عددی انجام شده در زمینهٔ مدلسازی و تحلیل سازوکار احتراق هیبریدی محدود است. اساس پژوهشهای صورت گرفته در این زمینه را میتوان در دو بخش جستجو کرد. در بخش اول مطالعاتی هستند که بر پایهٔ حلهای تحلیلی انجام شدهاند. این تحلیلها با به کارگیری مفاهیم اصول نظری لایه مرزی، برای یک جریان محترق روی سطح جامد بسط داده شدهاند. یکی از مهمترین پژوهشها در این زمینه توسط مارکسمن [۲] انجام شده است. وی توانست با تعیین شار گرمایی به سطح سوخت، رابطهای برای نرخ پسروی تعیین کند. با توسعهٔ مفاهیم لایه مرزی در سازوکار احتراق موتورهای هیبریدی توسط مارکسمن، روابط اصلاح شدهٔ دیگری نیز بر اساس کارهای تجربی توسط افرادی همچون آلـتمن [۳]، اسموت [۴]، موزی [۵] و چیاورینی [۶] برای نرخ پسروی ارائه شد. با توسعهٔ روش های محاسباتی در دههٔ نود میلادی، شبیه سازی عددی جریان درون این موتورها مورد توجه قرار گرفت.

چنگ و همکارانش [۷] در سال ۱۹۹۴ معادلات (AMROC-DMI حل کردند. در سال ۱۹۹۵، لیانگ و همکارانش [۸] به کارگیری کد FDNS برای شبیه سازی جریان در موتور AMROC-DMI حل کردند. در سال ۱۹۹۵، لیانگ و همکارانش [۸] موتور هیبریدی JIRAD برای شبیه سازی جریان در موتور AMROC-DMI حل کردند. در سال ۱۹۹۵، لیانگ و همکارانش [۸] موتور هیبریدی JIRAD با قطر ۲۴ اینچ را شبیه سازی کردند. آن ها برای حل معادلات، کد GALASCY را به کار گرفتند. ونکاتسواران و مرکل [۹] در سال ۱۹۹۶ توانستند با به کارگیری معادلات RANS دوبعدی، میدان جریان را برای احتراق بین گاز اکسیژن و سوخت HTPB شبیه سازی کنند. آن ها در پژوهش خود برای تعیین نرخ پسروی از یک معادلهٔ نیمه تجربی به همراه معادلهٔ انرژی بهره گرفتند. سرین [۱۰] نیز در سال ۲۰۰۳ با به کارگیری کد تجاری CFD-ACE جریان درون یک موتور همراه معادلهٔ انرژی بهره گرفتند. سرین [۱۰] نیز در سال ۲۰۰۳ با به کارگیری کد تجاری ۲۰۰۹ جریان درون یک موتور معادلات مربوط به جریان دو فاز محترق، پدیدهٔ اسپری و تبخیر قطرات اکساینده و احتراق، جریان را در یک موتور هیبریدی معادلات مربوط به جریان دو فاز محترق، پدیدهٔ اسپری و تبخیر قطرات اکساینده و احتراق، جریان را در یک موتور مدالسازی کرد.

در این پژوهش با به کارگیری روش ونلیر برای تقریب مشتقات مکانی و روش استگر- وارمینگ برای محاسبهٔ ژاکوبین شارها در پیشروی زمانی، جریان درون موتور هیبریدی شبیهسازی شده است. استفاده از روش استگر- وارمینگ در گامهای زمانی اگرچه به لحاظ زمانی نسبتاً پر هزینه است، اما به دلیل سازگاری مقادیر ویژهٔ ژاکوبینهای تفکیک شده در این روش با مشخصههای سرعت جریان، در مسائل احتراقی که سختی (Stiffness) حل در آنها بسیار بالاست، سبب افزایش سرعت همگرایی حل میشود. به منظور تعیین نرخ پسروی سوخت از ترکیب معادلهٔ انرژی و یک رابطهٔ تجربی استفاده شده است. در بیشتر پژوهشهای نامبرده برای مدل کردن سینتیک شیمیایی از واکنشهای کلی تکمرحلهای یا دو مرحلهای استفاده شده است، در حالی که در این پژوهش یک مکانیزم یازده جزئی بیست مرحلهای به کار گرفته شده است. در ادامه معادلات حاکم بر جریان محترق دوبعدی و روشهای عددی مذکور تشریح شدهاند. سپس زیرمدلهای فیزیکی و شیمیایی استفاده شده به همراه

معادلات حاكم

معادلات حاکم بر جریان دوبعدی درون یک موتور هیبریدی، شامل معادلات دوبعدی تراکم پذیر متوسط گیری شده ناویر – استوکس به همراه معادلات انتقال اجزای شیمیایی است[۱۲]. این معادلات را میتوان به شکل کاملاً پایستار (بقایی) و در مختصات منحنیالخط (٤, η) به صورت زیر نوشت:

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{Q}}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} (\hat{\mathbf{E}} - \hat{\mathbf{E}}_{v}) + \frac{\partial}{\partial \eta} (\hat{\mathbf{F}} - \hat{\mathbf{F}}_{v}) = \hat{\mathbf{H}}$$
(1)

$$\hat{\mathbf{O}} = J\mathbf{O}$$
 (۲)

$$\hat{\mathbf{E}} = J(\boldsymbol{\xi}_{\chi}\mathbf{E} + \boldsymbol{\xi}_{y}\mathbf{F})$$
(٣)

$$\hat{\mathbf{F}} = J(\eta_{\chi}\mathbf{E} + \eta_{\chi}\mathbf{F}) \tag{(f)}$$

$$\hat{\mathbf{E}}_{v} = J(\xi_{x}\mathbf{E}_{v} + \xi_{y}\mathbf{F}_{v})$$
($\boldsymbol{\Delta}$)

$$\hat{\mathbf{F}}_{v} = J(\eta_{x}\mathbf{E}_{v} + \eta_{y}\mathbf{F}_{v}) \tag{9}$$

$$\hat{\mathbf{H}} = J\mathbf{H}$$

 $u\tau_{xx}+v\tau_{xy}-q_x$

 $-\rho \hat{u}_i Y_i$

0

0 0

H =

در معادلات فوق J مساحت سلول، x و Y مؤلفههای مختصات کارتزین، Q بردار متغیرهای وابسـته و E و F بردارهـای شار جابهجایی هستند که برای جریان دوبعدی فوق به صورت زیر است.

$$\begin{split} \mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho v \\ \rho e \\ \rho Y_i \end{pmatrix} \qquad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ u(\rho e + p) \\ \rho u Y_i \end{pmatrix} \qquad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ v(\rho e + p) \\ \rho v Y_i \end{pmatrix} \qquad (\Lambda) \end{split}$$

 $+v\tau_{yy}-q_y$ $-\rho\hat{v}_iY_i$

H نیز بیانگر بردار مقادیر چشمه است.

(Y)

کمیات مربوط به انرژی مخصوص کلی (e)، مؤلفههای تنش برشی و مؤلفههای شار گرمایی در دستگاه کارتزین به ترتیب زیر محاسبه می شوند.

$$e = \sum_{i=1}^{N_s} Y_i e_i + \frac{1}{2} (u^2 + v^2)$$
(11)

$$\tau_{XX} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) \tag{11}$$

$$\tau_{yy} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)$$
(17)

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$
(14)

$$q_{x} = -k \frac{\partial T}{\partial x} + \rho \sum_{i=1}^{N_{s}} h_{i} Y_{i} \hat{u}_{i}$$

$$q_{y} = -k \frac{\partial T}{\partial y} + \rho \sum_{i=1}^{N_{s}} h_{i} Y_{i} \hat{v}_{i}$$

$$(12)$$

i در معادلات بالا p چگالی، u و v مؤلفه های سرعت در مختصات کارتزین، p فشار و e انرژی مخصوص کل است. زیرنویس i مربوط به هر یک از اجزا و N_s نشانگر تعداد کل اجزاست. برای جزء *i* ام مقادیر Y_i ، e_i ، i، e_i و i a به ترتیب نشان دهنده کسر جرمی، انرژی داخلی مخصوص، آنتالپی و نرخ تشکیل جزء مربوطه است. آنتالپی جزء *i* ام از طریق انتگرال گیری C_p بر حسب دما به دست می آید.

$$h_i = \int_{O}^{T} C_{p_i} dT$$
 (۱۷)
د این رابطه C_{p_i} گرمای ویژه در فشار ثابت است که به صورت یک چندجـملهای درجه چهار از دما بیان می شود.

$$C_{pi} = C_{pi,0} + C_{pi,1}T + C_{pi,2}T^2 + C_{pi,3}T^3 + C_{pi,4}T^4$$
 (۱۸)
انرژی داخلی جزء *i* ام به کمک h_i و با استفاده از فرض گاز ایدئال (که برای دماهای بالا صادق است) به دست میآید.

 $e_i = h_i - R_i T$

 $D_{im} = (1 - X_i) / \sum_{i \neq j} \frac{X_i}{D_{ij}}$

$$Y_{i}\hat{u}_{i} = -D_{im}\frac{\partial Y_{i}}{\partial x}$$

$$Y_{i}\hat{v}_{i} = -D_{im}\frac{\partial Y_{i}}{\partial y}$$
((1))

(19)

بیانگر ضریب نفوذ دوتایی مؤثر جزء *i*ام در مخلوط گاز و X_i کسر مولی جزء *i*ام است. ویژگیهای ترموفیزیکی مانند لزجت و ضریب هدایت گرمایی به صورت چند جملهایهایی از دما بیان میشوند و در نهایت ویژگیهای مخلوط گاز بر مبنای قانون اختلاط ویلک^۱ از طریق مقادیر خواص مربوط به هر جزء، محاسبه میشود. ضرایب نفوذ دوتایی جرم بر اساس نظریه چاپمن-انسکوگ^۲ به دست میآیند[۱۳]. سایر ویژگیهای ترموفیزیکی در مرجع [۱۳] آورده شدهاند.

محاسبات مكانى

مولفه های بردار شار تفکیک شده در مختصات دوبعدی با استفاده از روش ون لیر [۱۴]، به صورت زیر به دست می آید.

$$E_1^{\pm} = \pm \frac{1}{4} \rho C(\overline{M} \pm 1)^2$$
(۲۳)
 $E_2^{\pm} = E_1^{\pm} [u - \xi_x (U \mp 2C) \frac{p}{\rho C^2}]$
(۲۴)
 $E_3^{\pm} = E_1^{\pm} [v - \xi_y (U \mp 2C) \frac{p}{\rho C^2}]$
(۲۵)

$$E_{4}^{\pm} = E_{1}^{\pm} [H - mc^{2} (\bar{M} \mp 1)^{2}]$$
((79)

^{&#}x27; Wilke's Mixing Rule

^r Chapman-Enskog Theory

$$\begin{split} E_{i+4}^{\pm} = E_{i}^{\pm} Y_{i}, \quad i \ge 1 & (Y) \\ (x) \\ (x)$$

^۱ Frozen Speed of Sound ^۲ Total variation Diminishing

محاسبات زمانى

برای حل معادلات حاکم بر جریانهای محترق روشهای مختلفی وجود دارد. از بین این روشها، روندهای صریح عموماً هنگامی که جریان دارای نرخ بالایی از واکنش شیمیایی باشد، در همگرایی کند هستند. در مقابل بیشتر روندهای ضمنی احتیاج به معکوس گیری از ماتریسهای جعبهای نواری دارند که برای واکنشهای شیمیایی پیچیده که شامل تعداد زیادی جزء شیمیایی هستند، بسیار پرهزینه و وقتگیرند. یکی از روشهایی که در حل مسایل احتراق دارای سرعت همگرایی بالایی است روش فاکتور گیری موسوم به تجزیه ¹ LU است. این روش برای حل عددی معادلهٔ (۱) در دو گام به صورت زیر ارائه شده است [۱۶].

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} + \Delta t \left(D_{\xi}^{-} \hat{\mathbf{A}}^{+} + D_{\eta}^{-} \hat{\mathbf{B}}^{+} - \frac{\hat{\mathbf{A}}^{-}}{\Delta \xi} - \frac{\hat{\mathbf{B}}^{-}}{\Delta \eta} - \hat{\mathbf{D}} \right) \right] \Delta \hat{\mathbf{Q}}^{*} = -\Delta t \, \mathbf{RHS}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} + \Delta t \left(D_{\xi}^{+} \hat{\mathbf{A}}^{-} + D_{\eta}^{+} \hat{\mathbf{B}}^{-} + \frac{\hat{\mathbf{A}}^{+}}{\Delta \xi} + \frac{\hat{\mathbf{B}}^{+}}{\Delta \eta} \right) \right] \Delta \hat{\mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} + \Delta t \left(\frac{\hat{\mathbf{A}}^{+}}{\Delta \xi} - \frac{\hat{\mathbf{A}}^{-}}{\Delta \xi} + \frac{\hat{\mathbf{B}}^{+}}{\Delta \eta} - \frac{\hat{\mathbf{B}}^{-}}{\Delta \eta} \right) \end{bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{Q}}^{*}$$

$$\tilde{\mathbf{Q}}^{n+1} = \tilde{\mathbf{Q}}^{n} + \Delta \tilde{\mathbf{Q}}$$

$$(\mathbb{Y}^{n})$$

در این معادلات B ، A و D به ترتیب ماتریسهای ژاکوبین بردارهای F ، E و H هستند. استگر و وارمینگ[۱۷] با استفاده از قضیهٔ انتقال تشابهی، این ماتریسها را به صورت زیر تفکیک کردند.

$$\hat{\mathbf{A}}^{\pm} = \hat{\mathbf{M}}_{\xi} \mathbf{A}_{\xi}^{\pm} \hat{\mathbf{M}}_{\xi}^{-1}$$

$$\hat{\mathbf{B}}^{\pm} = \hat{\mathbf{M}}_{\eta} \mathbf{A}_{\eta}^{\pm} \hat{\mathbf{M}}_{\eta}^{-1}$$
((f))

در این روابط $\frac{1}{\zeta}$ و $\frac{1}{\eta}^{A}$ و $\frac{1}{\eta}^{A}$ و $\frac{1}{\eta}$ بیانگر بردارهای ویژهٔ متناظر با مقادیر ویژهاند. توجه شود که ژاکوبین عبارت مولد تنها در یک جارو (Sweep) ظاهر شده است تا زمان محاسبه عبارت مولـد کـه بـرای جریانهای با شیمی غیرتعادلی بسیار پرهزینه است، حداقل شود.

در گام اول، عبارت RHS که از خطیسازی معادلهٔ (۱) در سمت راست این جارو پدیدار می شود، به شکل زیر است.
RHS=
$$\left[\frac{\partial(\hat{\mathbf{E}}-\hat{\mathbf{E}}_{v})}{\partial\xi}+\frac{\partial(\hat{\mathbf{F}}-\hat{\mathbf{F}}_{v})}{\partial\eta}-\hat{\mathbf{H}}\right]$$
 (۴۲)

گرماکافت سوخت جامد

عموماً برای نشان دادن چگونگی ارتباط نرخ پسروی سطح سوخت جامد ناشی از فرایند گرماکافت (Pyrolysis) با سینتیک محصولات گازی ناشی از تجزیهٔ پلیمرهای سوختهای کامپوزیتی، از روابطی شبیه به معادلهٔ آرنیوس استفاده می شود. $\dot{r} = A \exp\left(-\frac{E_a}{R_u T_s}\right)$

در این رابطه، \dot{r} نرخ پسروی، E_a انرژی فعالسازی، T_s دمای سطح سوخت، R_u ثابت جهانی گازها و A ثابت تجزیه است. در این پژوهش برای مدلسازی نرخ پسروی از نتایج ارائه شده توسط چیاورینی[۱۸] استفاده شده است. مطالعات وی حاکی از آن است که سهم عمدهٔ محصولات گرماکافت سوخت HTPB را مادهٔ Butadiene (C_{4H_6}) ایا استفاده شده است. معالعات وی حاکی از آن نایت پژوهش برای مددهٔ محصولات گرماکافت سوخت HTPB را مادهٔ قرماکافت مستقل از فشار است. معال عات وی حاکی از آن نایت به معه عمدهٔ محصولات گرماکافت سوخت ای مالت ماده نیز فرایند از مان است. معال عات وی حاکی از آن نایت به معه عمدهٔ محصولات گرماکافت سوخت ای ماده در حین فرایند گرماکافت مستقل از فشار است.

¹ Lower-Upper Decomposition

مدل آشفتگی

در پژوهش انجام شده از مدل جبری بالدوین و لومکس[۱۹] برای محاسبه لزجت آشفته استفاده شده و فرض می شود که عدد پرانتل و اشمیت آشفته ثابت و برابر ۰/۹ باشد. مزیت اصلی این روش این است که احتیاجی به تعیین ضخامت لایهٔ مرزی، که اغلب برای جریانهای پیچیده دشوار است، نیست. هرچند اثرات آشفتگی بر سینتیک شیمیایی می تواند در نواحی ویژه ای چون ناحیه بازچرخش و محل تزریق سوخت بسیار شدید باشد، لیکن در اینجا از اثرات آشفتگی بر سینتیک شیمیایی صرفنظر می شود.

مدل شیمی فاز گازی

واكنش	k_{f}	k_b
Н₂+ОН ⇐╧ Н₂О+Н	$4.74 \times 10^{10} \exp\left(\frac{-3068.95}{T}\right)$	$2.03138 \times 10^{12} T^{-0.274934} \exp\left(\frac{-10985.23}{T}\right)$
O ₂ +H ← → OH+O	$1.85 \times 10^{11} \exp\left(\frac{-8253.65}{T}\right)$	$4.52315 \times 10^8 T^{0.410439} \exp\left(\frac{412.94}{T}\right)$
Н₂+О╤═╧ОН+Н	$4.2 \times 10^{11} \exp\left(\frac{-6919.98}{T}\right)$	$2.2825 \times 10^{11} T^{-0.0246801} \exp\left(\frac{-5998.64}{T}\right)$
O_2 +H \longleftrightarrow HO ₂	$1.35 \times 10^9 \exp\left(\frac{503.27}{T}\right)$	$5.1015 \times 10^{13} T^{-0.4236663} \exp\left(\frac{-25765.13}{T}\right)$
$H_2 H+H$	$2.2 \times 10^{11} \exp\left(\frac{-48314.074}{T}\right)$	$4.38485 \times 10^7 T^{0.0320618} \exp\left(\frac{-4166.86}{T}\right)$
0₂ ↔ 0+0	$1.8 \times 10^{15} T^{-1} \exp\left(\frac{-59369.074}{T}\right)$	$1.51713 \times 10^9 T^{-0.525515} \exp\left(\frac{840.326}{T}\right)$

جدول۱- سازوکار واکنش هیدروژن - اکسیژن پیشنهاد شده توسط برابس[۲۲] (واحدها بر حسب mol,K,m))

$H+HO_2 \longrightarrow H_2+O_2$	$1.3 \times 10^{11} \exp\left(\frac{-1509.814}{T}\right)$	$1.275 \times 10^{10} T^{-0.427332} \exp\left(\frac{-27672.11}{T}\right)$
H ₂ O ╤══→ОН+Н	$1.3 \times 10^{12} \exp\left(\frac{-52913.94}{T}\right)$	$5.73655 \times 10^6 T^{0.313192} \exp\left(\frac{7491.96}{T}\right)$
Н₂О+О с ОН+ОН	$6.8 \times 10^{10} \exp\left(\frac{-9242.577}{T}\right)$	$8.613 \times 10^8 T^{0.250384} \exp\left(\frac{-404.780}{T}\right)$
O+HO ₂ ↔ O ₂ +OH	$5.0 \times 10^{10} \exp\left(\frac{-503.27}{T}\right)$	$2.6504 \times 10^9 T^{0.403293} \exp\left(\frac{-25743.37}{T}\right)$
H+HO ₂ ↔ OH+OH	$2.04 \times 10^{11} \exp\left(\frac{-538.5}{T}\right)$	$2.768 \times 10^7 T^{0.808315} \exp\left(\frac{-17119.5}{T}\right)$
$OH+HO_2 \longrightarrow O_2+H_2O$	$8.0 \times 10^9 \exp\left(\frac{-1499.75}{T}\right)$	$4.05365 \times 10^{10} T^{0.130335} \exp\left(\frac{-35609.15}{T}\right)$
$H_2+HO_2 \longrightarrow H+H_2O_2$	$7.91 \times 10^{10} \exp\left(\frac{-12581.78}{T}\right)$	$5.07334 \times 10^{12} T^{0.411882} \exp\left(\frac{-3160.89}{T}\right)$
$OH+H_2O_2 H_2O+HO_2$	$6.1 \times 10^9 \exp\left(\frac{-719.678}{T}\right)$	$3.761 \times 10^9 T^{0.14644} \exp\left(\frac{-18043.1}{T}\right)$
$HO_2+HO_2 \longrightarrow O_2+H_2O_2$	1.8×10 ⁹	$1.0845 \times 10^{10} T^{0.0205195} \exp\left(\frac{-16734.1}{T}\right)$
$H+H_2O_2 \longrightarrow OH+H_2O$	7.8×10^8	$1.04212 \times 10^5 T^{0.89952} \exp\left(\frac{-33982.3}{T}\right)$
Н₂О₂╤╧ОН+ОН	$1.44 \times 10^{14} \exp\left(\frac{-22903.875}{T}\right)$	$8.487 \times 10^4 T^{1.21277} \exp\left(\frac{3519.125}{T}\right)$
Н+О╤═━→ОН	$7.1 \times 10^{12} T^{-1}$	$2.1057 \times 10^{16} T^{-1.0666587} \exp\left(\frac{-51573.5}{T}\right)$

جدول ۲- سازوکار کلی تک مرحلهای اکسیداسیون سوخت [۲۱] (واحدها بر حسب mol,K,cm)

واكنش	k_f	k _b
$C_4H_6+2O_2 \longrightarrow 4CO+3H_2$	$3.8 \times 10^{11} \exp\left(\frac{-1.52 \times 10^4}{T}\right) \times \left[C_4 H_6\right]^{0.5} \left[O_2\right]^{1.25}$	0

جدول ۳- سازوکار کلی تک مرحلهای اکسیداسیون مونواکسید کربن [۲۳] (واحدها بر حسب mol,K,cm)

$CO+0.5O_2 CO_2$	$10^{14.6} \times \exp\left(\frac{-2.0143 \times 10^4}{T}\right)$	$5 \times 10^8 \exp\left(\frac{-2.0143 \times 10^4}{T}\right)$
	$\times [{\rm CO}]^1 [{\rm H_2O}]^{0.5} [{\rm O_2}]^{0.25}$	$\times [CO_2]^1$

سطح مشترک گاز – جامد

به طور کلی در فرایند احتراق موتورهای سوخت جامد و هیبریدی، سطح سوخت جامد درگیر فرایند گرماکافت است. در اثر این پدیده به دلیل انتقال گرما از ناحیهٔ شعله به سطح سوخت جامـد، پلیمرهـای سـوخت دچـار از هـمپاشـیدگی و در نهایـت واجذبی و شکست پیوندها میشود. هر یک از این پدیدهها دارای پیچیدگیهایی هستند که شناخت جزئیات آنها برای تعیـین شرایط مرزی روی سطح سوخت جامد ضرورتی ندارد.

در ناحیهٔ گرماکافت که به صورت نواری بسیار باریک با ضخامت ناچیز و چسبیده به سطح سوخت جامـد در نظـر گرفتـه میشود، دو رویداد مهم وجود دارد: ۱) تزریق جرم توسط بخارهای سوخت جامد گـازی شـده از ایـن ناحیـه بـه سـمت شـعله ۲) انتقال گرما با ناحیهٔ شعله و همینطور سوخت جامد. بر طبق قوانین بقا باید تعادل انرژی و جرم، در ناحیهٔ سطح مشترک گاز-جامد (گرماکافت) برقرار باشد. برای سهولت در به دست آوردن معادلات فرض میشود که سطح سوخت ثابت است و تزریق جرم از سوخت جامد به ناحیهٔ گرماکافت با سرعتی برابر نرخ پسروی انجام میشود. بنابراین قانون بقای جرم نتیجه میدهد که:

$$\rho_g v_g = -\rho_f \dot{r} \tag{(ff)}$$

همانطور که ملاحظه می شود سرعت معمول گازهای خروجی از ناحیهٔ گرماکافت به داخل قلمرو حل را می توان از رابطهٔ بالا تعیین کرد. سرعت مؤلفهٔ محوری باید به گونهای اعمال شود، که مقدار سرعت محوری در گرههای محاسباتی بر روی سطح سوخت جامد صفر شود. با نوشتن معادلهٔ تعادل انرژی در مرز مشترک جامد-گاز رابطهٔ زیر حاصل خواهد شد [۲۴].

$$Q_{tot} = \rho_f \dot{r} \left[\begin{pmatrix} N_s \\ \sum \\ i=1 \end{pmatrix}^{\circ} -\Delta H_{f,i}^{\circ} + TPB \right] + \rho_f \dot{r} \sum_{i=1}^{N_s} Y_{i+} \begin{bmatrix} T_s \\ \int \\ T_{ref} \end{bmatrix} C_{p,i} dT$$
(* Δ)

جملهٔ اول سمت راست رابطهٔ بالا، بیانگر گرمای تجزیه یا میزان گرمای مورد نیاز برای تبدیل فاز جامد به فاز گازی محصولات گرماکافت است. جملهٔ دوم نیز بیانگر آنتالپی محسوس محصولات گازی است. در معادلهٔ انرژی دو کمیت دمای سطح T_s و نرخ پسروی r مجهول هستند. با جایگذاری رابطهٔ (۴۳) در معادلهٔ (۴۵) معادلهٔ ضمنی زیر بر حسب دمای سطح به دست میآید.

$$Q_{tot} = \rho_f A \exp\left(-\frac{E_a}{R_u T_s}\right) \times \left\{ \left[\left(\sum_{i=1}^{N_s} Y_{i+} \Delta H_{f,i}^{\circ} \right) - \Delta H_{f,HTPB}^{\circ} \right] + \sum_{i=1}^{N_s} Y_{i+} \left[\int_{T_{ref}}^{T_s} C_{p,i} dT \right] \right\}$$
(69)

برای حل عددی این معادلهٔ غیرخطی میتوان از روش نیوتن بهره گرف

هندسه و شرایط مرزی

به منظور سنجش کد محاسباتی توسعه داده شده، یک موتور هیبریدی تخت برای مقایسه و صحتآزمایی نتایج، بررسی می شود. موتور مذکور، توسط چیاورینی و همکارانش در دانشگاه ایالتی پنسیلوانیا ساخته شد و در شرایط کار کردی مختلفی آزمایش شد[۲۵]. در این پژوهش آزمون شمارهٔ ۸ این تحقیق تجربی مورد مطالعه عددی قرار گرفته است. طول سوخت میلی متر است. در انتهای محفظه در حدود ۳۰ بار است. طول این موتور ۸۶۰ میلی متر و فاصلهٔ بین دو صفحهٔ سوخت ۲۰ میلی متر است. در انتهای محفظه از یک نازل همگرا- واگرا استفاده شده است. در حین انجام این پژوهش بنا به تجربه معلوم شد در صورتی که از شروع لبهٔ حمله شرط متناظر با سوخت جامد اعمال شود، حل مسئله در ورودی با مشکل روبه و خواهد شد. این امر به این دلیل است که در تعیین مقدار اولین گره محاسباتی در لبهٔ حمله از دو سلول مجازی که توسط دو شرط مرزی متفاوت محاسبه می شوند، استفاده می شود. لاه محاماتی در لبهٔ حمله از دو سلول مجازی که توسط دو شرط مرزی متفاوت محاسبه می شوند، استفاده می شود. لا این گره یک نقطهٔ منفرد به حساب می آید. برای رفع این مشکل روبه رو مرزی متفاوت محاسبه می شوند، استفاده می شود. لا این گره یک نقطهٔ منفرد به حساب می آید. برای رفع این مشکل، به مرزی متفاوت محاسبه می شوند، استفاده می شود. لا این گره یک نقطهٔ منفرد به حساب می آید. برای رفع این مشکل، به مرزی متفاوت محاسبه می شوند، استفاده می شود. لا این گره یک نقطهٔ منفرد به حساب می آید. برای رفع این مشکل، به مسخصه های جریان اکساینده به حد کافی توسعه یابند. بعد از این طول اضافی مطلوب می توان شرط متناظر با سوخت جامد را بر روی دیواره اعمال کرد. در این پژوهش در ورودی موتور مذکور، ۱۰ سانتی متر طول اضافی در نظر گرفته شده است. همان طور که در شکل (۱) پیداست این طول از منفی ۱۰ سانتی متر تا صفر امتداد پیدا کرده و نقطهٔ صفر شروع مرز متناظر با سوخت جامد است که تا نقطهٔ ۸/۸۴ سانتی متر ادامه می یابد. از این نقطه تا نقطهٔ ۲۲ سانتی متر نیز دیوارهٔ عایق در نظر گرفته شرحه است. ورکاتسواران در پژوهش خود، برای هندسهٔ کامل موتور از یک شبکهٔ محاسباتی ۲۱ ×۱۵۱ بهره برده است. در این پژوهش به دلیل اعمال طول اضافی در جهت طولی و همچنین حل نصف هندسهٔ محاسباتی به دلیل تقارن موجود در شکل، از یک شبکهٔ ۳۱×۲۰۱ استفاده شده است. برای به دست آوردن دقت بیشتر در حل، شبکه در نزدیکی مرز متـراکم شـده اسـت. نحوهٔ اعمال شرط مرزی در دیوارهٔ پایین به صورت زیر است.

سطح جامد همراه با گرماکافت

ديوارهٔ عايق همراه با شرط عدم لغزش

0 < x < 0.585 (*m*)

 $x \le 0, x \ge 0.585$ (*m*)

برای دیوارهٔ بالایی هندسهٔ نصف شده، شرط تقارن اعمال شده است. در ورودی نیز از شرط ورودی زیر صوت که مستلزم تعیین دما و فشار سکون است، استفاده شده است. دمای سکون اکسیژن ورودی برابر ۳۰۰ کلوین است. شرط خروجی به گونهای اعمال شده که با محاسبهٔ عدد ماخ موضعی در هر سلول واقع در این مقطع، شرط خروجی زیر صوت یا مافوق صوت به طور خودکار ارضا شود.

در یک موتور واقعی رسیدن به شرایط کارکرد اسمی یک فرایند گذرا است. بنابراین، مدلسازی دقیق یک موتور نیازمند یک حل عددی متغیر با زمان است. اما این موضوع از لحاظ زمانی و حجم محاسبات به شدت هزینهبر است. از سوی دیگر در هنگام اجرای کد محاسباتی، در صورتی که فشار ۳۰ بار به یکباره در ورودی اعمال شود، دیگر اکسیژن کافی از ورودی به پایین دست جریان نرسیده و در نهایت شعله خاموش میشود. این نکته به وضوح در طی انجام این پژوهش دیده شده است. برای از بین بردن این مشکل، ابتدا مسئله برای فشار ورودی ۲ بار حل شده و پس از رسیدن به شرایط پایا عبارتهای مولد به گونهای اضافه شدند که از رشد سریع و غیرفیزیکی آنها جلوگیری شود. بعد از این که شرایط دمایی و غلظتها به حالت نسبتاً

در شکل (۱) هندسهٔ محاسباتی نشان داده شده است. همچنین در جدول (۴) شرایط مرزی مربوط به شکل (۱) ارائه شده است. لازم به ذکر است که، سایر کمیتها را میتوان با استفاده از روابط ترمودینامیکی به دست آورد.



کمیات برونیابی شدہ	كميات تعيين شده	شرط مرزی	ديوارەھا
и,v	$T_0 = 300 \mathrm{K}$ $P_0 = 2 \rightarrow 30 \mathrm{bar}$	ورودی مادون صوت	١
-	راستای عمود بر مرز است) $rac{\partial u}{\partial n}=rac{\partial v}{\partial n}=rac{\partial T}{\partial n}=0$	شرط تقارن	۶
-	$u = v = \frac{\partial T}{\partial n} = 0$	ديواره بىدررو با شرط عدم لغزش	۲ و ۴
<i>u</i> , <i>v</i> , <i>T</i>	$If(M<1) \to P = 1.01 \mathrm{bar}$	· 1 .	
<i>u</i> , <i>v</i> , <i>T</i> , <i>P</i>	If(M>1)	شرط حروجی	۵
	$Eq.(46) \rightarrow T_s$		
Р	$Eq.(43,44) \rightarrow v$	سطح جامد همراه با گرماکافت	٣
	u = 0		

نتايج

شکل (۲) توزیع دما در هندسهٔ حل را نشان میدهد. مقدار بیشینه دما در ناحیهٔ حل حدود ۳۶۵۰ کلوین است. این مقدار در قسمت همگرای نازل اتفاق میافتد. قابل ذکر است که در مقیاس عرضی ۷ برابر بزرگنمایی شده است. دما در ابتدای هستهٔ جریان محترق حدود ۵۰۰ کلوین و در ناحیهٔ شعله بیشینهٔ آن به حدود ۳۵۰۰ کلوین میرسد. این مقادیر کاملاً با نتایج محاسبه شده توسط ونکاتسواران و مرکل [۹] مطابقت دارد.



یکی از مهمترین مشخصهها در تعیین عملکرد یک موتور هیبریدی، متغیر نرخ پسروی است. تغییرات نرخ پسروی محاسبه شده در طول این موتور در شکل (۳) نشان داده شده است (خط توپر). به منظور اعتبارسنجی بهتر برای تغییرات طولی نرخ پسروی، نتیجهٔ حاصله با نتایج سه روش دیگر در شکل (۳) مقایسه شده است. منحنی خطچین بیانگر نتایج حاصل از روشی موسوم به روش انتگرال است که در مرجع [۲۶] گزارش شده است. این روش یک روش تحلیلی است که بر پایهٔ نظریه لایه مرزی جریان محترق بنا شده است. منحنی دایرههای توخالی ناپیوسته، مربوط به نتایج حاصل از آزمایشهای تجربی این موتور است که توسط چیاورینی و همکارانش در مرجع [۲۵] گزارش شده است. منحنی خط- نقطه نیز نتایج حاصل از پژوهش عددی ونکاتسواران و مرکل است که در مرجع [۹] ارائه شده است. همانطور که مشاهده می شود نتایج سـه پژوهش عددی از نزدیکی خوبی در مقایسه با کار تجربی برخوردار است. این نتایج در یکسوم ابتدایی طول سوخت رفتارهای متفاوتی از خود نشان میدهند. منحنی مربوط به پژوهش حاضر و روش انتگرال در این ناحیه مقادیری بیشتر از نتایج تجربی و منحنی مربوط به پژوهش ونکاتسواران مقادیری کمتر را پیشبینی میکنند. نتایج این پژوهش نشان میدهد که نرخ پسروی در ابتدا با رسیدن به یک نقطهٔ بیشینه در x=0.7cm روندی افزایشی دارد و مقدار آن در این نقطه به 0.94mm/s میرسد. اما پس از این نقطه، شیب منحنی با پیمودن روندی کاهشی به حالتی مجانب گونه در انتهای طول سوخت می گراید. دلیل پیدایش نقطهٔ بیشینه این است که در ابتدای ناحیه برقراری شعله بر روی سوخت جامد ضخامت لایهٔ مرزی باریکتر است و همانطور که در شکل (۲) دیده می شود، شعله در این ناحیه تقریباً به سطح سوخت چسبیده است، لذا نـرخ انتقـال گرمـای هـدایتی بـه سطح سوخت جامد در این ناحیه افزایش یافته و در نتیجه دمای سطح و به تبع آن نرخ پسروی در این نقطـه بـالا مـیرود. بـا افزایش ضخامت لایه مرزی در جهت طولی، ناحیهٔ شعله نیز از سطح سوخت فاصله گرفته و به سمت هسته جریان متمایل می شود، لذا نرخ انتقال گرمای هدایتی به سطح کاهش یافته و در پی آن نرخ پسروی نیز روندی نزولی پیدا می کند. از نقطهٔ بیشینه تا انتهای طول سوخت رفتار منحنی مربوط به پژوهش حاضر با منحنی حاصل از روش انتگرال همخوانی بسیار خوبی را نشان میدهد. علاوه بر این دیده میشود که مقادیر نتایج حاصله در دوسـوم انتهـایی طـول بـا نتـایج تجربـی و روش تحلیلـی انتگرال بسیار نزدیک است. در حالی که نتایج پژوهش ونکاتسواران بیانگر روندی صعودی در یـکسـوم انتهـایی طـول سـوخت است و همانطور که مشاهده میشود، مقادیر پیشبینی شده در این ناحیه از مقادیر تجربی بیشتر است.



شکل ۳ – مقایسهٔ تغییرات نرخ پسروی در طول سوخت جامد با سایر نتایج

در شکل (۴) منحنی تغییرات دمای سطح سوخت جامد در طول گرین نشان داده شده است (خط توپر). همان طور که انتظار میرود تغییرات این متغیر بر اساس معادلهٔ شبه آرنیوس (۴۳)، متناظر با تغییرات نرخ پسروی در شکل (۳) است. برای تغییرات دمای سطح سوخت جامد در موتور مورد نظر هیچگونه نتایج عددی و تجربی گزارش نشده است. به منظور مقایسهٔ کیفی منحنی از نتایج عددی و تجربی گزارش نشده است. به منظور مقایسهٔ کیفی منحنی از نتایج عددی مرکل و ونکاتسواران استفاده شده است. آنها در مرجع [۲۰] نتایج مربوط به دمای سطح سوخت جامد در موتور مورد نظر هیچگونه نتایج عددی و تجربی گزارش نشده است. به منظور مقایسهٔ کیفی منحنی از نتایج عددی مرکل و ونکاتسواران استفاده شده است. آنها در مرجع [۲۰] نتایج مربوط به دمای سطح سوخت جامد را که از شبیه سازی عددی موتور متناظر با آزمون شمارهٔ ۱۱ چیاورینی[۲۵] به دست آمده، ارائه کردهاند. قابل ذکر است که سوخت به کار گرفته شده در این آزمون حاوی HTPB و ۲۵ درصد کربن سیاه است. همچنین فشار بیشینه محفظه به ۴۹ بر می رسد. مرکل برای محاسبهٔ دمای سطح از هر دو مدل گرماکافت پیشنهاد شده توسط بریل[۲۷] و کوهن[۲۸] استاده مدی مرکل برای محاسبهٔ دمای سطح از مرد کربن سیاه است. همچنین فشار بیشینه محفظه به ۴۹ بار می رسد. مرکل برای محاسبهٔ دمای سطح از هر دو مدل گرماکافت پیشنهاد شده توسط بریل[۲۷] و کوهن[۲۸] استفاده بر می رسد. مرکل برای محاسبهٔ دمای سطح از هر دو مدل گرماکافت پیشنهاد شده توسط بریل (۴) منحنی مربوط به مدل کرهن با خطچین و منحنی مربوط به مدل بریل با خط- نقطه، نمایش داده شدهاند.



شکل ۴- تغییرات دمای سطح سوخت جامد در طول گرین

همان طور که دیده میشود، روند منحنی دمای سطح سوخت در پژوهش حاضر با منحنیهای مربوط به پژوهش ونکاتسواران همانند نتایج ارائه شده برای نرخ پسروی اندکی متفاوت است، اما به لحاظ کمی دارای مقادیر نزدیکی هستند. هر چند به دلیل تفاوت در نوع سوخت و فشار کاری بین موتورهای مربوط به آزمون ۸ و ۱۱ نمیتوان مقایسهٔ دقیقی انجام داد، ولی میتوان مطمئن شد که مقادیر و روند نتایج به دست آمده منطقی است. از سوی دیگر، مرکل و ونکاتسواران به دلیل دسترسی به نتایج تجربی توانست امر کاری بین موتورهای مربوط به آزمون ۸ و ۱۱ نمیتوان مقایسهٔ دقیقی انجام داد، ولی میتوان مطمئن شد که مقادیر و روند نتایج به دست آمده منطقی است. از سوی دیگر، مرکل و ونکاتسواران به دلیل دسترسی به نتایج تجربی توانستند اثر تشعشع را با استفاده از یک رابطهٔ تجربی در حل عددی لحاظ کنند. البته آنها این رابطه را در پژوهش خود ارائه نکردهاند. افزایش پیچیدگیهای حل در صورت اعمال جملههای تشعشعی در معادلات حاکم بر رابطه را در پژوهش از اثرات پدیده تشعی در معادلات حاکم بر رابطه را در پژوهش زا در پژوهش خود ارائه نکردهاند. افزایش پیچیدگیهای حل در صورت اعمال جملههای تشعشعی در معادلات حاکم بر رابطه را در پژوهش خود ارائه نکردهاند. افزایش پیچیدگیهای حل در صورت اعمال جملههای تشعشعی در معادلات حاکم بر رابطه را در پژوهش از اثرات پدیده تشعشعی در معادلات حاکم بر رابطه را در پژوهش از اثرات پدیده تشعشعی در معادلات حاکم بر این مسئله احتراقی و همچنین عدم دسترسی به رابطهٔ تجربی مربوط به نرخ انتقال گرمای تشعشعی، سبب شد تا در این پژوهش از اثرات پدیده تشعشع صرفنظر شود. خطای ناشی از در نظر نگرفتن اثر انتقال گرمای تشعشی در فشارهای کاری بسیار بالا (بیش از ۵۰ بار) حداکثر ۱۰ درصد است[۲۰].

در شکل (۵) توزیع کسر جرمی اکسیژن نمایش داده شده است. مشاهده می شود که، کسر جرمی اکسیژن در هسته جریان بیشترین مقدار خود را دارد که با پیشروی در طول موتور به دلیل مصرف در ناحیه شعله از مقدار آن کاسته می شود. در شکل (۶) توزیع عدد ماخ نمایش داده شده است. رفتار این کانتور کاملاً منطقی و منطبق بر اصول دینامیک گاز است. همان طور که مشاهده می شود، توزیع عدد ماخ در قسمت محفظه به صورت یکنواخت است. در قسمت نازل همگرا- واگرا نیـز افـزایش تدریجی عدد ماخ را مشاهده می کنیم که با روابط گاز دینامیکی حاکم بر نازل همگرا- واگرای بدون شوک همخوانی دارد.



شکل ۶- توزیع عدد ماخ در موتور مورد نظر

جمعبندى

در این پژوهش جریان درون یک موتور هیبریدی واقعی، با به کارگیری یک روند از دسته روشهای پیشرفته کاهش تغییرات کلی مطالعه شد. نرخ پسروی محاسبه شده در مقایسه با نتایج تجربی، عددی و تحلیلی تطابق و سازگاری خوبی را نشان میدهد. نحوه توزیع و مقادیر دمای محاسباتی در ناحیه شعله و هستهٔ جریان با نتایج حاصل از پژوهش ونکاتسواران کاملاً همخوانی دارد. مقایسهٔ بین نتایج مربوط به توزیع دمای سطح سوخت با نتایج ارائه شده توسط ونکاتسواران حاکی از نزدیکی رفتار این منحنیها به لحاظ کیفی و کمی است.

مراجع

- 1. Sutton, G. P., Rocket Propulsion Elements, 7th edition, John Wiley & Sons Inc., New York, 2001.
- Marxman, G., and Gilbert, M., "Turbulent Boundary Layer Combustion in the Hybrid Rocket," Proceedings of the 9th International Symposium on Combustion, pp. 371-383, Academic Press, New York, NY, USA, 1963.
- 3. Estey, P., Altman, D. and McFarlane, J., "An Evaluation of Scaling Effects for Hybrid Rocket Motors," in AIAA/SAE/ASME 27th Joint Propulsion Conference, Sacramento, June, 1991.
- 4. Smoot, L. D., and Price, F. C., "Regression Rate of Nonmetalized Hybrid Fuel Systems," AIAA Journal, 3, pp. 1408-1413, 1965.
- Muzzy, R. J., "Applied Hybrid Combustion Theory," in Proceedings of the 8th AIAAISAE Joint Propulsion Specialist Conference, Paper No. 72 1143, New Orleans, La, USA, November-December, 1972.
- Chiaverini, M. J., Kuo, K. K., Peretz, A., and Harting, G. C., "Regression Rate and Heat Transfer Correlations for HTPB/GOX Combustion in a Hybrid Rocket Motor," AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, 34th, Cleveland, OH, July, 1998.
- 7. Cheng, G. C., Farmer, R. C., Jones, H. S., and McFarlane, J. S., "Numerical Simulation of the Internal Ballistics of a Hybrid Rocket Motor," in 32nd Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, Reno, 1994.
- Liang, P.Y., Ungewitter, R. J., and Claflin, S. E., "CFD Analysis of the 24-Inch JIRAD Hybrid Rocket Motor," in 31st AIAAIASMEISAEIASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, San Diego, 1995.
- 9. Venkateswaran, S., and Merkle, C. L., "Size Scale-up in Hybrid Rocket Motors," AIAA Paper 96-0647, 1996.
- Serin, N., and Gogus, Y. A., "Navier-Stokes Investigation on Reacting Flow Field of HTPB/O2 Hybrid Motor and Regression Rate Evaluation," in 39th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, Huntsville, Alabama, July, 2003.
- 11. Lung Lin, J., "Two-Phase Flow Effect on Hybrid Rocket Combustion," Acta Astronautica, 65, Issues 7-8, Pages 1042-1057, October-November 2009.
- 12. Shuen, J. S. and Yoon, S., "Numerical Study of Chemically Reacting Flows Using an LU Scheme," AIAA Paper No. 88-0436, January, 1988.
- 13. Reid, R. C., Prausnitz, J. M., and Sherwood, T. K., Properties of Gases and Liquids, 3rd edition, McGraw-Hill, 1977.
- 14. Van Leer, B., Liou, M. S., and Shuen, J. S., "Splitting of Inviscid Fluxes for Real Gases," Journal of Computational Physics, 87, pp. 1-24, 1990.
- Van Leer, B., "Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme J V. A Second-Order Sequel to Godunov's Method," Journal of Computational Physics, 135, pp. 229-248, 1997.
- Yu, S. T., Tsai, Y. L., and Shuen, J. S., "Three-Dimensional Calculation of Supersonic Reacting Flows Using an LU Scheme," in 27th Aerospace Sciences Meeting, Reno, Nevada, 1989.
- 17. Steger, J. L. and Warming, R. F., "Flux Vector Splitting of the Inviscid Gas Dynamic Equations with Application to Finite Difference Methods," J. Comp. Phys., 40, pp. 263-293, 1981.
- Chiaverini, M. J., Harting, G. C., Lu, Y. C., Kuo, K. K., and Peretz, A., "Pyrolysis Behavior of Hybrid-Rocket Solid Fuels Under Rapid Heating Conditions," Journal of Propulsion and Power, 15, pp. 888-895, November-December, 1999.
- 19. Baldwin, B. and Lomax, H., "Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Seperated Turbulent Flows," AIAA Paper 78-257, January, 1978.
- Merkle, C. L. and Venkatewaran, S., "Fundamental Phenomena on Fuel Decomposition and Boundary Layer Combustion Processes with Applications to Hybrid Rocket Motors, Part II," 106 Research Building East, Pennsylvania, Final Report 16801, 1996.
- 21. Babushok, V. I., and Dakdancha, A. N., "Global Kinetic Parameters for High-Temperature Gas-Phase Reactions," Translated from Fizika Goreniya i Vzryva, 29, pp. 48-80, July-August, 1993.
- Tsai, Y. L, and Hsieh, K. C., "Comparative Study of Computational Efficiency of Two LU Schemes for Non-Equilibrium Reacting Flows," in 28th Aerospace Sciences Meeting, Nevada, January, 1990.
- 23. Westbrook, C. K., and Dryer, F. L., "Simplified Reaction Mechanisms for the Oxidation of Hydrocarbon Fuels in Flames," Combustion Science and Technology, 27, pp. 31-43, 1981.
- 24. Chiaverini, M. J., Kuo, K. K., Peretz A., and Harting G. C., "Regression-Rate and Heat-Transfer Correlations for Hybrid Rocket Combustion," Journal of Propulsion and Power, 17, pp. 99-110, January-February, 2001.

- 25. Kuo, K. K. et al., "Fundamental Phenomena on Fuel Decomposition and Boundary Layer Combustion Processes with Applications to Hybrid Rocket Motors, Part I," 106 Research Building East, University Park, Pennsylvania, Final Report 16801, 1996.
- 26. Chiaverini, M. J. and Kuo, K. K., Fundamentals of Hybrid Rocket Combustion and Propulsion, AIAA, 1st ed., 2007.
- Arisawa, H. and Brill, T. B., "Flash Pyrolysis of Hydroxyl-Terminated Polybutadiene (HTPB) II: Implications of the Kinetics to Combustion of Organic Polymers," Combustion and Flame, 106, pp. 144-154, 1996.
- Cohen, N. S., Fleming, R. W., and Derr, R. L., "Role of Binders in Solid Propellant Combustion," AIAA, 12, pp. 212-218, February, 1974.

English Abstract

Numerical Modeling of HTPB/O₂ Combustion Process in a Hybrid Rocket Motor to Determine Solid Fuel Surface Regression Rate

M. Ahangar¹, R. Ebrahimi¹ and A. Ghafurian² 1- Department of Aerospace Engineering, K. N. Toosi University of Technology 2- Department of Aerospace Engineering, Sharif University of Technology

In this study, a two-dimensional, planar, numerical solution has been used to model the chemically reactive viscous flow in hybrid rocket motors for the purpose of determining the e solid fuel regression rate. The solution employs an implicit finite-volume, lower-upper Steger-Warming scheme (LU-SW) based on Van Leer's flux vector splitting method together with MUSCL technique, which includes minmod flux-limiter function. In agreement with other experimental studies, C_4H_6 species is considered as the main gaseous product of HTPB pyrolysis. The rate of pyrolysis is described by means of an Arrhenius-type relationship. In the present work, the chemical reactions between Oxygen and C_4H_6 are presented through an 11–species and 20–Step chemistry model. Also, turbulence is simulated using the Baldwin-Lomax algebraic eddy viscosity model. The characteristics of reactive flow in port and nozzle such as temperature distribution, Mach number, regression rate and surface temperature are calculated. Numerical simulation of a lab scale motor firing is presented, whereby comparison with other computational and experimental data shows good agreement between the predicted and measured regression rate.

Keywords: Hybrid rocket engine, Chemical reacting flow, Solid fuel pyrolysis, Regression rate