

بررسی تأثیر نوسانات نسبت جرمی بر ساختار شعله نفوذی آرام

فرهاد فتحیه^{*}، علی خصوصی^{**}، محمد فرشچی^{***} و اکبر غفوریان مرشد^{****}
قطب علمی سامانه‌های هوافضایی، دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده مهندسی هواپیما
(دریافت آخرین اصلاحات: ۸۹/۹/۳، دریافت: ۸۹/۹/۲۵)

در این مقاله پاسخ ناپایای شعله نفوذی آرام به نوسانات هارمونیک نسبت جرمی بررسی شده است. مدل ریاضی صفحه شعله برای شعله نفوذی آرام، ناپایای، دوبعدی و متقارن درون کانال در نظر گرفته شده است. جریان زیر صوت، غیرلرج و یکنواخت فرض شده است. معادله جایه‌جایی- نفوذی برای متغیر جرمی بقایی با شرایط مرزی مناسب حل شده و با فرض سطح نسبت اختلاط استوکیومتری به عنوان سطح شعله مکان هندسی شعله به دست آمده است. با فرض عدم عبور ذرات نسخته از سطح شعله و ضریب نفوذ جرمی ثابت، می‌توان نرخ آزادشدن انرژی گرمایی را متناسب با سطح شعله در نظر گرفت. این روش، برای نخستین بار، در کار حاضر در شعله‌های نفوذی به کار برده شده است. تابع پاسخ شعله نفوذی در قالب نوسانات نرخ آزاد شدن انرژی گرمایی نسبت به نوسانات نسبت جرمی سوخت به دست آمده است. برای هر عدد پکلت، حوزه تواتری به سه ناحیه نفوذی، جایه‌جایی-نفوذی و جایه‌جایی تقسیم شده است. نتایج نشان می‌دهند که با افزایش تواتر به تواترهای ناحیه جایه‌جایی اندازه تابع پاسخ کاهش می‌یابد، ولی تاخیر فاز به مقدار ثابتی می‌کند. با افزایش عدد پکلت، اندازه تابع در ناحیه تواترهای نفوذی و جایه‌جایی- نفوذی افزایش می‌یابد در حالی که در ناحیه جایه‌جایی تغییر چندانی ندارد.

کلیدواژه: شعله نفوذی، نسبت جرمی، ساختار شعله، نرخ آزادشدن انرژی گرمایی، تواتر تحریک

مقدمه

برک و شومان، برای نخستین بار، حل مسئله شعله نفوذی آرام و پایا را برای هندسه‌های دوبعدی و همچنین تقارن محوری ارائه دادند [۱]. برای هر دو هندسه، فواره (Jet) سوخت از شیار میانی و اکسیدکننده از شیار خارجی وارد محفظه می‌شوند. سطح نسبت اختلاط (Mixture fraction) استوکیومتری به عنوان سطح شعله فرض شده است که به طور معمول به آن فرض صفحه-شعله (Flame-Sheet) گفته می‌شود. در ساده‌ترین مدل، یک شعله نفوذی میدان جریان، با صرف نظر از نیروی ثقل و مؤلفه سرعت عمود بر محور جریان، به صورت یک بعدی و یکنواخت در کل میدان در نظر گرفته می‌شود. بقای جرم برای جریان محوری ایجاد می‌کند که U_m ثابت و یکنواخت باشد. به علاوه، انتقال ذرات سوخت و اکسیدکننده با ضریب نفوذ جرمی ثابت و برابر D_m فرض شده است. در اینجا D_m و ρ به ترتیب چگالی، ضریب نفوذ جرمی و سرعت محوری جریان اند. نفوذ جرمی طولی از نفوذ جرمی عرضی خیلی کمتر فرض شده است و از آن صرف نظر می‌شود [۱].

کارهای بسیاری به منظور توسعه مدل برک-شومان، به دلیل مطابقت عالی این مدل با مشاهدات آزمایشگاهی، انجام شده است. فی مسئله فواره شعله نفوذی آرام را با فرض چگالی متغیر حل کرد [۲]. در این حل، از اثرات نیروی ثقل برای ساده‌سازی

* دانشجویی کارشناسی ارشد (ایمیل: farhad_fathieh@ae.sharif.edu)

** دانشجویی کارشناسی ارشد (ایمیل: a_khosousi@ae.sharif.edu)

*** استاد-نویسنده مخاطب (ایمیل: farshchi@sharif.edu)

**** استادیار (ایمیل: ghafourian@sharif.edu)

معادله اندازه حرکت در جهت عمود بر محور صرف نظر شده است. عدد اشمیت برابر یک و همچنین لزجت مطلق به طور مستقیم متناسب با دما فرض شده است. در این تحلیل نشان داده شد که طول شعله به دست آمده با فرض چگالی متغیر بیشتر از حالت چگالی ثابت است.

روپر مدل برک-شومان را با سرعت محوری متغیر گسترش داده است^[۳]. این تغییرات سرعت محوری با در نظر گرفتن نیروی ثقل صورت گرفت.علاوه بر این، روپر و همکارانش اثر شکل شیار ورودی سوخت را برای حالت‌های دایروی، مستطیلی و خمیده در محفظه‌های احتراق بررسی کردند^[۴-۵]. آن‌ها روابطی برای پیش‌بینی طول فواره شعله نفوذی آرام برای هندسه‌های مختلف و همچنین رژیم‌های جریانی مختلف ارائه کرده و با انجام آزمایشات، این روابط را تایید کردند^[۶]. نتایج آن‌ها تا زمانی معتبر است که اکسیدکننده به‌طور زیاد فراهم و شعله پرهوا (Overventilated) باشد. اشمیت و همکاران آزمایشاتی را برای بررسی تغییرات زمانی شعله نفوذی آرام متان-هواء، با استفاده از هندسه تقارن محوری، انجام دادند^[۶]. در این مشاهدات، به وجود آمدن پارگی شعله (Flame clip off) در ساختار شعله نفوذی آرام متان-هواء، با پیش‌بینی در افزایش ذرات دوده شناخته شده است. خوسيد و گرينبيرگ اسپري شعله نفوذی را برای هندسه برک-شومان بررسی کردند و از فرض ميدان سرعت ثابت و يكناخت مكانی استفاده نکردند^[۷]. در اين بررسی، شكل مقطع (Profile) سرعت ورودی سوخت و اکسیدکننده به‌صورت سهموي و كاملا توسعه يافته و همچنین تغييرات شكل مقطع سرعت با پيشروي محوري در نظر گرفته شده است. به‌علاوه، دو حالت حضور نفوذ جرمی طولي و نبوذ آن بررسی شده است. آن‌ها نشان دادند که عدد پکلت، عدد دامکوهler و همچنین شكل مقطع سهموي سرعت نقش اساسی در ساختار شعله دارد.

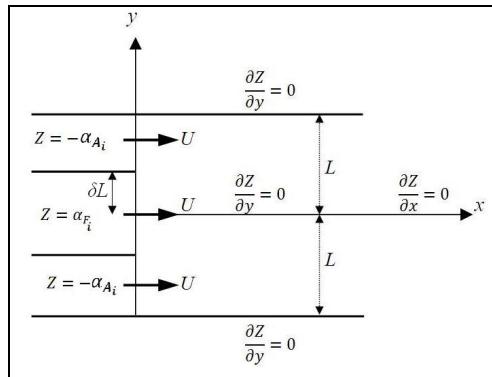
بيکر و همکاران با انجام آزمایش‌های طول شعله غيرپیش‌مخلوط را در ناحیه تأثیر گرانش به روش تحریبی اندازه‌گیری کردند و نتایج حاصل را با پیش‌بینی روش‌های تحلیلی مقایسه کردند^[۸]. روابط کلاسیک روپر روند تغییرات طولی این شعله‌ها را به طور کیفی پیش‌بینی کرد^[۳-۵]. همچنین، وانگ و همکاران آزمایش‌هایی انجام دادند که اثر نیروی گرانش را بر شعله V-شكل متان-هواء بررسی کرد^[۹]. این آزمایش‌ها نشان داد که اثر نیروی گرانش بر شعله‌های آرام با شعله‌های آشفته متفاوت است.

تیاگی و همکاران کوپلینگ یک شعله غیرپیش‌مخلوط ناپایا با نوسانات آکوستیکی را در یک میدان جریان یکناخت با روش عددی و به کارگیری مدل برک-شومان مطالعه کردند^[۱۰]. همچنین، نرخ واکنش‌های شیمیایی در حالت متناهی نیز بررسی شد. مشاهده شد که عدد دامکوهler نقش بسیار مهمی در تعیین اندازه و فاز نوسانات نرخ آزادشدن انرژی گرمایی نسبت به اختلالات سرعت ایفا می‌کند.

اخیراً، تیاگی و همکاران رفتار و نوسانات شعله نفوذی را به طور عددی-تحلیلی بررسی کردند^[۹]. در این مطالعه، پاسخ نرخ آزادشدن انرژی گرمایی به نوسانات نسبت اختلالات سوخت و نوسانات سرعت بررسی شد. نتایج به دست آمده برای پاسخ نرخ آزادشدن انرژی گرمایی با نتایج شعله پیش‌مخلوط شباهت دارد.

کار حاضر در ادامه مطالعات تیاگی و همکاران بوده^[۱۱] و مدل ریاضی به کار رفته مشابه با برک-شومان است. شعله نفوذی آرام، ناپایا، دوبعدی و درون یک کانال متقارن با حضور نفوذ جرمی در جهت محوری و عرضی در نظر گرفته شده است. سرعت محوری یکناخت و ثابت فرض شده و از سرعت عرضی صرف نظر شده است. در نتیجه، فرایند اختلالات تنها ناشی از نفوذ جرمی است. جریان به صورت زیر صوت (تراکم ناپذیر)، غیرلزج و یکناخت فرض شده است و ضریب نفوذ جرمی نیز ثابت است. با حضور نوسانات اندک نسبت جرمی سوخت، معادله حاکم بر میدان اختلالاتی، با شرایط مرزی متفاوت با تیاگی و همکاران^[۱۱]، حل شده است. در کار حاضر، فرض اختلالات اندک به منظور خطی‌سازی معادله حاکم استفاده شده است. با معین‌کردن متغیر جرمی بقایی شواب-زلدویچ (Schwab-Zeldovich variable) در کل میدان و استفاده از مدل صفحه-شعله مکان هندسی شعله در زمان‌های متفاوت به دست آمده است. همچنین، روابط ترمودینامیکی به منظور به دست آوردن نرخ آزادشدن انرژی گرمایی به‌عنوان تابعی از زمان به کار گرفته شده است. روش محاسبه نرخ آزادشدن انرژی گرمایی به طور کامل

متفاوت با روش تیاگی و همکاران [۱۱] است. در روش حاضر، نرخ آزادشدن انرژی گرمایی متناسب با مساحت سطح شعله درنظر گرفته شده است. در نهایت،تابع پاسخ (Response function) نوسانات نرخ آزادشدن انرژی گرمایی به ازای نوسانات نسبت جرمی سوخت به دست آمده است.



شکل ۱- طرحواره ناحیه احتراق

معادلات حاکم

طرحواره‌ای از مدل شعله نفوذی ناپایای دوبعدی مورد نظر در شکل (۱) نشان داده شده است. در این مدل، سوخت از شیار میانی و اکسیدکننده از شیار خارجی تامین می‌شود. جریان به صورت آرام، زیر صوت (تراکم‌ناپذیر) بوده و از اثرات لرجت (Spatially uniform) صرف‌نظر شده و دیواره‌ها صلب فرض شده است. میدان سرعت به صورت محوری در راستای x و یکنواخت (Uniform) بوده و ضریب نفوذ جرمی ثابت درنظر گرفته شده است. همچنین، شعله به صورت سطحی متقارن و متصل به لبه شیار سوخت است. با این فرضیات معادله حاکم بر میدان اختلاطی به شکل زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \hat{u} \frac{\partial Z}{\partial \hat{x}} = D \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial \hat{x}^2} + \frac{\partial^2 Z}{\partial \hat{y}^2} \right) \quad (1)$$

که در آن $Z = \alpha_F - \alpha_A$ متغیر بقایی (Conserved scalar) شواب-زلدوج، t زمان و $\alpha_A = -Y_A/W_A v'_A$ و $\alpha_F = -Y_F/W_F v'_F$ به ترتیب، نسبت جرمی نرمال شده سوخت و اکسیدکننده است. علامت "⁻" بیانگر متغیر با بعد است. با استفاده از نیمعرض کانال (L) و سرعت محوری جریان (U)، به عنوان طول و سرعت مشخصه، معادله بالا به صورت زیر بی بعد شده است:

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + u \frac{\partial Z}{\partial x} = \frac{1}{Pe} \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Z}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

که در آن $Pe = UL/D$ عدد بی بعد پکلت است. شرایط مرزی به کاررفته در این مسئله به صورت زیر است:

$$\begin{cases} Z = -\alpha_A i & x = 0, \quad \delta < y < 1 \\ Z = -\alpha_F i & x = 0, \quad \delta < y < 1 \end{cases} \quad (3-\text{الف})$$

$$\frac{\partial Z}{\partial y} = 0 \quad y = 1 \quad (3-\text{ب})$$

$$\frac{\partial Z}{\partial y} = 0 \quad y = 0 \quad (3-\text{ج})$$

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = 0 \quad x \rightarrow +\infty \quad (3-\text{د})$$

که در آن δ نسبت نیمعرض شیار سوخت به کanal است. شرط مرزی (۳-الف) بیانگر نسبت جرمی در ورودی هاست که در آن α_{A_i} و α_{F_i} به ترتیب، نسبت جرمی اکسید کننده و سوخت در مقطع ورودی است. رابطه (۳-ب) شرط عدم نفوذ در دیواره را ارضا می کند و رابطه (۳-ج) نیز از تقارن شعله نتیجه شده است. شرط (۳-د) ناشی از نبود اختلالات در بینهایت است. با مشخص بودن میدان سرعت و شرایط مرزی مناسب، معادله (۲) به طور دقیق قابل حل است. میدان سرعت ثابت و نسبت جرمی به صورت ترکیبی از دو جمله پایا، "—" و اغتشاشی، "'''، به شکل زیر در نظر گرفته شده است:

$$u = \bar{u} \quad (4)$$

$$\alpha = \bar{\alpha} + \alpha' \quad (5)$$

از آنجایی که معادله (۲) خطی است، متغیر بقایی شواب-زلدویچ، $Z(x, y, t)$ ، نیز می تواند به صورت مجموع دو جمله پایا y و وابسته به زمان $Z'(x, y, t)$ نوشته شود، $Z = \bar{Z} + Z'$. در نتیجه، با صرف نظر از جمله های غیرخطی مرتبه بالا، دو معادله برای حالت پایا و ناپایا حاصل می شود:

$$\frac{\partial \bar{Z}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{Z}}{\partial x} = \frac{1}{Pe} \left(\frac{\partial^2 \bar{Z}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{Z}}{\partial y^2} \right) \quad (6)$$

$$\frac{\partial Z'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial Z'}{\partial x} = \frac{1}{Pe} \left(\frac{\partial^2 Z'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Z'}{\partial y^2} \right) \quad (7)$$

با درنظر گرفتن میدان سرعت ثابت با زمان، $\bar{u} = 1$ ، و نوسانات زمانی Z' به صورت هارمونیک با تواتر (Frequency) ω در ورودی، $Z' = \tilde{Z} e^{i\omega t}$ ، معادله زیر حاصل می شود:

$$\frac{\partial^2 \tilde{Z}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{Z}}{\partial y^2} - Pe \frac{\partial \tilde{Z}}{\partial x} - Pe i \omega \tilde{Z} = 0 \quad (8)$$

اغتشاشات نسبت جرمی در ورودی به صورت هارمونیک با تواتر زاویه ای تحریک ω و دامنه مشخص در نظر گرفته شده است:

$$\alpha_{A_i} = \bar{\alpha}_{A_i} + \tilde{\alpha}_{A_i} e^{i\omega t} \quad (9)$$

$$\alpha_{F_i} = \bar{\alpha}_{F_i} + \tilde{\alpha}_{F_i} e^{i\omega t} \quad (10)$$

با اعمال شرایط مرزی، حل معادلات (۶) و (۸) به صورت زیر حاصل می شود:

$$\bar{Z} = \delta(\bar{\alpha}_{F_i} + \bar{\alpha}_{A_i}) - \bar{\alpha}_{A_i} + 2(\bar{\alpha}_{F_i} + \bar{\alpha}_{A_i}) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\pi\delta)}{n\pi} \exp(S_{1,n}x) \operatorname{con}(n\pi y) \quad (11)$$

$$Z'(x, y, t) = \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} A_n \exp(S_{2,n}x) \operatorname{con}(n\pi y) \right\} e^{i\omega t} \quad (12)$$

که در آن:

$$S_{1,n} = \frac{1}{2} \left(Pe - \sqrt{Pe^2 + 4n^2\pi^2} \right), \quad (13)$$

$$S_{2,n} = \frac{1}{2} \left(Pe - \sqrt{Pe^2 + 4n^2\pi^2 + 4i\omega Pe} \right), \quad (14)$$

$$A_0 = \delta(\tilde{\alpha}_{F_i} + \tilde{\alpha}_{A_i}) - \tilde{\alpha}_{A_i}, \quad (15)$$

$$A_n = 2(\tilde{\alpha}_{F_i} + \tilde{\alpha}_{A_i}) \frac{\sin(n\pi\delta)}{n\pi} \quad (16)$$

برای به دست آوردن و حل این معادله، ابتدا معادلات برک-شومان به همراه فرضیات و چگونگی رسیدن به این معادلات از روابط اصلی (پیوستگی، بقای عنصر شیمیایی و غیره) بررسی شده است. سپس، معادلات و شرایط مرزی به کارفته در این

مطالعه آورده شده است. حل کامل این معادله به دو قسمت پایا و ناپایا تقسیم شده است. چنانچه معادله بقای عناصر شیمیایی را در حالت ناپایا و دوبعدی در مختصات دکارتی نوشته شود و از نفوذ جرمی طولی نیز صرف نظر نشود، یک معادله بر حسب متغیر شواب-زلدوج، Z ، به دست می‌آید. با استفاده از طول و سرعت مشخصه، معادله مذکور به صورت بی بعد درآمده است. معادله پایایی به دست آمده به همراه شرایط مرزی پایا از روش جدایی متغیرها قابل حل است. با به دست آوردن جواب پایا می‌توان به بررسی حالت ناپایا پرداخت. برای وارد کردن اغتشاشات نسبت جرمی و میدان سرعت، این دو متغیر به صورت ترکیبی از دو جمله پایا و اغتشاشی در نظر گرفته شده است. از آنجایی که معادله حاکم خطی است، متغیر شواب-زلدوج، $Z(x, y, t)$ ، نیز می‌تواند به صورت مجموع دو جمله پایا $\bar{Z}(x, y)$ و وابسته به زمان $Z'(x, y, t)$ نوشته شود.

با در نظر گرفتن نوسانات زمانی Z' به صورت هارمونیک با تواتر تحریکات و جداسازی متغیرها، در نهایت به یک معادله با شرایط مرزی مناسب می‌رسیم که از روش جدایی متغیرها قابل حل است.

از آنجایی که به منظور حل معادله (۲) از شکل مختلط استفاده شده است، تنها قسمت حقیقی Z می‌باشد در نظر گرفته شود. در مدل برک و شومان، با استفاده از فرض سوختن به محض اختلاط و ایجاد صفحه-شعله، می‌توان سطح استوکیومتری، که همان مکان هندسی نقاط $Z = 0$ می‌باشد، را به عنوان سطح شulle در نظر گرفت [۱۰]. بنابراین، امکان مشخص کردن شکل شulle در هر تواتر و زمان در میدان حل میسر می‌شود. به دلیل دمای بسیار بالا در مجاورت سطح شulle، سینتیک شیمیایی در این ناحیه سریع است [۱۰]. با فرض سینتیک سریع (Fast kinetic)، سطح شulle را می‌توان محل آزادشدن انرژی دانست. با فرض عدم عبور ذرات سوخته نشده از سطح شulle [۱۱]، نرخ آزادشدن انرژی گرمایی (q) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$dq = \rho V_D \Delta h_r dA_f \quad (17)$$

که در آن V_D سرعت نفوذ جرمی، Δh_r گرمای آزادشده و اکنش شیمیایی بر واحد جرم مخلوط و A_f مساحت سطح شulle است. با ثابت در نظر گرفتن سرعت نفوذ جرمی و چگالی جریان و همچنین مشخص بودن نوع سوخت (Δh_r مشخص)، نرخ آزادشدن انرژی گرمایی متناسب با سطح شulle است؛ $dq \propto A_f$. با به دست آمدن مساحت لحظه‌ای سطح شulle در هر تواتر تحریک، نرخ آزادشدن انرژی گرمایی حاصل می‌شود. از آنجایی که رابطه نوسانات نرخ آزادشدن انرژی گرمایی با اختلالات ورودی غیرخطی است، مودهای بالاتر نیز در این مسئله خود را نشان می‌دهد و می‌باشد یک تابع پاسخ (Response function) برای هر هارمونیک تعریف شود. اختلالات ورودی به شکل $\tilde{C}e^{iat}$ ، که در آن \tilde{C} دامنه تواتر تحریک پاسخ می‌دهد [۱۲]، به دلیل وجود مودهای هارمونیک بالاتر، نرخ آزادشدن انرژی گرمایی لحظه‌ای به صورت بسط سری فوریه بر حسب زمان نوشته می‌شود:

$$q = \bar{q} + \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{q}_n e^{i(n\omega t + \phi_n)} \quad (18)$$

در این رابطه، \bar{q} و ϕ_n به ترتیب اندازه و اختلاف فاز تابع تبدیل برای هارمونیک n ام است.

بحث و نتایج

قبل از بررسی نتایج، تفسیر عدد پکلت، به عنوان نسبت مقیاس زمانی نفوذ جرمی ($\hat{\tau}_D = L^2 / D$) به مقیاس زمانی حرکت جابه‌جایی ($\hat{\tau}_C = L / U$)، مطرح می‌شود. با تعریف تواتر مشخصه حرکت جابه‌جایی $\hat{f}_C = 1/\hat{\tau}_C$ و تواتر مشخصه نفوذ جرمی $\hat{f}_D = 1/\hat{\tau}_D$ ، می‌توان گفت که عدد پکلت نشان‌دهنده نسبت این دو تواتر است.

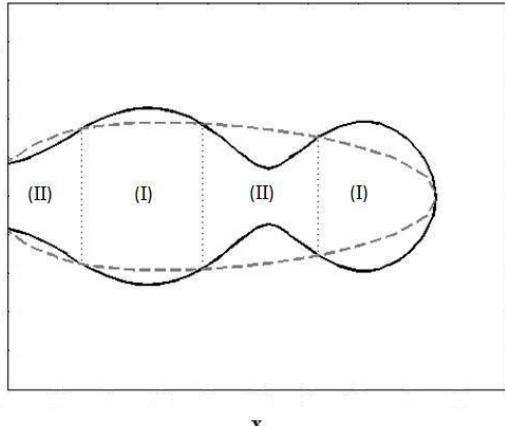
$$Pe = \frac{\hat{\tau}_D}{\hat{\tau}_C} = \frac{\hat{f}_C}{\hat{f}_D} \quad (19)$$

با بی بعد کردن تواترهای مشخصه با مقادیر طول مشخصه (L) و سرعت مشخصه (U)، همواره خواهیم داشت $f_C = 1$ و $f_D = 1/Pe$. برای مثال در شرایط $Pe = 10$ تواتر مشخصه بی بعد نفوذ جرمی $f_D = 0.1$ و تواتر مشخصه بی بعد حرکت جابه‌جایی $f_C = 1$ است. با توجه به تعاریف بالا، نوسانات تحریک شعله، بر حسب تواتر تحریک بی بعد، را می‌توان به سه دسته تقسیم کرد:

- ۱- نوسانات با تواتر تحریک بالا، $f_C > f$ ، مقیاس زمانی نوسانات از مقیاس زمانی حرکت جابه‌جایی کوچک‌تر است.
 - ۲- نوسانات با تواتر تحریک متوسط، $f_D < f < f_C$.
 - ۳- نوسانات با تواتر تحریک پایین، $f_D < f$ ، مقیاس زمانی نوسانات از مقیاس زمانی نفوذ جرمی بزرگ‌تر است.
- در ادامه، پس از بررسی ساختار لحظه‌ای شعله در میدان نوسانی، رفتار تابع پاسخ نسبت به تواترهای تحریک ارائه می‌شود.

ساختار لحظه‌ای شعله

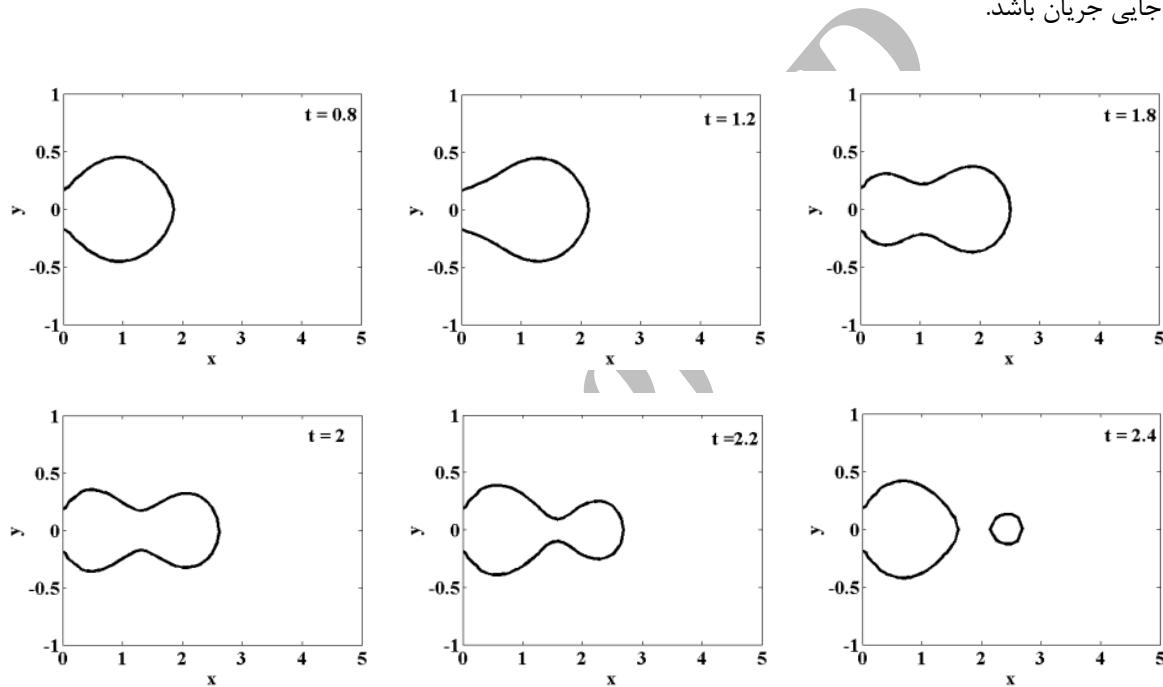
در این بخش، پاسخ شعله به نوسانات نسبت جرمی سوخت بررسی شده است. نسبت قطر شیار ورودی سوخت به قطر کanal $\delta = 0.1$ انتخاب شده است که موجب تشکیل شعله پرها در حالت پایا می‌شود [11]. مقدار پایای نسبت جرمی سوخت و اکسیدکننده در مقطع ورودی به ترتیب $\bar{\alpha}_{F_i} = 3.2/7$ و $\bar{\alpha}_{A_i} = 3.2/4$ قرار داده شده است. این مقادیر مشابه مقادیر استفاده شده در مقاله تیاگی و همکاران است [11]. با توجه به روش‌های تجربی ایجاد شعله‌های مورد نظر و استفاده از شیبوره صوتی (Sonic nozzle) برای اندازه‌گیری جریان هوا (اکسیدکننده)، نسبت جرمی اکسیدکننده عملاً ثابت است و در اینجا نیز ثابت فرض می‌شود؛ $\bar{\alpha}_{A_i} = 0$. همچنین، نسبت دامنه نوسانات نسبت جرمی سوخت ($\tilde{\alpha}_F$) به مقدار پایای آن ($\bar{\alpha}_F$) برابر با $0/1$ ، $0/2$ ، $0/3$ و $0/5$ در نظر گرفته شده است.



شکل ۲ - نواحی پرtraکم (I) و کمtraکم (II) داخل شعله

ترسیم نتایج حاصل نشان می‌دهد که همراه با نوسانات هارمونیک نسبت جرمی سوخت شکل شعله دچار چین‌خوردگی شده و جبهه‌ای از امواج، شامل دو ناحیه پرtraکم (High concentration) و کمtraکم (Low concentration)، در شعله ایجاد شده که با سرعت جابه‌جایی جریان در میدان پیشروی می‌کند. شکل (۲) طرحواره‌ای از امواج نواحی پرtraکم (I) و کمtraکم (II) شعله را نشان می‌دهد. به دلیل وجود نفوذ جرمی عرضی و با پیشروی موج، سوخت در نواحی پرtraکم با حرکت عرضی باعث افزایش دامنه چین‌خوردگی‌ها می‌شود. با پیشروی بیشتر و کاهش غلظت سوخت، جهت بردار نفوذ جرمی تغییر کرده و این ناحیه شروع به از بین رفتن می‌کند. در حالی که در نواحی کمtraکم، به علت نفوذ جرمی هوای اطراف، دامنه

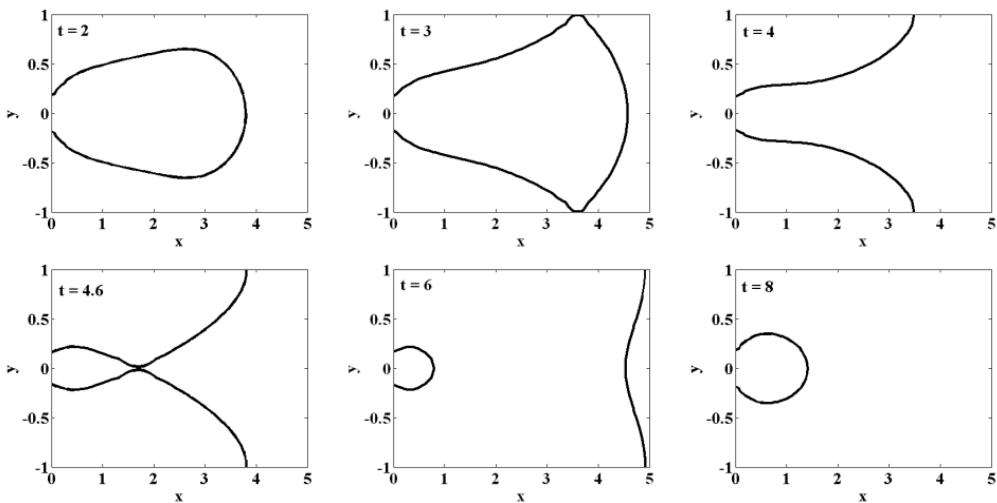
چین خوردگی‌ها به طور پیوسته در حال کاهش است. از بین رفتن ناحیه کم‌تراکم، واقع در بین دو ناحیه پرتراکم، باعث پارگی شعله می‌شود. در این پدیده، ناحیه پرتراکم مانند یک حجم سوخت در میدان جلو می‌رود تا زمانی که تمام سوخت داخل آن بسوزد. شکل (۳) سطح استوکیومتری شعله همراه با پارگی شعله را برای $f = 0.5$ و $a_r = 10$ در طول یک چرخه نمایش می‌دهد. افزایش دامنه اختشاشات نسبت جرمی سوخت موجب افزایش دامنه چین خوردگی‌ها می‌شود و امکان وقوع پارگی شعله بیشتر می‌شود. شایان ذکر است که افزایش دامنه اختشاشات تنها شرط بوجود آمدن پارگی شعله نیست. زمان لازم برای نفوذ جرمی عرضی در مقایسه با سرعت جریان نیز معیار دیگری است که رابطه معکوس با تواتر تحریک دارد. هرچه تواتر تحریک کمتر باشد اکسیدکننده فرست کافی برای نفوذ عرضی در ناحیه کم‌تراکم دارد. بنابراین، افزایش دامنه در هر عدد پکلت ثابت برای تواترهای کوچک منجر به پیدایش پارگی شعله می‌شود. این تواترهای می‌باشد کوچک‌تر از تواتر حرکت جایه‌جایی جریان باشد.



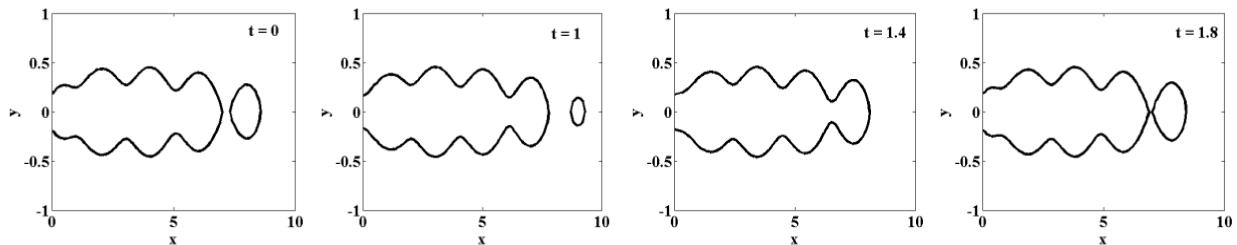
شکل ۳- شعله در زمان‌های متفاوت در یک دوره در $f = 0.5$ و $a_r = 10$ و $Pe = 10$

با کاهش تواتر به $f = 0.1$ ، شعله در برخی بازه‌های زمانی در طول چرخه کم‌هوا می‌شود. در این حالت، سوخت زمان کافی برای نفوذ به دورن اکسیدکننده را دارد به طوری که سطح استوکیومتری شعله در ناحیه پرتراکم به دیواره‌ها برخورد می‌کند. با رشد این ناحیه پرتراکم و از بین رفتن ناحیه کم‌تراکم، شعله دچار پارگی می‌شود. قسمت کوچکی از شعله که به صورت پرهوا باقی مانده است دوباره رشد کرده و نهایتاً به ابتدای چرخه باز می‌گردد. این روند در شکل (۴) نشان داده شده است.

با افزایش عدد پکلت و افزایش نسبت جایه‌جایی به نفوذ جرمی، ذرات مسافت بیشتری را جهت رسیدن به سطح استوکیومتری طی می‌کنند. این امر منجر به افزایش طول شعله می‌شود. برای دامنه ثابت نوسانات نسبت جرمی سوخت، با افزایش طول شعله، چین خوردگی‌های بیشتری بر سطح شعله نمایان می‌شود. همچنین، پدیده پارگی شعله نیز در انتهای شعله، جایی که از غلظت سوخت کاسته شده، دیده می‌شود. شکل (۵) ساختار شعله را در یک دوره برای $Pe = 40$ نشان می‌دهد. در عدهای پکلت بالا، جایه‌جایی طولی در مقایسه با نفوذ جرمی عرضی از قدرت بیشتری برخوردار است و در نتیجه امکان کم‌هوا شدن شعله کاهش می‌یابد.

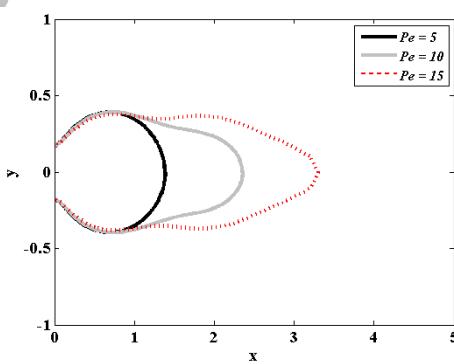


شکل ۴- شعله در زمان‌های متفاوت در یک دوره در $Pe = 10$ و $a_r = 0.5$ و $f = 0.1$



شکل ۵- شعله در زمان‌های متفاوت در یک دوره در $Pe = 40$ و $a_r = 0.5$ و $f = 0.5$

شکل (۶) سطح استوکیومتری شعله را برای سه پکلت ۵، ۱۰ و ۱۵ در $f = 0.5$ نمایش می‌دهد. با افزایش عدد پکلت و افزایش نسبت تواتر جابه‌جایی به تواتر نفوذ جرمی، طول شعله افزایش و در نتیجه متوسط نرخ آزادشدن انرژی گرمایی نیز افزایش می‌یابد. بنابراین، تعداد بیشتری از چین‌خوردگی‌ها که با سرعت جريان منتشر می‌شوند بر سطح شعله آشکار می‌شود. در حالی که در مقایسه با افزایش طول شعله دامنه چین‌خوردگی‌ها تغییر قابل توجهی نکرده است.

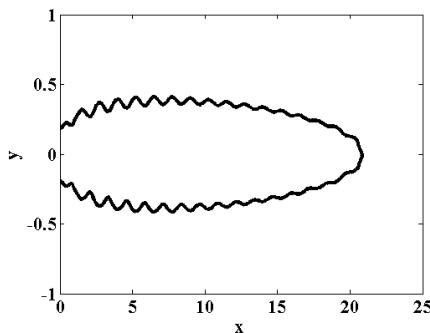


شکل ۶- سطح استوکیومتری شعله برای سه پکلت ۵، ۱۰، ۱۵ و ۲۰

در بسیاری از موارد کاربردی، عدد پکلت بالاست و جابه‌جایی بر نفوذ جرمی طولی غالب است. در نتیجه، معادله (۱۲) برای نوسانات نسبت جرمی سوخت، برای پکلت‌های بالا، به صورت زیر ساده می‌شود:

$$Z'(x, y, t) = \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} A_n \exp\left(-\frac{n^2 \pi^2}{Pe} x\right) \text{con}(n\pi y) \right\} e^{i\omega t} \quad (20)$$

که در آن ضرایب A_n از روابط (۱۵) و (۱۶) جایگذاری می‌شود. شکل حاصل بیانگر موجی طولی است که با سرعت جریان منتشر می‌شود و با پیشروی زیاد به موج هارمونیک زمانی تبدیل می‌شود. این رابطه نشان می‌دهد که با پیشروی در جهت طولی مقدار Z' و در نتیجه Z مستقل از مکان بوده و تنها با زمان نوسان می‌کند. شکل (۷) ساختار شعله را برای $Pe = 100$ نمایش می‌دهد. دیده می‌شود که با پیشروی طولی چین خوردگی‌های شعله کاهش می‌یابد که نشان‌دهنده کاهش اثر Z' است.



شکل ۷-کاهش چین خوردگی‌ها بر ساختار شعله با پیشروی طولی در پکلت‌های بالا ($Pe=100$)

نتایج به دست آمده برای تغییرات و نوسانات سطح شعله، با وجود شرایط مرزی متفاوت اعمال شده بر معادلات، کاملاً مطابق با نتایج به دست آمده توسط تیاگی و همکاران است [۱۱].

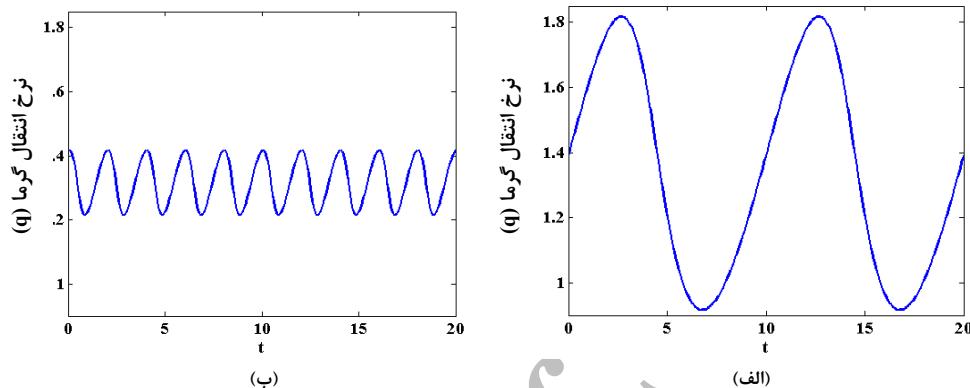
تابع تبدیل شعله

مطالعه رفتار شعله‌های ناپایداری احتراق دارای کاربرد بوده و به همین دلیل آگاهی از پاسخ شعله به تحریکات ناپایایا از اهمیت بسزایی برخوردار است. پاسخ شعله در قالب تابع تبدیل نوسانات آزادشدن انرژی شعله (\tilde{q}_n) متناسب با تغییرات نسبت جرمی بررسی می‌شود. در این بخش، تابع تبدیل نرخ آزادشدن انرژی گرمایی به‌ازای نوسانات نسبت جرمی با استفاده از حل تحلیلی بررسی می‌شود. به همین منظور، پاسخ نوسانات نرخ آزادشدن انرژی گرمایی به ازای مقادیر متفاوت دامنه نوسانات نسبت جرمی سوخت ورودی به مقدار پایای آن $0.3 \leq \alpha_r \leq 0.1$ برای $Pe = 10$ به دست آمده است.

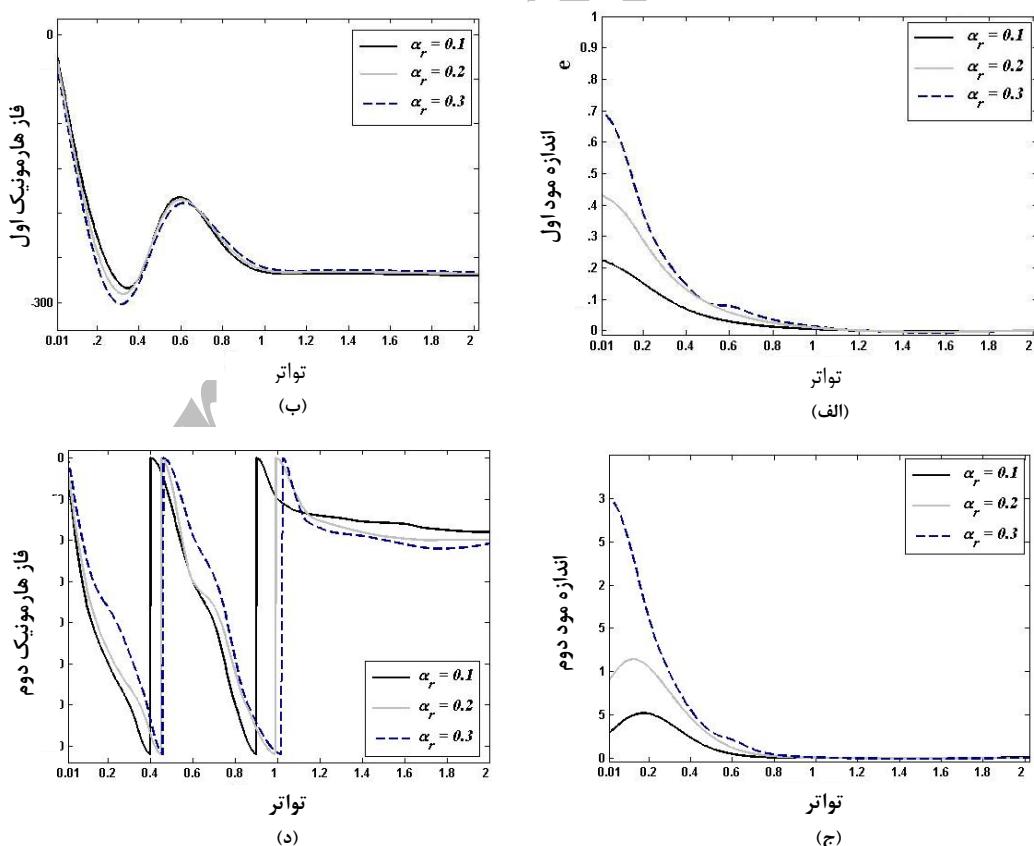
شکل (۸) نوسانات نرخ آزادشدن انرژی گرمایی (۹) را بر حسب زمان در دو تواتر $f = 0.1$ و $f = 0.5$ و برای $\alpha_r = 0.1$ مقایسه می‌کند. در $f = 0.5$ ، دامنه نوسانات نرخ آزادشدن انرژی گرمایی، در مقایسه با $f = 0.1$ ، کمتر است که نشان‌دهنده این امر است که با افزایش تواتر تحریک پاسخ شعله و در نتیجه پاسخ نرخ آزادشدن انرژی گرمایی کاهش می‌یابد. همچنین، تواتر اصلی نوسانات برابر با تواتر تحریک است.

شکل (۹-الف) و (۹-ب) به ترتیب اندازه و فاز مود اول تابع تبدیل را نسبت به تواتر تحریکات نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که اندازه مود اول با نزدیک شدن به تواتر جایه‌جایی ($f_C = 1$)، مستقل از دامنه اغتشاشات، به‌طور پیوسته کاهش می‌یابد تا جایی که برای $f > 1$ تقریباً به صفر می‌کند. این روند کاهش اندازه تابع تبدیل با افزایش تواتر با نتایج به دست آمده به وسیله تیاگی و همکاران برای شعله‌های نفوذی [۱۱] و همچنین فلیفل برای شعله‌های پیش‌مخلوط [۱۲] مطابقت دارد. زمانی که $f_D < f$ ، به دلیل غالب‌بودن نفوذ جرمی بر جایه‌جایی، شعله پاسخ آشکاری به اغتشاشات نسبت جرمی سوخت می‌دهد. با افزایش دامنه اغتشاشات (α_r)، اندازه مود اول در تواترهای پایین بیشتر می‌شود. شکل (۹-ب) نشان می‌دهد که فاز هارمونیک اول همواره منفی است که بیانگر تاخیر زمانی نوسانات نرخ آزادشدن انرژی گرمایی نسبت به نوسانات نسبت جرمی سوخت

است. برای تواترهای کوچک‌تر از تواتر نفوذ جرمی، $f_D < f$ ، مستقل از دامنه نوسانات اغتشاشات، اختلاف فاز با شبیه زیادی افزایش می‌یابد. همچنین، در تواترهای نزدیک به صفر، اختلاف فاز بسیار ناچیز است که بیانگر رفتار شبه‌پایای شعله و پاسخ سریع آن است. از طرف دیگر، مشاهده می‌شود که برای $f > 1$ ، ناحیه جابه‌جایی غالب، نیز اختلاف فاز برای دامنه‌های مختلف به عددی ثابت، حدود ۲۷۰ درجه، میل می‌کند. برای $f < 1$ ، تغییرات ناگهانی در تواترهای میانی به صورت یک قله دیده می‌شود.



شکل ۸ - نوسانات نرخ آزادشدن انرژی گرمایی بر حسب زمان در حالت $\alpha_r = 0.1$ (الف) و $\alpha_r = 0.5$ (ب)

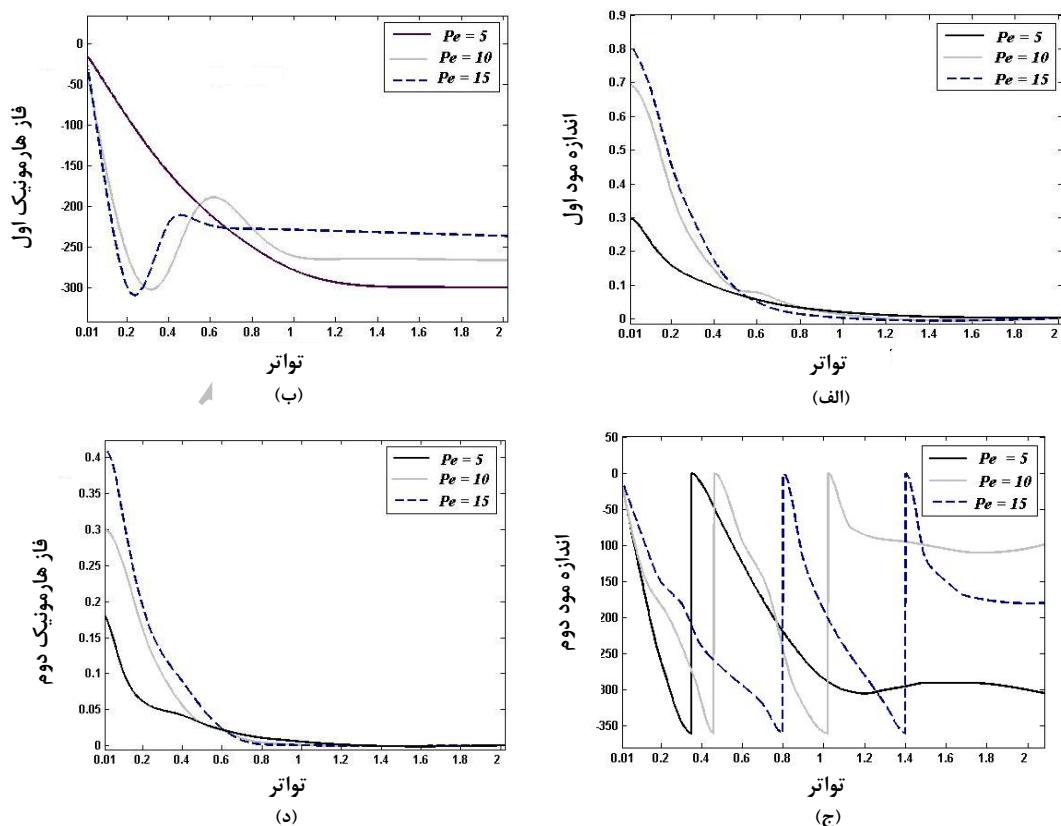


شکل ۹ - تابع تبدیل نرخ آزادشدن انرژی گرمایی نسبت به نوسانات نسبت جرمی سوخت در ورودی به عنوان تابعی از تواتر نوسانات به ازای دامنه‌های تحریک مختلف برای $Pe = 10$

شکل (۹-ج) اندازه مود دوم را نمایش می‌دهد که حدود یک مرتبه کوچک‌تر از اندازه مود اول است. مشابه با مود اول، با افزایش تواتر تحریک اندازه تابع تبدیل به سمت صفر میل می‌کند. علاوه بر این، با افزایش دامنه اختشاشات اندازه پاسخ نیز افزایش یافته است. مشاهده می‌شود حدود $f = 0.1$ است. برابر با مقیاس زمانی نفوذ جرمی، اندازه پاسخ افزایش موضعی داشته و قله‌ای به وجود آمده است. علت این امر را می‌توان به کوپلینگ میان نفوذ جرمی و تواتر تحریک نسبت داد که منجر به تغییر ناگهانی طول شعله می‌شود. با افزایش دامنه تحریک، قله‌ها به سمت تواترهای پایین‌تر کشیده می‌شوند.

در شکل (۹-د)، فاز هارمونیک دوم نیز، مشابه با فاز اول، در تواترهای نزدیک به صفر مقدار ناچیزی دارد که ناشی از رفتار شبیه‌پایا شعله است. در تواترهای بالاتر از یک نیز فاز به عددی ثابت، حدود ۹۰ درجه، میل کرده است. برای تواترهای میانی، ناحیه جابه‌جایی-نفوذی، نوسانات نسبت جرمی و نوسانات نرخ آزادشدن انرژی گرمایی دوبار هم‌فاز شده‌اند. با افزایش دامنه نوسانات، تواتری که در آن اختلاف فاز صفر شده به مقدار جزئی افزایش می‌یابد.

شکل (۱۰) پاسخ نرخ آزادشدن انرژی گرمایی را بر حسب تواتر و برای پکلت‌های مختلف نشان می‌دهد. دامنه نوسانات نسبت جرمی سوخت به مقدار پایای آن ثابت، $a_r = 0.3$ است. در شکل (۱۰-الف)، با افزایش عدد پکلت طول شعله و درنتیجه تعداد چین‌خوردگی‌ها بیشتر می‌شود. بنابراین، تغییرات سطح شعله بیشتر می‌شود که علت افزایش اندازه مود اول با افزایش پکلت است. شکل (۱۰-ب) فاز اول هارمونیک را به‌ازای پکلت‌های مختلف نمایش می‌دهد. مشابه با قبل، مشاهده می‌شود در تواترهای نزدیک به صفر فاز به صفر میل می‌کند. در ناحیه نفوذ جرمی، با افزایش پکلت و در نتیجه کاهش نسبت نفوذ جرمی به جابه‌جایی، زمان رسیدن سوخت به سطح استوکیومتری افزایش یافته که منجر به افزایش اختلاف فاز می‌شود. همچنین، در تواترهای بالا به‌ازای پکلت‌های مختلف فاز به مقادیر متفاوتی میل می‌کند.



شکل ۱۰- اثر عدد پکلت بر تابع تبدیل نرخ آزادشدن انرژی گرمایی نسبت به نوسانات نسبت جرمی سوخت در ورودی به عنوان تابعی از تواتر نوسانات به‌ازای $a_r = 0.5$

اندازه و فاز دوم هارمونیک در شکل (۱۰-ج) و (۱۰-د) آورده شده است. مشاهده می‌شود، مشابه مود اول، با افزایش پکلت مقدار شیب در تواترهای پایین افزایش می‌یابد. به طور مشابه، در فاز دوم رفتار شبه‌پایای شعله در تواترهای پایین مشاهده می‌شود. با افزایش پکلت، تعداد دفعاتی که اختلاف فاز صفر شده در تواترهای میانی افزایش یافته است. همچنین، در تواترهای بالا نیز مقداری که فاز به آن میل می‌کند با پکلت تغییر می‌کند.

در کار حاضر آزادشدن انرژی گرمایی با دیدگاهی محلی و درنظرگرفتن سطح شعله به عنوان محل آزادشدن انرژی گرمایی مدل شده است. در کار مشابه تیاگی [۱۱]، انرژی گرمایی با دیدگاهی حجمی مدل شده است. نتایج به دست آمده در قالب تابع پاسخ، در بیشتر موارد، از انطباق قابل قبولی برخوردار است. از آنجایی که نتایج به دست آمده برای ساختار شعله که در قسمت قبلی بررسی شد کاملاً مشابه با نتایج تیاگی [۱۱] است، تفاوت در نتایج تابع پاسخ به دلیل اختلاف در روش مدلسازی انرژی گرمایی است. در کار حاضر، مشاهده شد که افزایش دامنه نوسانات نسبت جرمی سوخت منجر به افزایش اندازه مود اول تابع پاسخ می‌شود. در حالی که نتایج به دست آمده توسط تیاگی [۱۱] رفتار معکوسی را نشان می‌دهد. همچنین، در کار حاضر، مشاهده شد که با افزایش عدد پکلت منجر به کاهش اندازه مود اول تابع پاسخ می‌شود.

نتیجه و جمع‌بندی

در این مقاله، شعله نفوذی آرام ناپایای دوبعدی در هندسه برک-شومان با نوسانات نسبت جرمی سوخت به صورت تحلیلی مدلسازی شده است. به این منظور، معادله جابه‌جایی-نفوذی با فرضیاتی ساده‌کننده حل شده است. با فرض اینکه سطح استوکیومتری محل شعله است، سطح شعله نیز به دست آمده است. با درنظرگرفتن نرخ آزادشدن انرژی گرمایی متناسب با مساحت سطح شعله، تابع تبدیل نرخ آزادشدن انرژی گرمایی به ازای نوسانات نسبت جرمی سوخت حاصل شده است. نوسانات نسبت جرمی سوخت به پیدایش دو ناحیه کمتر اکم و پرتراکم می‌انجامد که با سرعت جریان در میدان پیشروی می‌کند. تاثیر وجود این دو ناحیه به صورت چین‌خوردگی بر سطح شعله دیده می‌شود. پارگی شعله به ازین‌رفتن نواحی کمتر اکم و باقی‌ماندن نواحی پرتراکم مجاور اطلاق می‌شود. این پدیده، برای هر عدد پکلت، به دامنه و تواتر تحریک بستگی دارد، به طوری که، در تواترهای کمتر از تواتر مشخصه جریان، با افزایش دامنه اغتشاشات می‌توان پارگی شعله را مشاهده کرد. همچنین، افزایش دامنه و یا کاهش تواتر می‌تواند منجر به برخورد ناحیه پرتراکم به دیوارهای و تشکیل شعله کم‌ها شود.

با تقسیم حوزه تواتر به سه ناحیه، الگوی مشخصی برای پاسخ شعله و نرخ آزادشدن انرژی گرمایی مشاهده می‌شود. در ناحیه جابه‌جایی، برای هر دو مود اول و دوم، اندازه تابع تبدیل به صفر میل کرده و همچنین اختلاف فاز نیز به مقداری ثابت می‌کند. در ناحیه نفوذی، شعله رفتاری شبه‌پایا نشان می‌دهد و پاسخ نوسانات نرخ آزادشدن انرژی گرمایی با افزایش دامنه اختلالات افزایش می‌یابد. در ناحیه جابه‌جایی-نفوذی نیز اختلاف فاز رفتار نوسانی از خود نمایش می‌دهد. مشاهده شد که با افزایش عدد پکلت اندازه تابع تبدیل افزایش می‌یابد. نتایج به دست آمده در مقایسه با پژوهش‌های گذشته از انطباق قابل قبولی برخوردار است [۱۱]. به منظور گسترش کار حاضر، می‌توان شکل مقطع سرعت را غیریکنواخت و نوسانات نسبت جرمی اکسید کننده را نیز در نظر گرفت. بدین ترتیب امکان شناخت بیشتر احتراق شعله‌های نفوذی میسر می‌شود.

منابع

1. S. P. Burke and T. E. W. Schumann, "Diffusion Flames," *Industrial & Engineering Chemistry*, 10, p. 998, 1928.
2. J. A. Fay, "The Distributions of Concentration and Temperature in a Laminar Jet Diffusion Flame," *Journal of Aeronautical Sciences*, 21, pp. 681-689, 1954.

3. F. G. Roper, "The Prediction of Laminar Jet Diffusion Flame Sizes: Part I. Theoretical Model," *Combustion and Flame*, 29, pp. 219-226, 1977.
4. F. G. Roper, C. Smith and A. C. Cunningham, "The Prediction of Laminar Jet Diffusion Flame Sizes: Part II. Experimental Verification," *Combustion and Flame*, 29, pp. 227-234, 1977.
5. F. G. Roper, "Laminar Diffusion Flame Sizes for Curved Slot Burners Giving Fan-shaped Flames," *Combustion and Flame*, 31, pp. 251-259, 1978.
6. K. C. Smyth, J. H. Miller, R. C. Dorfman, W. G. Mallard and R. J. Santoro, "Soot Inception in a Methane/Air Diffusion Flame as Characterized by Detailed Species Profiles," *Combustion and Flame*, 62, pp. 157-181, 1985.
7. S. Khosid and J. B. Greenberg, "The Burke-Schumann Spray Diffusion Flame in a Nonuniform Flow Field," *Combustion and Flame*, 118, pp. 13-24, 1999.
8. J. Baker, K. Srivastava and R. Varagani, "Buoyancy-Controlled Laminar Diffusion Slot Flame Heights," *Microgravity Sci. Technol.*, Vol. XIV/4, pp. 27-35, 2003.
9. Y. Wang, Y. Lei, X. Zhang, W. Hu, J. Konig, O. Hinrichs, Chr. Eigenbrod and H. Rath., "Buoyancy Influence on Wrinkled," *Microgravity sci. technol.*, Vol. XIII/1, pp. 8-12, 2001.
10. M. Tyagi, S. R. Chakravarthy and R. I. Sujith, "Unsteady Combustion Response of a Ducted Non-premixed Flame and Acoustic Coupling," *Combustion Theory Modeling*, 11, No. 2, pp. 205-226, 2005.
11. M. Tyagi, N. Jamadar and S. R. Chakravarthy, "Oscillatory Response of an Idealized Two-Dimensional Diffusion Flame: Analytical and Numerical Study," *Combustion and Flame*, 149, pp. 271-285, 2007.
12. N. Peters, *Turbulent Combustion*, Cambridge University, 2000.
13. K. K. Kuo, *Principles of Combustion*, John Wiley & Sons, New York, 1986.
14. M. Fleifel, A. M. Annaswamy, Z. A. Ghoniem and A. F. Ghoniem, "Response of a Laminar Premixed Flame to Flow Oscillations: A Kinematic Model and Thermoacoustic Instability Results," *Combustion and Flame*, 106, pp. 487-510, 1996.

English Abstract

Study of Mass Fraction Oscillation Effects on the Laminar Diffusion Flame Structure

F. Fathieh, A. Khosousi, M. Farshchi and A. Ghafourian

Aerospace Engineering Department, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

(Received: 2009/12/16, Received in revised form: 2010/11/24, Accepted: 2010/12/11)

In this work, the unsteady response of a laminar diffusion flame to harmonic mass fraction oscillations is investigated. Flame-sheet assumption is utilized to model the laminar unsteady two-dimensional co-flow diffusion flame. The flow is assumed to be subsonic, inviscid, and uniform. The convection-diffusion equation for conserved scalar with appropriate boundary conditions is solved. Considering the stoichiometric mass fraction surface to be the flame surface, it is possible to obtain the flame zone. Assuming that unburnt species cannot pass across the flame surface and that the diffusion coefficient is constant, heat release rate can be related to the flame area. To best of our knowledge, this is the first time this approach has been applied to a diffusion flame to calculate heat release rate. Flame response function is acquired as oscillations of heat release rate to fluctuations of fuel mass fraction. At each Peclet number, frequency domain is divided into three regions, namely diffusion-dominated region, convection-diffusion region, and convection-dominated region. Our results indicate that the magnitude of response function decreases as excitation frequency increases, while phase difference approaches a constant value. Also, as Peclet number increases, the amplitude of oscillations in heat release rate increases in diffusion-dominated and convection-diffusion regions, but it does not change significantly in convection-dominated region.

Keywords: Diffusion flame, Mass fraction, Flame structure, Heat release rate, Excitation frequency