

«یادداشت فنی»

## پیش بینی نرخ سوزش ترکیب‌های مختلف پیروتکنیک منیزیم-نیترات سدیم

حجت قاسمی\* و محمدهادی عرب‌نژاد\*\*

دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده مهندسی مکانیک

(دریافت: ۱۳۹۰/۳/۱۸، دریافت آخرین اصلاحات: ۹۰/۱۰/۲، پذیرش: ۹۰/۱۱/۱۰)

در این مقاله، یک مدل موجود برای پیش‌بینی نرخ سوزش ترکیبات مختلف پیروتکنیک منیزیم و نیترات سدیم توسعه داده شده است. با اصلاح برخی اجزای این مدل مانند زمان سوزش ذرات منیزیم، خواص ترموفیزیکی محصولات احتراق و چگالی ترکیب، نرخ سوزش به ازای مقادیر مختلف نسبت ترکیب و فشار پیش‌بینی شده است. سپس این مقدار پیش‌بینی شده با مقادیر تجربی موجود مقایسه شده و تطابق خوبی با نتایج تجربی، به‌ویژه در مورد وابستگی نرخ سوزش به فشار، نشان داده است.

کلیدواژه: احتراق، پیروتکنیک، مدل نرخ سوزش

### مقدمه

احتراق منیزیم و ترکیبات آن کاربردهای مختلفی در صنایع مختلف دارد. از موارد کاربرد آن می‌توان استفاده در ابزارهای آتش‌بازی (پیروتکنیک‌ها) به علت تولید نور زیاد در اثر احتراق و استفاده به عنوان سوخت در پیش‌رانه‌ها را نام برد [۱، ۲]. به دلیل کاربرد گسترده منیزیم در صنایع مختلف، تاکنون مطالعات زیادی در زمینه مدل‌سازی و احتراق ذرات آن انجام شده است. این مطالعات از سال ۱۹۶۰ میلادی آغاز شده و شامل بررسی‌های تجربی و مدل‌سازی‌های تئوری و عددی بوده است [۳]. مطالعات تجربی مرتبط با موضوع مقاله در دو زمینه احتراق ذرات منیزیم در محیط‌های مختلف گازی [۳-۷] و احتراق ترکیبات جامد منیزیم با اکسیدکننده جامد است [۸-۱۱].

در زمینه احتراق ذرات منیزیم، زمان و نرخ سوزش ذرات منیزیم و وابستگی آن به اندازه ذرات، ویژگی‌های محیط اکسیدکننده، فشار و دمای اولیه، ابعاد و ساختار شعله ذرات منیزیم و ویژگی‌های شکل‌گیری مواد جامد بر روی سطح ذرات منیزیم بررسی شده است [۳]. در مورد احتراق ترکیبات منیزیم با اکسیدکننده جامد، نیز تغییرات نرخ سوزش ترکیب دوجزئی منیزیم-نیترات سدیم مطالعه شده و تغییرات نرخ سوزش، بر حسب مقدار نیترات سدیم موجود در ترکیب، مشخص شده است [۸]. اثر فشار و اندازه ذرات منیزیم و نیترات سدیم بر نرخ سوزش ترکیب دوجزئی منیزیم و نیترات سدیم نیز بررسی شده است [۱۰، ۱۱].

در زمینه احتراق ذرات فلزی در محیط گازی، مدل‌هایی ارائه شده است. نمونه‌ای از این مدل‌ها قادر به پیش‌بینی زمان سوزش ذرات فلزی در اکسیده‌های گازی است [۱۲] که در این مقاله برای محاسبه زمان سوزش ذرات منیزیم استفاده شده است. برای مدل‌سازی نرخ سوزش ترکیب دوجزئی منیزیم و نیترات سدیم نیز مدلی ارائه شده است. این مدل خام بوده و توسط دو فیزیکدان روسی ارائه شده است [۱۳]. به همین دلیل، دارای نواقص و پیچیدگی‌های زیادی از جمله نحوه محاسبه زمان

\* استادیار (ایمیل: h\_ghassemi@iust.ac.ir)

\*\* دانشجوی کارشناسی ارشد - نویسنده مخاطب (ایمیل: hadiarabnejad@gmail.com)

سوزش، خواص ترموفیزیکی محصولات احتراق و چگالی ترکیب دوجزئی است. مدل ارائه شده در این مقاله بر مبنای این مدل بوده که تمامی پیچیدگی‌های آن را برطرف و نتایج را به صورت قابل استفاده‌تری نسبت به حالت قبل بیان می‌کند. مقایسه نتایج مدل اصلاح شده با نتایج تجربی موجود نشان می‌دهند که این مدل تا چه حد و تحت چه شرایطی دارای اعتبار است.

## مدل احتراق

ترکیب پیروتکنیک مورد بررسی در این مقاله شامل ذرات ریز توزیع شده منیزیم و نیترات سدیم است که به صورت فشرده و یکنواخت با یکدیگر مخلوط شده‌اند. مدلی از احتراق این ترکیب دوجزئی در شکل ۱ نشان داده شده است. با توجه به شکل ۱، سه ناحیه احتراق وجود دارد.

با افزایش دمای ترکیب، در ناحیه (۱)، در فشار ۱ اتمسفر نیترات سدیم در دمای ۵۸۱K ذوب و سطح ذرات منیزیم را می‌پوشاند. با افزایش دما، در دمای ۷۷۰K تا ۹۷۰K، نیترات سدیم مذاب، مطابق واکنش (۱)، به نیتريت سدیم و اکسیژن تجزیه می‌شود. در این هنگام منیزیم هنوز در حالت جامد قرار دارد.



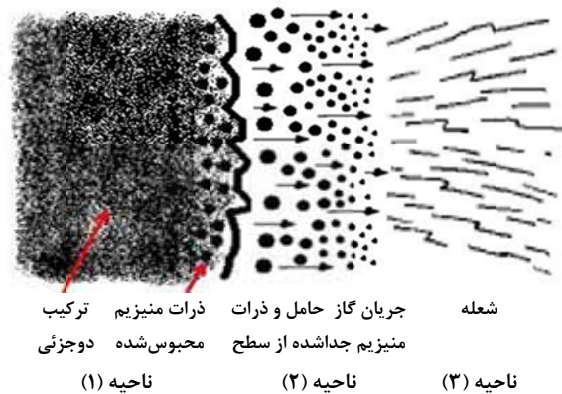
با افزایش دمای سطح تا دمای ۱۰۷۰K، مطابق واکنش (۲)، تجزیه کامل نیترات سدیم اتفاق می‌افتد [۱۵، ۱۴]. محصولات نهایی تجزیه اکسید سدیم، گاز نیتروژن و اکسیژن است.



جریان گاز حاصل از تجزیه نیترات سدیم ذرات منیزیم را از ترکیب جدا کرده و آن‌ها را با خود حمل می‌کند. این ذرات در ناحیه (۱)، مطابق واکنش (۳)، با گاز اکسیژن واکنش داده و گرمای زیادی ایجاد می‌کنند.



گرمای حاصل از واکنش بالا موجب بالارفتن دما در نزدیکی سطح می‌شود. در ناحیه (۲) در شکل (۱)، به تدریج با فاصله گرفتن ذرات منیزیم از سطح ترکیب، در اثر انجام واکنش بالا، اندازه ذرات به تدریج کوچک شده و تا جایی که اکسیژن وجود داشته باشد ادامه می‌یابد. در این ناحیه، محصولات حاصل از تجزیه نیترات سدیم نیز وجود دارند. ممکن است، در اثر کمبود اکسیژن، مقداری منیزیم نیز به صورت نسوخته در این ناحیه وجود داشته باشد. در صورت وجود اکسیژن کافی، تمامی ذرات منیزیم می‌سوزند. در ناحیه (۳)، محصولات نهایی احتراق قرار دارند. در نزدیکی سطح سوزش، ذرات منیزیم در فاز چگال نیز محترق می‌شوند. با فاصله گرفتن از سطح و افزایش دما، ذرات منیزیم به حالت بخار درآمده و دیگر این شار حرارتی وجود نخواهد داشت.



شکل ۱- تصویری از مدل احتراق (نواحی احتراق)

گرمای آزاد شده از احتراق ذرات منیزیم جدا شده از سطح در ناحیه (۱) و (۲)، از طریق سازوکار انتقال حرارت هدایتی، به سطح سوزش می‌رسد. وجود محصولات احتراق جامد (مانند اکسید منیزیم) نیز موجب ایجاد شار حرارتی تشعشی به سمت سطح در حال سوزش می‌شود. حرارت رسیده به سطح سوزش موجب ذوب شدن ذرات منیزیم، تجزیه بیشتر نیترات سدیم و فراهم آمدن اکسیژن بیشتر برای ادامه واکنش با ذرات منیزیم جدا شده از سطح می‌شود. مقداری حرارت نیز به صورت هدایتی به داخل ترکیب منتقل می‌شود.

## فرضیات مدل

- ۱- در توصیف مدل احتراق، ذرات منیزیم کروی و با اندازه یکسان در نظر گرفته شده و از اثر وزن آن‌ها در حرکت صرف نظر شده است. همچنین از اثرات اندازه ذرات نیترات سدیم صرف نظر می‌شود.
- ۲- تغییرات میدان در نزدیکی سطح سوزش بر سرعت سوزش موثر بوده و از اثرات عوامل دوردست صرف نظر می‌شود.
- ۳- مسئله در یک بعد مورد بررسی قرار می‌گیرد.
- ۴- جریان تک‌فاز و گازی در نظر گرفته شده و از اثرات ذرات چگال صرف نظر می‌شود.
- ۵- فرض می‌شود تعدادی از ذرات منیزیم بدون جدا شدن از سطح مستقیماً بر روی سطح سوزش محترق می‌شوند. احتراق این ذرات نیز شار حرارتی دیگری ایجاد می‌کند.
- ۶- از حرارت آزاد شده ناشی از احتراق ذرات منیزیم در حالت چگال صرف نظر می‌شود.

## استخراج معادلات

مدل ارائه شده در مرجع [۱۳] به طور کامل در اینجا تکرار می‌شود و تغییرات لازم برای بهسازی آن اعمال می‌شود. اساس این مدل بر استفاده از توازن انرژی در ناحیه سوزش در مجاورت سطح سوزش قرار دارد. بر اساس توصیف مدل احتراق و با کمک فرضیات ارائه شده، معادله بقای شار حرارتی برای ترکیب به صورت زیر است:

$$\dot{m}_{ox} l_{ox} + \dot{m}_{Mg} l_m^{melt} + \dot{m}_s C_{ps} (T_{ph} - T_0) = Q_c + Q_R + Q_{ph} \quad (4)$$

که در آن  $\dot{m}_{ox}$ ،  $\dot{m}_{Mg}$ ،  $\dot{m}_s$  به ترتیب برابر با دبی جرمی نیترات سدیم، منیزیم و کل هستند.  $l_{ox}$  گرمای لازم برای ذوب و تجزیه نیترات سدیم به نیتريت سدیم،  $l_m^{melt}$  گرمای لازم برای ذوب منیزیم،  $C_{ps}$  ظرفیت گرمایی ویژه ترکیب،  $T_0$  دمای اولیه ترکیب و  $T_{ph}$  دمای سطح سوزش است.  $Q_c$ ،  $Q_R$  و  $Q_{ph}$  نیز به ترتیب شار حرارتی هدایتی، تشعشی و ناشی از احتراق ذرات منیزیم در حال احتراق بر روی سطح سوزش‌اند. با تعریف  $\eta$  به صورت نسبت جرم نیترات سدیم به جرم کل ترکیب خواهیم داشت:

$$\dot{m}_{ox} = \eta \rho_s u, \quad \dot{m}_{Mg} = (1 - \eta) \rho_s u, \quad \dot{m}_s = \rho_s u \quad (5)$$

که در آن  $\rho_s$  چگالی ترکیب و  $u$  نرخ سوزش ترکیب است. با جایگذاری رابطه (۲) در (۱)، معادله بقای شار حرارتی بر واحد سطح سوزش به صورت زیر در می‌آید:

$$u \rho_s [\eta l_{ox} + (1 - \eta) l_m^{melt} + C_{ps} (T_{ph} - T_0)] = Q_c + Q_R + Q_{ph} \quad (6)$$

در رابطه بالا،  $u$ ،  $Q_c$ ،  $Q_R$  و  $Q_{ph}$  مجهول بوده و برای حل سه معادله دیگر نیاز است. بنابراین، برای محاسبه نرخ سوزش مقادیر سمت راست معادله (۶) محاسبه می‌شوند.

## شار حرارتی هدایتی

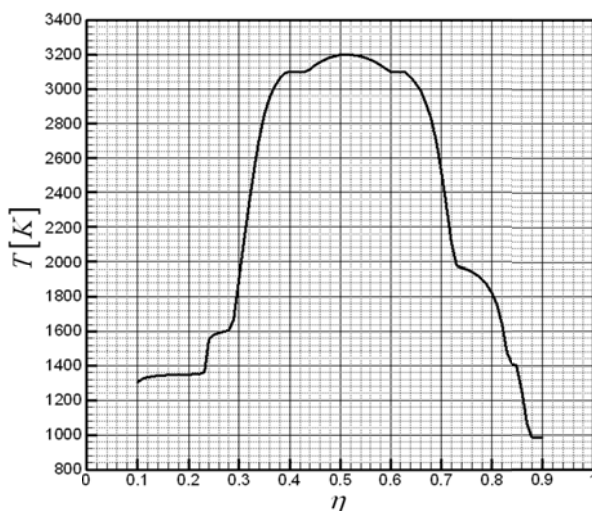
با استفاده از قانون فوریه، می‌توان شار حرارتی هدایتی بر واحد سطح ترکیب را به صورت زیر نوشت:

$$Q_c = k_g \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} \quad (7)$$

$k_g$  لزجت دینامیکی و با توجه به فرض ۴ برابر با لزجت جریان گاز و  $dT/dx$  برابر با گرادیان دمایی است. مقدار واقعی گرادیان دما با مقدار متوسط آن جایگزین شده و رابطه (۷) به صورت زیر در می‌آید:

$$Q_c = k_g \frac{\Delta T}{\Delta x}; \Delta T = T_b - T_{ph} \quad (8)$$

$\Delta x$  در واقع فاصله‌ای است که در آن گرادیان دمایی  $\Delta T$  ایجاد می‌شود و برابر با مجموع عرض ناحیه (۲) و (۳) در شکل ۱ در نظر گرفته می‌شود.  $T_b$  دمای محصولات احتراق بوده و با توجه به نسبت سوخت به اکسیدکننده، دمای اولیه و فشار مقدار آن متفاوت است. این دما به کمک محاسبات تعادل شیمیایی در محصولات نهایی احتراق قابل محاسبه است. در شکل ۲، تغییرات این دما بر حسب  $\eta$  در فشار ۱ اتمسفر و با دمای اولیه برابر با ۳۰۰K نشان داده شده است. این دما با استفاده از محاسبات تعادل شیمیایی در محصولات نهایی احتراق به دست آمده است [۱۶].  $T_{ph}$  دمای سطح سوزش بوده و برابر با ۱۰۰۰K در نظر گرفته می‌شود [۱۳].



شکل ۲- دمای محصولات احتراق منیزیم و نیترات سدیم بر حسب  $\eta$  به ازای فشار ۱ اتمسفر و دمای اولیه ۳۰۰K

برای به دست آوردن  $\Delta x$  در رابطه (۸)، از انتگرال‌گیری معادله حرکت ذره در حال حرکت منیزیم در جریان گاز استفاده می‌شود. برای نوشتن معادله حرکت ذره، با فرض کروی بودن ذرات منیزیم، از قانون دوم نیوتن استفاده می‌شود. از نیروی وزن صرف‌نظر و حرکت ذره منیزیم یک‌بعدی در نظر گرفته می‌شود.

$$\frac{dw}{dt} = \frac{3\rho}{4\rho_{Mg}d_{Mg}} C_D (v-w)^2 \quad (9)$$

$v$  سرعت گاز در حال عبور از روی ذره منیزیم،  $w$  سرعت ذره منیزیم،  $C_D$  ضریب پسا،  $\rho$  چگالی گاز در حال عبور از روی ذره،  $\rho_{Mg}$  چگالی منیزیم،  $d_{Mg}$  قطر ذره منیزیم و  $t$  زمان است. ضریب پسا برای ذرات کروی به کمک رابطه زیر به دست می‌آید [۱۳].

$$C_D = \frac{28}{Re^{0.8}} \quad 0 < Re \leq 30 \quad (10)$$

در نزدیکی سطح سوخت، سرعت جریان گازی خیلی بیشتر از سرعت ذره منیزیم است؛ بنابراین از سرعت ذره منیزیم در برابر سرعت گاز صرف نظر می شود. این مسئله موجب می شود تا مطابق رابطه (۹) مقدار بیشتری برای شتاب به دست آید. در صورتی که از تغییرات قطر ذره منیزیم صرف نظر شود، مقدار کمتری برای شتاب به دست می آید. بنابراین، این دو فرض تا حدودی خطاهای ناشی از یکدیگر را می پوشانند. در نهایت رابطه شتاب ذره منیزیم به صورت زیر در خواهد آمد:

$$\frac{dw}{dt} = \frac{21\mu^{0.8} \rho^{0.2} v^{1.2}}{\rho_{Mg} d_{Mg}^{1.8}} \quad (11)$$

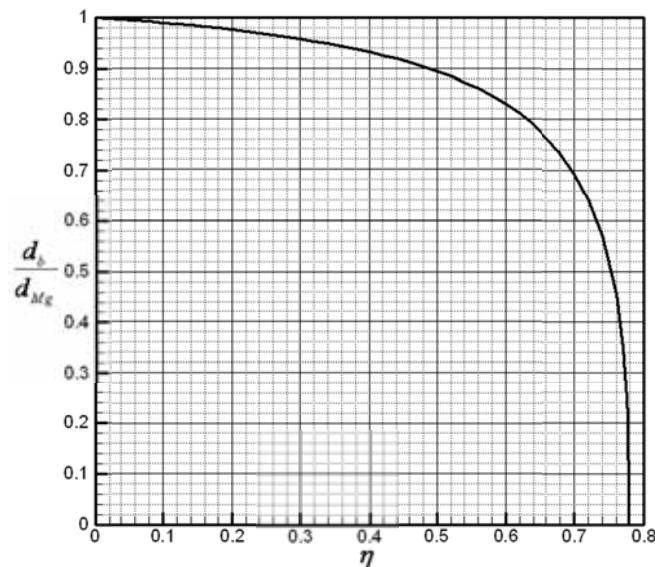
با دو بار انتگرال گیری از رابطه (۱۱)، تغییر مکان ذره به دست می آید. فرض می شود در این تغییر مکان تمام ذرات منیزیم می سوزند. بنابراین، زمان از صفر تا زمان سوزش ( $t_b$ ) و سرعت ذره از  $u$  تا  $w$  تغییر می کنند.

$$\Delta x = ut_b + \frac{10.5\mu^{0.8} \rho^{0.2} v^{1.2}}{\rho_{Mg} d_{Mg}^{1.8}} t_b^2 \quad (12)$$

با توجه به مدل ارائه شده برای احتراق ذرات فلزی در محیط گازی در مرجع [۱۲]، زمان سوزش ذره منیزیم در جریان گازی به کمک رابطه زیر محاسبه می شود.

$$t_b = \frac{d_{Mg}^2 - d_b^2}{\frac{4k_g}{\rho_{Mg} C_{pg}} Nu \ln(B+1)} \quad (13)$$

در رابطه بالا،  $d_b$  قطر نهایی ذره منیزیم پس از طی زمان سوزش،  $Nu$  عدد نوسلت و  $C_{pg}$  ظرفیت گرمایی جریان گاز است. قطر نهایی ذره منیزیم با توجه به میزان اکسیژن در دسترس متغیر است. از آنجایی که مقدار اکسیژن در دسترس برای انجام واکنش با منیزیم به مقدار نیترات سدیم موجود در ترکیب بستگی دارد، بنابراین قطر نهایی ذره منیزیم به  $\eta$  بستگی خواهد داشت. برای تعیین این وابستگی فرض می شود که اکسیژن دسترس مقداری از منیزیم را مصرف می کند. با فرض کروی ماندن ذره، با استفاده از جرم باقی مانده، قطر ذره محاسبه می شود. تغییرات قطر ذره منیزیم باقی مانده بر حسب  $\eta$  در شکل ۳ نشان داده شده است.



شکل ۳- تغییرات قطر نهایی ذره منیزیم بر حسب  $\eta$

با توجه به مقادیر قطر ذره و سرعت جریان گاز، عدد رینولدز برای ذره کوچک خواهد بود. برای چنین رژیم، عدد ناسلت به صورت زیر خواهد بود [۱۳]:

$$Nu = 2.15 Re^{0.2} \quad 0 < Re \leq 30 \quad (14)$$

$B$  در رابطه (۱۳) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$B = \frac{\Delta h_c Y_{ox,\infty}}{\nu h_{fg}} \quad (15)$$

در رابطه بالا،  $\Delta h_c$  گرمای واکنش استوکیومتریک منیزیم و اکسیژن،  $\nu$  نسبت استوکیومتریک،  $Y_{ox,\infty}$  کسر جرمی اکسیژن در فاصله‌ای زیاد نسبت به ذره و  $h_{fg}$  آنتالپی تبخیر ذره منیزیم است. فرض می‌شود که اکسیژن حاصل از تجزیه نیترات سدیم ذرات منیزیم جدا شده از سطح را محاصره کرده و واکنش اصلی گرمازا بین ذرات منیزیم و اکسیژن با نسبت استوکیومتریک  $\nu$  اتفاق می‌افتد.



در نهایت، به کمک تعریف عدد رینولدز برای جریان گاز به صورت  $\rho \nu d_{Mg} / \mu$  و به کمک رابطه (۱۵)، زمان سوزش برابر است با:

$$t_b = \frac{\rho_{Mg} c_{pg} \mu^{0.2} d_{Mg}^{1.8}}{8.6 k_g \rho^{0.2} \nu^{0.2} \ln(B_{o,q} + 1)} \left( 1 - (d_b / d_{Mg})^{1.8} \right) \quad (17)$$

این رابطه را می‌توان بر حسب سرعت جدا شدن ذرات از سطح (سرعت سوزش) بیان کرد. برای این منظور، از قانون بقای جرم برای گاز اکسیژن استفاده می‌شود. از آنجایی که مقدار اکسیژن حاصل از تجزیه نیترات برابر با مقدار اکسیژنی است که با سرعت  $\nu$  از سطح ترکیب خارج می‌شود، به کمک فرض ۴ می‌توان نوشت:

$$\nu = \frac{\rho_s \psi \eta u}{\rho} \quad (18)$$

که در آن  $\psi$  نسبت جرم اکسیژن آزاد شده حاصل از تجزیه نیترات سدیم به جرم نیترات سدیم است.



$\rho_s$  دانسیته مخلوط جامد است که بر اساس نسبت جرمی منیزیم و نیترات سدیم موجود در ترکیب، بر حسب  $\eta$ ، قابل بیان است. با جایگذاری رابطه (۱۸) در (۱۷) می‌توان رابطه زمان سوزش را بر حسب سرعت سوزش زیر نوشت:

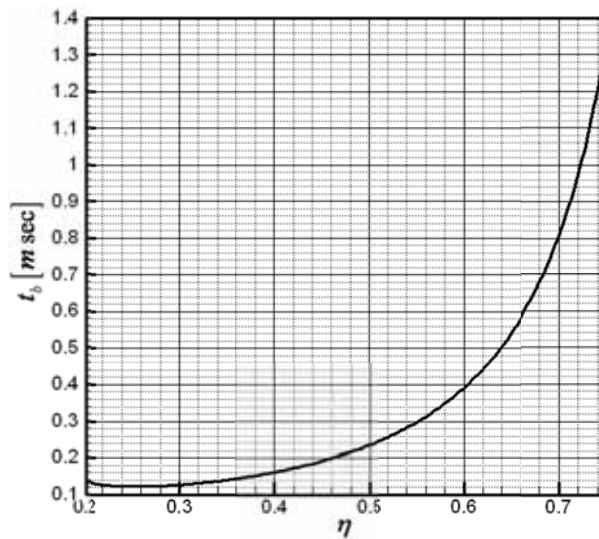
$$t_b = \frac{\rho_{Mg} c_{pg} \mu^{0.2} d_{Mg}^{1.8}}{8.6 k_g (\rho_s \psi \eta)^{0.2} \ln(B + 1) u^{0.2}} \left( 1 - (d_b / d_{Mg})^{1.8} \right) \quad (20)$$

با افزایش  $\eta$ ، ابتدا میزان اکسیژن در دسترس افزایش می‌یابد. این مسئله موجب افزایش سرعت سوزش ذره منیزیم و کاهش زمان آن می‌شود، اما با افزایش بیشتر  $\eta$ ، نیترات سدیم مذاب، قبل از تجزیه، سطح ذره منیزیم را پوشانده و این امر نرخ تجزیه نیترات سدیم و تولید گاز اکسیژن برای انجام واکنش را کاهش می‌دهد. با توجه به کاهش قطر نهایی ذره منیزیم با افزایش  $\eta$  (مطابق شکل ۳) و تعریف زمان سوزش مطابق با مصرف کامل اکسیژن، مطابق شکل ۴ زمان سوزش افزایش می‌یابد. به کمک روابط (۷)، (۱۲) و (۲۰)، در نهایت مقدار شار حرارتی هدایتی به صورت زیر به دست می‌آید.

$$Q_c = K_c d_{Mg}^{-1.8} u^{-0.8} \quad (21)$$

که در آن  $K_c$  به صورت زیر است:

$$K_c = \frac{k_g (T_b - T_{ph})}{\frac{\rho_{Mg} C_{pg}}{8.6 k_g \ln(B + 1)} \left( \frac{\mu}{\rho_s \psi \eta} \right)^{0.2} \left[ 1 + \frac{1.221 \rho_s \mu \psi \eta C_{pg}}{\rho k_g \ln(B + 1)} \right]} \quad (22)$$



شکل ۴- زمان سوزش بر حسب  $\eta$  به ازای  $T_0=300\text{K}$ ،  $P=1\text{atm}$ ،  $d_{Mg0}=90\mu\text{m}$

### شار حرارتی تشعشی

به دلیل وجود ذرات اکسید منیزیم در محصولات، حرارت تشعشی نیز وجود دارد که مقدار آن به کمک رابطه زیر به دست می آید:

$$Q_R = \epsilon_f \sigma (T_R^4 - T_{ph}^4) = K_R \quad (23)$$

که در آن  $T_R$  برابر با درجه ذوب اکسید منیزیم، یعنی در حدود  $3070\text{K}$ ، در نظر گرفته می شود.  $\epsilon_f$  نیز ضریب تشعشع بوده و مقدار آن برابر با  $0/5$  در نظر گرفته می شود.  $\sigma$  نیز ثابت استفان-بولتزمن بوده و مقدار آن برابر با  $5/67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$  در نظر گرفته می شود.

### شار حرارتی ناشی از احتراق ذرات منیزیم روی سطح سوزش

برای محاسبه این شار حرارتی، فرض می شود  $\beta$  درصد کل ذرات منیزیم موجود در ترکیب مستقیماً روی سطح سوزش می سوزند. تعداد کل ذرات منیزیم موجود در ترکیب از تقسیم جرم کل ذرات بر جرم هر ذره منیزیم، با در نظر گرفتن فرض ۱، به صورت زیر محاسبه می شود.

$$n_{Total} = \frac{6(1-\eta)\rho_s V_s}{\pi\rho_{Mg} d_{Mg0}^3} \quad (24)$$

تعداد ذرات محبوس شده منیزیم در واحد سطح و زمان سوزش برابر است با:

$$n_{trapped} = \frac{6\beta(1-\eta)\rho_s}{\pi\rho_{Mg} d_{Mg0}^2 t_b} \quad (25)$$

در نهایت مقدار حرارت حاصل از احتراق ذرات منیزیم محبوس شده در سطح به کمک حاصل ضرب تعداد ذرات منیزیم محبوس شده در توان حرارتی منیزیم به دست می آید. توان حرارتی منیزیم با  $H_u$  نشان داده شده و مقدار آن در دمای  $T_{ph}$  در حدود  $23500 \text{ kJ/kg}$  است [۱۳]. بنابراین، مقدار حرارت آزاد شده در واحد سطح و زمان سوزش برابر با حاصل ضرب جرم منیزیم محبوس شده در توان حرارتی منیزیم است و در نهایت به صورت زیر به دست می آید.

$$Q_{ph} = K_{ph} d_{Mg}^{-0.8} u^{0.2} \quad (26)$$

که در آن  $K_{ph}$  برابر است با:

$$K_{ph} = \frac{8.6\beta k_g (1-\eta) \rho_s^{1.2} (\psi\eta)^{0.2} \ln(B+1) H_u}{\rho_{Mg} C_{pg} \mu^{0.2}} \quad (27)$$

در نهایت، به کمک روابط (۲۱)، (۲۳) و (۲۶)، معادله بقای شار حرارتی (۶) به صورت زیر در می‌آید:

$$K_A y^{1.8} - K_{ph} y - K_R y^{0.8} = K_c \quad (28)$$

$$K_A = \rho_s \left[ \eta l_{ox} + (1-\eta) l_m^{melt} + C_{p_s} (T_{ph} - T_0) \right]$$

$$y = u d_{Mg}$$

در معادله بالا،  $y$  تنها مجهول است و با محاسبه و تقسیم آن بر قطر اولیه منیزیم نرخ سوزش محاسبه می‌شود.

### نتایج و بحث

به کمک حل معادله (۲۸)، می‌توان سرعت سوزش ترکیب را محاسبه و اثر مقدار نیترات سدیم بر نرخ سوزش را بررسی کرد. ثوابت مورد نیاز برای بسته‌شدن مدل در جدول ۱ ارائه شده است.

جدول ۱- ثوابت مورد نیاز برای بستن مدل [۱۳ و ۱۴]

مقدار	کمیت	مقدار	کمیت	مقدار	کمیت
۱۷۴۰ kg/m <sup>3</sup>	$\rho_{Mg}$	۱۱۷۰ J/kg K	$C_{p_{Mg}}$	۲۳۵۰۰ kJ/kg K	$H_u$
۲۲۵۷ kg/m <sup>3</sup>	$\rho_{NaNO_3}$	۱۰۹۰ J/kg K	$C_{p_{NaNO_3}}$	۲۳/۶ MJ/kg	$\Delta h_c$
۲۴/۳۰۵ kg/k mol	$M_{Mg}$	۱۹۴/۵ kJ/kg K	$l_m^{melt}$	۵/۲۵ MJ/kg	$h_{fg}$
۱۰۰۰ K	$T_{ph}$	۱۵۳۵ kJ/kg K	$l_{ox}$	۰/۰۲۵	$\beta$

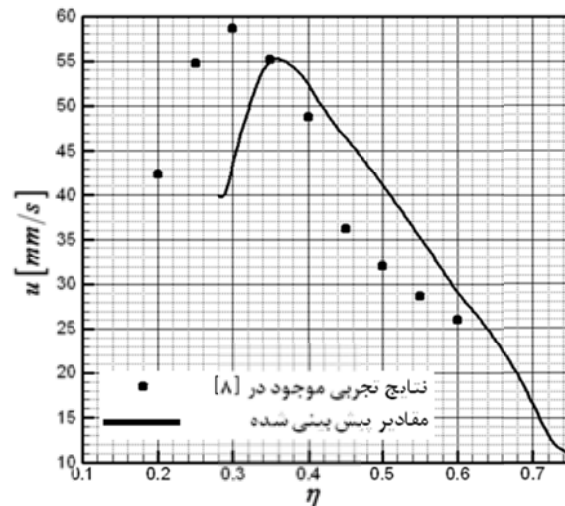
در شکل ۵، تغییرات نرخ سوزش ترکیب ذرات منیزیم، با قطر اولیه ۵۰ میکرون در فشار ۱ bar و دمای اولیه ۳۰۰ K، به ازای مقادیر مختلف نیترات سدیم، رسم و با نتایج تجربی مقایسه شده است [۸]. با توجه به شکل ۵، به ازای مقادیر پایین  $\eta$ ، یک روند افزایشی و به ازای مقادیر بالای  $\eta$  یک روند کاهشی در نرخ سوزش مشاهده می‌شود. بیشینه‌ای نیز برای نرخ سوزش در حوالی  $\eta=0/35$  وجود دارد. علت چنین رفتاری به موازنه بین دمای احتراق محصولات احتراق و زمان سوزش ذرات منیزیم باز می‌گردد. زیرا، مطابق شکل ۲، دمای احتراق در محدوده  $0/35 < \eta < 0/65$  تقریباً ثابت می‌ماند، در حالی که مطابق شکل ۴ در محدوده تقریبی  $0/35 < \eta$  زمان سوزش رو به کاهش و به ازای  $\eta > 0/35$  رو به افزایش می‌گذارد. در  $0/35 < \eta$ ، با ثابت ماندن دمای احتراق و کاهش زمان سوزش و به تبع آن افزایش شار حرارتی هدایتی، نرخ سوزش رو به افزایش می‌گذارد. در  $\eta > 0/35$  نیز درست عکس این مطلب اتفاق می‌افتد. از نظر تجربی نیز توجهی برای چنین رفتاری وجود دارد. ابتدا با افزایش  $\eta$ ، به دلیل افزایش مقدار اکسیدکننده، نرخ سوزش افزایش یافته و به مقداری بیشینه می‌رسد. با افزایش بیشتر  $\eta$ ، نیترات سدیم مذاب، قبل از تجزیه، سطح ذره منیزیم را پوشانده و شار حرارتی حاصل از احتراق منیزیم در فاز غیرگازی را کاهش می‌دهد. کاهش این شار حرارتی موجب کاهش تجزیه نیترات سدیم و تولید گاز اکسیژن برای انجام واکنش با منیزیم و در نتیجه کاهش نرخ سوزش می‌شود.

نتایج تجربی موجود در شکل ۵ مبین تغییرات نرخ سوزش سوخت با قطر ۱۰۸ میلی‌متر و طول ۲۰۰ میلی‌متر، شامل ذرات منیزیم و نیترات سدیم با قطر اولیه ۵۰ میکرون، به ازای تغییرات ۲۰ تا ۶۰ درصد نیترات سدیم‌اند. با توجه به شکل ۵، روند تغییرات در حالت تجربی و پیش‌بینی مشابه بوده و تفاوت آن‌ها به مقدار  $\eta$  باز می‌گردد. این تفاوت ناشی از حساس بودن شدید مدل به خواص ترموفیزیکی محصولات واکنش است.

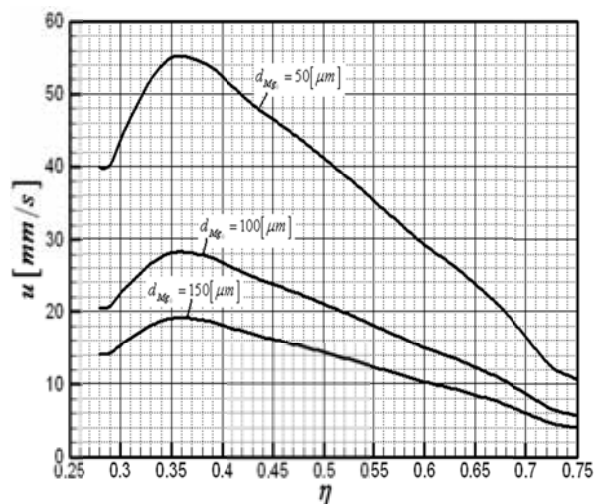


در شکل‌های ۶، ۷ و ۸ نیز وابستگی نرخ سوزش به قطر اولیه ذرات منیزیم، تغییر دمای اولیه ترکیب و فشار نشان داده شده است. در شکل ۶، وابستگی نرخ سوزش به ترکیب، به ازای مقادیر مختلف قطر اولیه ذرات منیزیم، نشان داده شده است. با توجه به این شکل، مشخص است که روند تغییرات نرخ سوزش به اندازه ذرات منیزیم وابسته نبوده و اثرات قطر در حوالی  $\eta = 0.35$  بیشتر است. در شکل ۷ نیز وابستگی نرخ سوزش به دمای اولیه نشان داده شده است. افزایش دمای اولیه موجب کاهش انرژی مورد نیاز سوخت برای رسیدن به دمای سطح و صرف بیشتر انرژی برای سوختن ذرات و در نتیجه افزایش نرخ سوزش می‌شود.

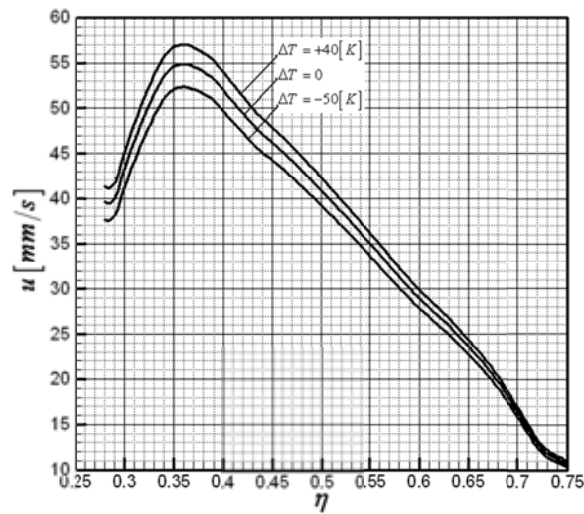
افزایش فشار موجب کاهش زمان و مسافت سوزش ذرات (کاهش ضخامت ناحیه ۲)، افزایش دمای احتراق و تغییر خواص ترموفیزیکی محصولات احتراق می‌شود. این تغییرات در مجموع موجب افزایش یکنوای نرخ سوزش با فشار می‌شوند. این وابستگی در شکل ۸ نشان داده شده است. نتایج تجربی شکل ۸ نیز مربوط به مرجع [۱۷] است. با توجه به شکل ۸، تطابق بسیار خوبی میان نتایج پیش‌بینی شده و نتایج تجربی مشاهده می‌شود.



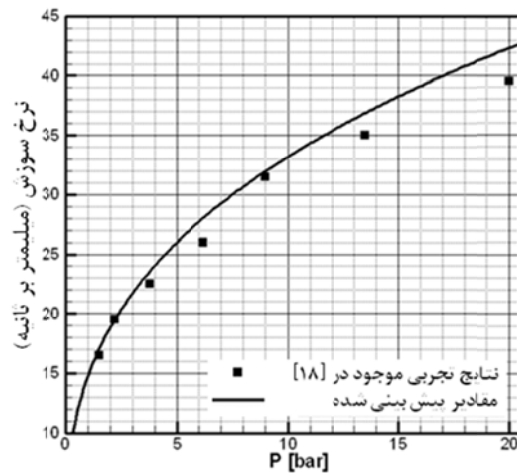
شکل ۵- وابستگی نرخ سوزش به ترکیب به ازای  $T_0=300\text{K}$ ,  $P=1\text{bar}$



شکل ۶- وابستگی نرخ سوزش به ترکیب به ازای قطرهای اولیه منیزیم در  $d_{Mg0}=50\mu\text{m}$ ,  $P=1\text{bar}$ ,  $T_0=300\text{K}$



شکل ۷- وابستگی نرخ سوزش به ترکیب به ازای تغییرات دمای اولیه ترکیب در  $P=1\text{bar}$ ,  $d_{Mg0}=50\mu\text{m}$



شکل ۸- وابستگی نرخ سوزش به فشار به ازای قطر اولیه ذرات منیزیم  $50\mu\text{m}$  میکرون،  $\eta=0/6$  و  $T_0=300\text{K}$  و مقایسه با نتایج تجربی موجود در مرجع [۱۷]

## نتیجه‌گیری

بهسازی و تکمیل مدل نرخ سوزش ترکیب دوجزئی منیزیم-نیترات سدیم ابزاری مفید و قدرتمند برای مطالعه نرخ سوزش فراهم می‌کند. مدل مورد نظر قادر به توصیف حرکت یک‌بعدی ذرات، جریان گاز حامل، فاصله ناحیه شعله از سطح ترکیب، زمان سوزش ذرات و در نهایت پیش‌بینی قانون سوزش ترکیب دوجزئی است.

تغییرات زمان سوزش، با توجه به رابطه (۲۳)، تابع سه عامل اندازه ذرات، نسبت ترکیب و سرعت سوزش در نظر گرفته شده و مقایسه عددی آن نیز با محاسبه سرعت سوزش به راحتی قابل محاسبه است. با محاسبه زمان سوزش به کمک رابطه (۱۵)، می‌توان فاصله ناحیه شعله از سطح ترکیب را نیز محاسبه کرد. با محاسبه نرخ سوزش و بیان عوامل اثرگذار بر آن، در نهایت می‌توان توصیف بهتری از اتفاقات درون یک محفظه احتراق با سوخت جامد داشت. بهسازی و تکمیل مدل نرخ سوزش ترکیب دوجزئی منیزیم-نیترات سدیم، همچنین، مقدمه‌ای برای توسعه مدل احتراق سه‌جزئی است که می‌توان از نتایج آن برای شبیه‌سازی رفتار یک محفظه احتراق هیدرورویی اکتیو استفاده کرد.

## منابع

1. A. A. Shidlovski, *Principles of Pyrotechnics*, Mashinostroenie, Moscow, 1973.
2. B. V. Orlov, G. Yu. Mazing, A. L. Reidel and et al., *Design Principles for Rocket Ramjet Engines*, Mashinostroenie, Moscow, 1967.
3. A.A. Zenin, G.P. Kuznetsov and V.I. Kolesnikov, "Burning of Magnesium Particles under Zero-Gravity and Convective Blow Conditions," *Russian Journal of Physical Chemistry B*, 2, No. 4, 2008, pp. 579-588.
4. U. I. Goldshleger and E. Ya. Shafirovich, "Combustion Regimes of Magnesium in Carbon Oxides. 1. Combustion in CO<sub>2</sub>," *Combustion, Explosion and Shock Waves*, 35, No. 6, 1999, pp. 637-644.
5. U. I. Goldshleger and S. D. Amosov, "Combustion Modes and Mechanisms of High-Temperature Oxidation of Magnesium in Oxygen," *Combustion, Explosion and Shock Waves*, 40, No. 3, 2004, pp. 275-284.
6. E. S. Ozerov and A. A. Yurinov, "Combustion of Particles of Aluminium-Magnesium Alloys in Water Vapor," *Combustion, Explosion and Shock Waves*, 13, No. 6, 1977, pp. 778-780.
7. C. K. Law and F. A. Williams, "Combustion of Magnesium Particles in Oxygen-Inert Atmospheres," *Combustion and Flame*, 22, 1974, pp. 383-405.
8. H. Singh, M. R. Somayajulu and R. Bhaskara, "A Study on Combustion Behavior of Magnesium-Sodium Nitrate Binary Mixtures," *Combustion and Flame*, 76, 1989, pp. 57-61.
9. B.D. Bond and P.W.M. Jacobs, "Chemical Reaction and Ignition in Mixtures of Magnesium and Sodium Nitrate," *Combustion and Flame*, 10, 1966, pp. 349-354.
10. J. R. Ward, L. J. Decker and A. W. Barrows, "Burning Rates of Pressed Strands of a Stoichiometric Magnesium-Sodium Nitrate Mix," *Combustion and Flame*, 51, 1983, pp. 121-123.
11. H. Singh and R. Bhaskara, "Effect of Particle Size on Combustion of Magnesium-Sodium Nitrate Propellants," *Combustion Science and Technology*, 81, 1992, pp. 233-242.
12. K.K. Kuo, *Principles of Combustion*, John Wiley and Sons Ltd, International Ed Edition, 1986.
13. L. Ya. Kashporov, L. A. Klyachko, N. A. Silin, and E. S. Shakhidzhanov, "Burning of Mixtures of Magnesium with Sodium Nitrate. I. Burning Velocity of Two-Component Mixtures of Magnesium with Sodium Nitrate," *Combustion, Explosion and Shock Waves*, 30, No. 5, 1994, pp. 608-616.
14. G. D. Sirotkin, "Equilibrium in Melts of Sodium and Potassium Nitrates and Nitrites," *Zh. Neorg. Khim.*, 4, No. 11, 1959, pp. 2558-2563.
15. B. D. Bond and P. W. M. Jacobs, "The Thermal Decomposition of Sodium Nitrate," *J. Chem. Soc. A*, pp. 1265-1268, 1966.
16. S. Gordon and B. J. McBride, "Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions and Applications," NASA Report, NRP-1311, 1994.
17. H. Singh, R. Bhaskara and S. Rao, "Prediction of Burn Rate of Magnesium-Sodium Nitrate Propellant," *Combustion Science and Technology*, 108, 1995, pp. 133-147.

## English Abstract

## Technical Note

## Prediction of Burning Rate for Pyrotechnic Mixtures of Magnesium and Sodium Nitrate

H. Ghasemi and M. H. Arabnezhad

Department of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology

(Received: 2011.6.7, Received in revised form: 2011.12.22, Accepted: 2012.1.29)

*This paper is dealing with the development of a new version of an existing burning model for predicting the burning rate of different pyrotechnic mixtures of magnesium and sodium nitrate. Modifying some parts of the model including burning time of magnesium particles, thermophysical properties of combustion products, and the mixture density, the burning rate has been predicted for different values of mixture composition and combustion pressure. Comparison of the predicted and available experimental values of the burning rates shows good agreements, especially in pressure dependency.*

**Keywords:** Burning rate model, Combustion, Pyrotechnic