



Original Research Paper

Physical Initial Flight Alignment for Stabilized Platform Inertial Navigation System Using State Feedback

Seyed Ali Zahiripour

Assistant Professor, Faculty of Electrical and Computer Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran

ARTICLE INFO**Article History:**Received 01 June 2023
Revised 13 August 2023
Accepted 29 August 2023
Available Online 29 August 2023**Keywords:**Initial Alignment
Navigation Systems
Stable Platform
Estimation
State Feedback**ABSTRACT**

This article presents a method for enhancing the accuracy of the initial alignment process of inertial navigation systems with a stabilized platform using state feedback control in flight mode. In the proposed method, a state feedback controller is designed utilizing stable platform deviation angles and sensor errors extracted via a Kalman filter. By verifying the system's observability and incorporating suitable flight maneuvers, the navigation error propagation equations are expressed as a time-invariant system, enabling the estimation of sensor angles and errors during the alignment phase. This lays the groundwork for state feedback design. Subsequently, considering the stable platform's motion equations and applying the principle of separation of observer and controller design, a state feedback controller is developed. Finally, simulation results demonstrate that the proposed method improves the accuracy of the alignment process and, consequently, enhances navigation accuracy compared to the conventional output feedback method.

Corresponding Author's E-mail: zahiripour@kashanu.ac.ir**How to Cite this Article:**S. A. Zahiripour, "Physical Initial Flight Alignment for Stabilized Platform Inertial Navigation System Using State Feedback," *Journal of Space Science and Technology*, Vol. 17, No. 1, pp. 1-10, 2024, (in Persian), <https://doi.org/10.22034/jsst.2024.1446>.**COPYRIGHTS**© 2024 by the authors. Published by Aerospace Research Institute. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of [The Creative Commons Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).



مقاله پژوهشی

ترازیابی اولیه سیستم ناوبری اینرسی با صفحه پایدار در مود پرواز به صورت فیزیکی از طریق فیدبک حالت

سیدعلی ظهیری پور 

استادیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران

چکیده	اطلاعات مقاله
<p>به منظور افزایش دقت فرایند ترازیابی اولیه سیستم‌های ناوبری اینرسی با صفحه پایدار، روشی از طریق کنترل فیدبک حالت در مود پرواز ارائه شده است. در روش ارائه شده، کنترل‌کننده فیدبک حالت، با استفاده از زوایای انحراف صفحه پایدار و خطای سنسورها که به کمک فیلتر کالمن استخراج می‌شود، طراحی شده است. برای انجام این کار، ضمن بررسی وضعیت مشاهده‌پذیری سیستم، با اضافه کردن مانورهای پروازی مناسب و بیان معادلات انتشار خطای ناوبری، به فرم یک سیستم تکه‌ای ثابت با زمان، امکان تخمین زوایا و خطاهای سنسورها در فاز ترازیابی میسر شده و زمینه برای طراحی فیدبک حالت فراهم شده است. سپس با در نظر گرفتن معادلات حرکت صفحه پایدار و استفاده از اصل جداپذیری طراحی رباتیک و کنترل‌کننده، یک کنترل‌کننده فیدبک حالت طراحی شده است. در انتها، نتایج شبیه‌سازی روش پیشنهادی، بیانگر افزایش دقت فرایند ترازیابی و به تبع آن افزایش دقت ناوبری، نسبت به روش متداول فیدبک خروجی است.</p>	<p>تاریخچه مقاله: دریافت ۱۱ خرداد ۱۴۰۲ بازنگری ۲۲ مرداد ۱۴۰۲ پذیرش ۷ شهریور ۱۴۰۲ اولین انتشار ۷ شهریور ۱۴۰۲</p> <p>واژه‌های کلیدی: ترازیابی اولیه سیستم‌های ناوبری صفحه پایدار تخمین فیدبک حالت</p>

پست الکترونیکی نویسنده مسئول: zahiripour@kashanu.ac.ir

How to Cite this Article:

S. A. Zahiripour, "Physical Initial Flight Alignment for Stabilized Platform Inertial Navigation System Using State Feedback," *Journal of Space Science and Technology*, Vol. 17, No. 1, pp. 1-10, 2024, (in Persian), <https://doi.org/10.22034/jsst.2024.1446>.



COPYRIGHTS

© 2024 by the authors. Published by Aerospace Research Institute. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of [The Creative Commons Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).



علائم اختصاری

b_1	بایاس شتاب سنج اول
b_2	بایاس شتاب سنج دوم
b_3	بایاس شتاب سنج سوم
d_1	دریفت ژيروسکوپ اول
d_2	دریفت ژيروسکوپ دوم
d_3	دریفت ژيروسکوپ سوم
W_1	نویز سنسورها
W_2	تغییرات بایاس سنسورها
τ	ماتریس بازه همبستگی خطا
ω	سرعت دوران زمین
F_D	مؤلفه عمودی شتاب ظاهری
Z	بردار مشاهدات
v	خطای محاسبه سرعت ناوبری ماهواره‌ای
L	بهره فیلتر
v_N	مؤلفه شمالی سرعت
v_E	مؤلفه شرقی سرعت
v_D	مؤلفه عمودی سرعت
φ_N	مؤلفه اول انحراف صفحه
φ_E	مؤلفه دوم انحراف صفحه
φ_D	مؤلفه سوم انحراف صفحه
L	طول جغرافیایی
λ	عرض جغرافیایی
F_N	مؤلفه شمالی شتاب ظاهری
F_E	مؤلفه شمالی شتاب ظاهری

مقدمه

دقت ناوبری در سیستم‌های ناوبری اینرسی، به میزان زیادی به کیفیت فرایند تراز یابی (تنظیم) اولیه بستگی دارد. فرایند تراز یابی اولیه به معنای تعیین زوایای اولیه سمت و تراز سنسورهای اینرسی وسیله مورد نظر نسبت به دستگاه دیگر (ترازیابی تحلیلی) یا منطبق‌سازی دستگاه مختصات

سنسورها بر یک دستگاه مرجع (ترازیابی فیزیکی)، از موضوعات مهم در محث ناوبری است که پژوهش‌های مختلفی را به خود اختصاص داده است. تراز یابی تحلیلی در سیستم‌های ناوبری متصل به بدنه [۱-۳] و دارای صفحه پایدار [۴، ۵] قابل استفاده است در حالیکه تراز یابی فیزیکی می‌تواند در سیستم‌های ناوبری با صفحه پایدار به کار رود [۶-۸]. تراز یابی فیزیکی اگرچه نسبت به نوع تحلیلی به دلیل نیاز به طراحی یک سیستم کنترل، پیچیده‌تر است، ولی در عوض در فاز ناوبری با حذف یکی از عوامل ایجاد خطا، به بهبود دقت ناوبری منجر می‌شود.

فرایند تراز یابی، بسته به شرایط می‌تواند در هر دو مد ساکن [۹-۱۱] و متحرک [۱۲، ۱۳] انجام شود. در حالت سکون، در سیستم ناوبری بدون صفحه پایدار از خروجی ژيروسکوپ‌ها و شتاب‌سنج‌ها و در سیستم ناوبری اینرسی با صفحه پایدار از خروجی شتاب‌سنج‌ها به منظور تراز یابی اولیه استفاده می‌شود. برای انجام تراز یابی در حال حرکت، ضمن استفاده از اطلاعات سنسورهای اینرسی، اطلاعات یک سیستم کمک ناوبری مانند GPS نیز می‌تواند مفید باشد [۱۴].

در سیستم‌های ناوبری با صفحه پایدار، تراز یابی فیزیکی با میراسازی زوایای انحراف صفحه اتفاق می‌افتد [۸] که تحقیقات انجام شده در این حوزه به‌خصوص در مد پرواز محدود است [۱۵، ۱۶]. در یک نمونه از این تحقیقات از تفاضل سرعت‌های محاسبه شده سیستم ناوبری اینرسی و خروجی سیستم کمک‌ناوبری برای استخراج سیگنال کنترلی و تصحیح زوایای انحراف صفحه پایدار استفاده شده است. البته برای کاهش اثر نویز و خطای سنسورها، این تفاضل سرعت‌ها از فیلتر کالمن عبور داده شده و از تخمین آن توسط فیلتر کالمن برای ساخت سیگنال کنترل استفاده شده است [۱۵]. در نمونه‌ای دیگر، محاسبه سیگنال کنترلی، مستقیماً از طریق فیلتراسیون خروجی شتاب‌سنج‌ها انجام گرفته است [۱۶]. در این مقاله به‌منظور بهبود کیفیت تراز یابی فیزیکی، از حالت‌های دیگر فرایند تراز یابی نیز در ساخت سیگنال کنترل استفاده می‌شود. به بیان دقیق‌تر، با تخمین خطای سنسورها و زوایای انحراف صفحه پایدار، ورودی کنترل مناسب برای اعمال به گشتاور ساز ژيروسکوپ‌ها به‌منظور دوران صفحه پایدار و جبران فیزیکی انحراف آن استخراج می‌شود. برای انجام این کار، بررسی رؤیت‌پذیری این سیستم ضرورت پیدا می‌کند [۱۷، ۱۸]. نتایج تحلیل مشاهده‌پذیری معادلات انتشار خطای ناوبری در مد پرواز بیانگر این موضوع است که در یک مانور مشخص، فارغ از نوع مانور، نمی‌توان حالت‌های سیستم را به‌طور کامل از مشاهدات استخراج کرد و لذا چالش اصلی در طراحی کنترل‌کننده فیدبک حالت برای این سیستم، عدم مشاهده‌پذیری کامل متغیرهای حالت است.

برای عبور از این چالش، در این مقاله به کمک [۱۹] که مربوط به تحلیل مشاهده‌پذیری سیستم‌های تکه‌ای ثابت با زمان است، نشان

$$x = \begin{bmatrix} v_N \\ v_E \\ v_D \\ \varphi_N \\ \varphi_E \\ \varphi_D \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

که در آن v_N ، v_E و v_D به ترتیب مؤلفه‌های سرعت خطای ناوبری اینرسی در راستای شمالی، شرقی و عمودی، φ_N ، φ_E و φ_D به ترتیب مؤلفه‌های انحراف صفحه پایدار نسبت به دستگاه مختصات جغرافیایی، b_1 ، b_2 و b_3 به ترتیب بایاس شتاب‌سنج‌های سه محور، d_1 ، d_2 و d_3 به ترتیب دررفت ژيروسکوپ‌های سه محور و $W = \begin{bmatrix} W_{1(6 \times 1)} \\ W_{2(6 \times 1)} \end{bmatrix}$ بردار تصادفی نویز سفید، معرف نویز فرایند است. W_1 نویز سنسورها و W_2 مربوط به تغییرات بایاس سنسورهاست.

لازم به ذکر است که معادلات انتشار خطای INS در شکل دقیق خود غیرخطی هستند. اگر در بسط تیلور توابع، از تقریب مرتبه اول استفاده شود، مدل خطا در شکل تقریبی خود، خطی خواهد بود. در رابطه (۱)، ماتریس A به صورت زیر است:

$$A = \begin{bmatrix} \tilde{\Omega} & F & I & 0 \\ 0 & \Omega & 0 & I \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

اگر بردار بایاس سنسورها و دررفت ژيروسکوپ‌ها را e بنامیم، با توجه به مدل انتشار خطا داریم:

$$\dot{e} = W_2$$

توضیح اینکه بایاس سنسورها و دررفت ژيروسکوپ‌ها، معمولاً یک فرایند تصادفی با فرکانس کوچک (تغییرات آهسته) به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\dot{e} = \tau^{-1}e + W_2$$

که در آن τ ماتریس قطری بازه زمانی همبستگی خطا و W_2 نویز سفید است.

به طور کلی به دلیل روند کند تغییرات بایاس سنسورها و دررفت ژيروسکوپ‌ها، درایه‌های ماتریس τ بزرگ است (حدود چند صد ثانیه). با توجه به کوتاه بودن فاز ترازبایی (حدود چند ده ثانیه)، در این مقاله، مقادیر درایه‌ها بی‌نهایت در نظر گرفته شده است و لذا:

$$\dot{e} = W_2$$

داده‌ایم که اگر در فرایند ترازبایی، ترکیبی از مانورهای پروازی استفاده شود، معادلات انتشار خطا با مشاهدات خطای سرعت‌ها، به طور کامل رؤیت‌پذیر شده و زمینه برای طراحی فیدبک حالت فراهم می‌شود. با توجه به آنچه گفته شد، نقاط قوت پژوهش جاری در قیاس با گذشته به صورت خلاصه زیر بیان می‌شوند:

۱- ترازبایی فیزیکی سیستم ناوبری اینرسی در مد پرواز انجام شده است که در مقایسه با تنظیم تحلیلی، منجر به حذف یک عامل ایجاد خطا و کاهش حجم محاسباتی در فاز بعد از ترازبایی، یعنی ناوبری می‌شود.

۲- دقت ترازبایی به صورت فیزیکی در مود پرواز، در قیاس با محدود تحقیقات گذشته در این حوزه بالاتر است.

۳- مانورهای مناسبی پیشنهاد شده که از طریق آن امکان تخمین زوایای انحراف صفحه پایدار و خطای سنسورها به وجود آید. در یک جمع‌بندی، نوآوری‌های این مقاله عبارت است از:

۱- تلفیق چند مانور و تعیین نوع و تعداد آن‌ها جهت رؤیت‌پذیر شدن کامل خطاهای الگوریتم ناوبری اینرسی

۲- طراحی کنترل‌کننده فیدبک حالت با معرفی سیگنال کنترل مجازی، استفاده از درجات آزادی موجود در طراحی، با هدف ساده‌شدن سیستم کنترل و ساده‌سازی سیستم کنترل با استفاده از قضیه دایره گرشگورین

پیکربندی مقاله به این صورت است که در بخش دوم، مدل خطای مناسبی برای سیستم ناوبری اینرسی با صفحه پایدار در مود پرواز ارائه می‌شود و در بخش سوم، مشاهده‌پذیری فرایند ترازبایی اولیه در مانورهای مختلف مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. در بخش چهارم طراحی کنترل‌کننده فیدبک حالت برای جبران انحراف صفحه پایدار انجام شده و نتایج شبیه‌سازی این طراحی در بخش پنجم ارائه شده است. سرانجام در بخش پایانی نتیجه‌گیری پژوهش جاری بیان شده است.

مدل خطای سیستم ناوبری در مد پرواز

به منظور بررسی کیفیت فرایند ترازبایی فیزیکی اولیه در مود پرواز، مدل خطای مناسبی مورد نیاز است که نمونه متداول آن از مرجع [۲۰]، استخراج شده است. در این مدل، دستگاه مختصات جغرافیایی به عنوان دستگاه مرجع تعریف می‌شود. مدل خطای INS با خطای افزوده شده سنسورها توسط ۱۲ متغیر حالت به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\dot{x} = Ax + W \quad (1)$$

در رابطه فوق

تحلیل مشاهده‌پذیری فرایند توجیه اولیه

مانورهای پیشنهادی برای ترازبایی سیستم ناوبری در مد پروازی می‌تواند به صورت یک یا تلفیقی از موارد زیر باشد:

(۱) مانور در یک ارتفاع مشخص با سرعت ثابت که زیر ماتریس F در آن به صورت زیر است:

$$F = \begin{bmatrix} 0 & g & 0 \\ -g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

(۲) مانور در یک ارتفاع مشخص و دارای شتاب شمالی F_N

$$F = \begin{bmatrix} 0 & g & 0 \\ -g & 0 & -F_N \\ 0 & F_N & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

(۳) مانور در یک ارتفاع مشخص و دارای شتاب شرقی F_E

$$F = \begin{bmatrix} 0 & g & F_E \\ -g & 0 & 0 \\ -F_E & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

(۴) مانور در یک ارتفاع مشخص و دارای شتاب افقی (شتاب شمالی و شرقی ثابت)

$$F = \begin{bmatrix} 0 & g & F_E \\ -g & 0 & -F_N \\ -F_E & F_N & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

(۵) مانور به سمت بالا یا شتاب F_D

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -F_D & 0 \\ F_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

با توجه به روابط فوق اگر در فاز ترازبایی اولیه، تلفیقی از مانورهای ذکر شده استفاده شود، از یک مانور به مانور بعدی، زیر ماتریس F تغییر کرده و به دلیل کوتاه بودن فرایند ترازبایی (در حدود چند ده ثانیه)، سایر زیرماتریس‌ها تقریباً ثابت خواهند بود؛ بنابراین، سیستم حاصل، به صورت یک سیستم تکه‌ای ثابت با زمان قابل مدل‌سازی است که روش بررسی مشاهده‌پذیری چنین سیستم‌هایی در [۱۹] بیان شده است. برای رؤیت‌پذیری کامل این سیستم، کافی است رتبه ماتریس زیر کامل باشد:

$$Q_S = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \dots \\ Q_i \end{bmatrix} \quad (16)$$

که در آن، Q_i معرف ماتریس رؤیت‌پذیری تکه i ام (مانور i ام) است. به بیان دیگر:

ترازبایی اولیه سیستم ناوبری اینرسی با صفحه پایدار در مود پرواز به صورت فیزیکی از ...

در ماتریس حالت A ، زیر ماتریس پادمتقارن $\tilde{\Omega}$ به صورت زیر است:

$$\tilde{\Omega} = \begin{bmatrix} 0 & \tilde{\Omega}_D & -\tilde{\Omega}_E \\ -\tilde{\Omega}_D & 0 & \tilde{\Omega}_N \\ \tilde{\Omega}_E & -\tilde{\Omega}_N & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} \tilde{\Omega}_E &= -(2\omega + \lambda)\sin L \\ \tilde{\Omega}_N &= (2\omega + \lambda)\cos L \\ \tilde{\Omega}_D &= -\dot{L} \end{aligned} \quad (5)$$

در رابطه (۵)، ω سرعت دوران زمین و λ و L به ترتیب طول و عرض جغرافیایی وسیله پرنده می‌باشند.

در ماتریس حالت A ، زیر ماتریس پادمتقارن Ω به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 & \Omega_D & -\Omega_E \\ -\Omega_D & 0 & \Omega_N \\ \Omega_E & -\Omega_N & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} \Omega_D &= -(\omega + \lambda)\sin L \\ \Omega_N &= (\omega + \lambda)\cos L \\ \Omega_E &= -\dot{L} \end{aligned} \quad (7)$$

و سرانجام ماتریس F به صورت زیر است:

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -F_D & F_E \\ F_D & 0 & -F_N \\ -F_E & F_N & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

که در آن F_N ، F_E و F_D مؤلفه‌های شمالی، شرقی و عمودی شتاب ظاهری وسیله پرنده است.

در اینجا، مشاهدات، تفاضل سه مؤلفه سرعت محاسبه شده توسط الگوریتم ناوبری اینرسی و سرعت محاسبه شده توسط سیستم کمک ناوبری (در اینجا سیستم ناوبری ماهواره‌ای) است. به بیان دیگر، مشاهدات، مرتبط با سه متغیر حالت اول، در مدل خطای (۱) هستند. بنابراین می‌توان نوشت:

$$Z = Cx + v \quad (9)$$

$$C = [I \quad 0] \quad (10)$$

که در آن I ماتریس واحد مرتبه سه و 0 ماتریس صفر با ابعاد 3×9 است. در رابطه (۹)، Z بردار مشاهدات است و v بردار خطای محاسبه سرعت در سیستم ناوبری ماهواره‌ای است.

در رابطه (۲۳)، Q ماتریس کوواریانس نویز فرایند (خطای سنسورهای اینرسی) و R ماتریس کوواریانس نویز مشاهدات (خطای سیستم کمک ناوبری) است.

طراحی کنترل کننده فیدبک حالت

با توجه به اصل جداپذیری طراحی کنترل کننده و روتینگر [۲۱]، در این بخش فرایند طراحی کنترل کننده فیدبک حالت به صورت جدای از روتینگر تشریح می شود.

با توجه به آن که هدف فرایند ترازایی اولیه، از بین بردن انحراف صفحه پایدار نسبت به دستگاه مرجع NED است، با استفاده از رابطه (۱) معادلات خطای وضعیت صفحه پایدار را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\dot{\varphi} = \Omega\varphi + d \quad (24)$$

که در آن

$$\begin{aligned} \varphi &= [\varphi_N \quad \varphi_E \quad \varphi_D]^T \\ d &= [d_1 \quad d_2 \quad d_3]^T \end{aligned} \quad (25)$$

حال اگر از گشتاورساز ژيروسکوپ برای کنترل صفحه پایدار استفاده شود، معادلات خطا، به صورت زیر در می آید:

$$\dot{\varphi} = \Omega\varphi + d + u \quad (26)$$

که در آن u بردار فرمان سرعت زاویه ای (ورودی کنترل) صفحه پایدار نسبت به دستگاه جغرافیایی است که توسط گشتاورساز ژيروسکوپها حول سه محور به سخت افزار بلوک ناوبری اعمال می شود. رابطه (۲۶) به صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$\dot{\varphi} = \Omega\varphi + \tilde{u} \quad (27)$$

که در آن \tilde{u} ورودی کنترل مجازی بوده و به صورت زیر قابل بیان است:

$$\tilde{u} = u + d \quad (28)$$

با توجه به وجود سه ورودی کنترلی برای کنترل زوایای صفحه، درجه آزادی مناسبی برای انتخاب بهره فیدبک حالت K در قانون کنترل $\tilde{u} = -K\varphi$ وجود دارد. مثلاً با انتخاب

$$K = \Omega + \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$= \begin{bmatrix} k_1 & \Omega_D & -\Omega_E \\ -\Omega_D & k_2 & \Omega_N \\ \Omega_E & -\Omega_N & k_3 \end{bmatrix}$$

که در آن k_i ها مقادیر مثبتی باشند، در سیستم حلقه بسته خواهیم داشت:

$$Q_i = [C^T \quad (CA_i)^T \quad (CA_i^2)^T \quad \dots \quad (CA_i^{11})^T] \quad (17)$$

با توجه به آنچه گفته شد، در صورتی که صرفاً از یک مانور استفاده شود، فارغ از نوع مانور، با یک سیستم خطی تغییرناپذیر با زمان مواجه خواهیم بود که بررسی رویت پذیری آن ساده است. در این حالت خواهیم داشت:

$$Q_S = Q_1 \Rightarrow Rank(Q_S) = 9 \quad (18)$$

که بیانگر آن است که سیستم رویت پذیر کامل نیست. در صورتی که از دو مانور اشاره شده در بالا استفاده شود، فارغ از نوع و اولویت استفاده از آن ها، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} Q_S &= \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow Rank(Q_S) &= 11 \end{aligned} \quad (19)$$

که علی رغم افزایش مرتبه ماتریس رویت پذیری، بیانگر آن است که سیستم، رویت پذیر کامل نیست.

در صورتی که از سه مانور اشاره شده در بالا استفاده شود، فارغ از نوع و اولویت استفاده از آن ها، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} Q_S &= \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow Rank(Q_S) &= 12 \end{aligned} \quad (20)$$

که بیانگر آن است که سیستم رویت پذیر کامل است.

بنابراین، در شرایط استفاده از سه مانور از مانورهای (۱۱)، (۱۲)، (۱۳)، (۱۴) و (۱۵)، فارغ از نوع و اولویت انجام آن ها، تخمین حالت های سیستم به خصوص زوایای انحراف صفحه و بایاس شتاب سنج ها و دریافت ژيروسکوپها توسط یک روتینگر مناسب امکان پذیر است که در این مقاله از فیلتر کالمن برای تخمین حالت ها استفاده شده است. معادله مربوط به تخمین حالت با استفاده از این فیلتر به صورت زیر است:

$$\hat{x} = A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x}) \quad (21)$$

در رابطه فوق L بهره فیلتر است و به صورت زیر محاسبه می شود:

$$L = PC^T R^{-1} \quad (22)$$

که در آن P ماتریس کوواریانس حالت ها بوده و قانون به روزرسانی آن به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dt} &= AP + PA^T + Q - PC^T R^{-1} CP \\ P(t_0) &= P_0 \end{aligned} \quad (23)$$

شبیه‌سازی

شبیه‌سازی برای ترازایی در مد پرواز با انجام مانورهای ۱، ۲ و ۳ اشاره شده در متن مقاله و به همین ترتیب گفته شده و هر یک به مدت ۵ ثانیه صورت گرفته است. سایر پارامترها به صورت زیر مقاداردهی شده‌اند:

$$F_N = F_E = 0.05g$$

$$P_0 = \text{diag} \left\{ 10^{-6}, 10^{-6}, 10^{-6}, 10^{-4}, 10^{-4}, 10^{-4}, \right. \\ \left. 10^{-6}, 10^{-6}, 10^{-6}, 10^{-10}, 10^{-10}, 10^{-10} \right\}$$

$$Q = \text{diag} \left\{ 10^{-7}, 10^{-7}, 10^{-7}, 10^{-17}, 10^{-17}, 10^{-17}, \right. \\ \left. 10^{-5}, 10^{-5}, 10^{-5}, 10^{-13}, 10^{-13}, 10^{-13} \right\}$$

$$R = \text{diag} \{ 2 \times 10^{-3}, 2 \times 10^{-3}, 2 \times 10^{-3} \}$$

$$\omega = 15^\circ/h$$

$$\lambda = 32^\circ, \quad L = 53^\circ$$

در ضمن از تغییرات طول و عرض جغرافیایی با توجه به کوتاه بودن فاز ترازایی، صرف‌نظر شده است.

همچنین با توجه به اینکه $m \ll 1$ ، مقادیر k_i ها برابر ۱ در نظر گرفته شده‌اند.

روش متداول ترازایی فیزیکی در مد پرواز، که مبتنی بر فیدبک خروجی است، صرفاً اطلاعات مربوط به سرعت‌ها یعنی تفاضل سرعت محاسبه شده توسط الگوریتم ناوبری اینرسی و سرعت محاسبه شده توسط سیستم کمک ناوبری را برای ساخت سیگنال کنترل استفاده می‌کند و از سایر متغیرهای حالت مثلاً خطاهای محاسبه وضعیت و دریافت ژيروسکوپ‌ها فیدبک نمی‌گیرد. با توجه به اطلاعات ارزشمندی که در این متغیرها وجود دارد، پیشنهاد پژوهش جاری این بوده است که بعد از تخمین این متغیرها از آن‌ها در شکل‌دهی سیگنال کنترل استفاده شود.

برای شبیه‌سازی روش متداولی که با فیدبک از خطای سرعت‌ها کار می‌کند از روابط و مقادیر مندرج در مرجع [۱۵] استفاده شده است. شکل ۲، دو روش کنترل زوایای انحراف صفحه را در فرایند ترازایی مقایسه می‌کند. همان‌طور که نمودارهای شکل ۲ نشان می‌دهد، روش پیشنهادی با دقت و سرعت مناسب‌تری صفحه‌پایدار را با دستگاه جغرافیایی منطبق کرده است. روش دیگر اگرچه انحراف صفحه نسبت

ترازایی اولیه سیستم ناوبری اینرسی با صفحه پایدار در مد پرواز به صورت فیزیکی از ...

$$\dot{\varphi} = \Omega\varphi + \tilde{u} = \Omega\varphi - \left\{ \Omega + \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix} \right\} \varphi \\ = - \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix} \varphi \quad (30)$$

به این معنا که مقادیر ویژه سیستم حلقه بسته $-k_i$ خواهند بود که نشان می‌دهد انحراف صفحه پایدار بعد از گذشت زمانی از بین می‌رود. برای پیاده‌سازی ساده‌تر این کنترل‌کننده و با توجه به کوچک بودن درایه‌های ماتریس Ω ، با فرض آن که m کران بالایی برای اندازه درایه‌های Ω باشد، با انتخاب بهره فیدبک حالت به صورت:

$$K_0 = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix} \quad (31)$$

که در آن $k_i \gg 2m$ ، مقادیر ویژه سیستم حلقه بسته تقریباً همان k_i ها خواهند بود، زیرا با استفاده از قضیه دایره گوشگورین [۲۲] داریم:

$$|\lambda_i(\Omega - K_0) + k_i| \leq 2m \quad (32)$$

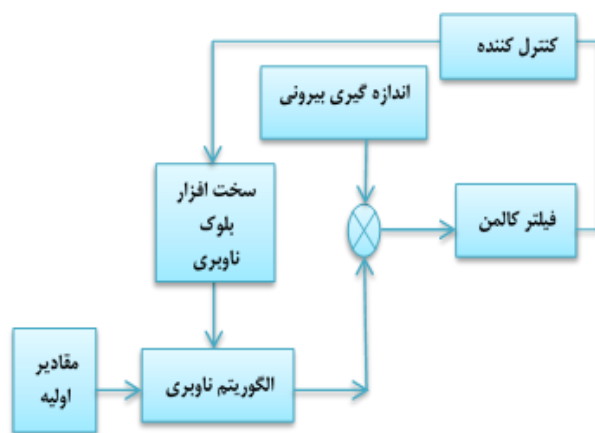
و با توجه به اینکه $k_i \gg 2m$ خواهیم داشت:

$$\lambda_i(\Omega - K_0) \approx -k_i \quad (33)$$

بنابراین، ورودی کنترل اصلی عبارت است از:

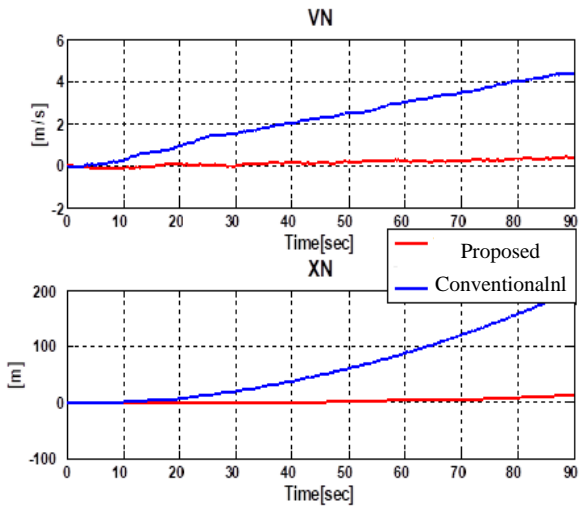
$$u = \tilde{u} - d = -K_0\varphi - d \quad (34)$$

بلوک دیاگرام روش ترازایی فیزیکی پیشنهادی در مد پرواز در شکل ۱ رسم شده است.



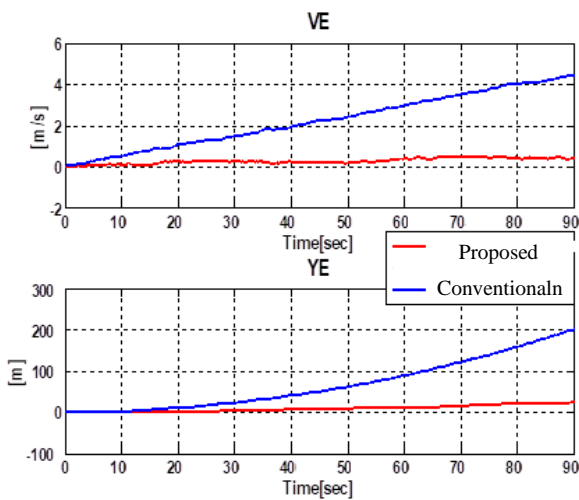
شکل ۱- بلوک دیاگرام روش پیشنهادی

Figure 1. Block diagram of the proposed method



شکل ۳- خطای سرعت و موقعیت الگوریتم ناوبری اینرسی در کانال شمالی

Figure 3. Velocity and position error of the inertial navigation algorithm in northern canal



شکل ۴- خطای سرعت و موقعیت الگوریتم ناوبری اینرسی در کانال شرقی

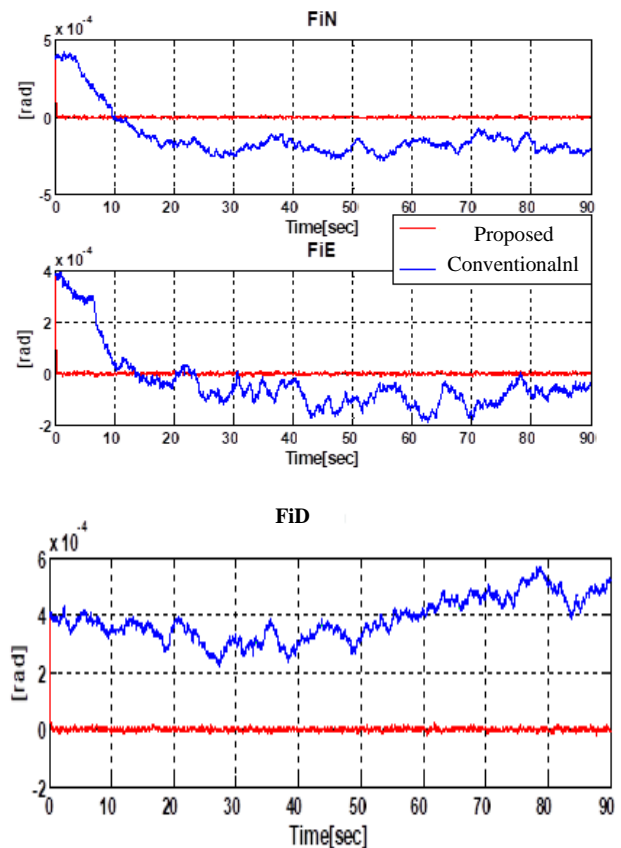
Figure 4. Velocity and position error of the inertial navigation algorithm in Eastern canal

نتیجه گیری

در این مقاله به منظور افزایش دقت ترازایی در سیستم‌های ناوبری اینرسی با صفحه پایدار در مود پرواز از کنترل فیدبک حالت برای میراسازی زوایای انحراف صفحه پایدار استفاده شد. ورودی کنترلی بر مبنای انحراف زوایای صفحه که توسط فیلتر کالمن تخمین زده می‌شود، طراحی شد. قابلیت تخمین زوایای انحراف صفحه از طریق

به افق را کمی کاهش داده (نمودارهای اول و دوم در شکل ۲)، در قیاس با روش پیشنهادی دقت و سرعت کمتری دارد. در ضمن همان‌طور که مشخص است، روش دیگر در کاهش انحراف آزمون صفحه موفق عمل نکرده است. (نمودار سوم شکل ۲)

برای آنکه اثر ترازایی دقیق و سریع صفحه پایدار را در افزایش دقت ناوبری نشان دهیم، نمودارهای مربوط به خطای سرعت و موقعیت (متناسب با طول و عرض جغرافیایی) الگوریتم ناوبری نیز در شکل‌های ۳ و ۴ رسم شده است. همان‌طور که این شکل‌ها نشان می‌دهد، روش پیشنهادی به دلیل منطبق‌سازی دقیق‌تر صفحه پایدار به دستگاه جغرافیایی و از بین بردن یکی از عوامل ایجاد خطای ناوبری، نسبت به روش متداول، خطای ناوبری کمتری را ثبت کرده است.



شکل ۲- زوایای انحراف صفحه پایدار نسبت به دستگاه جغرافیایی حول سه محور

Figure 2. Stabilized platform deviation angles with respect to the geographic coordinate system in three axes

- on a stationary base," *Journal Astronaut*, vol. 38, no. 6, pp. 612-620, 2017.
- [8] M.A. Massoumnia and R. Rezaii-Far, "Stable platform initial alignment using state feedback controllers," in *The First IEEE Conference on Control Applications (CCA)*, Dayton, OH, USA, vol. 1, pp. 326-329, 1992, <https://doi.org/10.1109/CCA.1992.269855>.
- [9] T. Du, C. Tian, J. Yang, S. Wang, X. Liu, and L. Guo, "An autonomous initial alignment and observability analysis for sins with bio-inspired polarized skylight sensors," *IEEE Sensors Journal*, vol. 20, no. 14, pp. 7941-7956, 2020, <https://doi.org/10.1109/JSEN.2020.2981171>.
- [10] F. O. Silva, W. C. Leite Filho, and E. M. Hemerly, "Design of a stationary self-alignment algorithm for strapdown inertial navigation systems," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 48, no. 9, pp. 55-60, 2015, <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2015.08.059>.
- [11] M. Fathi, A. Mohammadi, and N. Ghahramani, "INS alignment improvement using rest heading and zero-velocity updates," *Journal of Space Science and Technology*, vol. 8, no. 4, pp. 45-51, 2016, (in Persian).
- [12] S. Cao, H. Gao, and J. You, "In-flight alignment of integrated SINS/GPS/Polarization/Geomagnetic navigation system based on federal UKF," *Sensors*, vol. 22, no. 16, 2022, Art. no. 5985, <https://doi.org/10.3390/s22165985>.
- [13] W. Chen, Z. Yang, S. Gu, Y. Wang, and Y. Tang, "Adaptive transfer alignment method based on the observability analysis for airborne pod strapdown inertial navigation system," *Scientific Reports*, vol. 12, 2022, Art. no. 946, <https://doi.org/10.1038/s41598-021-04732-4>.
- [14] Z. Lu *et al.*, "A new in-flight alignment method with an application to the low-cost SINS/GPS integrated navigation system," *Sensors*, vol. 20, no. 2, 2020, Art. no. 512, <https://doi.org/10.3390/s20020512>.
- [15] N. Kuzovkov and O. Salychev, *Inertial Navigation and Optimal Filtration*, Mashinostroenie, 1982, (in Russian).
- [16] V. Meleshko, *Inertial Navigation Systems: Initial Exhibition*, Korniyuchuk, 1999, (in Russian).
- [17] I. Y. Bar-Itzhack and B. Porat, "Azimuth observability enhancement during inertial navigation system in-flight alignment," *Journal of Guidance and Control*, vol. 3, no. 4, pp. 337-344, 1980, <https://doi.org/10.2514/3.55999>.
- [18] J.H. Dambeck, "Observability and controllability analysis for a strapdown inertial navigation system," in *3rd International Workshop on High Precision Navigation*, University of Stuttgart, Bonn, 1995.
- [19] I.Y. Bar-Itzhack and N. Berman, "Control theoretic approach to inertial navigation systems," *Journal of*

ایجاد یک مانور تلفیقی مناسب با استفاده از نظریه رؤیت‌پذیری سیستم‌های تکه‌ای ثابت با زمان، تضمین شد. خطای ترازیابی در روش ارائه شده، به دلیل آن که در ساخت ورودی کنترل به جای استفاده از خطای سرعت‌ها، از زوایای انحراف صفحه پایدار و دریافت ژيروسکوپ‌ها استفاده شد، نسبت به روش قبلی که مستقیماً خطای سرعت‌ها را به گشتاورساز بلوک ناوبری اعمال می‌کرد، کمتر بود و به تبع آن دقت ناوبری به طور محسوسی افزایش یافت.

تعارض منافع

هیچگونه تعارض منافع توسط نویسنده بیان نشده است.

مراجع

- [1] J. Tang, H. Bian, H. Ma, and R. Wang, "One-step initial alignment algorithm for sins in the eci frame based on the inertial attitude measurement of the CNS," *Sensors*, vol. 22, no. 14, 2022, Art. no. 5123, <https://doi.org/10.3390/s22145123>.
- [2] L. Chang, J. Li, and S. Chen, "Initial alignment by attitude estimation for strapdown inertial navigation systems," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 64, no. 3, pp. 784-794, 2014, <https://doi.org/10.1109/TIM.2014.2355652>.
- [3] R. Ghasrizadeh and A. Nikkhah, "Improve coarse alignment in inertial navigation system by the method of identification the kalman filter matrix," *Journal of Space Science and Technology*, vol. 13, no. 4, pp. 81-90, 2020, (in Persian), <https://doi.org/10.30699/jsst.2021.1213>.
- [4] W. Zhao, L. Zhou, and G. Song, "A study on alignment of analytic space stable inertial navigation system," in *26th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS)*, Petersburg, Russia, 2019, pp. 1-6, <https://doi.org/10.23919/ICINS.2019.8769359>.
- [5] S. Wang, Q. Xu, M. Liu, Y. Tang, and R. Lin, "Initial alignment algorithm for platform inertial navigation system based on fuzzy kalman filter," in *IEEE CSAA Guidance, Navigation and Control Conference (GNC)*, Xiamen, China, 2018, pp. 1-4, <https://doi.org/10.1109/GNCC42960.2018.9019079>.
- [6] S. SalehiAmiri, A. Nikkhah, and H. Nobahari, "Extracting the non-observable states in alignment & calibration process for gimbaled inertial navigation systems," *Journal of Space Science and Technology*, vol. 7, no. 3, pp. 1-8, 2014, (in Persian).
- [7] Z. Ding, H. Zhou, S. Zhang, H. Yang, and H. Cai, "Initial self-alignment method for inertial platform

- [21] D. G. Luenberger, *Introduction to Dynamic Systems: Theory, Models, and Applications : Theory, Models, and Applications*, New York: John Wiley and Sons, 1979.
- [22] G. Strang, *Linear Algebra and its Applications*, New York: Academic Press, 1980.

- Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 11, no. 3, pp. 237-245, 1988, <https://doi.org/10.2514/3.20299>.
- [20] D. Goshen-Meskin and I. Bar-Itzhack, "Observability analysis of piece-wise constant systems. II. application to inertial navigation in-flight alignment (military applications)," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 28, no. 4, pp. 1068-1075, 1992, <https://doi.org/10.1109/7.165368>.