

# Active Vibration Control of a Maneuvering Flexible Spacecraft Using Hybrid Actuators: A Lyapunov-Based Control Approach

Milad Azimi<sup>1\*</sup> and Samad Moradi<sup>2</sup>

1. Assistant Professor, Aerospace Research Institute, Ministry of Science, Technology and Research, Tehran, Iran

2. M.Sc., Department of Engineering, Islamic Azad University North Tehran Branch, Tehran, Iran

\*Corresponding Author's E-mail: [azimi.m@ari.ac.ir](mailto:azimi.m@ari.ac.ir)

## Abstract

*This paper presents a study concerning active vibration control of a smart flexible spacecraft during attitude maneuver using thrusters and reaction wheels (RW) in combination and piezoelectric (PZT) sensor/actuator patches. The large-angle maneuver and residual vibration of the spacecraft are controlled using an extended Lyapunov-based design (ELD) and strain rate feedback (SRF) theory for a two-mode mission. The single-axis fully coupled nonlinear rigid-flexible dynamic of the system is derived applying a Lagrangian approach and Finite Element Method (FEM). The overall stability of the system including energetic terms covering a hub and two flexible appendages, torsional spring, RW, and PZT dynamics, has been proved and the control law has been derived accordingly. A pulse-width pulse-frequency (PWPF) modulation is used to alleviate the excitations of high-frequency flexible modes. However, due to the fast maneuver, there are still residual vibrations in the system. Hence, the SRF algorithm using PZT is applied to prepare further vibration suppression. A great feature of the proposed hybrid actuator system is the switching time of the thrusters and RW, which is based on total systems energy. The numerical results for a flexible spacecraft with large-angle, agile and precise maneuver requirements through a comparative study verify the merits of the proposed approach.*

**Keywords:** Active vibration control, Flexible spacecraft, Hybrid actuators, Lyapunov design, Piezoelectric patches



## COPYRIGHTS

© 2022 by the authors. Published by Aerospace Research Institute. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of [the Creative Commons Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

## How to cite this article:

M. Azimi and S. Moradi, "Active Vibration Control of a Maneuvering Flexible Spacecraft Using Hybrid Actuators: A Lyapunov-Based Control Approach," *Journal of Space Science and Technology*, Vol. 15, No. 2, pp. 1-13, 2022 (in Persian), <https://doi.org/10.30699/jsst.2022.1276>.

# کنترل فعال ارتعاشات فضاپیماي انعطاف‌پذیر در مانور وضعیت با استفاده از عملگرهای هیبرید: با رویکرد قانون کنترل لیاپانوف

میلاذ عظیمی<sup>۱\*</sup> و صمد مرادی<sup>۲</sup>

۱- پژوهشگاه هوافضا، وزارت علوم، تحقیقات و فناوری تهران، ایران

۲- دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد جنوب، تهران، ایران

\* ایمیل نویسنده مخاطب: [azimi.m@ari.ac.ir](mailto:azimi.m@ari.ac.ir)

## چکیده

این مقاله به طراحی سیستم کنترل ترکیبی مانور و ارتعاشات یک فضاپیماي انعطاف‌پذیر در مانور وضعیت با استفاده از عملگرهای تراستر-چرخ عکس‌عملی در ساختار هیبرید و وصله‌های پیزوالکتریک پرداخته است. مانور زاویه-بزرگ این فضاپیما در قالب دو مأموریت مجزا با استفاده از مدل توسعه یافته کنترلی مبتنی بر تئوری لیاپانوف و ارتعاشات باقی‌مانده با به‌کارگیری تئوری فیدبک نرخ کرنش کنترل شده است. مدل دینامیک وضعیت تک محوره ماهواره با دو پنل انعطاف‌پذیر متصل به هاب صلب در قالب یک سیستم غیرخطی با دینامیک کوپل صلب-انعطاف‌پذیر با به‌کارگیری روش اجزا محدود و معادلات لاگرانژ استخراج شده است. پایداری کلی سیستم شامل دینامیک چرخ عکس‌عملی و وصله‌های حسگر/عملگر پیزوالکتریک با استفاده از ورودی ناپیوسته کنترلی تولید شده توسط عملگر تراستر و مدولاتور پهنا-باند/پالس-فرکانس اثبات و ارتعاشات باقی‌مانده به حداقل رسیده است. ویژگی منحصر به فرد روش پیشنهادی در به‌کارگیری عملگرها، زمان سوئیچ عملکرد تراسترها و چرخ عکس‌عملی است که مبتنی بر انرژی سیستم تنظیم شده است. شبیه‌سازی‌های انجام شده با به‌کارگیری تئوری کنترلی پیشنهادی و استفاده از عملگرهای هیبرید امکان انجام مانورهای با زاویه بزرگ و کاهش چشمگیر ارتعاشات ناشی از تحریک پنل‌های انعطاف‌پذیر را با معیار چابکی و دقت نمایش می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: عملگرهای هیبرید، کنترل فعال ارتعاشات، فضاپیماي انعطاف‌پذیر، کنترل لیاپانوف، وصله‌های پیزوالکتریک

		علائم و اختصارات	
$d_{31}$	ثابت پیزوالکتریک		
$x$	متغیر کمکی		
$\theta(t)$	زاویه هاب	$D_3$	جابجایی عرضی
$J_h$	ممان اینرسی هاب	$E_3$	چگالی میدان الکتریکی
$\rho_b^i$	جرم بر واحد طول آلامین پنل	$S_1$	کرنش
${}^j \rho_p^i$	جرم بر واحد طول آلامین وصله پیزوالکتریک	$\sigma_1$	تنش
$x_i$	نقطه شروع مختصات پیزوالکتریک‌ها	$E_p$	مدول الاستیسیته پیزوالکتریک
$V_p^i$ و $V_b^i$	انرژی پتانسیل سازه اصلی و حسگرها و عملگرها	$\epsilon_3^T$	ثابت دی‌الکتریک
$E_b^i$	مدول الاستیسیته	$S_{11}^E$	ثابت الاستیسیته
$I_b^i$	ممان اینرسی سازه انعطاف‌پذیر		
${}^j y^i$	نقطه شروع مختصات پیزوالکتریک‌ها از محور خشی تیر		

۱. استادیار

۲. کارشناسی ارشد



COPYRIGHTS

© 2022 by the authors. Published by Aerospace Research Institute. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of [the Creative Commons Attribution 4.0 International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

ابدصمد و طیبی<sup>۴</sup> با استفاده از تئوری پایداری لیپانوف به طراحی مانور آرایشی فضایی‌ها پرداختند. در الگوریتم طراحی شده نیازی به سرعت‌های زاویه‌ای مطلق و نسبی فضایی‌ها نیست [۱۶]. محرابیان<sup>۵</sup> و همکاران به معرفی قانون کنترلی غیر متمرکزی مبتنی بر روش لیپانوف برای هدایت وضعیت فضایی‌ها در پروازهای آرایشی پرداختند [۱۷]. باید توجه داشت که استفاده از تکنیک‌های کنترلی مختلف با توجه به اهداف مأموریتی گوناگون در نظر گرفته می‌شوند. کنترل ساختار متغیر برای مانور سیستم‌های با مختصات صلب-انعطاف‌پذیر کاربرد فراوانی دارد. اگرچه این کنترلر از توابع سوئیچ‌کننده به منظور کاهش اغتشاشات وارد شده استفاده می‌کند و دینامیک سیستم را به سمت سطح پایدار متمایل می‌سازد، اما طبیعت ناپیوسته طراحی‌های کنترل ساختار متغیر مستعد در تحریک مودهای با فرکانس بالای دینامیک مدل نشده در سیستم یا سیستم‌هایی است که مدل دینامیکی ضعیفی دارند [۱۸، ۱۹].

به تازگی ترکیب عملگرهای مختلف برای مانورهای با زاویه بزرگ و سریع فضایی‌ها مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است [۲۰، ۲۱]. الگوریتم کنترل ترکیبی با استفاده از چرخ‌های عکس‌العملی و گشتاوردهنده‌های مغناطیسی برای کاهش سرعت چرخ‌های عکس‌العملی در مانورهای زاویه بزرگ توسط سان<sup>۶</sup> و همکاران به کار برده شده است [۲۲]. لاپاس<sup>۷</sup> از ژایروهای کنترل ممان<sup>۸</sup> برای کاهش انحراف زاویه گیمرال برای یک فضایی‌ما با مانور سریع در معرض گشتاورهای خارجی استفاده کرد [۲۳]. رایج‌ترین عملگر برای مانورهای وضعیت فضایی‌ها که قابلیت اعمال گشتاورهای بزرگ نسبت به چرخ‌های عکس‌العملی را دارند، تراسترها می‌باشند [۲۴]. تراسترها به واسطه ساختار ناپیوسته گشتاورهای کنترلی تولیدی برای اهداف کنترلی با دقت بالا مناسب نمی‌باشند [۲۵، ۲۶]. یکی دیگر از معایب تراسترها، مصرف سوخت آنهاست. طراحی سیستم کنترلی با استفاده از عملگرهای تراستر و یک مدولاتور پهنا-باند/پالس-فرکانس<sup>۹</sup> و لحاظ یک تابع علامت در قانون فیدبک کنترلی برای مانور وضعیت فضایی‌ما توسط مزینان<sup>۱۰</sup> و همکاران طراحی شد [۲۷]. سانگ و آگراوال<sup>۱۱</sup> به کنترل ارتعاشات فضایی‌ما انعطاف‌پذیر با استفاده از عملگرهای تراستر و مدولاتور PWPF و وصله‌های پیزوالکتریک به صورت آزمایشگاهی پرداختند [۲۸].

در مقابل، اگرچه گشتاور تولیدی توسط چرخ‌های عکس‌العملی یک یا دو مرتبه کمتر از تراسترها و ژایروهای کنترل ممان است

عرض لایه پیزوالکتریک  
ضخامت هر یک از لایه‌های پیزوالکتریک بر روی پتل

## مقدمه

یکی از چالش‌های مطرح در طراحی فضایی‌ماهای مدرن امروزی، پایداری و کنترل وضعیت آنهاست [۱]. از آنجاکه نیازمندی‌های مأموریتی وسایل فضایی و وضعیت آنها به شدت در حال تغییر است، دستیابی به دقت‌های بالا در سمت‌گیری در کوتاهترین زمان می‌تواند عمده‌ترین چالش در بحث طراحی سامانه کنترل به‌شمار رود. ارضای نیازمندی‌های طراحی سیستم کنترل وضعیت فضایی‌ماها در محیط‌های عملیاتی، در حضور اغتشاشات محیطی، عدم وجود اطلاعات کافی از پارامترهای سیستم و ارتعاشات سازه‌ای تولید شده در وصله‌های انعطاف‌پذیر فضایی‌ما به واسطه مانورهای مداری بسیار حساس و مشکل است [۲، ۳].

استفاده از لینک‌ها و وصله‌های انعطاف‌پذیر در مقایسه با سازه‌های صلب، پیچیدگی‌های دینامیکی را تعریف می‌کند که در نتیجه رویکردهای کنترلی و الگوریتم‌های آن می‌بایست متناسب با این سیستم‌ها دوباره بازنویسی و فرمول‌بندی شوند. در حقیقت استفاده از سازه‌های انعطاف‌پذیر نه تنها باعث تحمیل پارامترهای دینامیکی اضافه (درجات آزادی بیشتر) به سیستم می‌شوند، بلکه مجموعه را نیازمند پایداری در حضور ارتعاشات تحمیل شده به واسطه این دینامیک و میرا کردن آن با سرعت هرچه تمام‌تر می‌سازد [۴، ۵]. گام نخست در طراحی سیستم کنترلی، ارائه مدل دینامیکی مناسب برای سازه‌ها و وصله‌های انعطاف‌پذیر است [۶، ۷].

از میان روش‌های گسترده کنترلی برای سیستم‌های غیرخطی که می‌تواند مسئله پایداری فضایی‌ماهای انعطاف‌پذیر را حل کند، تئوری پایداری لیپانوف مورد توجه بسیاری از طراحان قرار دارد [۸، ۹]. انتخاب تابع لیپانوف می‌تواند به طور همزمان با طراحی کنترلر برای سیستم دینامیکی صورت پذیرد که منجر به پایداری حلقه بسته شود [۱۰، ۱۱]. این روش کنترلی به دسته کنترلرهای فیدبک تمام حالات سیستم<sup>۳</sup> تعلق دارد. در این روش، یک تابع (لیپانوف) مثبت معین (براساس معیارهای عملکرد سیستم) باید توسط طراح به گونه‌ای انتخاب شود که مشتق مرتبه اول این تابع منفی معین شود. قوانین کنترلی مبتنی بر تابع لیپانوف به طور عمومی نسبت به خطاهای مدل‌سازی (خطاهای اندازه‌گیری حسگرها، نامعینی‌های ماتریس ممان اینرسی، بازشدن وصله‌های انعطاف‌پذیر و غیره) و اغتشاشات خارجی (گشتاورهای اغتشاشی محیط، گشتاورهای میکروگرویتی و غیره) مقاوم هستند. یکی از محدودیت‌ها و چالش‌های این تکنیک، نبود یک روش یکتا برای انتخاب و فرمولاسیون تابع لیپانوف می‌باشد [۱۲-۱۵].

4. Abdessameud and Tayebi  
5. Mehrabian  
6. Sun  
7. Lappas  
8. Control Moment Gyro (CMG)  
9. PWPM  
10. Mazinan  
11. Song and Agrawal

3. Full State Feedback

همچنین، کنترل فعال ارتعاشات به صورت همزمان با کنترل وضعیت برای کاهش ارتعاشات باقی مانده پس از مانور وضعیت، اثبات پایداری کلی سیستم، زمان سوئیچینگ مبتنی بر انرژی‌های کل سیستم (چرخ عکس‌عملی، حسگر/عملگر پیزوالکتریک، فضاییمای انعطاف‌پذیر) از جمله نوآوری‌های این مقاله به‌شمار می‌رود.

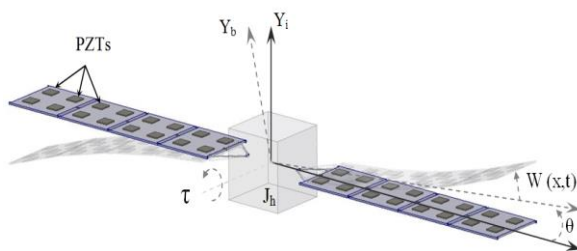
ساختار مقاله به این صورت می‌باشد که در بخش دوم مدل دینامیک فضاییمای انعطاف‌پذیر مجهز به چرخ عکس‌عملی و مواد پیزوالکتریک جانمایی شده به صورت هم‌مکان بر روی آن با استفاده از ویژگی خاص معادلات حرکت سیستم، توصیف شده است. کنترل توسعه یافته وضعیت بر پایه تئوری پایداری لیاپانوف و کنترل فعال ارتعاشات مبتنی بر الگوریتم فیدبک نرخ کرنش در بخش سوم طراحی شده است. بخش چهارم به ارائه شبیه‌سازی‌های عددی و مقایسه نتایج می‌پردازد و در نهایت مقاله با ارائه نتیجه‌گیری به اتمام رسیده است.

### معادلات حرکت فضاییمای انعطاف‌پذیر

معادله بقای یک بعدی المان پیزوالکتریک را می‌توان با استفاده از استاندارد IEEE به صورت زیر ارائه کرد [۳۵]:

$$\begin{Bmatrix} D_3 \\ \sigma_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_3^T - d_{31}^2 E_P & d_{31} E_P \\ -E_P d_{31} & E_P \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_3 \\ S_1 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

که در آن  $D_3$  جابجایی عرضی،  $E_3$  چگالی میدان الکتریکی،  $S_1$  کرنش،  $\sigma_1$  تنش،  $E_P$  مدول الاستیسیته پیزوالکتریک،  $\epsilon_3^T$ ،  $S_{11}^E$  و  $d_{31}$  به ترتیب بیانگر ثابت دی‌الکتریک، ثابت الاستیک و ثابت پیزوالکتریک هستند که سه پارامتر آخر از شرکت سازنده پیزوالکتریک استخراج خواهند شد. شکل (۱) مدل فیزیکی فضاییمای شامل یک هاب صلب مرکزی به همراه دو پتل انعطاف‌پذیر حاوی وصله‌های حسگر/عملگر پیزوالکتریک را نشان می‌دهد. مختصات استفاده شده در استخراج معادلات نیز در این شکل نمایان است. هر یک از این پنل‌ها به عنوان تیر یکسرگیردار یکنواخت با طول  $L_b$  در نظر گرفته شده‌اند. وصله‌های پیزوالکتریک با طول  $L_p$  در دو طرف هر پتل نصب شده‌اند. مختصات  $OXY_i$  به عنوان مختصات اینرسی و مختصات محلی  $OXY_b$  در مرکز هاب در نظر گرفته شده است.



شکل ۱- مدل فضاییمای انعطاف‌پذیر

[۲۹]، اما قابلیت تأمین فرامین کنترلی با دقت بالا و پیوسته را دارند. همچنین، چرخ‌های عکس‌عملی صرفاً انرژی الکتریکی مصرف می‌کنند. ایده استفاده همزمان از تراسترها و چرخ‌های عکس‌عملی به دنبال بهره‌بری از مزایای هر یک از عملگرها به طور مجزا برای فضاییمای انعطاف‌پذیر با نیازمندی‌های سرعت و دقت در مانور است. در این حالت، تراسترها به عنوان عملگر اولیه در تولید گشتاور برای سمت‌گیری سریع فضاییمای بوده درحالی‌که چرخ عکس‌عملی در ادامه با تولید گشتاورهای پیوسته دقت را فراهم می‌کند.

همان‌طور که اشاره شد، کاهش ارتعاشات مبحثی چالش برانگیز برای طراحان فضاییمای می‌باشد. یک روش مناسب، استفاده از مواد پیزوالکتریک به عنوان حسگر/عملگر می‌باشد [۳۰، ۳۱]. این مواد دارای مزایای سفتی بالا، سبکی وزن، مصرف توان پایین و سهولت به‌کارگیری هستند. اگرچه تاکنون، کاربرد وصله‌های پیزوالکتریک برای سازه‌های بزرگ گزارش نشده است. یکی از دلایل آن این است که ظرفیت کنترلی مواد پیزوالکتریک محدود می‌باشد، زیرا دارای ثابت‌های پیزوالکتریک کوچک و محدودیت‌های ولتاژی و ابعادی می‌باشند [۳۲].

روش‌های کنترل فعال متعددی را می‌توان برای میرا کردن ارتعاشات نامطلوب سازه‌ای به کار برد. مطالعه جامعی در کنترل فیدبک نرخ کرنش و فیدبک موقعیت مثبت<sup>۱۲</sup> برای کاهش ارتعاشات فعال سازه‌های فضایی انعطاف‌پذیر توسط نیومن<sup>۱۳</sup> صورت پذیرفته است [۳۳]. در این قانون کنترلی، مختصات سرعت سازه به جبران‌کننده فیدبک شده و در یک ضریب بهره منفی ضرب شده و در نهایت به سازه ارسال می‌شود. مشکل اصلی در فیدبک مستقیم سرعت، محدودیت دینامیک عملگرها و سیگنال‌های ورودی با فرکانس بالا هستند که منجر به تولید پاسخ‌های فرکانسی نامحدود و بدون قید می‌شود. استفاده از تکنیک کنترلی فیدبک نرخ کرنش دارای محدودده میرایی فعال وسیع‌تری نسبت به فیدبک موقعیت مثبت بوده و می‌تواند شرایط پایداری را برای بیش از یک مود در یک پهنای باند مشخص ایجاد کند [۳۴].

در این مقاله با به‌کارگیری قانون کنترلی مبتنی بر تئوری لیاپانوف توسعه یافته<sup>۱۴</sup> و در نظر گرفتن دینامیک عملگرهای چرخ عکس‌عملی، وصله‌های پیزوالکتریک و انرژی یک فنر پیچشی (در قالب یک تابع شبه انرژی برای کمینه‌شدن تابع لیاپانوف پیشنهادی و تولید حالت هدف نهایی) در ساختار این کنترلر نسبت به نمونه رایج آن<sup>۱۵</sup> و رگولاتور خطی درجه دوم<sup>۱۶</sup> در قالب یک مطالعه مقایسه‌ای، مزیت کنترلر پیشنهادی نمایش داده شده است.

12. Positive Position Feedback (PPF)
13. Newman
14. Extended Lyapunov Design (ELD)
15. Conventional Lyapunov Design (CLD)
16. Linear Quadratic Regulator (LQR)

$$V_b^i = \frac{1}{2} \int_a^{a+L_b} E_b^i t_b^i \left( \frac{\partial^2 w(x^i, t)}{\partial x^2} \right)^2 dx$$

$${}^j V_p^i = \frac{1}{2} {}^j E_p^i \left( {}^j \omega_p^i {}^j h_p^i \right) \left( {}^j y^i 2 + {}^j y^i {}^j h_p^i + \frac{{}^j h_p^i 2}{3} \right) \quad (6)$$

$$\int_{x_i}^{x_i+L_{p_i}} \left( \frac{\partial^2 w(x^i, t)}{\partial x^2} \right)^2 dx$$

که در آن  $E_b^i$  مدول الاستیسیته،  $I_b^i$  ممان اینرسی سازه انعطاف‌پذیر،  ${}^j y^i$  نقطه شروع مختصات پیزوالکتریک‌ها از محور خنثی تیر،  ${}^j \omega_p^i$  عرض لایه پیزوالکتریک و  ${}^j h_p^i$  ضخامت هر یک از لایه‌های پیزوالکتریک بر روی پِنل می‌باشد. کار مجازی صورت گرفته توسط نیروهای خارجی  $\tau$  و پیروها به واسطه رابطه زیر بیان می‌شود:

$$W_{nc} = \frac{1}{2} \{ \boldsymbol{\eta} \}^T [ \boldsymbol{\Sigma} ] \{ \boldsymbol{\eta} \} - \{ \mathbf{q} \}^T [ \mathbf{R} ] \{ \boldsymbol{\eta} \} + \tau \theta \quad (7)$$

که در آن،

$$[\mathbf{R}] = \left[ \left\{ {}^1 \mathfrak{R}_p^i \right\} \left\{ {}^2 \mathfrak{R}_p^i \right\} \dots \left\{ {}^{n_j} \mathfrak{R}_p^i \right\} \right] \quad [ \boldsymbol{\Sigma} ] = \text{diag} \left( {}^j \xi_p^i \right),$$

$${}^j \mathfrak{R}_p^i = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_j} {}^i d_{31}^i {}^j E_p^i {}^j \omega_p^i \left( {}^j y^i + \frac{{}^j h_p^i}{2} \right)$$

$$\int_{x_i}^{x_i+L_p} \{ \boldsymbol{\psi}^i(x) \} dx \quad (8)$$

$$\boldsymbol{\eta} = \left[ {}^1 \eta_p^i \quad {}^2 \eta_p^i \quad \dots \quad {}^{n_j} \eta_p^i \right]^T \quad {}^j \eta_p^i = {}^j E_3^i {}^j h_p^i$$

$${}^j \xi_p^i = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_j} \frac{{}^j \omega_p^i L_{p_i}}{{}^j h_p^i} \left( {}^j \varepsilon_3^{i T} - {}^j d_{31}^i 2 {}^j E_p^i \right)$$

و همچنین ولتاژ الکترودها و  $\{ \boldsymbol{\psi}(x) \}$  توابع هرمیت می‌باشند. با به کارگیری روش المان محدود، جابجایی عرضی سازه انعطاف‌پذیر  $w^i(x, t)$  را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت [۳۷]:

$$w^i(x, t) = \sum_{k=1} \psi_k(x) q_k(t) = \{ \boldsymbol{\psi} \} \{ \mathbf{q} \} \quad (9)$$

برای استخراج معادلات حرکت از اصل همیلتون توسعه یافته به صورت زیر استفاده شده است:

$$\int_{t_1}^{t_2} [ \delta(T - V) + \delta W_{nc} ] dt = 0 \quad (10)$$

شرایط مرزی:

$$\begin{cases} @ x = a \rightarrow w(a, t) = w'(a, t) = 0, & (\text{Fixed End}) \\ @ x = L \rightarrow w''(L, t) = w'''(L, t) = 0, & (\text{Moment, Shear}) \end{cases} \quad (11)$$

و میرایی سازه‌ای برای دینامیک وصله‌های انعطاف‌پذیر که با به کارگیری تابع رایلی<sup>۱۷</sup> به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$T_d = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}} \quad (12)$$

کنترل فعال ارتعاشات فضایی انعطاف‌پذیر در مانور وضعیت با استفاده از عملگرهای هیبرید: با رعایت قانون ...

سرعت عرضی یک المان جرمی در نظر گرفته شده بر روی پِنل‌های انعطاف‌پذیر عبارت است از:

$$v(x, t) = \left( -\dot{\theta}(t) w(x, t) \right) \mathbf{X}_b$$

$$+ \left( \dot{w}(x, t) + (x+a)\dot{\theta}(t) \right) \mathbf{Y}_b \quad (2)$$

که در آن  $x$  متغیر کمکی است که از محل اتصال پِنل به هاب و در امتداد پِنل اندازه‌گیری می‌شود،  $\theta(t)$  زاویه هاب،  $w(x, t)$  تغییر مکان عرضی اندازه گرفته شده نسبت به محور  $x$  فاصله مرکز هاب تا محل اتصال هاب با پِنل است. عبارت ضریب  $\mathbf{X}_b$  در تساوی معادله (۲) کوپلینگ بخش انعطاف‌پذیر و صلب، اولین عبارت ضریب  $\mathbf{Y}_b$  در این تساوی سرعت ارتعاشی بخش الاستیک که ناظر از مختصات ثابت شده بر روی هاب اندازه می‌گیرد و عبارت دوم ضریب  $\mathbf{Y}_b$ ، سرعت جسم صلب المان جرمی در غیاب انعطاف‌پذیری است [۳۶]. در مدل‌سازی‌ها از تغییر شکل‌های شعاعی صرف نظر شده است. با استفاده از معادله (۲) انرژی جنبشی سیستم شامل وصله‌های پیزوالکتریک را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$T = T_h + \sum_{i=1}^2 T_b^i + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_j} {}^j T_p^i \quad (3)$$

که در آن  $T_h$ ،  ${}^j T_p^i$ ،  $T_b^i$  و  $n_j$  به ترتیب بیانگر انرژی جنبشی نامین سازه اصلی، انرژی جنبشی زامین جفت حسگر/عملگر، انرژی جنبشی هاب مرکزی به همراه چرخ عکس‌العملی و تعداد وصله‌های پیزوالکتریک می‌باشند که به صورت زیر استخراج شده است:

$$T_h = \frac{1}{2} (J_h - J_a) \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_a (\dot{\theta} + \omega_a)^2, \quad (4)$$

$$T_b^i = \frac{1}{2} \int_a^{a+L_b} \rho_b^i v^2 dx, \quad T_p^i = \frac{1}{2} \int_{x_i}^{x_i+L_p} {}^j \rho_p^i v^2 dx$$

که  $J_h$  ممان اینرسی هاب،  $\rho_b^i$  جرم بر واحد طول نامین پِنل،  ${}^j \rho_p^i$  جرم بر واحد طول زامین وصله پیزوالکتریک،  $x_i$  نقطه شروع مختصات پیزوالکتریک‌هاست. انرژی پتانسیل سازه انعطاف‌پذیر شامل جفت حسگر/عملگرها نیز به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$V = \sum_{i=1}^2 V_b^i + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_j} {}^j V_p^i \quad (5)$$

که در آن  $V_b^i$  و  ${}^j V_p^i$  انرژی پتانسیل سازه اصلی و حسگرها و عملگرها بوده و به صورت زیر تعریف می‌شوند:

17. Rayleigh's dissipation function

کل زیر ساختارهای سیستم شامل، انرژی هاب، انرژی‌های پل‌های انعطاف‌پذیر، دینامیک وصله‌های پیروالکترونیک و دینامیک چرخ عکس‌العملی به‌طوری که  $(\theta, \dot{\theta}, w(x,t), \dot{w}(x,t))_d = (\theta_f, 0, 0, 0)$  حاصل شود، عبارت است از:

$$E = \frac{1}{2} K_I (I_e(t))^2 + \frac{1}{2} \left\{ g_1 \left( (J - J_a) \dot{\theta}^2 + J_a (\dot{\theta} + \omega_a)^2 \right) + g_2 (\theta - \theta_f) + 2g_3 \left[ \int_a^L \rho_b (x \dot{\theta} + \dot{w})^2 + w^2 \dot{\theta}^2 \right] dx + \sum_{j=1}^{n_j} \int_{x_j}^{x_j + L_{Pj}} \rho_p (x \dot{\theta} + \dot{w})^2 + w^2 \dot{\theta}^2 \right\} dx + (q^T K_{qq} q) + (q^T R R^T q) \quad (16)$$

که در آن  $\theta_f$  زاویه مطلوب پایانی و  $I_e(t) = I(t) - I_d(t)$  به عنوان سطح اغتشاشات جریان الکتریکی وارد شده به فضاپیما می‌باشد. در این رابطه  $I_d(t)$  در قالب ورودی کنترل برای ارضاء اهداف کنترلی طراحی می‌شود. در ادامه ولتاژ  $V_{RW}$  به گونه‌ای طراحی خواهد شد که  $I(t)$  مقدار  $I_d(t)$  را تعقیب کند. همان‌طور که از این تابع می‌توان مشاهده کرد، دینامیک عملگر و حسگر پیروالکترونیک و چرخ عکس‌العملی بطور مستقل در این رابطه در نظر گرفته شده است. همچنین، برای تضمین شرایط مطلوب و کمینه کلی شدن  $E$ ، انرژی یک فنر پیش‌فشاری در قالب عبارت  $g_2(\theta - \theta_f)^2$  به این تابع اضافه شده است. واضح است که  $g_i > 0$  در معادله (۱۶) شرایط  $E \geq 0$  را تضمین کرده، بنابراین کمینه کلی  $E = 0$  و فقط در شرایط مطلوب (نقطه پایانی) اتفاق می‌افتد.

گشتاور کنترل در بدنه صلب باید به گونه‌ای طراحی شود که فضاپیما در حالت سکون شروع به دوران کرده تا به موقعیت زاویه‌ای جدید و مطلوب برسد، به‌طوری‌که در موقعیت نهایی ارتعاشاتی برای سیستم باقی نماند. با مشتق‌گیری از معادله (۱۶) و جایگذاری معادلات حرکت داریم:

$$\dot{E} = K_I I(t) \dot{I}(t) + \left\{ g_1 K_m (I_e + I_d) + g_2 (\theta - \theta_f) + 2(g_3 - g_1) \left[ \int_a^L \rho_b \left\{ x (x \ddot{\theta} + \ddot{w}) + \frac{1}{2} w^2 \left( \ddot{\theta} + \frac{\dot{w}}{w} \dot{\theta} \right) \right\} dx + \sum_{j=1}^{n_j} \int_{x_j}^{x_j + L_{Pj}} \rho_p \left\{ x (x \ddot{\theta} + \ddot{w}) + \frac{1}{2} w^2 \left( \ddot{\theta} + \frac{\dot{w}}{w} \dot{\theta} \right) \right\} dx \right] \right\} \dot{\theta} \quad (17)$$

با استفاده از قانون ولتاژ کیرشهف برای آرمیچر، بخش دوم معادله حرکت سیستم (۱۴) را می‌توان بازنویسی کرد و داریم:

$$K_I (\dot{I}(t) - \dot{I}_d(t)) = -K_R (I(t) - I_d(t)) - K_R I_d(t) - K_I \dot{I}_d(t) + K_B \omega_a + V_{RW} \quad (18)$$

بنابراین، برای بخش اول معادله (۱۷) می‌توان معادله (۱۹) را نوشت:

در این مقاله از میرایی تناسبی استفاده شده است، به‌طوری‌که این ماتریس از ترکیب خطی ماتریس جرم و سفتی است:

$$C = \alpha M + \beta K \quad (13)$$

که در آن  $\alpha$  و  $\beta$  ضرایب مثبت معین هستند. با جایگذاری روابط انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل، میرایی سازه‌ای و کار نیروهای خارجی در اصل همیلتون، معادله حرکت سیستم به‌صورت زیر استخراج خواهد شد:

$$\begin{bmatrix} M_{RR} & M_{RF} \\ M_{FR} & M_{FF} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{q} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{RR} & 0 \\ 0 & C_{FF} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_{FF} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta \\ q \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tau + \tau_a \\ -[R][g_a] \{ \eta_b \} \end{Bmatrix} \quad (14)$$

$$K_I \dot{I}(t) + K_R I(t) - K_B \omega_a = V_{RW}$$

$$\{ \eta_S \} = [g_s] [S]^{-1} [R]^T \{ q \}$$

که در آن:

$$M_{RR} = J_h - J_a + q^T M_{FF} q \quad (1-15)$$

$$C_{RR} = 2q^T M_{FF} \dot{q} + J_a \omega_a$$

$$K_{FF} = K_{FF} - \dot{\theta}^2 M_{FF}$$

$$M_{RR} = J_h - J_a$$

$$C_{RR} = J_a \omega_a$$

$$K_{FF} = K_{FF} \quad (2-15)$$

و همچنین  $[g_s]$  و  $[g_a]$ ،  $K_m$ ،  $\tau_a = -u_a = K_m I(t)$ ،  $I(t)$ ،  $K_B$ ،  $K_R$ ،  $K_I$ ،  $V_{RW}$ ، به ترتیب بیانگر ضریب بهره‌های تقویت‌کننده حسگر و عملگر، گشتاور کنترلی تولید شده توسط چرخ عکس‌العملی، ثابت گشتاور موتور، جریان آرمیچر موتور، ظرفیت القاء مغناطیسی آرمیچر، مقاومت آرمیچر، نیرو محرکه برقی<sup>۱۸</sup> و ولتاژ آرمیچر می‌باشند [۳۸]. باید به این نکته توجه داشت که مولفه‌های ماتریس‌های تعریف شده در معادله حرکت (۱۴) (معادله (۱۵)) برای سیستم با دینامیک غیرخطی (در نظر گرفتن ترم‌های مرتبه بالا) در معادله (۱-۱۵) و برای فرم خطی معادلات حرکت (صرف‌نظر از ترم‌های مرتبه بالا) در معادله (۲-۱۵) ارائه شده است.

## طراحی کنترلر

در این بخش روشی برای طراحی قانون کنترل فیدبک با پایداری کلی برای معادله غیرخطی سیستم (معادله (۱۴)) ارائه شده است. ارتباط تابع لیاپانوف پیشنهادی و گشتاور کنترلی تا حدی وابسته به معادله حرکت می‌باشد [۳۹]. برای طراحی قانون کنترل مبتنی بر روش لیاپانوف، تابع کاندید لیاپانوف به عنوان ترکیبی از انرژی‌های

18. Electromotive Force (EMF)

که در آن  $i(t)$  جریان مدار است. ولتاژ حسگر به عنوان ورودی کنترلر بوده و خروجی کنترلر حاصل ضرب ضریب بهره‌ای در ولتاژ حسگر است. بنابراین ورودی کنترلر  $u(t)$  توسط رابطه (۲۴) تعریف می‌شود.

$$V_a(t) = u(t) = K_p \times V_s(t) \quad (24)$$

به طوری که در آن  $K_p$  ماتریس ضرایب بهره کنترلر است. معادله عملگر از رابطه معکوس پیزوالکتریک استخراج شده است و نیروی کنترلی متناسب با آن با استفاده از تئوری گشتاور خمشی به صورت زیر استخراج می‌شود:

$$f_{ctrl} = E_p d_{31} \varpi \left( \frac{h_p + h_b}{2} \right) \int_0^{L_p} \frac{\partial}{\partial x} \psi_k(x) dx V_a(t) \quad (25)$$

همان‌طور که پیشتر اشاره شد، در این مقاله از رویکرد عملگرهای هیبرید برای کنترل وضعیت و ارتعاشات استفاده شده است. در ابتدا، برای آنکه فضاپیما را بتوان به منطقه هدف نزدیک کرد، از عملگر تراستر به واسطه گشتاورهای به نسبت بزرگ آن در مقایسه با چرخ عکس‌عملی استفاده شده است. در ادامه، چرخ عکس‌عملی برای تأمین دقت مورد نیاز شروع به کار می‌کند. باید به این نکته دقت داشت که یکی از پارامترهای مهم و اساسی برای انجام یک مانور با عملکرد و دقت بالا، زمان سوئیچ کردن بین تراستر و چرخ عکس‌عملی است. به این ترتیب، با تعریف پارامترهایی مبین انرژی‌های کل سیستم به عنوان معیار مناسبی برای تعیین زمان سوئیچ به صورت رابطه (۲۶) استفاده می‌شود:

$$U = a_1 \theta_c^2 + a_2 \dot{\theta}_c^2 + a_3 \omega_a^2 + a_4 w^{n^2}(x,t) + a_5 \dot{w}^2(x,t) \quad (26)$$

که در آن  $a_i$ ها ثابت‌های وزنی برای مولفه‌های انرژی بوده که با سعی و خطا تعیین می‌شود. واضح است که نقطه با انرژی کم را می‌توان نزدیک به هدف متصور شد. با تعریف یک آستانه مشخص از انرژی سیستم، سامانه کنترلی می‌تواند میان دو عملگر سوئیچ انجام دهد.

### بحث و شبیه‌سازی‌های عددی

در این بخش، شبیه‌سازی‌های عددی به منظور صحت‌سنجی عملکرد فضاپیمای انعطاف‌پذیر و کارایی کنترلر هیبرید پیشنهاد شده ارائه شده است. شبیه‌سازی فضاپیما شامل مانور تک محوره سکون به سکون<sup>۱۹</sup> به گونه‌ای است که فضاپیما از حالت اولیه ۹۰ درجه آغاز به حرکت کرده و پس از رسیدن به زاویه صفر، مانور جدیدی را برای زاویه تنظیم ۱۲۰ درجه آغاز می‌کند. پارامترهای در نظر گرفته شده برای عملگرهای وضعیت در جدول (۱) و فضاپیمای انعطاف‌پذیر در جدول (۲) ارائه شده است [۴۱]. کلیه شبیه‌سازی‌ها انجام شده در

$$K_I I(t) \dot{I}(t) = I_e(t) \{-K_R I_e(t) - K_R I_d - K_I \dot{I}_d(t) + K_B \omega_a + V_{RW}\} \quad (19)$$

از آنجاکه برای پایداری باید شرط  $\dot{E} \leq 0$  برقرار باشد، از این رو برای انتخاب ولتاژ کنترلی داریم:

$$V_{RW} = K_I \dot{I}_d(t) + K_R I_e(t) + K_R I_d - K_B \omega_a - \gamma K_I I_e(t) \quad (20)$$

که در آن  $\gamma$  ثابت دلخواه بوده که نقش موثری در تحلیل پایداری بازی می‌کند. برای استخراج قانون کنترلی، عبارت داخل آکولاد (جمله دوم) رابطه (۱۷) را برابر با  $-\beta \dot{\theta}$  قرار می‌دهیم، بنابراین داریم:

$$I_d = -\frac{1}{K_m g_1} \left\{ g_2 (\theta - \theta_f) + K_m J_R \dot{\omega}_a + \beta \dot{\theta} + 2(g_3 - g_1) \left( \int_a^L \rho_b \left\{ x \left( x \ddot{\theta} + \dot{w} \right) + \frac{1}{2} w^2 \left( \ddot{\theta} + \frac{\dot{w}}{w} \dot{\theta} \right) \right\} dx + \sum_{j=1}^{n_j} \int_{x_i}^{x_i+L_{Pj}} \rho_p \left\{ x \left( x \ddot{\theta} + \dot{w} \right) + \frac{1}{2} w^2 \left( \ddot{\theta} + \frac{\dot{w}}{w} \dot{\theta} \right) \right\} dx \right\} \quad (21)$$

که در آن  $J_R$  ممان اینرسی شفت روتور چرخ عکس‌عملی است. با در نظر گرفتن تمام مقادیر ممکن برای  $g_i$ ها، معادله (۲۱) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

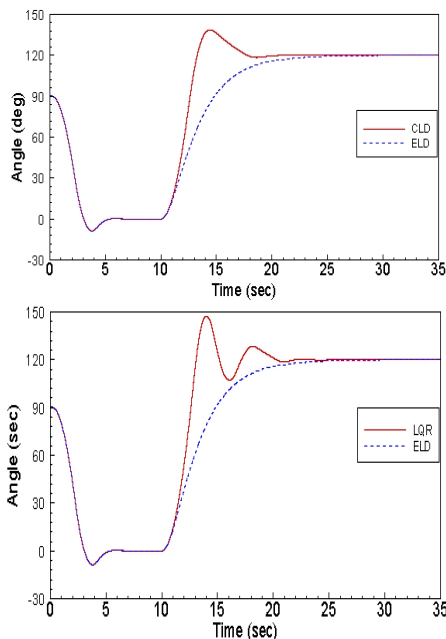
$$I_d = -G_1 (\theta - \theta_f) - G_2 \dot{\theta} - g_1^{-1} J_R \dot{\omega}_a - G_3 \left( \int_a^L \rho_b \left\{ x \left( x \ddot{\theta} + \dot{w} \right) + \frac{1}{2} w^2 \left( \ddot{\theta} + \frac{\dot{w}}{w} \dot{\theta} \right) \right\} dx + \sum_{j=1}^{n_j} \int_{x_i}^{x_i+L_{Pj}} \rho_p \left\{ x \left( x \ddot{\theta} + \dot{w} \right) + \frac{1}{2} w^2 \left( \ddot{\theta} + \frac{\dot{w}}{w} \dot{\theta} \right) \right\} dx \right) \quad (22)$$

که در آن پارامترهای  $G_i$  و  $g_i$  باید  $G_1 = (g_2 / K_m g_1) \geq 0$ ،  $G_2 = (\beta / K_m g_1) \geq 0$  و  $G_3 = (g_3 - g_1 / g_1) > -2K_m$ ،  $g_i (i=3,4,5) > -2$  باشد. با جایگذاری معادله (۲۲) در معادله (۱۷) داریم  $\dot{E} < 0$ . بنابراین، این قانون کنترلی پایداری کلی سیستم با پارامترهای توزیعی را تضمین می‌کند. از طرف دیگر همان‌طور که اشاره شد، مواد پیزوالکتریک را می‌توان به عنوان حسگرهای نرخ کرنش به کار برد [۴۰]. با این کاربرد، ولتاژ خروجی به جریان حسگر تبدیل می‌شود. جریان خروجی از حسگر پیزوالکتریک نرخ ممان پنل انعطاف‌پذیر را اندازه‌گیری می‌کند. این جریان با استفاده از تجهیزات تنظیم‌کننده سیگنال و با در نظر گرفتن ضریب بهره مناسب  $G_C$  و اعمال آن بر عملگر، تبدیل به ولتاژ حسگر  $V_s$  می‌شود. بنابراین، برای ولتاژ خروجی حسگر می‌توان نوشت:

$$V_s(t) = G_C i(t) = G_C e_{31} \left( \frac{h_b}{2} + h_p \right) \varpi_p \int_0^{L_p} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi_k(x) \dot{q}_k(t) dx \quad (23)$$

به طوری که فضایما از زاویه اولیه ۹۰ درجه آغاز به دوران کرده و مانور اولیه خود را تا زاویه صفر درجه انجام می دهد. مانور دوم بلافاصله پس از گذشت ۱۰ ثانیه و به واسطه پایدارسازی اولیه فضایما (پس از مانور اول) به منظور هدف گیری زاویه ۱۲۰ درجه آغاز می شود. برای انجام هر دو مانور از عملگرهای چرخ عکس العملی و تراستر به صورت ترکیبی استفاده شده است، به طوری که در ابتدای هر دو مانور تراستر وظیفه اعمال گشتاورهای کنترلی را دارد و در انتهای هر مانور چرخ عکس العملی گشتاور را به سیستم جهت انجام هرچه دقیقتر مانور اعمال می کند. همان طور که از شکل های (۱) و (۲) مشاهده می شود، جابه جایی و سرعت زاویه ای هاب به ترتیب به سمت زاویه مطلوب صفر (مانور اول) تا زمان ۱۰ ثانیه و سپس سمت گیری برای زاویه ۱۲۰ درجه (مانور دوم) و سرعت های زاویه ای  $0^\circ/s$  در زمان ۲۵ ثانیه و در مجموع (برای هر دو مانور) ۳۵ ثانیه میل می کند.

از آنجاکه قابلیت تولید گشتاور تراسترها بیشتر از چرخ های عکس العملی می باشد، زمان رسیدن زاویه مانور به محدوده معینی از زاویه مطلوب بسیار کوتاه تر می شود (برای این مأموریت حدود ۵ ثانیه). هر چند اگر این زمان برای حالتی که فقط از چرخ عکس العملی استفاده شود، به بیش از ۳۵ ثانیه حتی برای یک مانور منجر می شود. از طرف دیگر، به واسطه ماهیت ناپوسته (خاموش-روشن) فرامین تراسترها، امکان تأمین دقت های بالا در مانور وجود ندارد که این خصوصیت به عنوان یک چالش اصلی برای مأموریت های فضایی مانند تصویربرداری یا ردگیری محسوب می شود. شایان ذکر است که دقت مانور به واسطه استفاده از تراستر حدود ۰/۵ درجه و برای چرخ های عکس العملی بهتر از ۰/۰۱ درجه است.



شکل ۲- دینامیک وضعیت (زاویه دوران)

مقاله با استفاده از نرم افزار متلب ۲۰ صورت گرفته است. شرایط اولیه  $\dot{\theta}_d = \ddot{\theta}_d = 0$ ،  $\theta_d = [0, 120]$ ،  $x_0 = [0]$  برای انجام مانور با زاویه بزرگ در نظر گرفته شده است.

برای تبدیل فرامین کنترلی به خروجی های تولید شده توسط تراستر، رایجترین روش استفاده از مدولاتور PWPF است [۴۲]. این مدولاتور شامل یک فیلتر با تأخیر مرتبه اول و اشمیت تریگر<sup>۲۱</sup> در حلقه فیدبک منفی است. پارامترهای مدولاتور در نظر گرفته شده عبارتند از  $K_{pw} = 195$  (ضریب بهره کنترلی)،  $T_{pw} = 0.9$  (گام زمانی)،  $u_{on} = 0.38$  (لحظه روشن شدن تراستر) و  $u_{off} = 0.25$  (گام زمانی خاموش شدن تراستر).

شبیه سازی ها، با پیاده سازی کنترلر هیبرید و با استفاده از معادلات حرکت فضایمایی انعطاف پذیر و به کارگیری تئوری لیاپانوف و کنترلر فیدبک نرخ کرنش و استفاده از ضرایب بهره کنترلی  $G_1 = -0.1$ ،  $G_2 = 40$  و  $G_3 = -0.3$  تکمیل شده است. شکل های (۲) و (۳) به ترتیب بیانگر زاویه و سرعت زاویه ای مانور برای کنترلرهای توسعه یافته و رایج لیاپانوف و LQR جهت مقایسه می باشد.

جدول ۱- پارامترهای فیزیکی عملگرهای وضعیت

پارامتر	مقدار
$K_m$ (M-m/A)	0.2
$K_I$ (Henry)	0.001
$K_R$ (ohm)	1
$K_B$ (mV/rpm)	0.0005
$J_a$ (Kg.m <sup>2</sup> )	2
$J_R$ (Kg.m <sup>2</sup> )	$1.6 \times 10^{-3}$
PWPF on	0.45
PWPF off	0.15

جدول ۲- پارامترهای فیزیکی فضایما

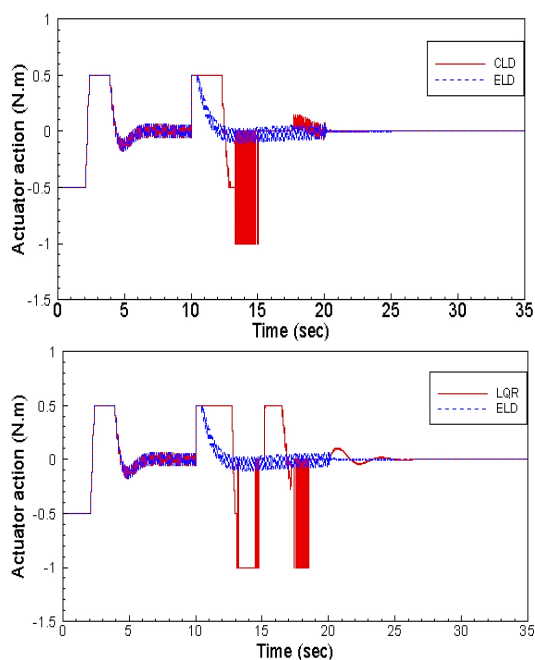
پارامترها	وصله پیزوالکتریک	پنل انعطاف پذیر
مدول الاستیسیته (GPa)	$E_p = 68$	$E_b = 193.06$
چگالی (kg/m <sup>3</sup> )	$\rho_p = 7700$	$\rho_b = 8030$
ضخامت (m)	$h_p = 0.003$	$h_b = 0.01$
عرض (m)	$w_p = 0.08$	$w_b = 0.5$
طول (m)	$L_p = 0.08$	$L_b = 1.5$
ثابت کرنش (m/V)	$d_{31} = 125 \times 10^{-12}$	-
ثابت تنش (Vm/N)	$e_{31} = 10.5 \times 10^{-3}$	-
اندازه هاب (m)	$a = 0.5$	-
ممان اینرسی هاب (kg.m <sup>2</sup> )	$J_h = 32.1$	-

مأموریت در نظر گرفته شده برای فضایمایی انعطاف پذیر از دو مانور با زاویه بزرگ تشکیل شده است. انتظار مانور اول تا ۱۰ ثانیه

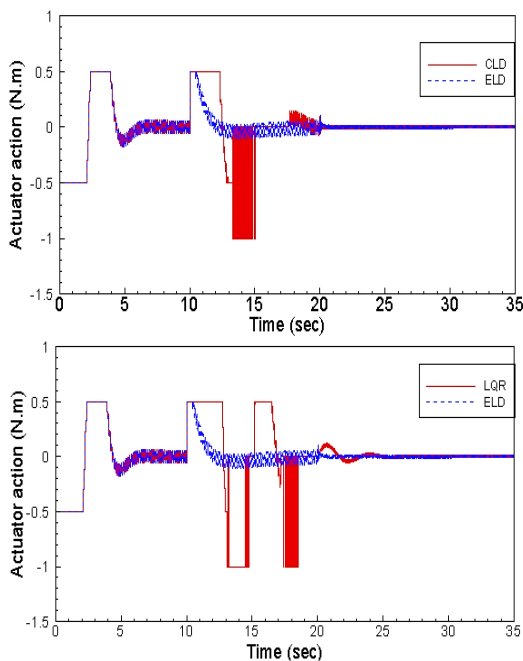
20. MATLAB  
21. Schmitt Trigger



است. همان‌طور که از نمودارها می‌توان مشاهده کرد، به جز زمان نشست طولانی‌تر و خطای سیستم، میزان عملکرد تراسترها برای هر دو نوع کنترلر CLD و LQR نسبت به کنترلر توسعه یافته پیشنهادی قابل ملاحظه می‌باشد. از طرف دیگر، تلاش کنترلی برای کنترلرهای رایج (CLD) و توسعه یافته لیاپانوف (ELD) به مراتب کمتر از کنترلر LQR است.

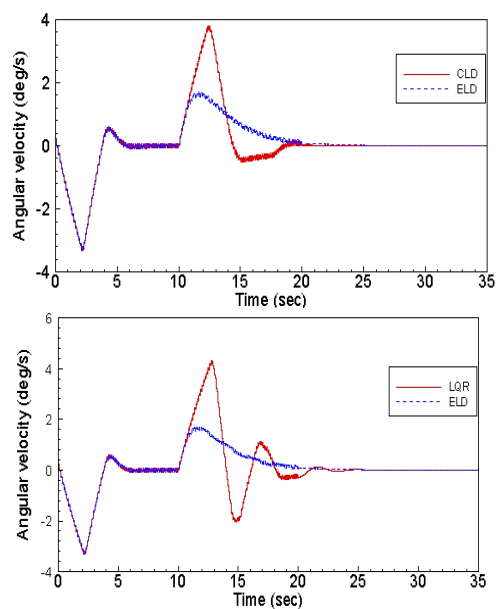


شکل ۴- پاسخ زمانی خروجی عملگرهای وضعیت متأثر از کنترل فعال ارتعاشات



شکل ۵- پاسخ زمانی خروجی عملگرهای وضعیت بدون اثر وصله‌های پیزوالکتریک

عملکرد کنترلر لیاپانوف که در ساختار آن دینامیک سیستم و عملگرهای هوشمند پیزوالکتریک لحاظ شده است، نسبت به کنترلر LQR و مدل قدیمی کنترلر لیاپانوف به وضوح قابل مشاهده است. به منظور کاهش ارتعاشات قبل و بعد از عملیات مانور، تکنیک کنترل فعال ارتعاشات با استفاده از وصله‌های پیزوالکتریک به عنوان حسگر/عملگر در تعامل با کنترلر وضعیت مورد استفاده قرار خواهد گرفت. اثرات انعطاف‌پذیری حین انجام مانور و پس از آن به وضوح در نمودارهای شکل (۳) برای هر سه کنترلر قابل مشاهده است. وجود اثرات انعطاف‌پذیری و همچنین ضعف‌های کنترلرهای رایج در تأمین دقت و خطاهای موجود در مدلسازی می‌تواند منجر به کاهش عملکرد سیستم کنترلی و عدم توانایی آن در انجام مانورهای چابک همزمان با کاهش ارتعاشات باشد.

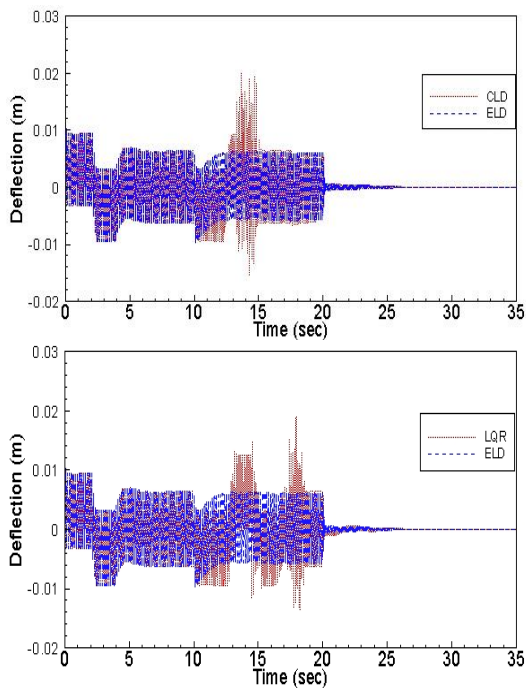


شکل ۳- پاسخ زمانی سرعت زاویه‌ای هاب

شکل‌های (۴) و (۵) گشتاور کنترلی مورد نیاز برای انجام مانورهای مورد نظر را به ترتیب با و بدون در نظر گرفتن کنترل فعال ارتعاشات نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، همزمانی به- کارگیری کنترلر فعال ارتعاشات و کنترل وضعیت باعث کاهش تلاش کنترلی عملگرهای وضعیت می‌شود. به عبارت دیگر، اثر استفاده از کنترلر فعال ارتعاشات رابطه مستقیم با میزان عملکرد (زمان روشن‌بودن) عملگرهای وضعیت دارد. برای مانور اول (با شرایط اولیه ۹۰ درجه و زاویه هدف صفر) محدودیت تراستر ۰/۵ نیوتن متر و برای مانور دوم (با شرایط اولیه صفر و زاویه هدف ۱۲۰ درجه) محدودیت تراستر تا ۱ نیوتن متر در نظر گرفته شده است. برای مقایسه، سیستم در نظر گرفته شده با استفاده از کنترلر LQR و فرم رایج کنترلر لیاپانوف با و بدون کنترلر فعال ارتعاشات کنترل شده

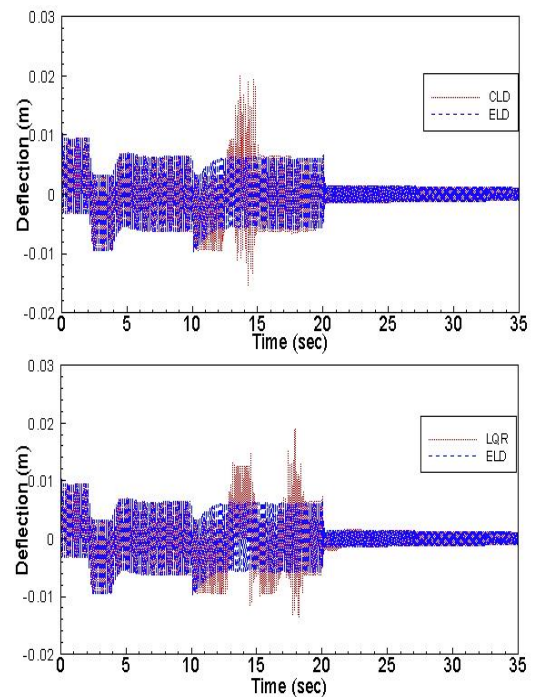
بر روی عملگر چرخ عکس‌العملی سوئیچ شده است. این پدیده باعث منحنی مسطح‌تر وضعیت و عدم تحریک ارتعاشات سازه‌ای شده است. درحالی‌که برای قانون CLD در مانور دوم تراسترها تا ثانیه ۱۵ام فعال بوده و برای قانون LQR تا ثانیه ۱۹ام اعمال گشتاور کرده‌اند. بنابراین، آنچه از ساختار الگوریتم‌های کنترلی CLD و LQR نسبت به ELD مشهود است، زمان سوئیچ بر روی عملگر چرخ عکس‌العملی دیرتر و پس از اعمال گشتاورهای متعدد تراسترها صورت پذیرفته است که انتظار تحریک بیش از حد مودهای انعطاف‌پذیر نیز دور از ذهن نیست.

به‌منظور کاهش ارتعاشات قبل و بعد از مانور، تکنیک کنترل فعال ارتعاشات (فیدبک نرخ کرنش) با استفاده از نصب وصله‌های پیزوالکتریک در تعامل با کنترلر وضعیت پیاده‌سازی شده است. قابلیت پیزوالکتریک‌ها در دو حالت در نظر گرفته شده است. یکی شرایطی که کنترلر وضعیت و ولتاژ پیزوالکتریک‌ها بر روی مدل دینامیکی اعمال شده‌اند و دیگری شرایطی که سیستم کنترل فعال ارتعاشات غیرفعال شده و فقط کنترلر وضعیت عمل می‌کند. در این مقاله عملگرها و حسگرهای هوشمند پیزوالکتریک با چیدمانی منظم بر روی هر پنل نقش یک سیستم چند ورودی-چند خروجی<sup>۲۲</sup> را برای سیستم کنترلی بازی می‌کنند. شکل‌های (۶) و (۷) جابجایی انتهایی پنل‌های انعطاف‌پذیر را برای کنترلرهای وضعیت به ترتیب با و بدون اعمال کنترل فعال ارتعاشات نمایش می‌دهد.



شکل ۷- پاسخ زمانی جابه‌جایی پنل با کنترل فعال ارتعاشات

اثرات روشن و خاموش شدن تراسترها، مودهای فرکانس بالای ارتعاشی سیستم ناشی از انعطاف‌پذیری سازه‌ای را تحریک کرده و منجر به ارتعاشات اضافی در پنل‌ها می‌شود. نحوه عملکرد و مکانیزم خاموش و روشن شدن تراسترها و عملگرهای دیگر فضاپیما مانند چرخ عکس‌العملی به این صورت انتخاب شده است که در ابتدای مانور تا زمانی که خطای سیستم (انرژی‌های سیستم) به یک مقدار از پیش تعریف شده‌ای نرسیده باشد، عملگرهای تراستر کار کرده و زمانی که خطای سیستم کاهش پیدا کرد و مانور به انتهای مقادیر مطلوب خود نزدیک می‌شود (زمانی که انرژی سیستم به آستانه تعریف شده رسیده باشد)، تراسترها خاموش شده و بقیه مسیر به عهده چرخ عکس‌العملی می‌باشد. با انتخاب این مکانیزم، از مزیت واکنش سریع عملگرهای تراستر در ابتدای مسیر که نیاز به دقت بالا نمی‌باشد، استفاده کرده و در انتهای مسیر برای مأموریت‌های با دقت بالا (هدف‌گیری، تصویربرداری و غیره) از قابلیت دقت عملگرهایی چون چرخ عکس‌العملی یا ژایروهای کنترل ممان استفاده می‌شود.



شکل ۶- پاسخ زمانی جابجایی پنل بدون کنترل فعال ارتعاشات

در مانور اول تراسترها تا ۴ ثانیه اول فعال می‌باشند و از ثانیه ۴م تا ثانیه ۱۰ام چرخ عکس‌العملی فعال می‌باشد. در مانور دوم برای قانون کنترلی توسعه یافته مبتنی بر روش لیاپانوف فرصت چندانی برای تراسترها جهت اعمال فرامین ناپیوسته کنترلی وجود نداشته است (انرژی سیستم به واسطه به‌کارگیری این الگوریتم در محدوده پایینی حفظ شده که منجر به سوئیچ زود هنگام از تراسترها به چرخ عکس‌العملی شده است)، به‌طوری‌که از ثانیه ۱۱ام

شکل‌ها قابل ملاحظه است. همان‌طور که می‌توان در این نمودارها مشاهده کرد، زمانی که تراسترها گشتاورهای ناپیوسته کنترلی را به سیستم وارد می‌کنند، حسگرهای پیزوالکتریک مقدار کرنش‌های بیشتری را اندازه‌گیری کرده و به تبع آن نیازمند ولتاژ بیشتری برای کاهش ارتعاشات حین عملکرد تراسترها هستند. در حالی که از ثانیه ۲۰ام به بعد (ایجاد شرایط مانور مطلوب)، نرخ کرنش اندازه‌گیری شده به‌طور چشمگیری کاهش یافته است. استفاده از رویکرد کنترل همزمان ارتعاشات و مانور برای کنترل‌رهایی که ساختار آنها به واسطه مدل‌سازی دقیق‌تر دینامیک اصلاح شده است، می‌تواند طراحان را برای تولید سیستم‌های پیشرفته با مأموریت‌های دقیق یاری نماید.

### نتیجه‌گیری

این مقاله به توصیف و طراحی کنترل هیبرید برای مسئله کنترل همزمان وضعیت و ارتعاشات فضایی انعطاف‌پذیر پرداخته است. خروجی کنترل فیدبک حالت برای مانور فضایی انعطاف‌پذیر با استفاده از تئوری پایداری لیاپانوف با لحاظ تمام انرژی‌های سیستم (شامل دینامیک وصله‌های پیزوالکتریک، چرخ عکس‌العملی و اثر انرژی یک فنر پیچشی) و الگوریتم فیدبک نرخ کرنش به کار گرفته شد. نشان داده شده است که با استفاده از الگوریتم کنترل فعال ارتعاشات با بکارگیری وصله‌های حسگر/عملگر پیزوالکتریک، اثرات ارتعاشات باقی‌مانده پس از انجام مانور و ضربات ناپیوسته تراسترها از بین می‌رود. همچنین، خروجی کنترل با در نظر گرفتن محدودیت‌های عملگرهای کنترلی (تراسترهای یک و نیم نیوتونی) با ساختار هیبرید و یک مکانیزم سوئیچینگ مبتنی بر انرژی کل سیستم برای دو مأموریت کنترل مانور نمایش داده شده است. پیاده‌سازی الگوریتم‌های ذکر شده بر اساس دو مانور با زاویه بزرگ در حضور انعطاف‌پذیری سازه‌ای و سوئیچینگ عملگرها با هدف کاهش اثرات انعطاف‌پذیری در فازهای نهایی و افزایش دقت مانور نشان‌دهنده مزیت رویکرد پیشنهادی و کنترل‌طراحی شده نسبت به نمونه الگوریتم‌های پیشین و کنترل‌های مستقل از مدل دینامیکی می‌باشد.

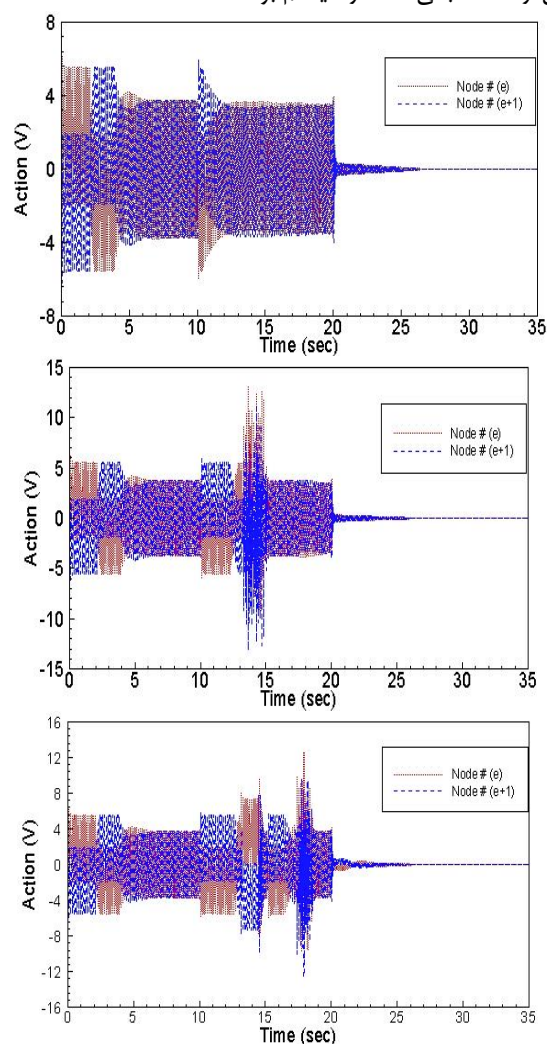
### تعارض منافع

هیچگونه تعارض منافع توسط نویسندگان بیان نشده است.

### مراجع

- [1] M. Navabi, M. Tavana, and H. Mirzaei, "Attitude control of spacecraft by state dependent riccati equation and power series expansion of riccati methods," *Space Science and Tech.*, vol. 7, pp. 39-49, 2015.
- [2] Y.-T. Xu, A.-G. Wu, Q.-H. Zhu, and R.-Q. Dong, "Observer-Based Sliding Mode Control for Flexible Spacecraft With External Disturbance," *IEEE Access*, vol. 8, pp. 32477-32484, 2020.

همان‌طور که پیشتر اشاره شد، استفاده از عملگرهای تراستر می‌تواند مودهای فرکانس بالای سیستم را تحریک کرده و به سیستم ارتعاشات ناخواسته تحمیل کند. به‌طوری که در شکل‌های (۶) و (۷) درست‌زمانیکه تراسترها فرامین ناپیوسته را تولید کرده‌اند، ارتعاشات به بیشترین مقدار خود رسیده است (افزایش دامنه نوسانات ثانیه ۱۰ تا ۱۵ کنترلر CLD و ثانیه ۱۰ تا ۱۹ کنترلر LQR). در این بازه زمانی، وصله‌های پیزوالکتریک نقش چندانی در کاهش ارتعاشات تحمیلی به سیستم نداشته‌اند که آن هم به واسطه محدودیت در گشتاورهای تولیدی این سازه‌های هوشمند است. اما به واسطه حذف اغتشاشات خارجی و خاموش شدن تراسترها، وصله‌های پیزوالکتریک به خوبی از پس ارتعاشات باقی‌مانده در سیستم برآمده‌اند.



شکل ۸- ولتاژ خروجی حسگرهای پیزوالکتریک به ترتیب برای ELD, CLD و LQR

ولتاژ تولید شده توسط عملگرهای پیزوالکتریک نیز برای سه مدل کنترل وضعیت در شکل (۸) نشان داده شده است. اثر ارتعاشات اضافی و تعامل سیستم کنترل ارتعاشات با کنترل مانور در تمام این

- [18] D. Ye and Z. Sun, "Variable structure tracking control for flexible spacecraft," *Aircraft Eng. and Aero. Tech.: An Int. J.*, vol. 88, pp. 508-514, 2016.
- [19] Q. Hu, P. Shi, and H. Gao, "Adaptive variable structure and commanding shaped vibration control of flexible spacecraft," *J. of Guidance, Control, and Dyn.*, vol. 30, pp. 804-815, 2007.
- [20] B.-H. Lee, B.-U. Lee, H.-S. Oh, S.-H. Lee, and S.-W. Rhee, "Time optimal attitude maneuver strategies for the agile spacecraft with reaction wheels and thrusters," *J. of mechanical science and Tech.*, vol. 19, pp. 1695-1705, 2005.
- [21] C. Hall, P. Tsiotras, and H. Shen, "Tracking rigid body motion using thrusters and momentum wheels," in *AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conf. and Exhibit*, 1998, p. 4471.
- [22] S. Zhaowei, G. Yunhai, X. Guodong, and H. Ping, "The combined control algorithm for large-angle maneuver of HITSAT-1 small satellite," *Acta Astronautica*, vol. 54, pp. 463-469, 2004.
- [23] V. J. Lappas, "A control moment gyro (CMG) based attitude control system (ACS) for agile small satellites," University of Surrey, 2002.
- [24] M. Navabi and H. Rangraz, "Comparing optimum operation of Pulse Width-Pulse Frequency and Pseudo-Rate modulators in spacecraft attitude control subsystem employing thruster," in *2013 6th International Conference on Recent Advances in Space Tech. (RAST)*, 2013, pp. 625-630.
- [25] V. Bohlouri, M. Ebrahimi, and S. H. J. Naini, "Robust optimization of satellite attitude control system with on-off thruster under uncertainty," in *2017 Int. Conference on Mechanical, System and Control Eng. (ICMSC)*, 2017, pp. 328-332.
- [26] M. J. Sidi, *Spacecraft dynamics and control: a practical engineering approach vol. 7*: Cambridge university press, 1997.
- [27] A. Mazinan, M. Pasand, and B. Soltani, "Full quaternion based finite-time cascade attitude control approach via pulse modulation synthesis for a spacecraft," *ISA transactions*, vol. 58, pp. 567-585, 2015.
- [28] G. Song and B. N. Agrawal, "Vibration suppression of flexible spacecraft during attitude control," *Acta Astro.*, vol. 49, pp. 73-83, 2001.
- [29] V. Lappas and B. Wie, "Robust control moment gyroscope steering logic with gimbal angle constraints," *J. of Guidance, control, and dynamics*, vol. 32, pp. 1662-1666, 2009.
- [30] J. Wang and D. Li, "Experiments study on attitude coupling control method for flexible spacecraft," *Acta Astronautica*, vol. 147, pp. 393-402, 2018.
- [31] Q. Yuan, Y. Liu, and N. Qi, "Active vibration suppression for maneuvering spacecraft with high flexible appendages," *Acta Astronautica*, vol. 139, pp. 512-520, 2017.
- [32] P. Shivashankar and S. Gopalakrishnan, "Review on the use of piezoelectric materials for active vibration, noise, and flow control," *Smart Materials and Str.*, vol. 29, p. 053001, 2020.
- [33] S. M. Newman, "Active damping control of a flexible space structure using piezoelectric sensors and actuators," Naval Postgraduate School Montrey CA1992.
- [3] C. Wei, Y. Liao, W. Xi, Z. Yin, and J. Luo, "Event-driven adaptive fault-tolerant tracking control for uncertain mechanical systems with application to flexible spacecraft," *J. of Vibration and Control*, p. 1077546320902562, 2020.
- [4] Y. Liu, Y. Fu, W. He, and Q. Hui, "Modeling and observer-based vibration control of a flexible spacecraft with external disturbances," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 66, pp. 8648-8658, 2018.
- [5] H. Sun, L. Hou, G. Zong, and L. Guo, "Composite anti-disturbance attitude and vibration control for flexible spacecraft," *IET Control Theory & Applications*, vol. 11, pp. 2383-2390, 2017.
- [6] W. Zhu, Q. Zong, and B. Tian, "Adaptive tracking and command shaped vibration control of flexible spacecraft," *IET Control Theory & Applications*, vol. 13, pp. 1121-1128, 2019.
- [7] L. Liu, D. Cao, and J. Wei, "Rigid-flexible coupling dynamic modeling and vibration control for flexible spacecraft based on its global analytical modes," *Science China Tech. Sciences*, vol. 62, pp. 608-618, 2019.
- [8] M. S. De Queiroz, D. M. Dawson, S. P. Nagarkatti, and F. Zhang, *Lyapunov-based control of mechanical systems*: Springer Science & Business Media, 2012.
- [9] S. S. Ge, T. H. Lee, and G. Zhu, "Genetic algorithm tuning of Lyapunov-based controllers: An application to a single-link flexible robot system," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 43, pp. 567-574, 1996.
- [10] C. Zhong, Z. Chen, and Y. Guo, "Attitude control for flexible spacecraft with disturbance rejection," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 53, pp. 101-110, 2017.
- [11] A. M. Lyapunov, "The general problem of the stability of motion," *Int. j. of control*, vol. 55, pp. 531-534, 1992.
- [12] R. Pérez-Alcocer and J. Moreno-Valenzuela, "A novel Lyapunov-based trajectory tracking controller for a quadrotor: Experimental analysis by using two motion tasks," *Mechatronics*, vol. 61, pp. 58-68, 2019.
- [13] M. Bujarbaruah and S. Sukumar, "Lyapunov based attitude constrained control of a spacecraft," *Advances in the Astronautical Sci. Astrodynamics*, vol. 156, pp. 1399-1407, 2016.
- [14] G. Mattei, P. Di Giamberardino, S. Monaco, and D. Normand-Cyrot, "Lyapunov based attitude stabilization of an underactuated spacecraft with flexibilities," *2nd IAA-AAS-DyCoSS-Roma*, pp. 14-07, 2014.
- [15] Z. Chen, B. L. Cong, and X. D. Liu, "A robust attitude control strategy with guaranteed transient performance via modified Lyapunov-based control and integral sliding mode control," *Nonlinear Dynamics*, vol. 78, pp. 2205-2218, 2014.
- [16] A. Abdessameud and A. Tayebi, "Attitude synchronization of a spacecraft formation without velocity measurement," in *2008 47th IEEE Conf. on Decision and Control*, 2008, pp. 3719-3724.
- [17] A. R. Mehrabian, S. Tafazoli, and K. Khorasani, "Coordinated attitude control of spacecraft formation without angular velocity feedback :a decentralized approach," in *AIAA Guidance, Navigation, and Con. Conf.*, 2009, p. 6289.

- [39] J. L. Junkins, Z. Rahman, and H. Bang, "Near-minimum-time control of distributed parameter systems-Analytical and experimental results," *J. of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 14, pp. 406-415, 1991.
- [40] J. Wang, Y. Pi, Y. Hu, Z. Zhu, and L. Zeng, "Adaptive simultaneous motion and vibration control for a multi flexible-link mechanism with uncertain general harmonic disturbance," *J. of Sound and Vibration*, vol. 408, pp. 60-72, 2017.
- [41] B. Bandyopadhyay and T. Manjunath, "Fault tolerant control of flexible smart structures using robust decentralized fast output sampling feedback technique," *Asian J. of Control*, vol. 9, pp. 268-291, 2007.
- [42] M. Pasand, A. Hassani, and M. Ghorbani, "A study of spacecraft reaction thruster configurations for attitude control system," *IEEE Aero. & Electronic Sys. Mag.*, vol. 32, pp. 22-39, 2017.
- [34] R. Weldegiorgis, P. Krishna, and K. Gangadharan, "Vibration control of smart cantilever beam using strain rate feedback," *Procedia Materials Science*, vol. 5, pp. 113-122, 2014.
- [35] A. Meitzler, H. Tiersten, A. Warner, D. Berlincourt, G. Couqin, and F. Welsh III, "IEEE standard on piezoelectricity," ed: Society, 1988.
- [36] E. Lu, W. Li, X. Yang, M. Fan, and Y. Liu, "Modelling and composite control of single flexible manipulators with piezoelectric actuators," *Shock and Vibration*, vol. 2016, 2016.
- [37] R. Dubay, M. Hassan, C. Li, and M. Charest, "Finite element based model predictive control for active vibration suppression of a one-link flexible manipulator," *Isa Transactions*, vol. 53, pp. 1609-1619, 2014.,
- [38] Q. Hu, "Sliding mode maneuvering control and active vibration damping of three-axis stabilized flexible spacecraft with actuator dynamics," *Nonlinear Dynamics*, vol. 52, pp. 227-248, 2008.