

ارزیابی شاخص‌های شکنندگی سنگ‌ها، برای تخمین مدول چقرمگی

سید سجاد کراری^۱؛ مجتبی حیدری^{۲*}؛ جعفر خادمی حمیدی^۳؛ ابراهیم شریفی تشنیزی^۴

پذیرش مقاله: ۹۹/۰۱/۱۸

دریافت مقاله: ۹۸/۰۸/۱۴

چکیده

شکنندگی و مدول چقرمگی سنگ‌ها از جمله خصوصیات ذاتی آنهاست که نقش تعیین کننده‌ای در عملیات حفاری سنگ‌ها دارند. در این پژوهش خواص مکانیکی سنگ‌های گرانیت، گرانودیوریت، دولومیت، هورنفلس و مرمر در محدوده پروژه تونل انتقال آب گلاس در حاشیه شهرستان نقده مطالعه شده است. با بهره‌گیری از سطح زیر منحنی تنش-کرنش و هم‌چنین خواص مقاومتی سنگ‌های مذکور، ۱۳ شاخص شکنندگی و مدول چقرمگی محاسبه شده است. روابط آماری بین شاخص‌های شکنندگی با مدول چقرمگی نشان دهنده ارتباط قوی بین شاخص شکنندگی_۳ (ضرایب تعیین $R^2 = 0/83$ و $RMSE = 5/46$) و شاخص شکنندگی_۴ (ضرایب تعیین $R^2 = 0/83$ و $RMSE = 3/85$) با مدول چقرمگی سنگ‌ها است. رابطه آماری بین مدول چقرمگی سنگ و انرژی ویژه برش نشان دهنده ارتباط قوی ($R^2 = 0/85$) بین این دو پارامتر می‌باشد. به طوری که با افزایش مدول چقرمگی، میزان انرژی ویژه برش سنگ افزایش می‌یابد. در این تحقیق با استفاده از مدول چقرمگی سنگ‌ها، مقدار انرژی ویژه برش آنها تخمین زده شده است.

کلید واژه‌ها: شکنندگی، مدول چقرمگی، انرژی ویژه، تونل گلاس

۱. دانشجوی دکتری زمین شناسی مهندسی، دانشکده علوم، دانشگاه بوعلی سینا، همدان

۲. دانشیار گروه زمین شناسی، دانشکده علوم، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، heidari.enggeol@yahoo.com

۳. استادیار دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

۴. دکتری زمین شناسی مهندسی، دانشکده علوم، دانشگاه فردوسی، مشهد

* مسئول مکاتبات

۱. مقدمه

زیاد همراه می‌باشد. از این رو، معدن کاری یا حفاری سنگ بدون ارزیابی شکنندگی؛ عملیاتی ناکارآمد خواهد بود (Kahraman, 2002, Gong and Zhao 2007, Altindag, 2002, 2003, 2010, Goktan and Yilmaz, 2005, Yagiz, 2009, Tarasov and Potvin, 2012). شاخص شکنندگی (B_1) اصطلاحی است که برای توصیف شکنندگی توده سنگ پیشنهاد شده است. محققین مختلف برای تعریف این شاخص از ویژگی‌های مقاومتی، آزمایش‌های پانچ نفوذی، بارنقطه‌ای و پروتودیاگونو، خواص کانی‌شناسی، مدول، سختی، انرژی، زاویه اصطکاک داخلی و تغییرشکل سنگ‌ها استفاده کرده اند جدول (۱). در این جدول نحوه ارزیابی و فرمول محاسبه شاخص شکنندگی به همراه هر کدام ذکر گردیده است.

شکنندگی اصطلاح رایجی است که در مهندسی سنگ برای توصیف ویژگی‌های شکست توده سنگ و گسترش ترک در آن‌ها استفاده می‌شود. عوامل متفاوتی مانند ترکیب کانی‌شناسی، تنش برجا و خواص مقاومتی سنگ‌ها در شکنندگی سنگ موثرند (Yagiz, 2009). شکنندگی سنگ به معنی تمایل به شکسته شدن در تنش‌های کم، بدون تغییر شکل آشکار می‌باشد (Altindag, 2003). سنگ‌های با شکنندگی بیشتر در حین شکست، تغییر شکل کمتری نشان می‌دهند (Gong and Zhao, 2007). در سنگ‌های شکننده با افزایش نسبت مقاومت فشاری به کششی و همچنین افزایش اختلاف و میانگین مقاومت فشاری به کششی خاصیت شکنندگی سنگ‌ها افزایش می‌یابد (Hucka and Das, 1974, Zhang et al., 2016, Ozfirat et al., 2016). انفجار سنگ در تونل‌های عمیق و معادن، عموماً با فرایند شکست سنگ‌ها و آزاد شدن انرژی

جدول ۱. شاخص‌های شکنندگی به همراه معادله‌های پیشنهادی برای محاسبه آنها

References	Equation	Measurement method
(Hucka and Das, 1974)	$B_1 = \sigma_c / \sigma_t$	Based on the strength
(Hucka and Das, 1974)	$B_2 = \sigma_c - \sigma_t / \sigma_c + \sigma_t$	
(Altindag, 2002)	$B_3 = \sigma_c * \sigma_t / 2$	
(Altindag, 2010)	$B_4 = \sqrt{\sigma_c * \sigma_t / 2}$	
(Hajiabdolmajid and Kaiser, 2003)	$B_5 = \tau_p - \tau_r / \tau_r$	
(Andreev, 1995)	$B_6 = \epsilon_{ii} * 100$	Based on the deformation
(Hucka and Das, 1974)	$B_7 = \epsilon_r / \epsilon_t$	
(Hajiabdolmajid and Kaiser, 2003)	$B_8 = \frac{\epsilon_r^p - \epsilon_c^p}{\epsilon_c^p}$	
(Hucka and Das, 1974)	$B_9 = W_r / W_t$	Based on the energy
(Tarasov and Potvin, 2013)	$B_{10} = \left(\frac{M-E}{M} \right)$	
(Tarasov and Potvin, 2013)	$B_{11} = \frac{E}{M}$	
(Quinn and Quinn, 1997)	$B_{12} = \frac{H * E}{K_{IC}^2}$	Based on the hardness
(Lawn and Marshall, 1979)	$B_{13} = \frac{H}{K_{IC}}$	
(Hucka and Das, 1974)	$B_{14} = \left(\frac{H\mu - H}{K} \right)$	
(Gong and Zhao, 2007)	$B_{15} = S_{20}$	Based on the fines content
(Hucka and Das, 1974)	$B_{16} = q * \sigma_c$	
(Yagiz, 2009)	$B_{17} = F_{max} / P$	Based on the penetration tests
(Copur et al, 2003)	$B_{18} = P_{dec} / P_{inc}$	
(Reichmuth, 1967)	$B_{19} = S_t - K_b * P$	Based on point load testing
(Jarvie et al, 2007)	$B_{20} = W_{qtz} / W_{qtz} + W_{carb} + W_{clay}$	Based on mineral composition

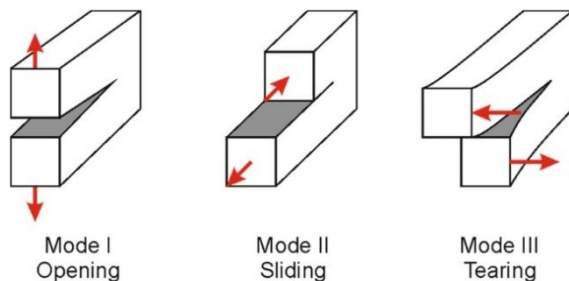
(Suorineni et al, 2009)	$B_{21} = RTRI = S_{Ff} G_{Ff} F_f$	
(Hucka and Das, 1974)	$B_{22} = \sin \phi$	Based on the inner friction angle
(Hucka and Das, 1974)	$B_{23} = 45^\circ + (\phi/2)$	
(Goodway et al, 2010)	$B_{24} = \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu}$	Based on the rock modulus
(Chen et al, 2014)	$B_{25} = \frac{E}{\lambda}$	
(Luan et al, 2014)	$B_{26} = \frac{E}{\nu}$	
(Sun et al, 2013)	$B_{27} = \frac{E * \rho}{\nu}$	
(Rickman Mullen et al, 2008)	$B_{28} = \frac{E + \nu}{2}$	
(Nejati and Mosavi, 2017)	$B_{29} = \sigma_t^{0.84} * E^{0.51} / \sigma_c^{0.21}$	
(Meng et al, 2015)	$B_d = (\tau_p - \tau_r / \tau_p)(\log K_{ac} /10)$	Based on the shear strength

residual : τ_r , (MPa) peak strength : τ_p , (MPa) tensile strength : σ_t , (MPa) uniaxial compression strength : σ_c
 plastic strain for frictional : ϵ_f^p , total strain : ϵ_t , reversible strain : ϵ_r , length strain : ϵ_{li} , (MPa) strength
 (J/m³) total energy : W_t , (J/m³) reversible energy : W_r , cohesion loss for plastic strain : ϵ_c^p , strengthening
 micro- H_μ , (J/m³) fracture toughness : K_{IC} , hardness : H , (GPa) elastic modulus : E , (MPa) post-peak modulus : M
 percentage of the fines less than 11.2 mm : S_{20} , constant : K , indentation hardness
 (mm) penetration depth : P , (KN) maximum applied force : F_{max} , elastic modulus unloading : E°
 relative brittleness : K_b , (S) average force increment period : P_{inc} , (S) average force decrement period : P_{dec} ,
 quartz content minerals : W_{qtz} , (KN) applied load at failure : P , (MPa) tensile strength : S_t , index
 rock tenacity rating index : $RTRI$, clay content minerals : W_{clay} , carbonate content minerals : W_{carb}
 (°) inner friction angle : ϕ , foliation factor : F_f , texture factor : G_f , stiffness factor : S_f
 slope of the : K_{ac} , (KN/m³) density : ρ , poisson modulus : ν , (GPa) shear modulus : μ , lame coefficient λ
 degree of brittleness : B_d , line from the initial yielding point to the residual strength

می‌شود. در شکل (۱) حالات مختلف جابه‌جایی صفحات ترک نشان داده شده است (Ayatollahi and Akbardoost, 2013).

چقرمگی شکست سنگ به روش‌های مختلفی محاسبه می‌شود، که یکی از آن روش‌ها آزمایش خمش سه نقطه می‌باشد. در صورتیکه می‌توان شاخص چقرمگی سنگ را با استفاده از مقاومت فشاری و مدول یانگ محاسبه کرد (Tiryaki, 2006). شاخص چقرمگی (Toughness index) انرژی کرنش ذخیره شده در واحد حجم سنگ پیش از وقوع شکست، یا به عبارت دیگر میزان انرژی مورد نیاز برای شکست سنگ است که از پارامترهای مهم در ارزیابی انرژی الاستیک مورد نیاز برای برش سنگ و انتخاب نوع دستگاه تونل‌زنی می‌باشد. شاخص چقرمگی اندازه‌گیری غیرمستقیمی از چقرمگی شکست سنگ را ارائه می‌دهد.

چقرمگی شکست (Fracture toughness) به عنوان یک خاصیت ذاتی سنگ، بیانگر مقاومت آن در برابر انتشار ترک یا میزان مصرف انرژی برای ایجاد ترک جدید می‌باشد. معمولاً از سه اصطلاح چقرمگی شکست، شاخص چقرمگی و مدول چقرمگی برای بیان مفهوم چقرمگی استفاده می‌شود. سه حالت گوناگون چقرمگی شکست در سنگ‌ها امکان پذیر است. ۱- حالت اول (mode I): مود کشیدگی و بازشدگی نامیده می‌شود که در آن وجوه ترک عمود بر جبهه ترک است. ۲- حالت دوم (mode II): مود لغزشی نامیده می‌شود. در این وضعیت جابه‌جایی وجوه ترک در صفحه ترک واقع شده، اما عمود بر جبهه ترک می‌باشد. ۳- حالت سوم (mode III): یعنی مود پارگی که در آن وجوه ترک در صفحه ترک و موازی با جبهه ترک است. چون سنگ‌ها ماهیت شکننده دارند، در برابر کشش ضعیف می‌باشند، به همین دلیل مود اول به عنوان مهم‌ترین حالت در مکانیک سنگ در نظر گرفته



شکل ۱. حالات مختلف جابه‌جایی صفحات ترک (Ayatollahi and Akbaridoost, 2013)

محاسبه سطح زیر منحنی تنش-کرنش سنگ تعریف می‌شود. واحد این پارامتر ژول بر متر مکعب و توصیف ریاضی مدول چقرمگی سنگ به صورت رابطه (۲) می‌باشد:

$$\frac{\text{انرژی}}{\text{حجم}} = \int_0^{\varepsilon_f} \sigma \cdot d\varepsilon \quad (2)$$

که در این رابطه ε : کرنش، ε_f : کرنش در لحظه شکست و σ : تنش (MPa) است (Tiryaki, 2006).

با توجه به اینکه پارامترهای مربوط به شکست سنگ‌ها به طور مستقیم یا غیر مستقیم به شکنندگی و مدول چقرمگی (T_m) آن‌ها وابسته است (Copur, 2003); در این پژوهش ارتباط بین مدول چقرمگی و شاخص‌های شکنندگی مورد بررسی قرار گرفته و رابطه‌ای استاندارد برای محاسبه میزان شکنندگی سنگ‌ها به کمک مدول چقرمگی آن‌ها ارائه شده است. سپس ارتباط بین مدول چقرمگی با انرژی ویژه برش (SE) سنگ‌ها مورد بررسی قرار گرفته است. نحوه محاسبه انرژی ویژه برش در روابط (۳ و ۴) ارائه شده است.

$$SE = F_C / Q \quad (3)$$

$$Q = M / \gamma \quad (4)$$

در روابط (۳ و ۴) به ترتیب، SE: انرژی ویژه (Mj/m^3)، F_C : نیروی برش (KN)، Q: حجم حفاری شده سنگ (m^3)، M: جرم سنگ حفاری شده (gr) و γ : دانسیته سنگ (KN/m^3) است.

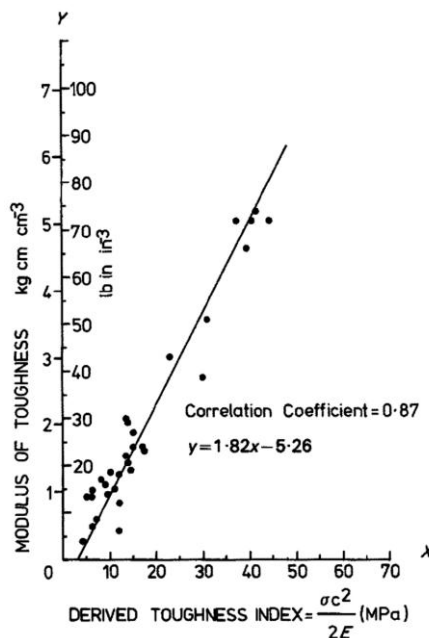
این پارامتر جزء ویژگی‌های ذاتی سنگ نیست، اما با داشتن آن می‌توان انرژی ویژه مصرفی برای برش هر سنگ را تخمین زد (Copur, 2003). انرژی ویژه پارامتری بسیار مفید برای انتخاب، طراحی و پیش بینی عملکرد ماشین حفاری به شمار

این شاخص طبق رابطه (۱) محاسبه می‌شود (Tiryaki, 2006).

$$T_i = (\sigma_c^2 / 2 * E) * 100 \quad (1)$$

در رابطه (۱) σ_c : مقاومت فشاری تک محوری (MPa)، E: مدول یانگ (MPa) و T_i : شاخص چقرمگی ماده سنگ (MPa)

شاخص چقرمگی با سطح زیر منحنی تنش-کرنش سنگ (مدول چقرمگی) ارتباط قوی ($R=0.87$) دارد. همبستگی بین مقادیر پیش‌بینی شده مدول چقرمگی و شاخص چقرمگی در شکل (۲) نشان داده شده است (Tiryaki, 2006).



شکل ۲. ارتباط بین مدول چقرمگی و شاخص چقرمگی (Tiryaki, 2006)

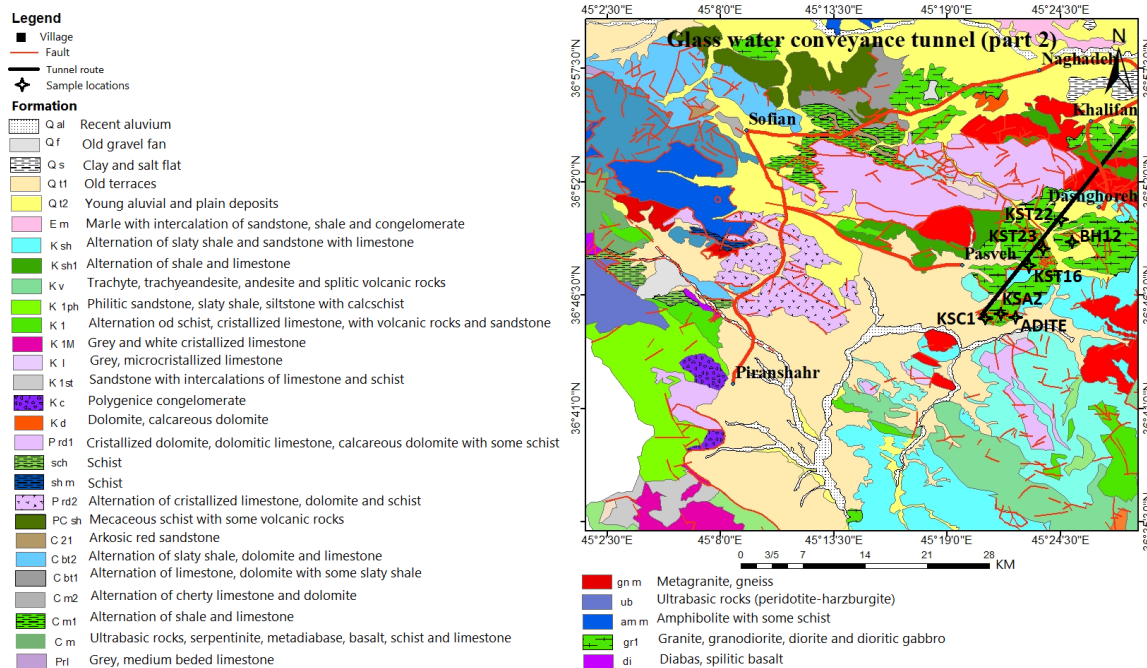
مدول چقرمگی (modulus of toughness) انرژی جذب شده به منظور تغییر شکل پلاستیک تا قبل از نقطه شکست سنگ با

نقده به بیگم قلعه و از آنجا به بعد از طریق جاده خاکی روستایی امکان پذیر است. در این ناحیه سنگ های گوناگون رسوبی، آذرین و دگرگونی رخنمون دارند (شکل ۳). در این پژوهش از سنگ‌های آذرین (گرانیت، گرانودیوریت)، رسوبی (دولومیت) و دگرگونی (هورنفلس و مرمر) نمونه برداری شده است. این ناحیه در بخش شمال شرقی کمربند دگرگونی و افیولیتی زون سنندج-سیرجان قرار گرفته است. بطور کلی واحدهای سنگی این منطقه را می‌توان به واحدهای آذرین و کربناته تقسیم بندی کرد. در بخش‌هایی که واحدهای کربناته در مجاورت واحدهای آذرین قرار دارند، رخساره‌های دگرگونی مجاورتی (هورنفلس) توسعه یافته است.

می‌رود؛ اما پیش بینی آن بسیار دشوار و هزینه برهینه است. بدین خاطر، تعیین آن با استفاده از شاخص‌های شکنندگی و چقرمگی سنگ‌ها مقرون به صرفه است (Comakli et al, 2016, copur et al, 2003, Altindag, 2003).

۲. مواد و روش‌ها

محدوده پروژه تونل انتقال آب گلاس در جنوب استان آذربایجان غربی و در مجاورت مرز ایران با کشور عراق واقع شده است. دهانه خروجی تونل در موقعیت جغرافیایی $X= 541522$ و $Y= 4085189$ و در تراز ارتفاعی ۱۳۳۰ متر با شیب ۰/۰۸۴۱ درصد و به طول ۲۰/۶۶ کیلومتر و قطر حفاری ۶/۳ متر در ۱۶ کیلومتری جنوب شرق شهرستان نقده و در دامنه شمالی ارتفاعات روستای بیگم قلعه واقع شده است. راه دسترسی به دهانه خروجی تونل از جاده آسفاته



شکل ۳. نقشه زمین شناسی منطقه مورد مطالعه و راه های دسترسی آن (اقتباس از نقشه ۱:۱۰۰۰۰۰ شهرستان نقده، سازمان زمین شناسی کشور)

(شکل ۴). آزمایش مقاومت فشاری تک محوری براساس استاندارد (ASTM D7012, 2004) و آزمایش مقاومت کششی برزیلی براساس استاندارد (ASTM D3967, 2008) انجام شده است. (شکل ۴). آزمایش مقاومت فشاری تک محوری براساس استاندارد (ASTM D7012, 2004) و آزمایش

برای انجام این پژوهش ۳۰ بلوک با ابعاد ۳۰ × ۳۰ × ۳۰ بدون هر گونه درزه و هوازدگی از منطقه به آزمایشگاه ژئوتکنیک دانشگاه بوعلی سینا همدان منتقل گردیده است. مغزه‌گیری از نمونه‌ها براساس استاندارد (ASTM D4543, 2001) با قطر ۵۴ میلی متر و نسبت طول به قطر ۲/۵ به ۱ انجام شده است

مقاومت کششی برزیلی براساس استاندارد (ASTM D3967, 2008) انجام شده است.

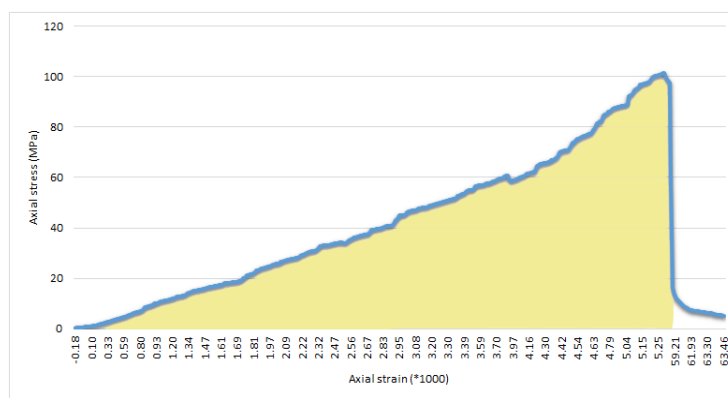


شکل ۴. برخی نمونه‌های آماده شده برای آزمایش مقاومت فشاری تک محوری

۳. برای محاسبه سطح زیر منحنی تنش-کرنش از خروجی دیتالاگر متصل به دستگاه تعیین مقاومت فشاری تک محوری استفاده می‌شود. این فایل با فرمت txt به نرم افزار Excel فراخوانده می‌شود. سپس نمودار تنش-کرنش با تبدیل نیرو به تنش ترسیم می‌گردد. سطح زیر منحنی تنش-کرنش برای هر ۲ نقطه متوالی تنش (σ_1 و σ_2) و کرنش (ϵ_1 و ϵ_2) از رابطه (۵) محاسبه می‌شود. سپس مجموع این نقاط با یکدیگر جمع شده و مقدار مدول چقرمگی سنگ بدست می‌آید (در واقع مجموع مساحت متوازی الاضلاع‌های متوالی در زیر منحنی تنش-کرنش سنگ‌ها محاسبه می‌شود).

$$((\sigma_1 + \sigma_2) * (\epsilon_1 + \epsilon_2)) / 2 \quad (5)$$

پارامترهای گوناگونی مانند مقاومت فشاری تک محوری، مقاومت کششی، مقادیر کرنش الاستیک و کرنش کل، انرژی برگشت پذیر و انرژی کل، مدول یانگ، نسبت پواسون، مدول برشی، مدول بعد از نقطه اوج، ضریب لامه و دانسیته برای محاسبه شاخص‌های شکنندگی برای نمونه‌های مورد بررسی بدست آمده و در جدول ۳ ارائه شده است. توزیع آماری (توزیع نرمال یا لاگ نرمال) به کمک آزمون‌های کولموگروف-اسمیروف، چولگی و کشیدگی بررسی گردید. پس از محاسبه شاخص‌های شکنندگی، روابط آماری بین این شاخص‌ها با مدول چقرمگی سنگ‌ها ارائه شده است. در شکل (۵) سطح زیر منحنی تنش-کرنش گرانیت شماره ۳۰ برای محاسبه مدول چقرمگی نشان داده شده است (جدول



شکل ۵. سطح زیر منحنی تنش-کرنش گرانیت شماره ۳۰ برای محاسبه مدول چقرمگی

محاسبه می‌شوند.

$$R^2_{\text{adjusted}} = 1 - \frac{(1-R^2)(N-1)}{N-P-1} \quad (6)$$

$$\text{VAF}(\%) = \left[1 - \frac{\text{var}(Ai - Pi)}{\text{var}(Ai)} \right] * 100 \quad (7)$$

برای بررسی عملکرد روابط ارائه شده از چهار نشانگر آماری ضریب تعیین اصلاح شده ($R^2(\text{adjusted})$)، ارزش حسابی ($\text{VAF}(\%)$)، ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE) و آزمون F فیشر استفاده شده است که با استفاده از روابط (۶، ۷، ۸ و ۹)

در این روابط A_i : مقدار واقعی، P_i : مقدار پیش‌بینی شده، P : میانگین مقدار پیش‌بینی شده، K : تعداد متغیر مستقل استفاده شده در رابطه، n : تعداد نمونه‌ها N : تعداد کل نمونه‌ها، P :

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (A_i - P_i)^2} \quad (8)$$

$$F = \frac{\frac{\sum (P_i - A_i * P)^2}{K}}{\frac{\sum (A_i - P_i)^2}{N - K - 1}} \quad (9)$$

صورت می‌گیرد، باید آزمون نرمال بودن داده‌ها انجام شود. برای بررسی نرمال بودن داده‌ها از آزمون‌های کولموگروف-اسمیروف و چولگی و کشیدگی استفاده شده است. در جدول (۲) نتایج این آزمون‌ها نشان داده شده است. در آزمون کولموگروف-اسمیروف سطح معنی‌داری و Z آزمون از مقدار ۰/۰۵ بیشتر می‌باشند. با توجه به اینکه در آزمون‌های یاد شده مقادیر پارامترهای ورودی در بازه (۲-۲) قرار گرفته‌اند، مشخص گردید که توزیع آماری پارامترهای ورودی نرمال است. پس از اطمینان از نرمال بودن پارامترهای ورودی، تحلیل آماری آنها انجام شده است. نتایج داده‌های حاصله در جدول (۳) نشان داده شده است. هم‌چنین در جدول (۴) مقادیر شاخص‌های شکنندگی $B_1, B_2, B_3, B_4, B_6, B_9, B_{10}, B_{11}, B_{25}, B_{26}, B_{27}, B_{28}, B_{29}$ براساس معادله‌های مندرج در جدول (۱) محاسبه گردیده است.

تعداد متغیرهای پیش‌بینی و R^2 ضریب تعیین می‌باشند. رابطه‌ای ایده‌آل است که ضریب تعیین اصلاح شده، ارزش حسابی و ریشه میانگین مربعات خطای آن به ترتیب ۱، ۱۰۰ درصد و صفر باشد. زمانی که مقدار F بدست آمده از جدول توزیع با سطح اطمینان ۹۵ درصد کوچکتر از مقدار محاسبه شده از رابطه (۹) باشد، کارایی و مناسب بودن رابطه را تایید می‌نماید.

سپس به روش آماری و به کمک داده‌های منتشر شده رابطه بین شاخص شکنندگی B_3 با انرژی ویژه برش سنگ محاسبه شده است. با بهره‌گیری از این رابطه مقدار انرژی ویژه برش سنگ‌ها محاسبه گردیده است و ارتباط مدول چقرمگی با انرژی ویژه برش سنگ‌ها مورد ارزیابی قرار گرفته است.

۳. نتایج و بحث

پیش از هر گونه تحلیلی که با فرض توزیع نرمال داده‌ها

جدول ۲. نتایج آزمون‌های کولموگروف-اسمیروف و چولگی و کشیدگی

Parameter	Rock number	Kolmogorov (Z) smirnov-	kurtosis	skewness	significant
σ_c (MPa)	30	0.084	-0.615	-0.153	0.200
σ_t (MPa)	30	0.136	-0.805	0.464	0.161
T_m (J/m ³)	30	0.119	-0.452	-0.286	0.200
B_1	30	0.081	-0.156	-0.046	0.200
B_2	30	0.139	1.186	-1.101	0.142
B_3	30	0.104	-0.600	0.264	0.200
B_4	30	0.133	-0.669	-0.330	0.188
B_6	30	0.149	0.065	0.335	0.087
B_9	30	0.102	0.404	-0.708	0.200
B_{10}	30	0.129	0.555	0.887	0.200
B_{11}	30	0.129	0.555	-0.887	0.200
B_{25}	30	0.203	1.598	-1.514	0.060
B_{26}	30	0.118	0.581	-0.380	0.200
B_{27}	30	0.130	0.650	-0.441	0.200
B_{28}	30	0.109	1.133	-0.497	0.200
B_{29}	30	0.111	0.661	-0.076	0.200

جدول ۳. نتایج داده‌های حاصل از آزمایش‌های مقاومت فشاری تک محوری و مقاومت کششی

Rock code	Rock type	σ_c (MPa)	σ_t (MPa)	γ (g/cm ³)	λ	G (GPa)	ϵ_t	ϵ_r	E_t (GPa)	W_t (J/m ³)	W_r (J/m ³)	T_m (J/m ³)
1	granite	115.80	16.50	2.64	9.87	19.15	0.0064	0.0056	44.80	346.10	306.20	346.10
2	hornfels	152.40	17.50	2.77	13.11	27.86	0.0050	0.0038	64.60	509.10	432.60	509.10
3	granodiorite	117.20	17.70	2.82	9.93	16.20	0.0084	0.0042	38.50	237.80	213.30	237.80
4	granodiorite	127.10	18.20	2.69	12.99	25.23	0.0064	0.0061	59.10	384.50	314.50	384.60
5	marble	45.70	5.30	2.71	5.29	4.15	0.0111	0.0046	10.60	113.50	93.20	113.60
6	granite	118.90	16.50	2.66	9.98	21.21	0.0057	0.0056	49.20	382.30	351.60	382.20
7	granite	40.60	8.30	2.66	10.07	9.29	0.0062	0.0056	23.40	124.60	97.50	124.60
8	dolomite	68.10	8.20	2.72	9.92	9.92	0.0079	0.0030	24.80	127.60	99.60	127.60
9	granite	128.60	12.20	2.70	7.32	13.01	0.0130	0.0071	30.70	392.20	317.50	392.20
10	granodiorite	149.50	18.50	2.74	9.45	16.80	0.0053	0.0047	39.60	362.80	321.50	362.90
11	granodiorite	71.80	9.50	2.67	14.24	33.22	0.0058	0.0050	76.40	176.10	160.10	176.10
12	granite	59.50	10.80	2.84	9.98	19.38	0.0049	0.0043	45.30	130.80	113.70	130.80
13	granite	97.20	12.40	2.68	6.61	11.57	0.0049	0.0030	27.30	228.30	155.30	228.30
14	granite	107.10	12.70	2.68	8.51	17.44	0.0091	0.0039	40.60	285.60	228.60	285.60
15	granite	115.80	14.30	2.69	9.29	20.62	0.0096	0.0046	47.60	340.60	284.60	340.60
16	granite	125.50	14.40	2.77	8.83	19.43	0.0076	0.0053	44.90	339.60	258.70	339.60
17	granite	98.20	13.80	2.64	8.73	18.56	0.0055	0.0049	43.10	299.20	255.50	299.20
18	hornfels	113.30	17.30	2.77	8.75	16.99	0.0054	0.0041	39.70	235.60	221.40	235.60
19	granodiorite	89.60	15.90	2.82	9.28	15.15	0.0036	0.0033	36.10	158.80	139.60	158.90
20	granodiorite	90.60	15.30	2.69	11.92	19.44	0.0027	0.0024	46.30	168.60	134.50	168.60
21	marble	29.40	5.70	2.71	11.06	19.66	0.0062	0.0058	16.40	97.80	63.60	97.90
22	granite	78.40	12.60	2.66	10.74	20.85	0.0047	0.0039	48.80	136.60	127.80	136.60
23	granite	30.70	6.90	2.66	8.54	15.18	0.0021	0.0018	35.80	145.30	119.50	45.30
24	dolomite	50.90	9.10	2.72	6.91	6.38	0.0024	0.0023	16.10	70.30	57.60	70.20
25	granite	67.60	9.80	2.70	10.12	23.62	0.0058	0.0051	54.30	160.40	127.20	160.40
26	granodiorite	71.60	18.30	2.74	12.54	29.26	0.0054	0.0037	67.30	130.60	125.70	130.60
27	granite	89.90	12.30	2.68	12.14	28.34	0.0083	0.0068	65.20	167.80	241.90	267.80
28	granite	91.10	12.80	2.69	8.24	17.51	0.0070	0.0059	40.60	223.20	212.00	223.20
29	granite	81.70	13.60	2.69	10.77	27.71	0.0044	0.0036	63.20	189.80	160.90	189.80
30	granite	104.50	12.30	2.77	9.93	23.16	0.0054	0.0039	53.30	271.90	245.50	271.90

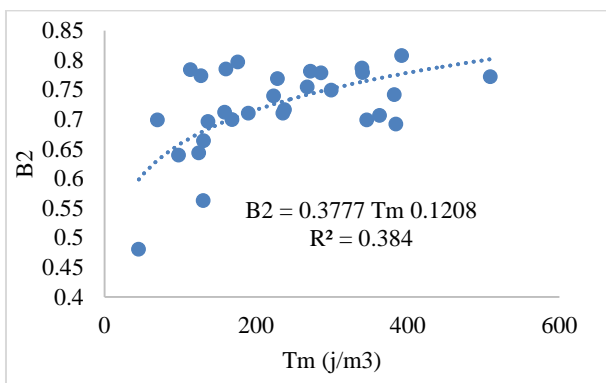
σ_c : مقاومت فشاری تک محوری (MPa)، σ_t : مقاومت کششی (MPa)، γ : دانسیته (g/cm³)، T_m : مدول چقرمگی (J/m³)، W_r : انرژی برگشت پذیر (J/m³)، W_t : انرژی کل (J/m³)، E_t : مدول یانگ (GPa)، ϵ_r : کرنش الاستیک، ϵ_t : کرنش کل، G: مدول برشی (GPa)، λ : ضریب لامه

برش سنگ استفاده شود (Altindag, 2003). شاخص‌های شکنندگی B_3 و B_4 برای ارزیابی شاخص حفر پذیری سنگ (DRI) قابل استفاده می‌باشند (Altindag, 2010, Yarali and soyer, 2011). هم چنین نشانگرهای آماری مختلف برای پیش‌بینی عملکرد شاخص‌های شکنندگی محاسبه شده است جدول (۶) که معنی‌داری و کارایی روابط آماری ارائه شده را نشان می‌دهند. به دلیل عدم دسترسی به دستگاه برش خطی بزرگ و کوچک مقیاس، برای بررسی ارتباط بین مدول چقرمگی سنگ‌ها و انرژی ویژه از بانک داده‌های محققین مختلف (Comakli et al, 2016, Altindag, 2003) استفاده شده است (جدول ۷) و مطالعات آماری بین شاخص شکنندگی B_3 و SE با بهره‌گیری از آن انجام شده است (شکل ۷)

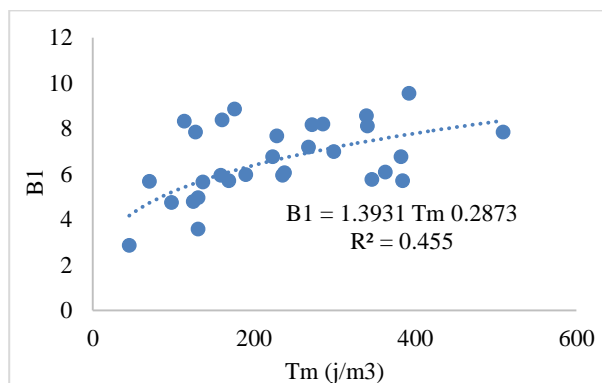
رابطه بین شاخص‌های شکنندگی با مدول چقرمگی سنگ‌ها در شکل (۶) (a تا m) ارائه شده است. در جدول (۵) نتایج برازش داده‌های شکل ۶ به صورت بهترین رابطه (نمایی و درجه دوم) و مقدار ضریب تعیین نشان داده شده است. با توجه به جدول (۵)، روابط (c و d) بیشترین ضریب تعیین را بین شاخص شکنندگی سنگ‌ها با مدول چقرمگی آن‌ها نشان می‌دهند. با توجه به این داده‌ها می‌توان شاخص‌های شکنندگی B_3 و B_4 را به عنوان قابل قبول‌ترین شاخص‌ها در مقایسه با شاخص‌های دیگر برای بررسی مدول چقرمگی سنگ‌ها در نظر گرفت که توسط سایر پژوهشگران نیز تایید شده است (Altindag, 2003, Altindag, 2010, Yarali and soyer, 2011). ارتباط قوی بین انرژی ویژه برش با شاخص شکنندگی B_3 می‌تواند به عنوان شاخصی برای آنالیز ضریب

جدول ۴. مقادیر شاخص‌های شکنندگی برای نمونه‌های مورد بررسی

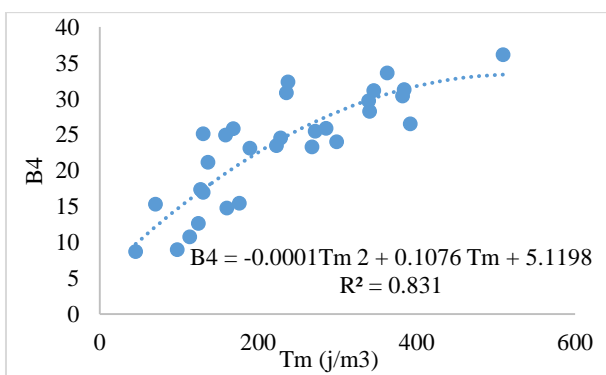
Rock code	Rock type	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₆	B ₉	B ₁₀	B ₁₁	B ₂₅	B ₂₆	B ₂₇	B ₂₈	B ₂₉
1	granite	5.7	0.7	969.5	31.1	0.6	0.8	0.2	0.8	4.9	379.8	1003.1	30.1	35.2
2	hornfels	7.8	0.8	1306.3	36.1	0.8	0.7	0.2	0.7	5.4	364.1	1007.9	27.5	38.6
3	granodiorite	6.1	0.7	1044.3	32.3	0.9	0.9	0.3	0.7	3.7	191.1	538.4	18.7	29.3
4	granodiorite	5.7	0.7	983.8	31.3	0.6	0.8	0.2	0.8	4.4	323.2	104.6	28.3	34.6
5	marble	8.3	0.8	116.02	10.7	0.7	0.8	0.7	0.3	1.9	38.6	104.6	5.6	6.2
6	granite	6.7	0.7	924.1	30.3	0.7	0.9	0.2	0.8	5.1	359.6	958.1	28.1	30.5
7	granite	4.8	0.6	160.3	12.6	0.6	0.8	0.6	0.4	2.1	64.3	170.9	9.0	11.9
8	dolomite	7.8	0.8	300.1	17.3	0.6	0.7	0.4	0.6	2.9	147.8	402.6	16.6	15.0
9	granite	9.5	0.8	702.1	26.5	0.8	0.7	0.5	0.4	4.5	190.5	516.6	16.2	17.8
10	granodiorite	6.1	0.7	1146.6	33.5	0.6	0.9	0.4	0.6	4.0	223.7	613.7	20.8	34.1
11	granodiorite	8.8	0.8	237.9	15.4	0.6	0.9	0.1	0.9	5.4	509.4	1360.1	38.3	20.3
12	granite	4.9	0.6	286.7	17.1	0.5	0.8	0.1	0.9	4.5	266.8	757.4	22.7	22.3
13	granite	7.6	0.7	604.1	24.5	0.6	0.7	0.3	0.7	4.8	273.0	732.1	21.8	21.8
14	granite	8.2	0.7	673.7	25.8	0.9	0.7	0.2	0.8	5.1	329.4	885.0	25.5	23.8
15	granite	8.1	0.8	798.7	28.2	1.1	0.8	0.2	0.8	5.0	313.9	845.5	24.6	24.8
16	granite	8.5	0.8	890.1	29.7	1.1	0.8	0.3	0.7	4.7	246.2	678.3	20.2	22.6
17	granite	6.9	0.7	580.5	24.1	0.6	0.8	0.4	0.6	4.7	249.5	658.7	20.6	22.1
18	hornfels	5.9	0.7	952.4	30.8	0.5	0.9	0.2	0.7	4.9	283.9	786.0	22.5	36.8
19	granodiorite	5.9	0.7	621.5	25.1	0.3	0.9	0.5	0.5	3.8	189.8	535.2	18.1	23.1
20	granodiorite	5.7	0.7	665.5	25.8	0.3	0.8	0.4	0.6	4.0	255.7	727.1	23.7	28.4
21	marble	4.7	0.6	75.12	8.6	0.5	0.7	0.4	0.6	4.4	351.4	743.4	24.0	15.6
22	granite	5.6	0.7	447.4	21.1	0.4	0.9	0.2	0.8	4.7	351.4	936.2	29.0	27.2
23	granite	2.8	0.5	76.1	8.7	0.2	0.8	0.2	0.8	4.5	288.2	766.2	24.1	20.1
24	dolomite	5.6	0.7	235.1	15.3	0.2	0.8	0.3	0.7	2.6	95.8	260.9	11.6	13.8
25	granite	8.3	0.8	219.3	14.7	0.5	0.8	0.4	0.6	5.1	318.4	859.3	24.6	16.2
26	granodiorite	3.6	0.5	629.1	25.1	0.5	0.9	0.2	0.8	5.4	448.6	1231.1	33.7	41.5
27	granite	7.2	0.7	543.5	23.3	0.7	0.9	0.3	0.7	4.9	355.8	954.1	28.1	25.0
28	granite	6.7	0.7	553.1	23.4	0.5	0.9	0.2	0.7	5.2	326.4	876.6	24.8	24.4
29	granite	5.9	0.7	540.6	23.1	0.5	0.9	0.3	0.7	5.0	300.7	809.4	23.2	24.7
30	granite	8.2	0.8	654.1	25.4	0.6	0.9	0.3	0.7	5.2	346.5	951.8	26.3	23.9



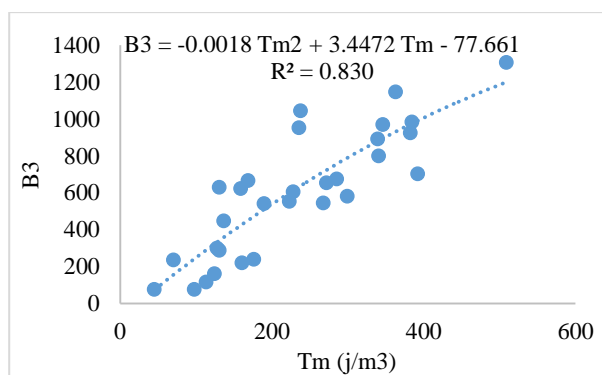
(b)



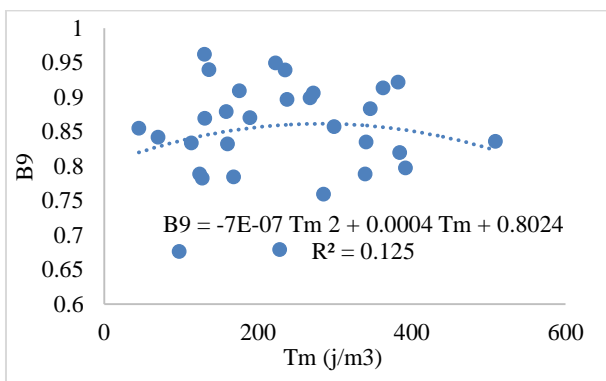
(a)



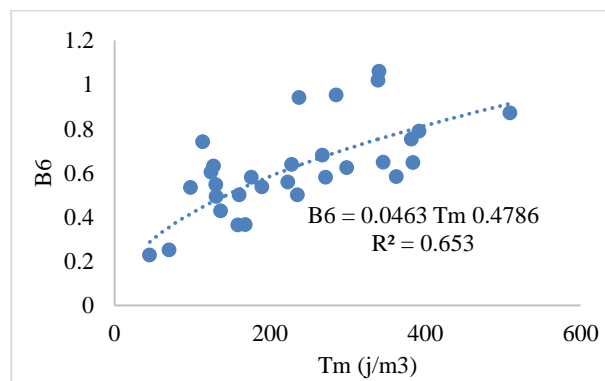
(d)



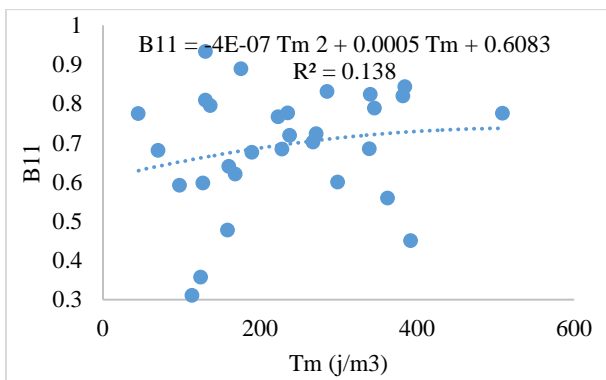
(c)



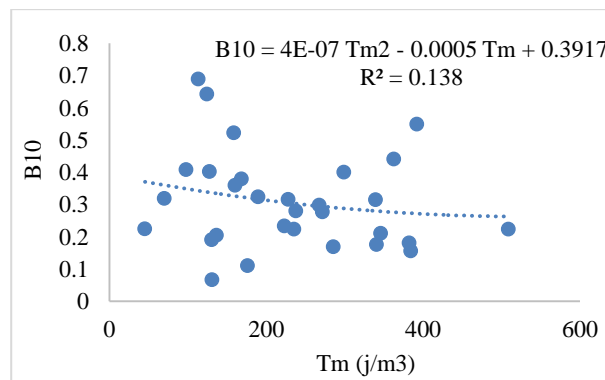
(f)



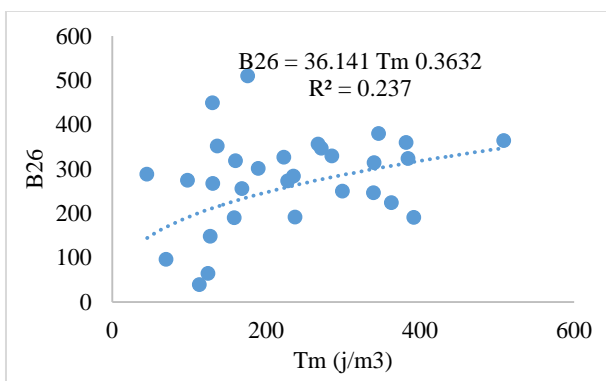
(e)



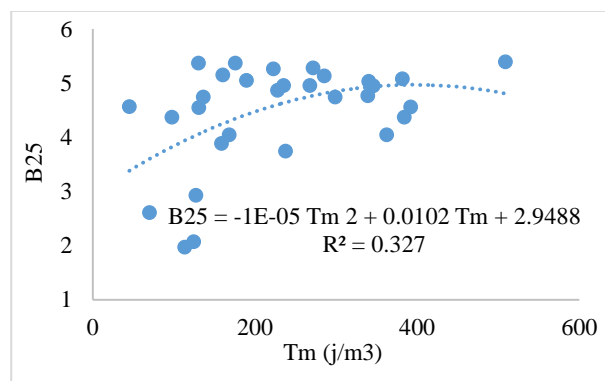
(h)



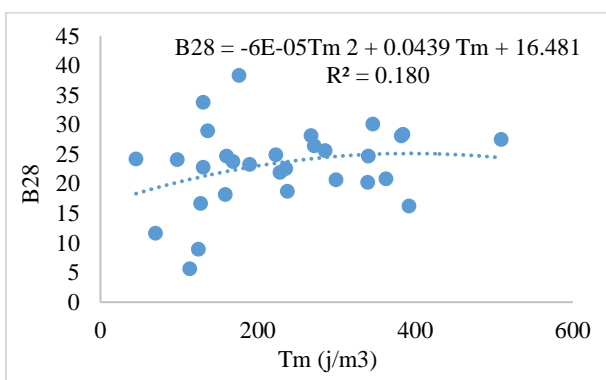
(j)



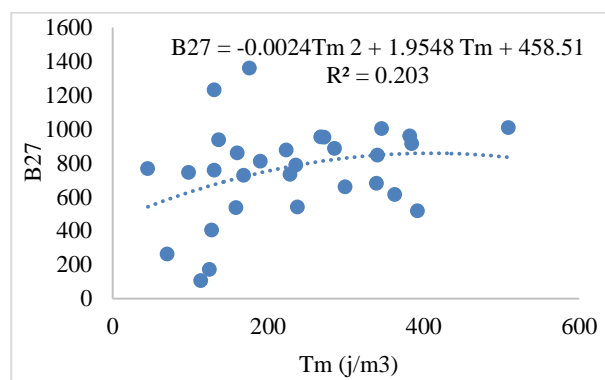
(g)



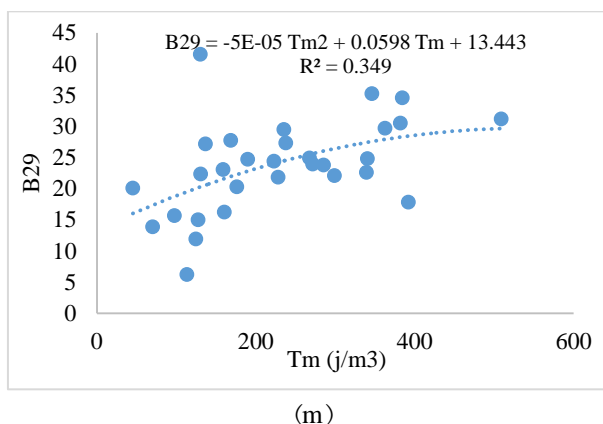
(i)



(l)



(k)



شکل ۶. ارتباط بین شاخص‌های مختلف شکنندگی با چقرمگی سنگ‌ها (الف: B_1 در برابر T_m ، ب: B_2 در برابر T_m ، پ: B_3 در برابر T_m ، ت: B_4 در برابر T_m ، د: B_6 در برابر T_m ، ذ: B_9 در برابر T_m ، ر: B_{10} در برابر T_m ، ز: B_{11} در برابر T_m ، س: B_{25} در برابر T_m ، ش: B_{26} در برابر T_m ، ط: B_{27} در برابر T_m ، ظ: B_{28} در برابر T_m و ع: B_{29} در برابر T_m)

جدول ۵. نتایج برازش شاخص‌های شکنندگی با مدول چقرمگی

Equation number	Equation	Equation type	(R ²)
a	$B_1 = 1.3931T_m^{0.2873}$	power	0.45
b	$B_2 = 0.3777T_m^{0.1208}$	power	0.38
c	$B_3 = -0.0018T_m^2 + 3.4472T_m - 77.661$	quadratic	0.83
d	$B_4 = -0.0001T_m^2 + 0.1076T_m + 5.1198$	quadratic	0.83
e	$B_6 = 0.0463 T_m^{0.4786}$	power	0.65
f	$B_9 = -7E-07T_m^2 + 0.0004T_m + 0.8024$	quadratic	0.12
j	$B_{10} = 4E-07T_m^2 - 0.0005T_m + 0.3917$	quadratic	0.13
h	$B_{11} = -4E-07T_m^2 + 0.0005T_m + 0.6083$	quadratic	0.13
i	$B_{25} = -1E-05T_m^2 + 0.0102 T_m + 2.9488$	quadratic	0.32
g	$B_{26} = 36.141T_m^{0.3632}$	power	0.23
k	$B_{27} = -0.0024T_m^2 + 1.9548T_m + 458.51$	quadratic	0.20
l	$B_{28} = -6E-05T_m^2 + 0.0439T_m + 16.481$	quadratic	0.18
m	$B_{29} = -5E-05T_m^2 + 0.0598T_m + 13.443$	quadratic	0.35

جدول ۶. عملکرد نشانگرهای آماری برای پیش بینی شاخص‌های شکنندگی

Brittleness index	Equation number	R ² adjusted	VAF (%)	RMSE	F fisher	Tabulated F Values
B_3	C	0.83	73.01	5.46	74.26	2.69
B_4	d	0.83	73.10	3.85	67.31	2.69

همراه مقادیر B_3 موجود در جدول (۴) استفاده شده است. در جدول (۸) مقادیر انرژی بدست آمده به کمک رابطه (۱۰) نشان داده شده است. سپس رگرسیون بین مقادیر انرژی ویژه محاسبه شده است. ارتباط بین انرژی ویژه با مدول چقرمگی در شکل (۸) نشان داده شده است.

ارتباط بین شاخص شکنندگی B_3 در برابر SE به صورت رابطه (۱۰) نشان داده شده است.

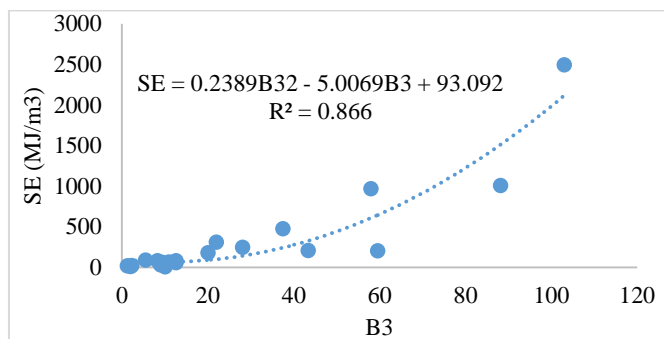
$$SE = 0.2389 B_3^2 - 5.0069 B_3 + 93.092 \quad (10)$$

$$R^2 = 0.866 \quad RMSE = 4.28$$

شاخص شکنندگی B_3 و انرژی ویژه با ضریب تعیین ۰/۸۶ و ریشه میانگین مربعات خطا ۴/۲۸ ارتباط قوی را با یکدیگر نشان می‌دهند. برای محاسبه انرژی ویژه از رابطه (۱۰) به

جدول ۷. بانک داده‌های محققین مختلف در ارتباط با انرژی ویژه

Researcher	σ_c (MPa)	σ_t (MPa)	B_3	SE (MJ/m ³)
Altindag, 2003	3.22	1.85	20.63	2.30
	10.80	1.26	6.80	2.00
	18.60	1.56	14.51	1.30
	44.30	3.56	80.40	8.30
	45.00	2.75	61.88	11.00
	55.80	3.12	87.05	5.50
	112.90	5.47	308.78	22.00
	127.30	7.45	474.19	37.50
	179.10	10.77	964.45	58.00
	71.40	5.59	199.56	59.60
	108.40	3.78	204.88	43.43
	183.40	11.11	1006.50	88.24
	559.20	8.91	2491.24	103.09
Comakli et al, 2016	32.37	4.85	78.50	12.60
	31.47	3.86	60.70	9.40
	27.42	3.99	54.70	12.60
	66.27	7.44	246.50	28.10
	7.89	1.12	4.30	10.10
	58.98	5.98	176.40	20.10
	19.83	2.93	29.10	9.00



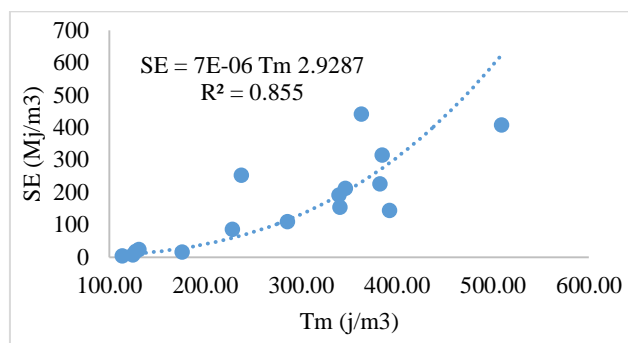
شکل ۷. ارتباط بین شاخص شکنندگی B_3 در برابر SE

چقرمگی سنگ‌ها می‌توان میزان انرژی ویژه مورد نیاز برای برش سنگ‌ها در مقیاس آزمایشگاهی را تا حد زیادی تخمین زد. بدیهی است که به دلیل وجود درزه‌های متعدد و تنوع سنگ شناسی در جبهه حفاری تونل در توده سنگ، میزان انرژی ویژه مورد نیاز بیشتر از مقادیر آزمایشگاهی خواهد بود.

بین مدول چقرمگی سنگ با انرژی ویژه برش ارتباط قوی (ضریب تعیین ۰/۸۵) وجود دارد. با افزایش میزان مدول چقرمگی سنگ میزان انرژی ویژه افزایش می‌یابد، در نتیجه حجم مواد حفاری شده افزایش و نرخ پیشروی در سنگ بهبود می‌یابد. به کمک شاخص‌های شکنندگی و مدول

جدول ۸. مقادیر انرژی ویژه بدست آمده برای برش سنگ‌ها

Sample	SE (MJ/m ³)	Sample	SE (MJ/m ³)
1	212.0	9	143.8
2	407.3	10	440.6
3	251.8	11	15.3
4	314.5	12	22.9
5	2.9	13	85.3
6	225.9	14	109.1
7	6.1	15	153.7
8	17.5	16	191.3



شکل ۸. ارتباط بین مدول چقرمگی با انرژی ویژه

چقرمگی سنگ‌ها با انرژی ویژه برش، ضریب تعیین ۰/۸۵ نشان می‌دهد. در واقع به کمک مدول چقرمگی سنگ‌ها می‌توان میزان انرژی ویژه برش سنگ‌ها در مقیاس آزمایشگاهی را تخمین زد. هر چه میزان مدول چقرمگی سنگ افزایش یابد، انرژی ویژه برش و حجم مواد حفاری شده افزایش می‌یابد و در نتیجه نرخ پیشروی بهبود می‌یابد.

۵. تقدیر و تشکر

از معاونت پژوهش و فناوری دانشگاه بوعلی سینا برای تامین هزینه مالی انجام این پژوهش در قالب پژوهانه به م. حیدری سپاسگزاری می‌گردد. نظرات سودمند و نقد دقیق داوران سبب افزایش کیفیت علمی مقاله گردید. نویسندگان مقاله از آقای دکتر ح. محسنی عضو هیئت علمی دانشگاه بوعلی سینا به دلیل ویرایش ادبی مقاله تشکر می‌نمایند.

۴. نتیجه‌گیری

در این پژوهش با استفاده از نتایج آزمایش‌های مقاومت فشاری تک محوری و مقاومت کششی سنگ‌ها و منحنی‌های تنش- کرنش آن‌ها، شاخص‌های شکنندگی سنگ‌ها محاسبه شده است. پس از اندازه‌گیری سطح زیر منحنی تنش-کرنش که به عنوان مدول چقرمگی سنگ شناخته می‌شود، به بررسی ارتباط این پارامتر با شاخص‌های شکنندگی پرداخته شده است. شاخص‌های شکنندگی B_3 و B_4 محاسبه شده در برابر مدول چقرمگی بیشترین ضریب تعیین ۰/۸۳ را نشان می‌دهند. نشانگرهای آماری F ، $RMSE$ ، VAF ، R^2 adjusted و فیشر اعتبار روابط ارائه شده را تایید می‌نمایند. رابطه بین شاخص شکنندگی B_3 و انرژی ویژه محاسبه شد و سپس به کمک این رابطه، انرژی ویژه برش سنگ‌ها محاسبه شد. مدول

منابع

- Altindag, R., 2002. The evaluation of rock brittleness concept on rotary blast hold drills, Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy, 102(1): 61-66.
- Altindag, R., 2003. Correlation of specific energy with rock brittleness concepts on rock cutting, Journal of The Southern African Institute of Mining and Metallurgy, 103: 163-171.
- Altindag, R., Guney, A., 2010. Predicting the relationships between brittleness and mechanical properties (UCS, TS and SH) of rocks, Scientific research and Essays, 5(16): 2107-2118.
- Andreev, GE., 1995. Brittle failure of rock materials: test results and constitutive models, A. A. Balkema, Rotterdam, 446 p.
- Ayatollahi, M.R., Akbaridoost, J., 2013. Size and Geometry Effects on Rock Fracture Toughness: Mode I Fracture, Rock Mechanics Rock Engineering, 1-11.
- ASTM., 2001. Standard Practice for Preparing Rock Core Specimens and Determining Dimensional and Shape Tolerances, American Society for Testing and Materials, D4543.
- ASTM., 2004. Test method for compressive strength and elastic moduli of intact rock core specimens under varying states of stress and temperatures, D7012-04.
- ASTM., 2008. Standard test method for splitting tensile strength of intact rock core specimens, D3967-08.

- Chen, J., Zhang, G., Chen, H., Yin, X., 2014. The Construction of Shale Rock Physics Effective Model and Prediction of Rock Brittleness, SEG Annual Meeting, Society of Exploration Geophysicists: 2861-2865.
- Copur, C., 2003. A set of indices based on indentation tests for assessment of rock cutting performance and rock properties, Journal of The Southern African Institute of Mining and Metallurgy, 103: 589-599.
- Copur, H., Bilgin, N., Tuncdemir, H., 2003. A set of indices based on indentation tests for assessment of rock cutting performance and rock properties, Journal of The Southern African Institute of Mining and Metallurgy, 103(9): 589-599.
- Comakli, R., Kahraman, S., Balci, C., Tumac, D., 2016. Estimating specific energy from the brittleness indexes in cutting metallic ores, Journal of The Southern African Institute of Mining and Metallurgy, 116: 763-768.
- Gong, Q. M., Zhao, J., 2007. Influence of rock brittleness on TBM penetration rate in Singapore granite, Tunnelling and Underground Space Technology, 22 (3): 317-324.
- Goktan, R.M., Yilmaz, N.G., 2005. A new methodology for the analysis of the relationship between rock brittleness index and drag pick cutting efficiency, The Journal of The South African Institute of Mining and Metallurgy, 105 (10):727-734.
- Goodway, B., Perez, M., Varsek, J., Abaco, C., 2010. Seismic petrophysics and isotropic anisotropic AVO methods for unconventional gas exploration, The Leading Edge, 29 (12): 1500-1508.
- Hajiabdolmajid, V., Kaiser, P., 2003. Brittleness of rock and stability assessment in hard rock tunnelling, Tunnelling Underground Space Technology, 18: 35-48.
- Hucka, V., Das, B., 1974. Brittleness determination of rocks by different methods, International Journal Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts, 11: 389-392.
- Jarvie, D.M., Hill, R.J., Ruble, T.E., Pollastro, R.M., 2007. Unconventional shale-gas systems: The Mississippian Barnett Shale of north-central Texas as one model for thermogenic shale-gas assessment, AAPG Bulletin, 91(4): 475-499.
- Kahraman, S., 2002. Correlation of TBM and drilling machine performances with rock brittleness, Engineering Geology, 65(4): 269-283.
- Lawn, B.R., Marshall D.B., 1979. Hardness, toughness and brittleness: an indentation analysis, Journal of the American Ceramic Society, 62 (7-8): 347-350.
- Luan, X., B, Di., J, Wei., X, Li., K, Qian., J, Xie., P, Ding., 2014. Laboratory Measurements of Brittleness Anisotropy in Synthetic Shale with Different Cmentation, SEG Annual Meeting. Denver, Society of Exploration Geophysicists: 3005-3009.
- Meng, F., Zhou, H., Zhang, C., Xu, R., Lu, J., 2015. Evaluation methodology of brittleness of rock based on postpeak stress-strain curves, Rock Mechanics and Rock Engineering, 48(5): 1787-1805.
- Nejati, H., Moosavi S.A., 2017. A new brittleness index for estimation of rock fracture toughness, Journal of Mining and Environment, 8: 83-91.
- Ozfirat, M.K., Yenice, H.F., Simsir, O., Yarali, O., 2016. A new approach to rock brittleness and its usability at prediction of drillability, Journal of African Earth Sciences, 119: 94-101.
- Quinn J.B., Quinn, G.D., 1997. Indentation brittleness of ceramics: a fresh approach, Journal of Materials Science, 32(16): 4331-4346.
- Reichmuth, D.R., 1967. Point load testing of brittle materials to determine tensile strength and relative brittleness. The 9th US Symposium on Rock Mechanics (USRMS), American Rock Mechanics Association, 134-159.
- Rickman, R., Mullen, M.J., Petre, J.E., Grieser, W.V., Kundert, D., 2008. A practical use of shale petrophysics for stimulation design optimization: All shale plays are not clones of the Barnett Shale, SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Society of Petroleum Engineers.
- Suorineni, F.T., Chinnasane, D.R., Kaiser, P.K., 2009. A procedure for determining rock-type specific Hoek-Brown brittle parameters, Rock Mechanics and Rock Engineering, 42(6): 849-881.
- Sun, S.Z., Wang, K.N., Yang, P., Li, X.G., Sun, J.X., Liu, B.H., Jin, K., 2013. Integrated Prediction of Shale Oil Reservoir Using Pre-Stack Algorithms for Brittleness and Fracture Detection, Beijing, International Petroleum Technology Conference.
- Tarasov, B.G., Potvin, Y., 2012. Absolute relative and intrinsic rock brittleness at compression, Mining Technology, 121(4): 218-225.
- Tarasov, B., Potvin, Y., 2013. Universal criteria for rock brittleness estimation under triaxial compression,

- International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 59: 57–69.
- Tiryaki, B., 2006. Evaluation of the indirect measures of rock brittleness and fracture toughness in rock cutting, The Journal of The South African Institute of Mining and Metallurgy, 106: 407-423.
- Yagiz, S., 2009. Assessment of brittleness using rock strength and density with punch penetration test, Tunnelling and Underground Space Technology, 24(1): 66-74.
- Yarali, O., Soyer, E., 2011. The effect of mechanical rock properties and brittleness on drillability, Scientific Research and Essays, 6(5): 1077-1088.
- Zhang, D., Ranjith, P.G., Perera, M.A., 2016. The brittleness indices used in rock mechanics and their application in shale hydraulic fracturing: a review, Journal Petroleum Science Engineering, 143:158–170.