اثر نقص انحنای نخستین
بر رفتار کشسان مرتبه دوم قاب‌های دو بعدی

محمد رضایی پژند[1]، احسان محتشمی[2]

چکیده

به طور معمول، نقص‌های هندسی در فرآیند ساخت و نصب عضوهای سازه به وجود می‌آیند. نقص انحنای نخستین یا شکم‌دادگی عضو یکی از رایج‌ترین آنهاست. در این مقاله، ماتریس سختی مماسی کشسان جزء تیر- ستون دارای نقص انحنای نخستین، زیر اثر نیروهای گرهی و بارهای میانی گسترده و متمرکز رابطه‌سازی می‌شود و در تحلیل مرتبه دوم قاب‌ها به کار می‌رود. شیوهٔ پیشنهادی، تابع جدیدی برای نقص انحنای نخستین پیشنهاد می‌کند و اثر آن را به طور مستقیم در ماتریس سختی جزء وارد می‌سازد. همچنین، برای الگوسازی هر عضو سازه، تنها یک جزء را به کار می‌برد و رابطه‌های آن برای عضوهای فشاری و کششی، یکسان است. نمودار بار- تغییرمکان روش پیشنهادی با پاسخ‌های سایر پژوهشگران مقایسه می‌شود و اثر نقص انحنای نخستین بر مسیر ایستایی مرتبه دوم قاب‌ها بررسی می‌گردد. نتیجه‌ها نشان می‌دهند، اگر اثر مرتبه دوم $P\text{-}\Delta$ در پایداری قاب تعیین کننده باشد، اهمیت نقص شکم‌دادگی عضوها کمتر می‌شود. از سوی دیگر، هنگامی‌که اثر مرتبه دوم $P\text{-}\delta$ نقش بیشتری در پایداری سازه دارد، این نقص می‌تواند اثر قابل توجهی بر رفتار سازه بگذارد.

کلمات کلیدی:

قاب دو بعدی، تحلیل غیرخطی، نقص انحنای نخستین(شکم‌دادگی)، اثرهای مرتبه دوم، بارهای میانی

Effect of Initial Out-of-Straightness Imperfection on Second-Order Elastic Behavior of Planar Frames

Mohammad Rezaiee-Pajand, Ehsan Mohtashami

ABSTRACT

Geometrical imperfections usually occur during fabrication and erection. Initial out-of-straightness is one of the most common types of these flaws. In this paper, the elastic tangent stiffness matrix of an initially curved beam-column element subjected to nodal forces and transverse member loads is derived. Second-order analysis of planar frames is carried out afterwards. The proposed method introduces a new function for explicit modeling of out-of-straightness imperfection and incorporates it directly into the element's stiffness matrix. In addition, the proposed technique uses only one element for each member and presents a single formulation for both tensile and compressive members. The obtained load-deflection curve is compared with those predicted by other methods and the effect of initial out-of-straightness imperfection is also discussed. Results of numerical examples indicate that initial out-of-straightness imperfection is less important if the stability of frame is controlled by second-order P-Δ effect. On the other hand, it can have a considerable effect on the behavior of structure when second-order P-δ effect is dominant.

Key words:

Planar Frame, Nonlinear Analysis, Initial Out-of-Straightness Imperfection, Second-Order Effects, Transverse MemberLoads

۱. استاد گروه عمران، دانشکدهٔ مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد mrpajand@yahoo.com

۲. کارشناس ارشد مهندسی سازه، دانشکدهٔ مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد eh_mo876@stu-mail.um.ac.ir

۱- مقدمه

هنگامی‌که هدف، بررسی مسیر بار- تغییرمکان با وارد کردن تغییر هندسهٔ سازه در طول بارگذاری باشد، باید اثر تغییرشکل‌های بزرگ یا به سخن دیگر، اثرهای مرتبه دوم را وارد تحلیل کرد. نتیجهٔ این کار، یافتن تابع‌های پایداری است و چنین تحلیلی را تحلیل مرتبه دوم می‌نامند. از نخستین کارهایی که برای وارد کردن اثر تغییرشکل‌های بزرگ در تحلیل کشسان انجام شد، می‌توان به پژوهش‌های ویلیامز در سال ۱۹۶۴، جنینگز در سال ۱۹۶۸ و پاول در سال ۱۹۶۹ اشاره کرد. در سال ۱۹۹۴، چَن و ژو یک جزء خودایستا برای تحلیل مرتبه دوم قاب‌ها پیشنهاد کردند که شرط ایستایی را در وسط دهانهٔ جزء برقرار می‌نمود[۱]. آن دو، نقص انحنای نخستین با شکل سهمی درجهٔ دو را در سال ۱۹۹۵ به جزء پیشنهادی خود افزودند[۲]. سپس، در سال‌های ۱۹۹۶ و ۱۹۹۷، اثر بارهای میانی جانبی و محوری را به طور مستقیم در رابطه‌سازی سختی جزء وارد نمودند[۳، ۴]. همچنین، آنها روشی به نام NIDA را برای تحلیل کشسان مرتبه دوم قاب‌ها در سال ۲۰۰۰ ارائه کردند[۵]. با وجود این، در هیچ یک از پژوهش‌های خود، اثر همزمان نقص انحنای نخستین و بارهای میانی را بررسی نکردند.

در تحلیل کشسان مرتبه دوم، از دو شیوه برای رابطه‌سازی ماتریس سختی جزء بهره می‌گیرند. یکی، روش تیر- ستون و دیگری، روش اجزای محدود نام دارد. در شیوهٔ تیر- ستون، معادلهٔ دیفرانسیل ایستایی تیر- ستون را برای یافتن رابطه‌ای میان نیروها و تغییرمکان‌های گرهی حل می‌کنند. در این راهکار، از تابع‌های پایداری برای وارد کردن اثرهای غیرخطی بهره می‌جویند. برتری این شیوه، در دقت تابع‌های پایداری زیر اثر نیروی محوری زیاد است. با وجود این، برای نیروی محوری کششی و فشاری باید رابطه‌سازی جداگانه‌ای انجام داد؛ زیرا، معادلهٔ دیفرانسیل تیر- ستون درنیروی محوری مثبت و منفی متفاوت است. همچنین، هنگام گسترش رابطه‌ها برای در بر گرفتن بارگذاری‌های گوناگون، ماتریس سختی جزء بسیار پیچیده می‌گردد[۶].

در روش اجزای محدود، تابع تغییرمکان جزء فرض می‌شود و ادامهٔ کار با شیوه‌هایی مانند رابطه‌های ایستایی، کار مجازی یا کارمایهٔ نهفتهٔ کل به انجام می‌رسد. برتری راهکار اجزای محدود در سر راست بودن آن می‌باشد. با این حال، هنوز رابطه‌سازی‌های کارآمدی برای وارد کردن اثرهای مرتبه دوم، به ویژه در نیروهای محوری زیاد، ارائه نشده است. بر پایهٔ پژوهش‌های چَن و ژو درسال ۱۹۹۵ و چَن و چوی درسال ۱۹۹۶، هنگامی‌که نیروی محوری عضوهای سازه بیش از مقدار مشخصی- برای نمونه، نیمی از بار کمانشی- باشد، دقت روش اجزای محدود مناسب نیست و بهتر است روش تیر- ستون به کار رود[۲، ۶].

یک راه دیگر برای انجام تحلیل غیرخطی هندسی که به صورت گسترده‌ای رواج دارد، بهره‌گیری از تحلیل مرتبه دوم ساده‌تر به همراه محاسبهٔ طول موثر است. روش طول موثر، برای وارد کردن اثر اندرکنش مقاومت عضو با سایر بخش‌های سازه به وجود آمده است. به سخن دیگر، میزان مشارکت هر عضو در مقاومت قاب با طول موثر آن نشان داده می‌شود. این روش، پاسخ‌های خوبی برای طراحی سازه‌های قابی به دست می‌دهد. هنگامی‌که طول موثر به درستی برآورد گردد، مقاومت کمانشی عضو به‌آسانی از روی نمودارهای آیین‌نامه‌ها حساب می‌شود. با این حال، این شیوه نمی‌تواند اندرکنش رفتار سازه و عضوهایش را به دقت رابطه‌سازی کند؛ زیرا اندرکنش‌ها در یک سازهٔ بزرگ بسیار پیچیده است و نمی‌توان اثر آنها را تنها با یک مقدار به نام ضریب طول موثر وارد نمود. همچنین، این روش برای طراحی با رایانه مناسب نیست. زیرا، فرآیند آن چندان نظامدار نمی‌باشد. افزون بر این، برای وارسی ظرفیت یکایک عضوها، به ویژه در سازه‌های با درجهٔ آزادی زیاد، به زمان قابل توجهی نیاز دارد[۷، ۸].

۲- روش پیشنهادی

هر الگوی تحلیلی، نیاز به ساده‌سازی دارد. فرض‌های زیر در این مقاله به کار می‌رود:

۱. از نگرهٔ تیر- ستون تیموشنکو بهره‌جویی خواهد شد و تنها اثرهای مرتبه دوم ناشی از نیروی محوری به کار می‌رود. به سخن دیگر، اثرهای مرتبه دوم سایر نیروها در مقایسه با نیروی محوری، ناچیز است و از آنها چشم‌پوشی می‌شود.

۲. رفتار مصالح، کشسان است.

۳. قاب‌های دو بعدی با عضوهای منشوری تحلیل می‌شوند.

۴. کرنش‌ها کوچکند اما تغییرمکان‌ها می‌توانند بزرگ باشند.

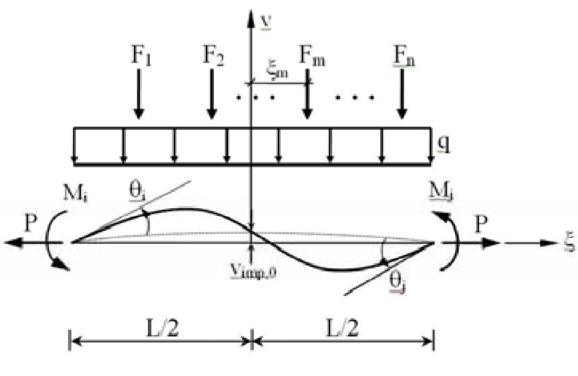
۵. از تغییرشکل‌های برشی و پیچشی مقطع چشم‌پوشی می‌گردد.

۶. از کمانش موضعی و پیچشی ـ جانبی جلوگیری می‌شود.

۲-۱- تابع تغییرمکان

شکل (۱)، جزء تیر ـ ستون پیشنهادی و بارهای وارد به آن را نشان می‌دهد. تابع تغییرمکان جزء، چند جمله‌ای درجهٔ پنج به صورت زیر فرض می‌شود. چنین تابعی پیش از این توسط چَن و ژو به کار رفته است[۱، ۲]:

$$v(x) = c_۰ + c_۱\xi + c_۲\xi^۲ + c_۳\xi^۳ + c_۴\xi^۴ + c_۵\xi^۵$$
$$\xi = \frac{۲x}{L} \qquad (۱)$$
$$-L/۲ \le x \le L/۲$$



شکل (۱) : جزء پیشنهادی و نیروهای وارد به آن

در رابطهٔ کنونی، ξ فاصلهٔ بی بعد شده و L طول جزء می‌باشد. در حالت کلی، انتخاب شکل تابع نقص شکم‌دادگی عضو اختیاری است. برای نمونه، چَن و ژو در سال ۱۹۹۵، تابع سهمی درجهٔ دو را با الهام گرفتن از کمان دایره و چَن و گو در سال ۲۰۰۰، تابع نیم‌سینوسی را بر پایهٔ شکل کمانشی کشسان پیشنهاد کردند[۶]. در اینجا، با الهام گرفتن از تغییرشکل ناشی از وزن عضو، تابع چند جمله‌ای درجهٔ چهار به صورت زیر پیشنهاد می‌شود:

$$v_{imp}(\xi) = \frac{v_{imp,۰}}{۸}\left(\xi^۲-۱\right)\left(\xi^۲-۸\right) \quad -۱ \le \xi \le ۱ \qquad (۲)$$

در این رابطه، $v_{imp,0}$ مقدار نقص در وسط دهانه است و در آغاز تحلیل به برنامهٔ رایانه‌ای داده می‌شود. یادآوری می‌کند، نقص هندسی جزء پیش از وارد شدن هر گونه بار به وجود آمده است.

در دستگاه محورهای عضوی پایه، تغییرمکان‌های جانبی نسبت به وتر گذرنده از دو سر جزء سنجیده می‌شوند. از این رو، شرط‌های مرزی به صورت زیر می‌باشند:

$$v|_{\xi=-1} = 0 \qquad (۳)$$
$$v|_{\xi=1} = 0 \qquad (۴)$$
$$\left.\frac{dv}{dx}\right|_{\xi=-1} = \theta_i \qquad (۵)$$
$$\left.\frac{dv}{dx}\right|_{\xi=1} = \theta_j \qquad (۶)$$

در ادامه، شرط ایستایی نیرو و لنگر در مقطع وسط جزء برقرار می‌گردد. باید آگاه بود، این کار دقت تحلیل را بدون افزایش درجه‌های آزادی بالا می‌برد؛ زیرا، هر جزء افزون بر داشتن تعادل و سازگاری با دیگر جزءها در گره‌ها، در میانهٔ خود نیز تعادل دارد ولی خیز و شیب آن مقطع به مجهول‌های تحلیل افزوده نمی‌گردد. شرط ایستایی لنگر در مقطع وسط جزء به صورت زیر می‌باشد:

$$EI\left(\frac{d^۲v}{dx^۲}\right)_۰ = \frac{۱}{۲}\left(M_j - M_i\right) + P\left(v + v_{imp}\right)_۰ + \frac{qL^۲}{۸} + \frac{۱}{۴}L\sum_{m=۱}^{n}F_m\xi_m^* \qquad (۷)$$

شرط تعادل برش در این مقطع نیز به قرار زیر نوشته می‌شود:

$$EI\left(\frac{d^3 v}{dx^3}\right)_0 = \frac{1}{2}\left(M_i + M_j\right) + P\left(\frac{dv}{dx}\right)_0 + \frac{1}{2}\sum_{m=1}^{n} F_m \xi_m^{**} \quad (۸)$$

در رابطه‌های کنـونی، M_i و M_j لنگـر در گـره‌هـای i و j می‌باشند. P نیروی محوری و q شدت بار گسترده در یکهٔ طول جزء است. E، I و L، به ترتیب، ضـریب کشـسانی، لنگر لختی و طول جزء می‌باشند. F_m، m اُمین بار متمرکز میانی وارد بر جزء است و عامـل‌هـای بـدون بعـد ξ_m^* و ξ_m^{**} به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{cases} \xi_m^* = 1 + \xi_m & \xi_m < 0 \\ \xi_m^* = 1 - \xi_m & \xi_m \geq 0 \end{cases} \quad (۹)$$

$$\begin{cases} \xi_m^{**} = -(1 + \xi_m) & \xi_m < 0 \\ \xi_m^{**} = 1 - \xi_m & \xi_m \geq 0 \end{cases} \quad (۱۰)$$

در رابطه‌های کنونی، ξ_m فاصلهٔ بی بعد شدهٔ بـار متمرکـز میانی F_m از وسط جزء می‌باشد. مقـدارهـای c_0 تـا c_5 در رابطهٔ (۱) با وارد کـردن شـرط‌هـای مـرزی (۳) تـا (۶) و رابطه‌های ایستایی (۷) و (۸) بـه صـورت زیـر بـه دسـت می‌آیند:

$$c_0 = \frac{-1}{A_2}\left[6L(\theta_j - \theta_i) + \rho v_{imp,0} + \frac{qL^4}{8EI} + \sum_{m=1}^{n}\frac{F_m \xi_m^* L^3}{4EI}\right] \quad (۱۱)$$

$$c_1 = \frac{-1}{A_1}\left[10L(\theta_i + \theta_j) + \sum_{m=1}^{n}\frac{F_m \xi_m^{**} L^3}{4EI}\right] \quad (۱۲)$$

$$c_2 = \frac{1}{A_2}\left[\frac{(48-\rho)L}{8}(\theta_j - \theta_i) + 2\rho v_{imp,0} + \frac{qL^4}{4EI} + \sum_{m=1}^{n}\frac{F_m \xi_m^* L^3}{2EI}\right] \quad (۱۳)$$

$$c_3 = \frac{1}{A_1}\left[\frac{(80-\rho)L}{8}(\theta_i + \theta_j) + \sum_{m=1}^{n}\frac{F_m \xi_m^{**} L^3}{2EI}\right] \quad (۱۴)$$

$$c_4 = \frac{1}{A_2}\left[\frac{\rho L}{8}(\theta_j - \theta_i) - \rho v_{imp,0} - \frac{qL^4}{8EI} - \sum_{m=1}^{n}\frac{F_m \xi_m^* L^3}{4EI}\right]$$
(۱۵)

$$c_5 = \frac{1}{A_1}\left[\frac{\rho L}{8}(\theta_i + \theta_j) - \sum_{m=1}^{n}\frac{F_m \xi_m^{**} L^3}{4EI}\right] \quad (۱۶)$$

در این رابطه‌ها، عامل‌های زیر به کار رفته‌اند:

$$A_1 = \rho + 80 \quad (۱۷)$$

$$A_2 = \rho + 48 \quad (۱۸)$$

$$\rho = \frac{PL^2}{EI} \quad (۱۹)$$

۲-۲- رابطه‌های سختی وتری

برای دسـت‌یـابی بـه رابطـه‌هـای سـختی وتـری، از روش کارمایه استفاده می‌شود. نخست، کارمایهٔ نهفتهٔ کـل سـازه برپا و سپس کمینه می‌گردد:

$$\Pi = U - W_E \quad (۲۰)$$

$$D\Pi = \frac{\partial \Pi}{\partial \delta_k} + \frac{\partial \Pi}{\partial \rho}\frac{\partial \rho}{\partial \delta_k} = 0$$
$$\delta_k = \left\{e \quad \theta_i \quad \theta_j\right\}^T \quad (۲۱)$$

در این رابطه‌ها، Π کارمایهٔ نهفتهٔ کل، U کارمایـهٔ کرنـشی، W_E کـار بارهــای خـارجی، e تغییرشـکل محـوری و D عمل‌گر دیفرانسیلی می‌باشد. با فرض کشسان بودن مصالح، می‌توان نوشت:

$$U = \frac{EA}{2}\int_L \left(\frac{du}{dx}\right)^2 dx + \frac{EI}{2}\int_L \left(\frac{d^2 v}{dx^2}\right)^2 dx + \frac{P}{2}\int_L \left(\frac{dv}{dx}\right)^2 dx$$
(۲۲)

در این رابطه، u تابع تغییرشکل محوری اسـت و بـه دلیـل ثابت بودن نیروی محوری در طول جزء، خطی می‌باشد. به سبب وجود نقص انحنای نخستین و کار نیـروی محـوری بر روی آن، تابع v در جملهٔ سوم رابطهٔ (۲۲) با $v + v_{imp}$ جایگزین می‌گردد. با چشم‌پوشی از تـوان دوم dv_{imp}/dx در برابر دیگر جمله‌ها، تابع کارمایهٔ کرنشی جزء پیشنهادی به صورت زیر در می‌آید:

$$U = \frac{EA}{2}\int_L \left(\frac{du}{dx}\right)^2 dx + \frac{EI}{2}\int_L \left(\frac{d^2 v}{dx^2}\right)^2 dx + \frac{P}{2}\int_L \left[\left(\frac{dv}{dx}\right)^2 + 2\left(\frac{dv}{dx}\right)\left(\frac{dv_{imp}}{dx}\right)\right] dx \quad (۲۳)$$

با جایگذاری رابطه‌های (۱۱) تا (۱۶) در رابطهٔ (۲۳)، تابع کارمایهٔ کرنشی بر حسب تغییرمکان‌های گرهی قابل دست‌یابی است. کار بارهای خارجی، بر پایهٔ شکل (۱)، به قرار زیر است:

$$W_E = Pe + M_i\theta_i + M_j\theta_j + \int_L -q\, v(\xi)\, dx + \sum_{m=1}^{n} -F_m\, v(\xi_m) \tag{۲۴}$$

علامت منفی q و F_m، به سبب وارد شدن بارهای گسترده و متمرکز میانی در جهت منفی محور تغییرمکان جانبی است. با کمینه کردن تابع کارمایهٔ نهفتهٔ کل سازه، رابطه‌های سختی وتری جزء پیشنهادی به صورت زیر در می‌آید:

$$\begin{aligned} P = EA\Bigg\{ & \frac{e}{L} + R_1(\theta_i+\theta_j)^2 + R_2(\theta_j-\theta_i)^2 \\ & + R_3\left(\frac{v_{imp,0}}{L}\right)(\theta_j-\theta_i) + R_4\left(\frac{qL^3}{EI}\right)(\theta_j-\theta_i) + \\ & \sum_{m=1}^{n}\left[\frac{F_mL^2}{EI}\left[R_5(\theta_i+\theta_j)+R_6(\theta_j-\theta_i)\right]\right] \\ & + R_7\left(\frac{v_{imp,0}}{L}\right)\left(\frac{qL^3}{EI}\right) + \sum_{m=1}^{n}\left[R_8\left(\frac{v_{imp,0}}{L}\right)\left(\frac{F_mL^2}{EI}\right)\right] \\ & + \sum_{m=1}^{n}\left[R_9\left(\frac{qL^3}{EI}\right)\left(\frac{F_mL^2}{EI}\right)\right] + R_{10}\left(\frac{v_{imp,0}}{L}\right)^2 \\ & + R_{11}\left(\frac{qL^3}{EI}\right)^2 + \sum_{m=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\left[R_{12}\left(\frac{F_mL^2}{EI}\right)\left(\frac{F_kL^2}{EI}\right)\right]\Bigg\} \end{aligned} \tag{۲۵}$$

$$\begin{aligned} M_i = {} & \frac{EI}{L}\left(S_1\,\theta_i + S_2\,\theta_j\right) + S_3\left(\frac{EIv_{imp,0}}{L^2}\right) \\ & + S_4\left(qL^2\right) + \sum_{m=1}^{n}\left[(S_5+S_6)(F_mL)\right] \end{aligned} \tag{۲۶}$$

$$\begin{aligned} M_j = {} & \frac{EI}{L}\left(S_2\,\theta_i + S_1\,\theta_j\right) - S_3\left(\frac{EIv_{imp,0}}{L^2}\right) \\ & - S_4\left(qL^2\right) + \sum_{m=1}^{n}\left[(S_5-S_6)(F_mL)\right] \end{aligned} \tag{۲۷}$$

در رابطه‌های کنونی، عامل‌های R_1 تا R_{12}، تابع‌های انحنا و S_1 تا S_6، تابع‌های پایداری نام دارند و همگی، فقط تابعی از نیروی محوری می‌باشند. مقدار آنها به قرار زیر است:

$$R_1 = \frac{2(80)^2 + (130/35)(80)\rho + (230/105)\rho^2 + (23/2520)\rho^3}{B_1^3} \tag{۲۸}$$

$$R_2 = \frac{2(48)^2 + (98/35)(48)\rho + (198/105)\rho^2 + (33/2520)\rho^3}{B_2^3} \tag{۲۹}$$

$$R_3 = \frac{-11\left[392099 + (33/7)(48)^2\rho + 144\rho^2 + \rho^3\right]}{60B_2^3} \tag{۳۰}$$

$$R_4 = \frac{16\left[7(48) + 5\rho\right]}{35B_2^3} \tag{۳۱}$$

$$R_5 = \frac{1}{B_1^3}\left[\frac{64}{63}\rho\xi_m^{**} + 10(80+\rho)\xi_m(1-\xi_m^2)^2\right] \tag{۳۲}$$

$$R_6 = \frac{1}{B_2^3}\left[-\frac{128}{70}\rho\xi_m^{*} + 6(48+\rho)(1-\xi_m^2)^2\right] \tag{۳۳}$$

$$R_7 = \frac{-\left[19(48)^2 + 656\rho\right]}{35B_2^3} \tag{۳۴}$$

$$R_8 = \frac{1}{B_2^3}\left[\frac{96}{35}(5\rho-16)\xi_m^{*} - 48(48+\rho)(1-\xi_m^2)^2\right] \tag{۳۵}$$

$$R_9 = \frac{1}{B_1^3}\left[\frac{2}{105}(48-\rho)\xi_m^{*} + \frac{1}{8}(48+\rho)(1-\xi_m^2)^2\right] \tag{۳۶}$$

$$R_{10} = \frac{-200\rho\left[(58/25)(48)^2 + 144\rho + \rho^2\right]}{105B_2^3} \tag{۳۷}$$

$$R_{11} = \frac{64+\rho}{35B_2^3} \tag{۳۸}$$

$$\begin{aligned} R_{12} = {} & \frac{1}{8B_1^2}\left[\xi_m^{**}\xi_k(1-\xi_k^2)^2 + \xi_k^{**}\xi_m(1-\xi_m^2)^2\right] \\ & - \frac{1}{315B_1^3}\left[16(100+\rho)\xi_m^{**}\xi_k^{**}\right] \\ & + \frac{1}{8B_2^2}\left[\xi_m^{*}(1-\xi_k^2)^2 + \xi_k^{*}(1-\xi_m^2)^2\right] \\ & - \frac{1}{105B_2^3}\left[16(36+\rho)\xi_m^{*}\xi_k^{*}\right] \end{aligned} \tag{۳۹}$$

$$\begin{aligned} S_1 = \frac{1}{B_1^2B_2^2}\Big[& 4(80)^2(48)^2 + 32(80)(48)^2\rho \\ & + (1378/112)(80+48)^2\rho^2 \\ & + (1256/420)(80-48)^2\rho^3 \\ & + (2148/105)\rho^4 + (28/630)\rho^5\Big] \end{aligned} \tag{۴۰}$$

$$\begin{aligned} S_2 = \frac{1}{B_1^2B_2^2}\Big[& 2(80)^2(48)^2 + 8(80)(48)^2\rho \\ & + (209/112)(80+48)^2\rho^2 \\ & + (121/420)(80-48)^2\rho^3 \\ & + (50/105)\rho^4 - (5/630)\rho^5\Big] \end{aligned} \tag{۴۱}$$

$$S_3 = \frac{\rho[91(48)^2 + 106(48)\rho + (77/3)\rho^2]}{140 B_2^2} \qquad (42)$$

$$S_4 = \frac{5(48)^2 + 6(48)\rho + (11/7)\rho^2}{60 B_2^2} \qquad (43)$$

$$S_5 = \frac{(80 + \rho\xi_m^2)\xi_m(1-\xi_m^2)}{8B_1} + \frac{2\rho^2\xi_m^{**}}{315\, B_1^2} \qquad (44)$$

$$S_6 = \frac{(48 + \rho\xi_m^2)(1-\xi_m^2)}{8B_2} + \frac{2\rho^2\xi_m^{*}}{105\, B_2^2} \qquad (45)$$

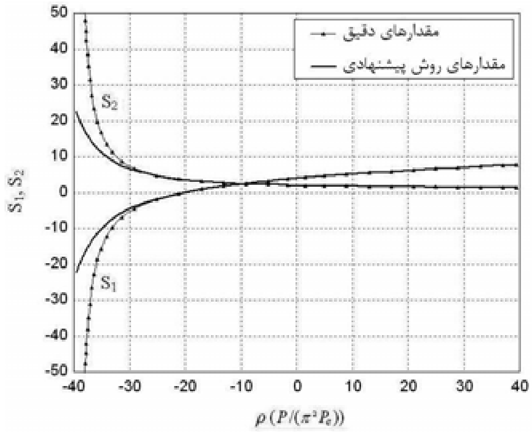
تابع‌های R_1 و R_2، در اثـر انـدرکنش دوران‌هـای گرهـی و نیروی محوری به وجود مـی‌آینـد. ضـریب‌هـای R_3 و R_4، اندرکنش دوران‌های گرهی و نیروی محوری را به ترتیب با نقص انحنای نخستین و بار گستردهٔ میانی نشان مـی‌دهنـد. عامل‌های R_5 و R_6 اندرکنش مرتبهٔ دوم نیـروی محـوری و دوران‌های گرهی با بارهای متمرکز میانی را در بـر دارنـد. ضریب‌های R_7 و R_8، اندرکنش نقص انحنـای نخـستین را، به ترتیب، با بارهای گسترده و متمرکز میانی نشان می‌دهند. تابع R_9، در اثـر انـدرکنش بـار گـستردهٔ میـانی و بارهـای متمرکز میانی به وجود می‌آید. اندرکنش مرتبهٔ دوم نیـروی محوری با نقص انحنـای نخـستین، بـار گـستردهٔ میـانی و بارهای متمرکز میانی به ترتیب در تابع‌های R_{10}، R_{11} و R_{12} دیده می‌شود.

ضریب‌های S_1 و S_2، همان تابع‌های پایداری رایج هستند که مقدار دقیق آنها از حل معادلـهٔ دیفرانـسیل تعـادل تیـر-ستون به دست می‌آید. تابع S_3 اثر نقص هندسـی انحنـای نخستین را در رابطهٔ تعادل لنگرها وارد می‌سازد. به سـخن دیگر، این ضریب همانند یک بار میانی، لنگرهای گیرداری در دو سر جزء به وجود می‌آورد. عامل S_4، چگونگی تغییر لنگر گیرداری بارهای گـستردهٔ میـانی را بـا تغییـر نیـروی محوری نشان می‌دهد. اثر لنگر گیرداری ناشـی از بارهـای متمرکز میانی در تابع‌های S_5 و S_6 دیده می‌شود. از آنجا که این بارهـا در حالـت کلـی نامتقـارن هـستند، رابطـهٔ لنگـر گیرداری آنها برای گره‌های i و j متفاوت می‌باشد.

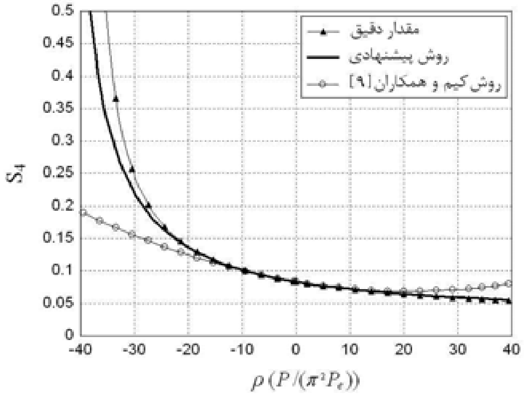
اینک دقـت تـابع‌هـای پایـداری جـزء پیـشنهادی بررسـی می‌گردد. شکل (۲)، چگونگی تغییر تابع‌های S_1 و S_2 را با تغییر نیروی محوری نشان می‌دهد. می‌تـوان دیـد بـه جـز هنگامی که نیروی محـوری فـشاری بـزرگ بـه جـزء وارد می‌شود، دقت رابطه‌های (۴۰) و (۴۱) بسیار خـوب اسـت. برای تابع پایـداری S_4، کـیم و همکـاران در سـال ۲۰۰۴، سری توانی زیر را پیشنهاد دادند[۹]:

$$S_4 = \frac{2520 - 42\rho + \rho^2}{30240} \qquad (46)$$

نمودار تغییر رابطهٔ کنونی در برابر نیروی محوری، به همراه رابطهٔ (۴۳) و مقدارهای دقیق، در شکل (۳) مـی‌آیـد دیـده می‌شود، رابطهٔ به دست آمده در ایـن مقالـه در مقایـسه بـا رابطهٔ کیم و همکاران، هم‌خوانی بهتری با مقـدار دقیـق آن دارد. اثر نقص انحنای نخستین در رابطه‌های سختی وتری، با تابع پایداری S_3 و تابع‌های انحنای R_3، R_7، R_8 و R_{10} وارد می‌گردد. شکل‌های (۴) و (۵)، این کمیت‌ها را نمایش می‌دهند. با تغییر نیروی محوری، مقدار تابع S_3 به سـرعت تغییر می‌کند و نقش انحنای نخستین را در کـاهش سـختی آشکار می‌سازد. همچنـین تـابع‌هـای R_3 و R_{10} زیـر اثـر نیروی فشاری زیاد به طور چشم‌گیـری تغییـر مـی‌کننـد و روی سختی جزء اثر می‌گذارند. در برابر آن، تابع‌هـای R_7 و R_8 تغییرات اندکی دارند و تاثیر ناچیزی بر سختی عضو می‌گذارند. تابع R_8 در شکل (۵)، به ازای یک بار متمرکـز در میانهٔ جزء رسم شـده اسـت. بایـد آگـاه بـود اگـر چـه تابع‌های انحنا و پایداری جزء پیـشنهادی زیـر اثـر نیـروی فشاری زیاد با خطا همراه هستند، نسبت به مقدارهای دقیق که از حل معادلهٔ دیفرانسیل تعادل تیـر- سـتون بـه دسـت می‌آیند، شکل بسیار ساده‌تری دارند و برای نیروی محوری فشاری و کشـشی، رابطـه‌ای یکـسان را در دسـترس قـرار می‌دهند.



شکل (۲) : چگونگی تغییر تابع‌های پایداری S_1 و S_2 با تغییر نیروی محوری



شکل (۳) : چگونگی تغییر تابع پایداری S_4 با تغییر نیروی محوری

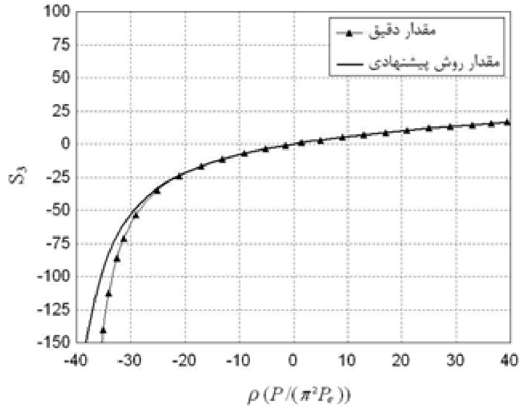
۲-۳- ماتریس سختی مماسی

در ادامه، ماتریس سختی مماسی جزء پیشنهادی برپا می‌شود. درایه‌های این ماتریس با مشتق‌گیری از رابطه‌های سختی وتری (۳۵) تا (۳۷) به دست می‌آیند و شکل کلی زیر را دارند:

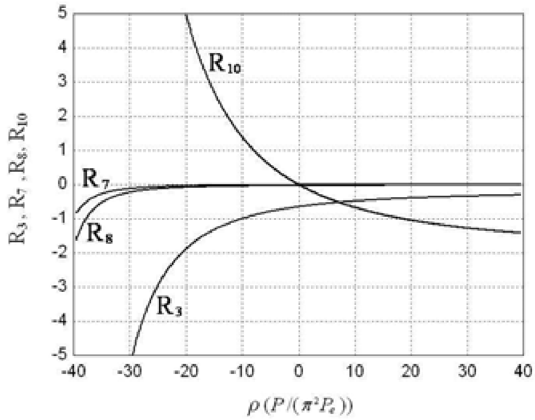
$$k_{pq}=\frac{\partial^{2}\Pi}{\partial\delta_p\,\partial\delta_q}=\frac{\partial F_p}{\partial\delta_q}+\frac{\partial F_p}{\partial\rho}\frac{\partial\rho}{\partial\delta_q} \qquad p,q=1,2,3 \tag{۴۷}$$

$$F_p=\left\{P \quad M_i \quad M_j\right\}^T \qquad \delta_q=\left\{e \quad \theta_i \quad \theta_j\right\}^T \tag{۴۸}$$

به این ترتیب، ماتریس سختی مماسی جزء پیشنهادی در محورهای عضوی پایه به صورت زیر نوشته می‌شود:



شکل (۴) : چگونگی تغییر تابع پایداری S_3 با تغییر نیروی محوری



شکل (۵) : چگونگی تغییر تابع‌های انحنای R_3، R_7، R_8 و R_{10} با تغییر نیروی محوری

$$\left[K_t\right]_{EB}=\frac{EI}{L}\begin{bmatrix}\dfrac{1}{B_3L^2} & \dfrac{B_1}{B_3L} & \dfrac{B_2}{B_3L}\\ \dfrac{B_1}{B_3L} & \left(S_1+\dfrac{B_1^2}{B_3}\right) & \left(S_2+\dfrac{B_1B_2}{B_3}\right)\\ \dfrac{B_2}{B_3L} & \left(S_2+\dfrac{B_1B_2}{B_3}\right) & \left(S_1+\dfrac{B_2^2}{B_3}\right)\end{bmatrix} \tag{۴۹}$$

در رابطه‌های کنونی، L طول جزء است. عامل‌های B_1، B_2 و B_3، به صورت زیر می‌باشند:

$$\begin{aligned}B_1&=2R_1\left(\theta_i+\theta_j\right)-2R_2\left(\theta_j-\theta_i\right)-R_3\left(\frac{qL^3}{EI}\right)\\&\quad-R_4\left(\frac{V_{imp,0}}{L}\right)+\sum_{m=1}^{n}\left[(R_5-R_6)(F_mL)\right]\end{aligned} \tag{۵۰}$$

$$B_2 = 2R_1\left(\theta_i+\theta_j\right)+2R_2\left(\theta_j-\theta_i\right)+R_3\left(\frac{qL^3}{EI}\right)+R_4\left(\frac{v_{imp,0}}{L}\right)+\sum_{m=1}^{n}\left[(R_5+R_6)(F_mL)\right] \qquad (۵۱)$$

$$\begin{aligned} B_3 = \frac{I}{AL^2}-\Bigg\{ & RR_1\left(\theta_i+\theta_j\right)^2+RR_2\left(\theta_j-\theta_i\right)^2+RR_3\left(\frac{v_{imp,0}}{L}\right)\left(\theta_j-\theta_i\right)+RR_4\left(\frac{qL^3}{EI}\right)\left(\theta_j-\theta_i\right) \\ & +\sum_{m=1}^{n}\left[\frac{F_mL^2}{EI}\left[RR_5\left(\theta_i+\theta_j\right)+RR_6\left(\theta_j-\theta_i\right)\right]\right]+RR_7\left(\frac{v_{imp,0}}{L}\right)\left(\frac{qL^3}{EI}\right)+\sum_{m=1}^{n}\left[RR_8\left(\frac{v_{imp,0}}{L}\right)\left(\frac{F_mL^2}{EI}\right)\right] \\ & +\sum_{m=1}^{n}\left[RR_9\left(\frac{qL^3}{EI}\right)\left(\frac{F_mL^2}{EI}\right)\right]+RR_{10}\left(\frac{v_{imp,0}}{L}\right)^2+RR_{11}\left(\frac{qL^3}{EI}\right)^2+\sum_{m=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\left[RR_{12}\left(\frac{F_mL^2}{EI}\right)\left(\frac{F_kL^2}{EI}\right)\right]\Bigg\} \end{aligned} \qquad (۵۲)$$

ضریب‌های RR_1 تا RR_{12} در رابطهٔ (۵۲)، مشتق ضریب‌های R_1 تا R_{12} نسبت به ρ می‌باشند. اینک ماتریس سختی مماسی جزء در دستگاه محورهای کلی سازه به صورت زیر قابل دست‌یابی است:

$$\left[K_t\right]_{EG}=[R]^T\left[K_t\right]_{EL}[R]= [R]^T\left([T]^T\left[K_t\right]_{EB}[T]+[M]\right)[R] \qquad (۵۳)$$

در این رابطه، $[K_t]_{EL}$ و $[K_t]_{EG}$، به ترتیب ماتریس سختی مماسی در دستگاه محورهای محلی و کلی سازه می‌باشند. $[T]$ و $[M]$ ماتریس‌های مبدل از محورهای عضوی پایه به محورهای محلی و $[R]$ ماتریس انتقال از محورهای محلی به محورهای کلی سازه هستند. این ماتریس‌ها به صورت زیر تعریف می‌شوند[۴،۱۰]:

$$[T]=\frac{1}{L}\begin{bmatrix} -L & 0 & 0 & L & 0 & 0 \\ 0 & 1 & L & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & L \end{bmatrix} \qquad (۵۴)$$

$$[M]=\frac{1}{L}\begin{bmatrix} M_1 & -M_1 \\ -M_1 & M_1 \end{bmatrix} \quad , \quad [M_1]=\begin{bmatrix} 0 & Q & 0 \\ Q & P & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (۵۵)$$

$$[R]=\begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_1 \end{bmatrix} \quad , \quad [R_1]=\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (۵۶)$$

در رابطهٔ (۵۵)، P نیروی محوری جزء است و در حالت کششی مثبت فرض می‌شود. مقدار Q به قرار زیر می‌باشد:

$$Q=\frac{M_i+M_j}{L} \qquad (۵۷)$$

همچنین در رابطهٔ (۵۶)، θ زاویهٔ وتر گذرنده از دو سر جزء با جهت مثبت محور افقی است و L طول تغییر یافتهٔ جزء در پایان گام پیشین بارگذاری می‌باشد.

۳- روش عددی تحلیل غیرخطی

از روش نموّی- تکراری طول قوس استوانه‌ای، برای حل معادله‌های غیرخطی حاکم بر رفتار سازه بهره‌گیری می‌شود. به طور معمول، پژوهشگران طول قوس یا ضریب بار را در تکرارهای درون یک گام بارگذاری، ثابت انتخاب می‌کنند. در این صورت، برای گذر از نقطه‌های حدی نیاز به گام‌های بارگذاری زیادی می‌باشد. اگر این دو کمیت در هر تکرار درون یک گام تحلیل به‌هنگام شوند، سرعت همگرایی بیشتر می‌گردد. از این رو در این مقاله روش طول قوس استوانه‌ای با شعاع قوس متغیر به کار می‌رود. در برنامهٔ رایانه‌ای نویسندگان اندازهٔ شعاع قوس در هر تکرار درون یک گام بارگذاری به‌هنگام می‌گردد. با این کار شمار تکرارها در هر گام کاهش می‌یابد. باید آگاه بود رابطهٔ نزدیکی میان شمار تحلیل‌های تکراری در یک گام و اندازهٔ نموّ بار در گام بعدی وجود دارد. این شیوه افزون بر دارا بودن همهٔ خوبی‌های راهکار طول قوس استوانه‌ای، سرعت بیشتری در گذر از نقطه‌های حدّی به ویژه نقطه‌های حدّی تغییرمکان دارد.

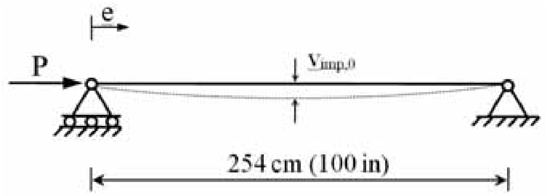
۴- نمونه‌های عددی

برای نشان دادن توانایی‌های روش پیشنهادی، چند نمونهٔ عددی در این بخش حل می‌شود.

۴-۱- ستون لاغر دو سر مفصل

ستون دو سر مفصل شکل (۶) که نقص انحنای نخستین دارد، تحلیل می‌گردد. سطح مقطع ستون، ۶/۴۵۱۶cm^2 (۱ in^2)، لنگر لختی آن، ۳/۴۶۷۲ cm^4 (۰/۰۸۳۳ in^4) و ضریب کشسانی، ۶۹ GPa (۱۰۰۰۰ksi) می‌باشد. پاسخ تحلیلی تغییرمکان محوری، بر پایهٔ رابطه‌های پیوست ۱ به صورت زیر است:

$$e=\frac{PL}{AE}+\frac{v_{imp,0}^{2}}{L}\left\{\frac{3}{4\rho^{4}\cos^{2}\left(\sqrt{\rho}/2\right)}\left[\rho\left(2304+256\rho+3\rho^{2}\right)+32\rho\cos\sqrt{\rho}\left(48+5\rho\right)-3\sqrt{\rho}\sin\sqrt{\rho}\left(1280+96\rho+\rho^{2}\right)\right]-\frac{713}{280}\right\} \qquad (58)$$



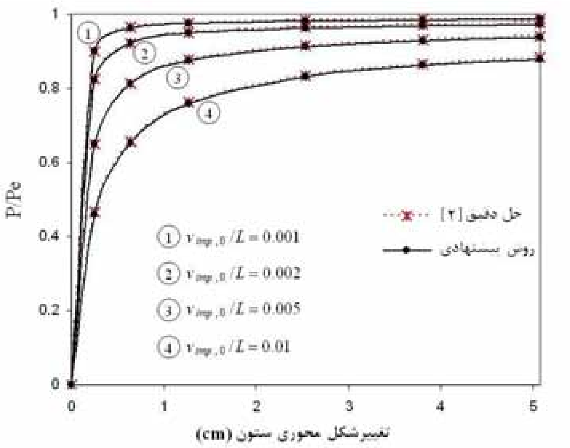
شکل (۶) : ستون لاغر دو سر مفصل با نقص انحنای نخستین

در رابطهٔ کنونی، $\rho = PL^2/EI$ و e کوتاه شدگی محوری می‌باشد. جملهٔ دوم طرف راست این تساوی، ناشی از نقص انحنای نخستین است. در اینجا، سازه با یک جزء پیشنهادی و به ازای مقدارهای مختلف این نقص، تحلیل می‌گردد. مقدار $v_{imp,0}/L$ برابر با ۰/۰۰۱، ۰/۰۰۲، ۰/۰۰۵ و ۰/۰۱ انتخاب می‌شود. پیش از این، چَن و ژو در سال ۱۹۹۵، تابع نقص هندسی پیشنهادی خود را در تحلیل این ستون به کار بردند[۲].

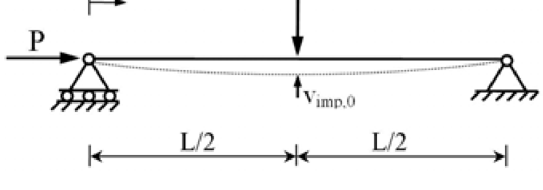
نمودار بار- تغییرشکل محوری ستون در شکل (۷) آمده است. پاسخ‌های روش پیشنهادی، در مقایسه با رابطهٔ دقیق (۵۸)، دقتی عالی دارند. باید آگاه بود این پاسخ‌ها تنها با به کار بردن یک جزء در عضو به دست آمده‌اند و روش پیشنهادی از این دیدگاه، کارآمد به شمار می‌آید.

اینک همانند شکل (۸)، یک بار متمرکز جانبی نیز به وسط دهانهٔ ستون وارد می‌شود. پاسخ تحلیلی تغییرمکان محوری سازه در نبود نقص انحنای نخستین به صورت زیر است[۳]:

$$e=\frac{PL}{AE}+\frac{L}{16}\left[3-\frac{3\tan(\sqrt{\rho}\,\frac{L}{2})}{(\sqrt{\rho}\,\frac{L}{2})}+\tan^{2}(\sqrt{\rho}\,\frac{L}{2})\right] \qquad (59)$$



شکل (۷) : نمودار بار- تغییرمکان ستون لاغر دو سر مفصل



شکل (۸) : ستون لاغر دو سر مفصل با نقص انحنای نخستین و بار متمرکز جانبی در وسط دهانه

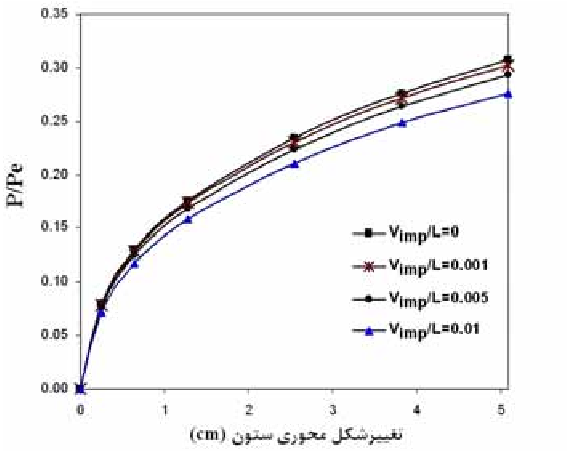
در رابطهٔ کنونی، $\rho = PL^2/EI$ و e کوتاه شدگی محوری می‌باشد. جملهٔ دوم طرف راست این تساوی، ناشی از نقص انحنای نخستین است. در اینجا سازه با یک جزء پیشنهادی و به ازای مقدارهای مختلف این نقص تحلیل می‌گردد. مقدار $v_{imp,0}/L$ برابر با ۰/۰۰۱ ، ۰/۰۰۵ و ۰/۰۱ و در راستای نشان داده شده انتخاب می‌گردد.

شکل (۹)، نمودار بار- تغییرمکان روش پیشنهادی را نشان می‌دهد. آشکار است، اثر نقص انحنای نخستین بر تغییرشکل محوری سازه قابل چشم‌پوشی نیست. همچنین با افزایش مقدار نقص، آهنگ کاهش سختی افزایش می‌یابد. باید آگاه بود پاسخ شیوهٔ پیشنهادی در نبود نقص شکم‌دادگی، به مقدار دقیق رابطهٔ (۵۹) بسیار نزدیک است و خطایی در حدود ٪ ۰/۱ دارد که دقتی بسیار خوب به شمار می‌آید.

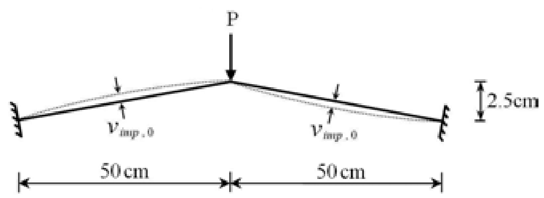
۴-۲- قاب دو عضوی با ارتفاع کم

نخستین بار، ویلیام در سال ۱۹۶۴ قاب دو عضوی با ارتفاع کم را آزمایش کرد و آن را به عنوان معیاری برای وارسی دقت تحلیل‌های کشسان مرتبه دوم قاب‌های دو بعدی به کار برد. پس از آن چَن و ژو در سال ۱۹۹۵ ابعاد این قاب را به گونه‌ای تغییر دادند که نیروی محوری در عضوها بیشتر گردد. سپس شکل نقص شکم‌دادگی عضوها را سهمی درجهٔ دو پنداشتند و از آن در تحلیل کشسان مرتبه دوم بهره گرفتند.

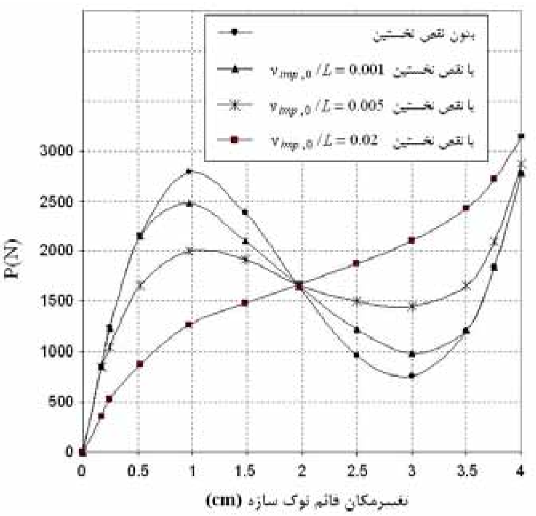
هندسه و بارگذاری قاب دو عضوی در شکل (۱۰) می‌آید. مقطع‌های سازه ، ۱×۱ cm می‌باشند و ضریب کشسانی ۲۱۰ GPa است[۲، ۱۱]. روش پیشنهادی، به ازای مقدارهای مختلف نقص انحنای نخستین، در تحلیل کشسان این سازه به کار می‌رود. نمودار بار- تغییرشکل محوری ستون در شکل (۱۱) آمده است. دیده می‌شود کاهش سختی سازه با افزایش مقدار نقص روندی سریع دارد. همچنین با تغییر مقدار نقص شکم‌دادگی نقطه‌های حدی به طور چشم‌گیری جابه‌جا می‌شوند؛ به گونه‌ای که در بیشینهٔ نقص ۰/۰۲ طول عضو، نقطه‌های حدی بار از میان رفته‌اند و سازه بدون رویارویی با پدیدهٔ برگشت بار، در مسیر ایستایی پیش می‌رود.



شکل (۹) : نمودار بار ـ تغییرمکان تیر ـ ستون لاغر دو سر مفصل با بار متمرکز جانبی در وسط دهانه



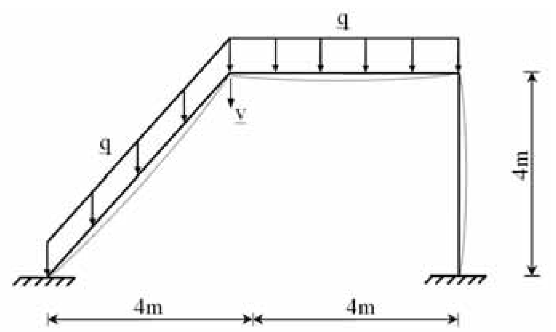
شکل(۱۰) : قاب دو عضوی با ارتفاع کم و الگوی نقص شکم‌دادگی آن



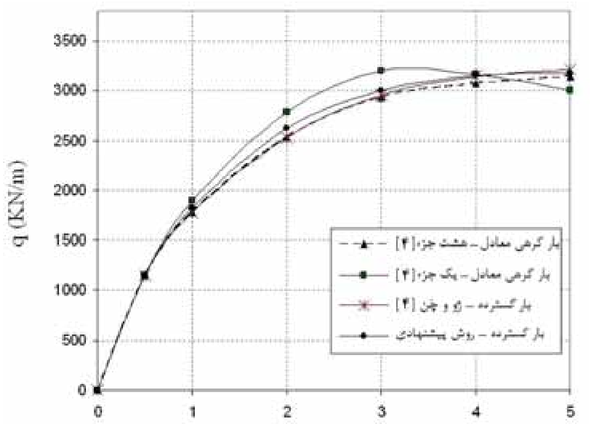
شکل (۱۱) : نمودار بار ـ تغییرمکان قاب دو عضوی با ارتفاع کم

۴-۳- قاب یک طبقه با عضو مایل

شکل (۱۲)، قاب یک طبقه با عضو مایل و بارگذاری آن را نشان می‌دهد. ژو و چَن در سال ۱۹۹۷ این قـاب را در دو حالت تحلیل کردند. نخست بارهای گستردهٔ میانی را به کار بردند و هر عضو را با یک جزء الگوسازی کردنـد. سـپس بارهای گستردهٔ میانی را با بارهای معادل گرهی جـایگزین کردند و در هر عضو یک بار هشت جزء و بار دیگـر یـک جزء به کار بردند. مقطع‌هـای سـازه از نیمـرخ IPE360 هستند و ضریب کشسانی ۲۰۵ GPa می‌باشد[۴].



شکل(۱۲) : قاب یک طبقه با عضو مایل و الگوی نقص انحنای نخستین آن

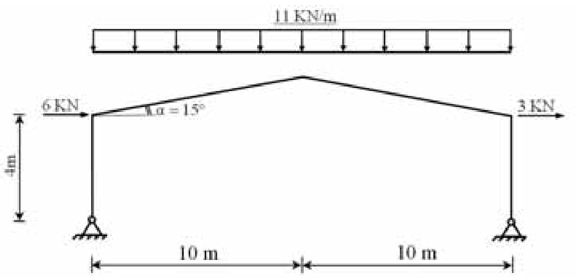


شکل (۱۳) : نمودار بار- تغییرمکان قاب یک طبقه با عضو مایل

در اینجا، نقص شکم‌دادگی L/۱۰۰۰ همانند شکل (۱۲) به قاب افزوده می‌شود و تحلیل کشسان مرتبـه دوم بـه انجـام می‌رسد. نمودار بار- تغییرمکان روش پیشنهادی بـه همـراه تحلیل‌های ژو و چَن در شکل (۱۳) آمده است. چون جزء پیشنهادی ژو و چَن بارهای گستردهٔ طولی را نیز الگوسازی می‌کند، نسبت به جزء پیشنهادی هم‌خوانی بهتری با الگوی هشت جزء در هر عضو دارد. با وجـود ایـن، پاسـخ روش پیشنهادی به تدریج به دو تحلیل دیگـر نزدیـک مـی‌شـود. بیشینهٔ خطای شیوهٔ پیشنهادی، ۳/۵ درصد می‌باشد.

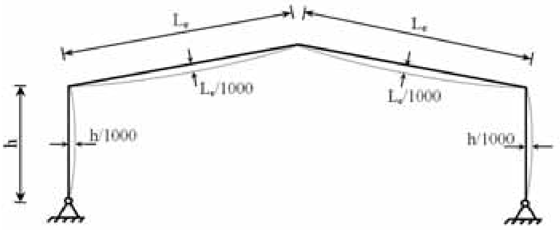
۴-۴- قاب شیب‌دار

هندسهٔ سازه و بارهای وارد بر آن در شکل (۱۴) آمده است. در سال ۱۹۹۷، ژو و چَن این قاب را تحلیل کشسان مرتبه دوم نمودند. ویژگی روش پیشنهادی آنها به کار بردن بارهای گستردهٔ میانی بدون نیاز به متمرکز کردن در گره‌ها بود. بـا وجود این از نقص هندسی عضوها چشم‌پوشی کردند. همهٔ مقطع‌هـای سـازه از نیمـرخ IPE360 هـستند و ضـریب کشسانی ۲۰۵ GPa می‌باشد[۴].

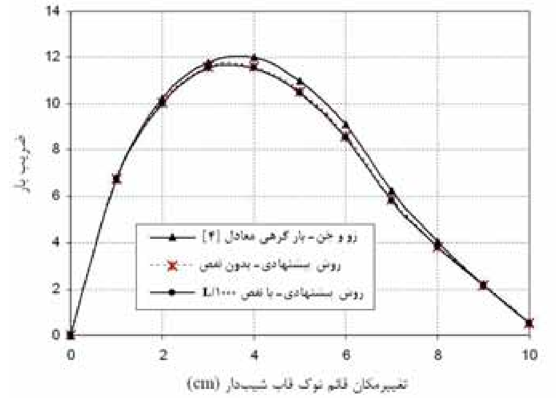


شکل(۱۴) : قاب شیب‌دار

در روش پیشنهادی هر عضو فقط با یک جـزء الگوسـازی می‌شود. این کار حجم داده دهی به رایانه و زمان تحلیل را کـاهش مـی‌دهـد. شـکل (۱۵) الگـوی نقـص هندسـی شکم‌دادگی به کار رفتـه را نـشان مـی‌دهـد. نمـودار بـار- تغییرمکان روش پیشنهادی به همراه راهکـار ژو و چَـن در شکل (۱۶) آمده است. می‌توان دید اثر نقـص یـک هـزارم طول عضو در کاهش باربری سازه ناچیز می‌باشد. با وجود این بیشینهٔ خطای متمرکز کردن بارهای گسترده در گره‌هـا، حدود ۷ درصد است. بنابراین الگوسـازی صـریح بارهـای گسترده افزون بر کاهش شمار جزءها دقت پیمایش مـسیر ایستایی این سازه را به طور چشم‌گیری افزایش می‌دهد.



شکل(۱۵) : الگوی نقص شکم‌دادگی در قاب شیب‌دار



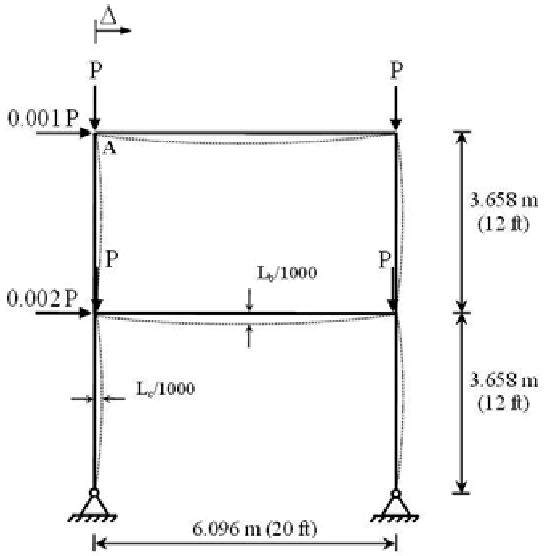
شکل (۱۶) : نمودار بار- تغییرمکان قائم نوک قاب شیب‌دار

۴-۵- قاب دو طبقهٔ یک دهانه

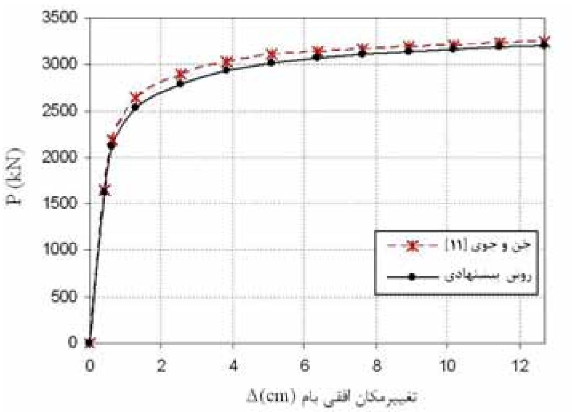
نخستین بار لوی و چِن در سال ۱۹۸۸، این سازه را تحلیل کشسان مرتبه دوم کردند. آنها در الگوسازی ستون‌ها یک جزء و در الگوسازی تیرها دو جزء به کار بردند. در تحلیل آنها نقص انحنای نخستین وجود نداشت. پس از آن، چَن و چوی این قاب را در سال ۲۰۰۰ تحلیل نمودند. شکل (۱۷)، قاب دو طبقهٔ یک دهانه و بارگذاری آن را نشان می‌دهد. مقطع ستون‌ها نیمرخ W12×96 و مقطع تیرها نیمرخ W14×48 می‌باشد. ضریب کشسانی ۲۰۷ GPa (۳۰۰۰۰ ksi) است[۱۱].

در روش پیشنهادی نقص انحنای نخستین همانند شکل (۱۷) به قاب افزوده می‌شود. نمودار بار- تغییرمکان شیوهٔ پیشنهادی و راهکار چَن و چوی در شکل (۱۸) آمده است. پاسخ‌ها نشان می‌دهند، نقص انحنای نخستین با وجود کوچکی مقدار آن باربری قاب را تا ۳ درصد کاهش می‌دهد. دلیل اصلی آن پر اهمیت بودن اثر P-δ در رفتارسازه است. در حقیقت سازه‌ها زیر اثر بارهای گسترده قرار دارند. ولی در بسیاری از تحلیل‌ها آنها را با بارهای گرهی جایگزین می‌کنند. در سال ۱۹۹۶، ژو و چَن برای بررسی مقدار خطای این جایگزینی بارهای متمرکز وارد بر قاب شکل (۱۷) همانند شکل (۱۹)، با بارهای گستردهٔ یکنواخت جایگزین کردند[۳].

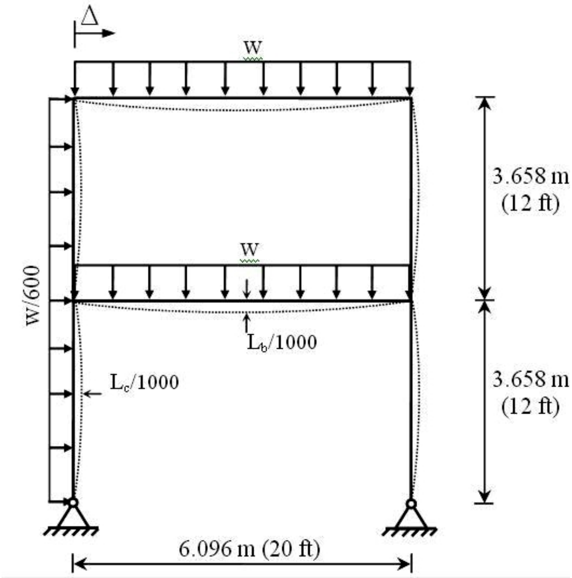
شدت بارهای گستردهٔ یکنواخت به گونه‌ای انتخاب شده است که مقدار نیروهای وارد به قاب تغییر نکند. بنابراین اگر طول تیرها L_b باشد، رابطهٔ $w = 2P/L_b$ برقرار است. در اینجا نمودار بار- تغییرمکان جانبی قاب در روش پیشنهادی زیر اثر بارهای گستردهٔ یکنواخت و بارهای گرهی معادل در شکل (۲۰) مقایسه شده است. دیده می‌شود، کاهش سختی زیر اثر بارهای گسترده شیب ملایم‌تری دارد. همچنین بیشینهٔ خطای متمرکز کردن بارهای گستردهٔ میانی در گره‌ها ۴ درصد می‌باشد.



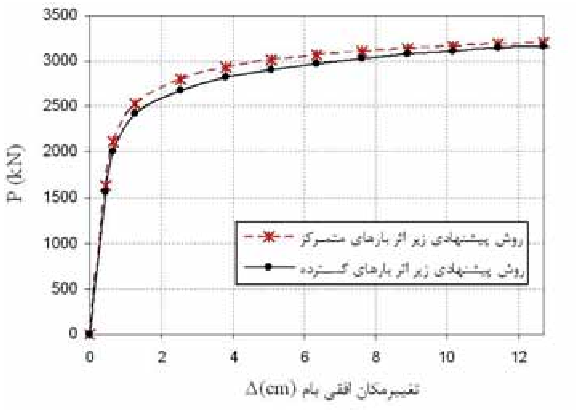
شکل(۱۷) : قاب دو طبقهٔ یک دهانه



شکل (۱۸) : نمودار بار- تغییرمکان قاب دو طبقهٔ یک دهانه



شکل (۱۹) : قاب دو طبقهٔ یک دهانه زیر اثر بارهای گسترده



شکل (۲۰) : نمودار بار- تغییرمکان قاب دو طبقهٔ یک دهانه زیر اثر بارهای گسترده

۵- نتیجه‌گیری

رابطه‌سازی جدیدی برای تحلیل کشسان مرتبه دوم قاب‌های دو بعدی در این مقاله ارائه شد. جزء پیشنهادی دارای نقص انحنای نخستین است و زیر اثر بارهای گرهی و نیز بارهای گسترده و متمرکز میانی قرار دارد. ماتریس سختی مماسی نویسندگان دقت خوبی دارد و می‌تواند هر عضو را فقط با یک جزء الگوسازی کند. همچنین برای عضوهای فشاری و کششی رابطه‌ای یکسان را به کار می‌برد. بنابراین راهکار پیشنهادی توانمند و کاربردی به شمار می‌آید.

بدون شک نقص انحنای نخستین اثری منفی بر ظرفیت باربری یک سازه می‌گذارد. از پاسخ‌های به دست آمده در نمونه‌های عددی می‌توان نتیجه گرفت اگر در پایداری سازه اثر مرتبه دوم $P\text{-}\Delta$ تعیین کننده باشد اهمیت نقص شکم‌دادگی عضوها کمتر می‌شود. از سوی دیگر هنگامی‌که اثر مرتبه دوم $P\text{-}\delta$ بر رفتار سازه حاکم است، نقشی تاثیرگذار پیدا می‌کند. بنابراین پیشنهاد می‌شود اثر این نقص همواره در تحلیل‌های مرتبه دوم وارد گردد، زیرا قضاوت دربارهٔ میزان اهمیت اثرهای $P\text{-}\delta$ و $P\text{-}\Delta$ در بسیاری از سازه‌ها دشوار است. نقص انحنای نخستین عضوها در بیشتر سازه‌های تحلیل شده در این مقاله ۰/۰۰۱ طول آنها انتخاب شد. این مقدار حدّ مجاز توصیه شدهٔ بسیاری از آیین‌نامه‌های معتبر طراحی (برای نمونه آیین نامهٔ AISC-LRFD آمریکا و آیین‌نامهٔ AS4100 استرالیا) می‌باشد. با وجود این خطای پیمایش مسیر ایستایی در برخی از نمونه‌های حل شده قابل توجه بود. از این رو برای وارد کردن اثرهای غیرخطی در تحلیل گاه نمی‌توان به رابطه‌های پیشنهادی آیین‌نامه‌های طراحی بسنده کرد و باید الگوهایی دقیق‌تر را به کار گرفت.

مراجع

1- Chan, S.L. and Zhou, Z.H. (1994),”Pointwise equilibriating polynomial element for nonlinear analysis of frames”, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 120, No. 6, PP. 1703-1717.

2- Chan, S.L. and Zhou, Z.H. (1995),”Second-order elastic analysis of frames using single imperfect element per member”, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 121, No. 6, PP. 939-945.

3- Zhou, Z.H. and Chan, S.L. (1996),”Refined second-order analysis of frames under lateral and axial loads”, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 122, No. 5, PP. 548-554.

4- Zhou, Z.H. and Chan, S.L. (1997),”Second-order analysis of slender steel frames under distributed axial and member loads”, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 123, No. 9, PP. 1187-1193.

5- Chan, S.L. and Zhou, Z.H. (2000),”Nonlinear integrated design and analysis of skeletal structures by 1 element per member”, Engineering Structures, Vol. 22, PP. 246-257.

6- Chan, S.L. and Gu, J.X. (2000),”Exact tangent stiffness for imperfect beam-column members”, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 126, No. 9, PP. 1094-1102.

7- Chan, S.L. (2001),”Review: nonlinear behaviour and design of steel structures”, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 57, PP. 1217-1231.

8- Kim, S.E. and Chen, W.F. (1996),”Practical advanced analysis for unbraced steel frame design”, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 122, No. 11, PP. 1259-1265.

9- Kim, S.E., Lee, J.S., Choi, S.H. and Kim, C.S. (2004),”Practical second-order inelastic analysis for steel frames subjected to distributed load”, Engineering Structures, Vol. 26, PP. 51-61.

10- Chen, W.F. and Kim, S.E. (1997), LRFD design using advanced analysis, CRC Press, Boca Raton, New York.

11- Chan, S.L. and Chui, P.P.T. (2000), Nonlinear static and cyclic analysis of steel frames with semi-rigid connections, Elsevier Science, Amsterdam.

۶- پیوست ۱

تغییرمکان محوری یک ستون که نقص انحنای نخستین با تابع پیشنهادی رابطهٔ (۲) دارد در زیر حساب می‌شود. رابطهٔ (۲) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$v_{imp}(\xi)=\frac{v_{imp,0}}{2}(\xi)\left(4\xi^3-8\xi^2-3\xi+7\right) \qquad (60)$$
$$\xi=\frac{x}{L}\ ,\quad 0\le x\le L$$

در این رابطه، v_{imp} تابع نقص انحنای نخستین است و $v_{imp,0}$مقدار آن در وسط دهانه می‌باشد. ξ فاصلهٔ بی بعد و L طول جزء است. معادلهٔ دیفرانسیل حاکم بر رفتار این سازه به صورت زیر می‌باشد:

$$EI\frac{d^2v}{dx^2}+P\left(v+v_{imp}\right)=0 \qquad (61)$$

در رابطهٔ کنونی، v تابع تغییرمکان جانبی ناشی از نیروی محوری است. با وارد کردن شرط‌های مرزی $v=0$ در $x=0$ و $x=L$، تابع تغییرمکان جانبی ستون به قرار زیر به دست می‌آید:

$$v_{tot}=v+v_{imp}=\frac{v_{imp,0}}{\rho^2}\left[(48+3\rho)\left(\tan(\frac{\sqrt{\rho}}{2})\sin(\sqrt{\rho}\frac{x}{L})+\cos(\sqrt{\rho}\frac{x}{L})-1\right)-24\rho(\frac{x}{L})(1-\frac{x}{L})\right] \qquad (62)$$

در این رابطه ρ همانند رابطهٔ (۱۹) تعریف می‌شود و v_{tot} تابع تغییرمکان کل ستون با در نظر گرفتن تغییرمکان ناشی از نقص انحنای نخستین می‌باشد. تغییرمکان محوری جزء را می‌توان به صورت جمع جبری تغییر طول در اثر نیروی محوری و نیز کوتاه شدگی ناشی از خمش و نقص انحنای نخستین، همانند زیر نوشت:

$$e=\delta_L+\delta_{b,b}-\delta_{b,imp} \qquad (63)$$

در این رابطه δ_L تغییرمکان کشسان خطی است و برابر با PL/AE می‌باشد. $\delta_{b,b}$ و $\delta_{b,imp}$ به ترتیب کوتاه‌شدگی ناشی از خمش و نقص انحنای نخستین هستند و به صورت زیر حساب می‌شوند:

$$\delta_{b,b}=\frac{1}{2}\int_0^L\left(\frac{dv_{tot}}{dx}\right)^2dx \qquad (64)$$

$$\delta_{b,imp}=\frac{1}{2}\int_0^L\left(\frac{dv_{imp}}{dx}\right)^2dx \qquad (65)$$

با جایگذاری رابطه‌های (۶۰) و (۶۲) در رابطه‌های کنونی و بهره‌گیری از رابطهٔ (۶۳)، تغییرمکان محوری ستون همانند رابطهٔ (۵۸) قابل دست‌یابی است.