

اثر نقص انحنای نخستین بر رفتار کشسان مرتبه دوم قابهای دو بعدی محمد رضایی پژند ٔ احسان محتشمی ٔ

چکیدہ

به طور معمول، نقص های هندسی در فرآیند ساخت و نصب عضوهای سازه به وجود می آیند. نقص انحنای نخستین یا شکمدادگی عضو یکی از رایج ترین آنهاست. در این مقاله، ماتریس سختی مماسی کشسان جزء تیر – ستون دارای نقص انحنای نخستین، زیر اثر نیروهای گرهی و بارهای میانی گسترده و متمرکز رابطه سازی می شود و در تحلیل مرتبه دوم قاب ها به کار می رود. شیوهٔ پیشنهادی، تابع جدیدی برای نقص انحنای نخستین پیشنهاد می کند و اثر آن را به طور مستقیم در ماتریس سختی جزء وارد می سازد. همچنین، برای الگوسازی هر عضو سازه، تنها یک جزء را به کار می برد و رابطه های آن برای عضوهای فشاری و کششی، یکسان است. نمودار بار – تغییر مکان روش پیشنهادی با پاسخهای سایر پژوه شگران مقایسه می شود و اثر نقص انحنای نخستین بر مسیر ایستایی مرتبه دوم قاب ها بررسی می گردد. نتیجه ها نشان می دهند، اگر اثر مرتبه دوم Δ-۹ در پایداری قاب تعیین کننده باشد، اهمیت نقص می تواند اثر قابل توجهی بر رفتار سازه بگذارد.

كلمات كليدى:

قاب دو بعدی، تحلیل غیرخطی، نقص انحنای نخستین(شکمدادگی)، اثرهای مرتبه دوم، بارهای میانی

Effect of Initial Out-of-Straightness Imperfection on Second-Order Elastic Behavior of Planar Frames Mohammad Rezaiee-Pajand, Ehsan Mohtashami

ABSTRACT

Geometrical imperfections usually occur during fabrication and erection. Initial out-of-straightness is one of the most common types of these flaws. In this paper, the elastic tangent stiffness matrix of an initially curved beamcolumn element subjected to nodal forces and transverse member loads is derived. Second-order analysis of planar frames is carried out afterwards. The proposed method introduces a new function for explicit modeling of out-of-straightness imperfection and incorporates it directly into the element's stiffness matrix. In addition, the proposed technique uses only one element for each member and presents a single formulation for both tensile and compressive members. The obtained load-deflection curve is compared with those predicted by other methods and the effect of initial out-of-straightness imperfection is also discussed. Results of numerical examples indicate that initial out-of-straightness imperfection is less important if the stability of frame is controlled by second-order P- Δ effect. On the other hand, it can have a considerable effect on the behavior of structure when second-order P- δ effect is dominant.

Key words:

Planar Frame, Nonlinear Analysis, Initial Out-of-Straightness Imperfection, Second-Order Effects, Transverse MemberLoads

۱. استاد گروه عمران، دانشکدهٔ مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهدmrpajand@yahoo.com

eh_mo876@stu-mail.um.ac.ir کارشناس ارشد مهندسی سازه، دانشکدهٔ مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد .

سال چهارم ــ شمارهی چهارم ــ پائیز ۱۳۸۷

نشریه علمی و پژوهشی سازه و فولاد

۱ – مقدمه

هنگامی که هدف، بررسی مسیر بار- تغییر مکان با وارد کردن تغییر هندسهٔ سازه در طول بارگذاری باشد، باید اثـر تغییرشکلهای بزرگ یا به سخن دیگر، اثرهای مرتبه دوم را وارد تحلیل کرد. نتیجهٔ این کار، یافتن تابعهای پایـداری است و چنین تحلیلی را تحلیل مرتبه دوم مینامند. از نخستین کارهایی که برای وارد کردن اثر تغییرشکلهای بزرگ در تحلیل کشسان انجام شد، می توان به پژوهشهای ویلیامز در سال ۱۹۶۴، جنینگز در سال ۱۹۶۸ و پاول در سال ۱۹۶۹ اشاره کرد. در سال ۱۹۹۴، چَن و ژو یک جـزء خودایستا برای تحلیل مرتبه دوم قابها پیشنهاد کردند که شرط ایستایی را در وسط دهانهٔ جزء برقرار مینمود[۱]. آن دو، نقص انحنای نخستین با شکل سهمی درجهٔ دو را در سال ۱۹۹۵ به جزء پیشنهادی خود افزودند [۲]. سـپس، در سالهای ۱۹۹۶ و ۱۹۹۷، اثـر بارهـای میـانی جـانبی و محوری را به طور مستقیم در رابطهسازی سختی جزء وارد نمودند [۳، ۴]. همچنین، آنها روشی به نام NIDA را برای تحلیل کشـسان مرتبه دوم قـابهـا در سـال ۲۰۰۰ ارائـه کردند[۵]. با وجود این، در هیچ یک از پژوهشهای خود، اثر همزمان نقص انحنای نخستین و بارهای میانی را بررسي نكردند.

در تحلیل کشسان مرتبه دوم، از دو شیوه برای رابطهسازی ماتریس سختی جزء بهره می گیرند. یکی، روش تیر – ستون و دیگری، روش اجزای محدود نام دارد. در شیوهٔ تیر – ستون، معادلهٔ دیفرانسیل ایستایی تیر – ستون را برای یافتن رابطهای میان نیروها و تغییرمکانهای گرهی حل میکنند. در این راهکار، از تابعهای پایداری برای وارد کردن اثرهای غیرخطی بهره می جویند. برتری این شیوه، در دقت تابعهای پایداری زیر اثر نیروی محوری زیاد است. با وجود این، برای نیروی محوری کششی و فشاری باید رابطهسازی جداگانهای انجام داد؛ زیرا، معادلهٔ دیفرانسیل تیر – ستون درنیروی محوری مثبت و منفی متفاوت است.

بارگذاریهای گوناگون، ماتریس سختی جزء بسیار پیچیده میگردد[۶].

در روش اجزای محدود، تابع تغییرمکان جزء فرض می شود و ادامهٔ کار با شیوههایی مانند رابطههای ایستایی، کار مجازی یا کارمایهٔ نهفتهٔ کل به انجام می رسد. برتری راهکار اجزای محدود در سر راست بودن آن می باشد. با این حال، هنوز رابطهسازیهای کارآمدی برای وارد کردن اثرهای مرتبه دوم، به ویژه در نیروهای محوری زیاد، ارائه نشده است. بر پایهٔ پژوهشهای چَن و ژو درسال ۱۹۹۵ و چَن و چوی درسال ۱۹۹۶، هنگامی که نیروی محوری نیمی چَن و یوی درسال معدار مشخصی – برای نمونه، نیمی از بار کمانشی – باشد، دقت روش اجزای محدود مناسب

نیست و بهتر است روش تیر – ستون به کار رود[۲، ۶]. یک راہ دیگر برای انجام تحلیل غیرخطی ہندسے کے ب صورت گستردهای رواج دارد، بهرهگیری از تحلیل مرتبه دوم سادهتر به همراه محاسبهٔ طول موثر است. روش طـول موثر، برای وارد کردن اثر اندرکنش مقاومت عضو با سایر بخشهای سازه به وجود آمده است. به سخن دیگر، میزان مشارکت هر عضو در مقاومت قاب با طول موثر آن نـشان داده میشود. این روش، پاسخهای خوبی برای طراحی سازههای قابی به دست میدهد. هنگامی که طول موثر به درستی برآورد گردد، مقاومت کمانشی عـضو بـهآسـانی از روی نمودارهای آییننامهها حساب می شود. با این حال، این شیوه نمیتواند اندرکنش رفتار سازه و عـضوهایش را به دقت رابطهسازی کند؛ زیرا انـدرکنشهـا در یـک سـازهٔ بزرگ بسیار پیچیده است و نمی توان اثر آنها را تنها با یک مقدار به نام ضريب طول موثر وارد نمود. همچنين، اين روش برای طراحی با رایانه مناسب نیست. زیرا، فرآیند آن چندان نظامدار نمیباشد. افزون بر این، برای وارسی ظرفیت یکایک عضوها، به ویژه در سازههای با درجه آزادی زیاد، به زمان قابل توجهی نیاز دارد [۷، ۸].





شکمدادگی عضو اختیاری است. برای نمونه، چَن و ژو در ۲- روش پیشنهادی سال ۱۹۹۵، تابع سهمي درجهٔ دو را با الهام گرفتن از كمان هر الگوی تحلیلی، نیاز به سادهسازی دارد. فرضهای زیر در این مقاله به کار میرود: از نگرهٔ تیر – ستون تیموشنکو بهره جویی خواهد شد و تنها اثرهای مرتبه دوم ناشی از نیروی محوری به کار میرود. به سخن دیگر، اثرهای مرتبه دوم سایر نیروها در مقایسه با نیروی محوری، ناچیز است و از آنها چشمپوشی میشود. ۲. رفتار مصالح، کشسان است. ۳. قابهای دو بعدی با عضوهای منشوری تحلیل می شوند. ۴. كرنش ها كوچكند اما تغيير مكان ها مي توانند بزرگ باشند. ۵. از تغییرشکل،ای برشی و پیچیشی مقطع چیشمپوشی مي گر دد. ۶. از کمانش موضعی و پیچشی _ جانبی جلوگیری می شود.

> ۲-۱- تابع تغييرمكان شکل (۱)، جزء تیر _ستون پیشنهادی و بارهای وارد به آن را نشان مىدهد. تابع تغييرمكان جزء، چند جملهاى درجـهٔ پنج به صورت زیر فرض می شود. چنین تابعی پیش از این توسط چَن و ژو به کار رفته است[۱، ۲]:

$$\psi(\mathbf{x}) = c_{\circ} + c_{\gamma}\xi + c_{\gamma}\xi^{\gamma} + c_{\gamma}\xi^{\gamma} + c_{\gamma}\xi^{\gamma} + c_{\delta}\xi^{\sigma}$$

$$\xi = \frac{Y\mathbf{x}}{L} \tag{1}$$



شکل (۱) : جزء پیشنهادی و نیروهای وارد به آن

در رابطهٔ کنونی، ξ فاصلهٔ بی بعد شده و L طول جزء مرياشد. در حالت كلر، انتخاب شكل تابع نقص



دایره و چَن و گو در سال ۲۰۰۰، تابع نیم سینوسی را بر
پایهٔ شکل کمانشی کشسان پیشنهاد کردند[۶]. در اینجا، با
الهام گرفتن از تغییرشکل ناشی از وزن عضو، تابع چند
جملهای درجهٔ چهار به صورت زیر پیشنهاد میشود:
(۲)
$$1 \ge \xi \ge 1 - (A - 7ξ)(1 - 7ξ) - (mp,0)/A = (ξ)در این رابطه، Vimp,0 مقدار نقص در وسط دهانه است ودر آغاز تحلیل به برنامهٔ رایانهای داده میشود. یادآوریمیکند، نقص هندسی جزء پیش از وارد شدن هر گونه باربه وجود آمده است.$$

در دستگاه محورهای عضوی پایه، تغییرمکان،های جانبی نسبت به وتر گذرنده از دو سر جزء سنجیده می شوند. از این رو، شرطهای مرزی به صورت زیر میباشند:

$$\nu|_{\mathcal{E}=-1} = 0 \tag{(7)}$$

$$\nu \Big|_{\xi=1} = 0 \tag{(f)}$$

$$\frac{dv}{dx}\Big|_{\xi=-1} = \theta_i \tag{(a)}$$

$$\left. \frac{dv}{dx} \right|_{\xi=1} = \theta_j \tag{9}$$

در ادامه، شرط ایستایی نیرو و لنگر در مقطع وسط جـزء برقرار می گردد. باید آگاه بود، این کار دقت تحلیل را بدون افزایش درجههای آزادی بالا میبرد؛ زیرا، هر جـزء افـزون بر داشتن تعادل و سازگاری با دیگر جزءها در گرهها، در میانهٔ خود نیز تعادل دارد ولی خیـز و شـیب آن مقطـع بـه مجهولهای تحلیل افزوده نمی گردد. شرط ایستایی لنگر در مقطع وسط جزء به صورت زیر میباشد:

$$EI\left(\frac{d^{\mathsf{Y}}v}{dx^{\mathsf{Y}}}\right)_{*} = \frac{1}{\mathsf{Y}}\left(M_{j} - M_{i}\right) + P\left(v + v_{imp}\right)_{*} + \frac{qL^{\mathsf{Y}}}{\mathsf{A}} + \frac{1}{\mathsf{Y}}L\sum_{m=1}^{n}F_{m}\xi_{m}^{*}$$
(Y)

شرط تعادل برش در این مقطع نیـز بـه قـرار زیـر نوشـته مى شود:

نشریه علمی و پژوهشی سازه و فولاد / ۵

$$c_{\Delta} = \frac{1}{A_{1}} \left[\frac{\rho L}{\Lambda} (\theta_{i} + \theta_{j}) - \sum_{m=1}^{n} \frac{F_{m} \xi_{m}^{**} L^{\mathsf{r}}}{\mathsf{F} E I} \right]$$
(19)

در این رابطهها، عاملهای زیر به کار رفتهاند:

$$A_{1} = \rho + \mathbf{A} \circ \tag{1Y}$$

$$A_{\mathbf{y}} = \rho + \mathbf{f} \mathbf{A} \tag{1} \mathbf{\lambda}$$

$$\rho = \frac{PL^{\mathsf{r}}}{El} \tag{19}$$

۲-۲- رابطههای سختی و تری

برای دستیابی به رابطههای سختی وتری، از روش کارمایه استفاده میشود. نخست، کارمایهٔ نهفتهٔ کل سازه برپا و سپس کمینه می گردد:

$$\Pi = U - W_E \tag{(Y \circ)}$$

$$D\Pi = \frac{\partial \Pi}{\partial \delta_k} + \frac{\partial \Pi}{\partial \rho} \frac{\partial \rho}{\partial \delta_k} = 0$$

$$\delta_k = \left\{ e \quad \theta_i \quad \theta_i \right\}^T$$
(Y1)

در این رابطهها، IT کارمایهٔ نهفتهٔ کل، U کارمایـهٔ کرنـشی، D کـار بارهـای خـارجی، e تغییرشـکل محـوری و W_E عمل گر دیفرانسیلی میباشد. با فرض کشسان بودن مصالح، میتوان نوشت:

$$U = \frac{EA}{\mathbf{Y}} \int_{L} \left(\frac{du}{dx}\right)^{\mathbf{Y}} dx + \frac{EI}{\mathbf{Y}} \int_{L} \left(\frac{d^{\mathbf{Y}}v}{dx^{\mathbf{Y}}}\right)^{\mathbf{Y}} dx + \frac{P}{\mathbf{Y}} \int_{L} \left(\frac{dv}{dx}\right)^{\mathbf{Y}} dx$$
(YY)

در این رابطه، **u** تابع تغییرشکل محوری است و به دلیل ثابت بودن نیروی محوری در طول جزء، خطی می باشد. به سبب وجود نقص انحنای نخستین و کار نیروی محوری بر روی آن، تابع V در جملهٔ سوم رابطهٔ (۲۲) با $V + V_{imp}$ جایگزین می گردد. با چشم پوشی از توان دوم dv_{imp}/dx در برابر دیگر جملهها، تابع کارمایهٔ کرنشی جزء پیشنهادی به صورت زیر در می آید:

$$EI\left(\frac{d^{\mathbf{r}}v}{dx^{\mathbf{r}}}\right)_{\circ} = \frac{\mathbf{i}}{\mathbf{r}}\left(M_{i} + M_{j}\right) + P\left(\frac{dv}{dx}\right)_{\circ} + \frac{\mathbf{i}}{\mathbf{r}}\sum_{m=1}^{n}F_{m}\xi_{m}^{**}\left(\mathbf{A}\right)$$

 $j \ j$ در رابطه های کنونی، $M_i \ j \ M_i$ لنگر در گره های $i \ c$ و $j \ d$ میباشند. P نیروی محوری و p شدت بار گسترده در یکه طول جزء است. $I \ J \ c$ و $J \ m$ ترتیب، ضریب کشسانی، لنگر لختی و طول جزء میباشند. $m \ F_m$ اُمین بار متمرکز میانی وارد بر جزء است و عامل های بدون بعد $m \ J \ d$ و

$$\begin{cases} \xi_m^* = 1 + \xi_m & \xi_m < \circ \\ \xi_m^* = 1 - \xi_m & \xi_m \ge \circ \end{cases}$$

$$\tag{9}$$

$$\begin{cases} \xi_m^{**} = -(1+\xi_m) & \xi_m < \circ \\ \xi_m^{**} = 1-\xi_m & \xi_m \ge \circ \end{cases}$$
(10)

در رابطه های کنونی، ﷺ فاصلهٔ بی بعد شدهٔ بار متمرکز میانی F_m از وسط جزء می باشد. مقدارهای c₀ تا c₅ در رابطهٔ (۱) با وارد کردن شرطهای مرزی (۳) تا (۶) و رابطه های ایستایی (۷) و (۸) به صورت زیر به دست می آیند:

$$c_{\circ} = \frac{-1}{A_{\Upsilon}} \left[\mathbf{\hat{r}} L(\theta_{j} - \theta_{i}) + \rho v_{imp,\circ} + \frac{qL^{\mathsf{F}}}{\mathbf{\Lambda} EI} + \sum_{m=1}^{n} \frac{F_{m} \xi_{m}^{*} L^{\mathsf{F}}}{\mathbf{\hat{r}} EI} \right] (11)$$
$$c_{\Upsilon} = \frac{-1}{A_{\Upsilon}} \left[\mathbf{1} \circ L(\theta_{i} + \theta_{j}) + \sum_{m=1}^{n} \frac{F_{m} \xi_{m}^{**} L^{\mathsf{F}}}{\mathbf{\hat{r}} EI} \right]$$
(11)

$$c_{\mathbf{y}} = \frac{1}{A_{\mathbf{y}}} \left[\frac{(\mathbf{f}\mathbf{A} - \rho)L}{\mathbf{A}} (\theta_j - \theta_i) + \mathbf{f}\rho v_{imp_0} + \frac{qL}{\mathbf{f}EI} + \sum_{m=1}^{n} \frac{F_m \xi_m^* L^{\mathbf{y}}}{\mathbf{f}EI} \right] (1\mathbf{Y})$$

$$c_{\mathbf{y}} = \frac{1}{A} \left[\frac{(\mathbf{A} \circ - \rho)L}{\mathbf{A}} (\theta_i + \theta_j) + \sum_{i=1}^{n} \frac{F_m \xi_m^* L^{\mathbf{y}}}{\mathbf{f}EI} \right] (1\mathbf{f})$$

$$c_{\mathbf{F}} = \frac{\mathbf{1}}{A_{\mathbf{F}}} \left[\frac{\rho L}{\mathbf{A}} (\theta_j - \theta_i) - \rho v_{imp,\circ} - \frac{q L^{\mathbf{F}}}{\mathbf{A} E I} - \sum_{m=1}^{n} \frac{F_m \xi_m^* L^{\mathbf{F}}}{\mathbf{F} E I} \right]$$
(1.2)

 $U = \frac{EA}{\mathbf{Y}} \int_{L} \left(\frac{du}{dx} \right)^{\mathbf{Y}} dx + \frac{EI}{\mathbf{Y}} \int_{L} \left(\frac{d^{\mathbf{Y}} v}{dx^{\mathbf{Y}}} \right)^{\mathbf{Y}} dx + \frac{P}{\mathbf{Y}} \int_{L} \left[\left(\frac{dv}{dx} \right)^{\mathbf{Y}} + \mathbf{Y} \left(\frac{dv}{dx} \right) \left(\frac{dv_{imp}}{dx} \right) \right] dx \tag{YTY}$



$$R_{\rm T} = \frac{\Gamma({\rm FA})^{\rm T} + ({\rm FA}/{\rm TG})({\rm FA})\rho + ({\rm I}{\rm FA}/{\rm I}\circ\Delta)\rho^{\rm T} + ({\rm TT}/{\rm T}\Delta{\rm T}\partial)\rho^{\rm T}}{B_{\rm T}^{\rm T}} ({\rm TP})$$

$$R_{\rm T} = \frac{-11 \left[\Gamma_{\rm T}{\rm T}\circ{\rm I}{\rm T} + ({\rm TT}/{\rm T})({\rm FA})^{\rm T}\rho + 1{\rm FF}\rho^{\rm T} + \rho^{\rm T} \right]}{c R_{\rm T}^{\rm T}} ({\rm TP})$$

$$R_{\rm F} = \frac{19 \left[V(FA) + \Delta \rho \right]}{\Psi \Delta B_{\rm r}^{\,\,\Psi}} \tag{(41)}$$

$$R_{\Delta} = \frac{1}{B_{1}^{r}} \left[\frac{9}{9} \frac{1}{7} \rho \xi_{m}^{**} + 1 \circ (\Lambda \circ + \rho) \xi_{m} (1 - \xi_{m}^{r})^{r} \right]$$
(TT)

$$R_{\varphi} = \frac{1}{B_{\Upsilon}^{r}} \left[-\frac{1 \Upsilon \Lambda}{\gamma_{\circ}} \rho \xi_{m}^{*} + \varphi (\Upsilon \Lambda + \rho) (1 - \xi_{m}^{\Upsilon})^{\Upsilon} \right]$$
(TT)

$$R_{\rm v} = \frac{-[19(F\Lambda)^{\rm v} + F\Delta F\rho]}{\Gamma \Delta B_{\rm v}^{\rm v}} \tag{(TF)}$$

$$R_{\Lambda} = \frac{1}{B_{\Upsilon}^{r}} \left[\frac{99}{7} (\Delta \rho - 19) \xi_{m}^{*} - 4\Lambda (4\Lambda + \rho) (1 - \xi_{m}^{\Upsilon})^{\Upsilon} \right] (\Upsilon \Delta)$$

$$R_{q} = \frac{1}{B_{1}^{r}} \left[\frac{1}{1 \circ \Delta} (f \Lambda - \rho) \xi_{m}^{*} + \frac{1}{\Lambda} (f \Lambda + \rho) (1 - \xi_{m}^{r})^{r} \right] (r \mathcal{F})$$

$$R_{1\circ} = \frac{-\mathbf{T} \circ \circ \rho \left[\left(\Delta \Lambda / \mathbf{T} \Delta \right) \left(\mathbf{F} \Lambda \right)^{\mathsf{Y}} + \mathbf{1} \mathbf{F} \mathbf{F} \rho + \rho^{\mathsf{Y}} \right]}{\mathbf{1} \circ \Delta B_{\mathsf{Y}}^{\mathsf{Y}}} \tag{(YY)}$$

$$R_{11} = \frac{\Im \Im + \rho}{\Im \Delta B_{\gamma}^{\ \gamma}} \tag{(\%)}$$

$$R_{1T} = \frac{1}{\Lambda B_{1}^{T}} \left[\xi_{m}^{**} \xi_{k} (1 - \xi_{k}^{T})^{T} + \xi_{k}^{**} \xi_{m} (1 - \xi_{m}^{T})^{T} \right] - \frac{1}{\Pi \Delta B_{1}^{T}} \left[\Im(1 \circ \circ + \rho) \xi_{m}^{**} \xi_{k}^{**} \right] + \frac{1}{\Lambda B_{T}^{T}} \left[\xi_{m}^{*} (1 - \xi_{k}^{T})^{T} + \xi_{k}^{*} (1 - \xi_{m}^{T})^{T} \right] - \frac{1}{1 \circ \Delta B_{T}^{T}} \left[\Im(TS + \rho) \xi_{m}^{**} \xi_{k}^{*} \right]$$
(T9)

$$S_{1} = \frac{1}{B_{1}^{T}B_{Y}^{T}} \Big[F(\Lambda \circ)^{T} (F\Lambda)^{T} + FT(\Lambda \circ)(F\Lambda)^{T} \rho + (1TY\Lambda/11T)(\Lambda \circ + F\Lambda)^{T} \rho^{T} (F \circ) + (1T\Delta F/FT \circ)(\Lambda \circ - F\Lambda)^{T} \rho^{T} + (T1F\Lambda/1 \circ \Delta) \rho^{T} + (T\Lambda/ST \circ) \rho^{\Delta} \Big] S_{T} = \frac{1}{B_{1}^{T}B_{Y}^{T}} \Big[T(\Lambda \circ)^{T} (F\Lambda)^{T} + \Lambda(\Lambda \circ)(F\Lambda)^{T} \rho + (T \circ q/11T)(\Lambda \circ + F\Lambda)^{T} \rho^{T} (F1) + (1T1/ST \circ)(\Lambda \circ - F\Lambda)^{T} \rho^{T} (F1) \Big]$$

$$+ (\mathbf{Y} \circ \mathbf{q} / \mathbf{1} \mathbf{Y}) (\mathbf{A} \circ + \mathbf{F} \mathbf{A})^{\mathsf{Y}} \rho^{\mathsf{Y}} \qquad (\mathsf{F} \mathbf{1}) \\+ (\mathbf{1} \mathbf{Y} \mathbf{1} / \mathbf{F} \mathbf{Y} \circ) (\mathbf{A} \circ - \mathbf{F} \mathbf{A})^{\mathsf{Y}} \rho^{\mathsf{W}} \\+ (\mathbf{\Delta} \circ / \mathbf{1} \circ \mathbf{\Delta}) \rho^{\mathsf{F}} - (\mathbf{\Delta} / \mathbf{F} \mathbf{W} \circ) \rho^{\mathsf{\Delta}} \Big]$$

با جایگذاری رابطههای (۱۱) تا (۱۶) در رابطهٔ (۲۳)، تابع کارمایهٔ کرنشی بـر حـسب تغییرمکـان.های گرهـی قابـل دستیابی است. کار بارهای خارجی، بر پایهٔ شکل (۱)، به قرار زیر است:

$$W_E = Pe + M_i \theta_i + M_j \theta_j + \int_L -q v(\xi) dx + \sum_{m=1}^n -F_m v(\xi_m)$$
(Yf)

علامت منفی q و F_m، به سبب وارد شدن بارهای گسترده و متمرکز میانی در جهت منفی محور تغییرمکان جانبی است. با کمینه کردن تابع کارمایهٔ نهفتهٔ کل سازه، رابطههای سختی وتری جزء پیشنهادی به صورت زیر در میآید:

$$P = EA\left\{\frac{e}{L} + R_{i}\left(\theta_{i} + \theta_{j}\right)^{\mathsf{Y}} + R_{\mathsf{Y}}\left(\theta_{j} - \theta_{i}\right)^{\mathsf{Y}} + R_{\mathsf{Y}}\left(\frac{\psi_{imp,\circ}}{L}\right)\left(\theta_{j} - \theta_{i}\right) + R_{\mathsf{Y}}\left(\frac{qL^{\mathsf{Y}}}{EI}\right)\left(\theta_{j} - \theta_{i}\right) + R_{\mathsf{Y}}\left(\frac{qL^{\mathsf{Y}}}{EI}\right)\left(\theta_{j} - \theta_{i}\right)\right)\right] + \frac{\sum_{m=1}^{n}\left[\frac{F_{m}L^{\mathsf{Y}}}{EI}\left[R_{\Delta}\left(\theta_{i} + \theta_{j}\right) + R_{\mathsf{Y}}\left(\theta_{j} - \theta_{i}\right)\right]\right]}{\left(\frac{F_{m}L^{\mathsf{Y}}}{L}\right)\left(\frac{qL^{\mathsf{Y}}}{EI}\right) + \sum_{m=1}^{n}\left[R_{A}\left(\frac{\psi_{imp,\circ}}{L}\right)\left(\frac{F_{m}L^{\mathsf{Y}}}{EI}\right)\right] + \frac{\sum_{m=1}^{n}\left[R_{A}\left(\frac{qL^{\mathsf{Y}}}{EI}\right)\left(\frac{F_{m}L^{\mathsf{Y}}}{EI}\right)\right]\right]}{\left(\frac{F_{m}L^{\mathsf{Y}}}{EI}\right)\right] + R_{1\circ}\left(\frac{\psi_{imp,\circ}}{L}\right)^{\mathsf{Y}} + R_{11}\left(\frac{qL^{\mathsf{Y}}}{EI}\right)^{\mathsf{Y}} + \sum_{m=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\left[R_{1\mathsf{Y}}\left(\frac{F_{m}L^{\mathsf{Y}}}{EI}\right)\left(\frac{F_{k}L^{\mathsf{Y}}}{EI}\right)\right]\right]\right\}$$
(Y Δ)
$$M_{i} = \frac{EI}{L}\left(S_{1}\theta_{i} + S_{\mathsf{Y}}\theta_{j}\right) + S_{\mathsf{Y}}\left(\frac{EI\nu_{imp,\circ}}{L^{\mathsf{Y}}}\right)$$
(Y \mathcal{S})

$$+ S_{\varphi} \left(q L^{\Upsilon} \right) + \sum_{m=1} \left[(S_{\Delta} + S_{\varphi}) (F_m L) \right]$$
$$M_j = \frac{EI}{L} \left(S_{\Upsilon} \theta_j + S_{\Lambda} \theta_j \right) - S_{\Upsilon} \left(\frac{EIv_{imp,\circ}}{L^{\Upsilon}} \right)$$
$$- S_{\varphi} \left(q L^{\Upsilon} \right) + \sum_{i=1}^{n} \left[(S_{\Delta} - S_{\varphi}) (F_m L) \right]$$
(YY)

*m=*1 در رابطههای کنونی، عاملهای R₁ تا R₁، تابعهای انحنا و S₁ تا S₆، تابعهای پایداری نام دارند و همگی، فقط تابعی از نیروی محوری میباشند. مقدار آنها به قرار زیر است:

$$R_{f} = \frac{\mathbf{Y}(\mathbf{\Lambda} \circ)^{\mathsf{r}} + (\mathbf{Y} \circ \mathbf{T} \circ \mathbf{\Lambda})(\mathbf{\Lambda} \circ)\rho + (\mathbf{Y} \circ \mathbf{T} \circ \mathbf{\Lambda})\rho^{\mathsf{r}} + (\mathbf{Y} \mathbf{T} \mathbf{T} \circ \mathbf{\Lambda})\rho^{\mathsf{r}}}{R_{f}^{\mathsf{r}}} (\mathsf{T} \mathsf{\Lambda})$$



تغییر نیروی محوری نشان میدهد. می توان دید به جز هنگامی که نیروی محوری فشاری بزرگ به جزء وارد می شود، دقت رابطه های (۴۰) و (۴۱) بسیار خوب است. برای تابع پایداری S₄ کیم و همکاران در سال ۲۰۰۴، سری توانی زیر را پیشنهاد دادند[۹]:

$$S_{\rm F} = \frac{{\rm Y}\Delta{\rm Y}\circ - {\rm F}{\rm Y}\rho + \rho^{\rm Y}}{{\rm Y}\circ{\rm Y}{\rm F}\circ} \tag{(FF)}$$

نمودار تغییر رابطهٔ کنونی در برابر نیروی محوری، به همراه رابطهٔ (۴۳) و مقدارهای دقیق، در شکل (۳) می آید دیده می شود، رابطهٔ به دست آمده در ایـن مقالـه در مقایـسه بـا رابطهٔ کیم و همکاران، همخوانی بهتری با مقدار دقیق آن دارد. اثر نقص انحنای نخستین در رابطههای سختی وتری، R_{10} و R_8 ، R_7 ، R_3 الحناى R_8 ، R_7 ، R_3 و R_{10} وارد می گردد. شکلهای (۴) و (۵)، این کمیتها را نمایش میدهند. با تغییر نیروی محوری، مقدار تابع S₃ به سرعت تغییر میکند و نقش انحنای نخستین را در کاهش سختی آشکار میسازد. همچنین تابع های R₃ و R₁₀ زیر اثر نیروی فشاری زیاد به طور چشمگیری تغییر میکنند و روی سختی جزء اثر می گذارند. در برابر آن، تابع های R7 و R₈ تغییرات اندکی دارند و تاثیر ناچیزی بر سختی عضو می گذارند. تابع R₈ در شکل (۵)، به ازای یک بار متمرکز در میانهٔ جزء رسم شده است. باید آگاه بود اگر چه تابعهای انحنا و پایداری جزء پیشنهادی زیر اثر نیروی فشاری زیاد با خطا همراه هستند، نسبت به مقدارهای دقیق که از حل معادلهٔ دیفرانسیل تعادل تیـر- سـتون بـه دسـت میآیند، شکل بسیار سادهتری دارند و برای نیروی محوری فشاری و کشـشی، رابطـهای یکـسان را در دسـترس قـرار مى دھند.

$$S_{\mathbf{r}} = \frac{\rho[\mathbf{P}(\mathbf{P}, \mathbf{V})^{\mathsf{r}} + \mathbf{I} \circ \mathcal{P}(\mathbf{P}, \mathbf{A})\rho + (\mathbf{V}\mathbf{V} / \mathbf{r})\rho^{\mathsf{r}}]}{\mathbf{I} \mathbf{F} \circ B_{\mathsf{r}}^{\mathsf{r}}}$$
(FT)

$$S_{\rm F} = \frac{\Delta({\rm FA})^{\rm Y} + {\rm F}({\rm FA})\rho + (11/{\rm Y})\rho^{\rm Y}}{{\rm F} \circ B_{\rm Y}^{\rm Y}}$$
(FT)

$$S_{\Delta} = \frac{(\mathbf{A} \circ + \rho \boldsymbol{\xi}_{m}^{\mathsf{T}})\boldsymbol{\xi}_{m}(\mathbf{1} - \boldsymbol{\xi}_{m}^{\mathsf{T}})}{\mathbf{A}B_{1}} + \frac{\mathbf{T}\rho^{\mathsf{T}}\boldsymbol{\xi}_{m}^{**}}{\mathbf{T}\mathbf{1}\Delta B_{1}^{\mathsf{T}}}$$
(FF)

$$S_{\varsigma} = \frac{(\mathbf{f}\boldsymbol{\Lambda} + \rho \boldsymbol{\xi}_{m}^{\mathsf{r}})(\mathbf{1} - \boldsymbol{\xi}_{m}^{\mathsf{r}})}{\boldsymbol{\Lambda} B_{\mathsf{r}}} + \frac{\mathbf{r} \rho^{\mathsf{r}} \boldsymbol{\xi}_{m}^{*}}{\mathbf{1} \circ \boldsymbol{\Delta} B_{\mathsf{r}}^{\mathsf{r}}}$$
(**f** $\boldsymbol{\Delta}$)

تابعهای R_1 و R_2 ، در اثر اندر کنش دورانهای گرهی و نیروی محوری به وجود میآیند. ضریبهای R_3 و R_4 ، اندرکنش دورانهای گرهی و نیروی محوری را به ترتیب با نقص انحنای نخستین و بار گستردهٔ میانی نشان میدهند. عاملهای R_5 و R_6 اندرکنش مرتبهٔ دوم نیروی محوری و دورانهای گرهی با بارهای متمرکز میانی را در بر دارند. ضریبهای R_7 و R_6 ، اندرکنش نقص انحنای نخستین را، فریبهای R_7 و R_6 ، اندرکنش نقص انحنای نخستین را، مریبهای R_7 و R_6 ، اندرکنش نقص انحنای نخستین را، مریبهای R_7 و R_7 ، اندرکنش نقص انحنای نشان میدهند. مریب مای و بارهای به ترتیب، با بارهای گسترده و متمرکز میانی نشان میدهند. مدرکز میانی به وجود میآید. اندرکنش مرتبهٔ دوم نیروی محوری با نقص انحنای نخستین، بار گستردهٔ میانی و بارهای متمرکز میانی به ترتیب در تابعهای R_{11} R_{10} و R_{12}

ضریبهای S₁ و S₂، همان تابعهای پایداری رایج هستند که مقدار دقیق آنها از حل معادلهٔ دیفرانسیل تعادل تیر-ستون به دست می آید. تابع S₃ اثر نقص هندسی انحنای نخستین را در رابطهٔ تعادل لنگرها وارد می سازد. به سخن دیگر، این ضریب همانند یک بار میانی، لنگرهای گیرداری در دو سر جزء به وجود می آورد. عامل S₄، چگونگی تغییر لنگر گیرداری بارهای گستردهٔ میانی را با تغییر نیروی محوری نشان می دهد. اثر لنگر گیرداری ناشی از بارهای این بارها در حالت کلی نامتقارن هستند، رابطهٔ لنگر گیرداری آنها برای گرهای i و j متفاوت می باشد. اینک دقت تابعهای پایداری جزء پیشنهادی بررسی می گردد. شکل (۲)، چگونگی تغییر تابعهای S₁ و S₂ را با









$$\begin{bmatrix} K_{I} \end{bmatrix}_{EB} = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} \frac{1}{B_{r}L^{r}} & \frac{B_{I}}{B_{r}L} & \frac{B_{r}}{B_{r}L} \\ \frac{B_{I}}{B_{r}L} & \left(S_{I} + \frac{B_{I}}{B_{r}}\right) & \left(S_{r} + \frac{B_{I}B_{r}}{B_{r}}\right) \\ \frac{B_{r}}{B_{r}L} & \left(S_{r} + \frac{B_{I}B_{r}}{B_{r}}\right) & \left(S_{I} + \frac{B_{r}}{B_{r}}\right) \end{bmatrix}$$
(F9)
, B₁ of the set of the

$$B_{1} = \mathbf{Y}R_{1}\left(\theta_{i} + \theta_{j}\right) - \mathbf{Y}R_{\mathbf{Y}}\left(\theta_{j} - \theta_{i}\right) - R_{\mathbf{Y}}\left(\frac{qL^{\mathbf{Y}}}{EI}\right)$$

$$-R_{\mathbf{Y}}\left(\frac{\nu_{imp,\circ}}{L}\right) + \sum_{m=1}^{n} \left[(R_{\Delta} - R_{\mathbf{Y}})(F_{m}L)\right]$$

$$(\Delta \circ)$$







محورى

۲-۳- ماتریس سختی مماسی در ادامه، ماتریس سختی مماسی جزء پیشنهادی برپا میشود. درایههای این ماتریس با مشتق گیری از رابطههای سختی وتری (۳۵) تا (۳۷) به دست میآیند و شکل کلی زیر را دارند:

$$k_{pq} = \frac{\partial^{\mathsf{T}} \Pi}{\partial \delta_{p} \partial \delta_{q}} = \frac{\partial F_{p}}{\partial \delta_{q}} + \frac{\partial F_{p}}{\partial \rho} \frac{\partial \rho}{\partial \delta_{q}}$$

$$p, q = \mathsf{1}, \mathsf{T}, \mathsf{T}$$

$$F_{p} = \begin{cases} P & M_{i} & M_{j} \end{cases}^{T} \\ \delta_{q} = \begin{cases} e & \theta_{i} & \theta_{j} \end{cases}^{T} \end{cases}$$
(FA)



$$B_{\mathbf{y}} = \mathbf{Y} R_{\mathbf{y}} \left(\theta_{i} + \theta_{j} \right) + \mathbf{Y} R_{\mathbf{y}} \left(\theta_{j} - \theta_{i} \right) + R_{\mathbf{y}} \left(\frac{q L^{\mathbf{y}}}{EI} \right) + R_{\mathbf{y}} \left(\frac{\nu_{imp,\circ}}{L} \right) + \sum_{m=1}^{n} \left[(R_{\Delta} + R_{\mathbf{y}})(F_{m}L) \right]$$

$$B_{\mathbf{y}} = \frac{I}{AL^{\mathbf{y}}} - \left\{ RR_{\mathbf{y}} \left(\theta_{i} + \theta_{j} \right)^{\mathbf{y}} + RR_{\mathbf{y}} \left(\theta_{j} - \theta_{i} \right)^{\mathbf{y}} + RR_{\mathbf{y}} \left(\frac{\nu_{imp,\circ}}{L} \right) \left(\theta_{j} - \theta_{i} \right) + RR_{\mathbf{y}} \left(\frac{q L^{\mathbf{y}}}{EI} \right) \left(\theta_{j} - \theta_{i} \right) + RR_{\mathbf{y}} \left(\frac{q L^{\mathbf{y}}}{EI} \right) \left(\theta_{j} - \theta_{i} \right) + RR_{\mathbf{y}} \left(\frac{q L^{\mathbf{y}}}{L} \right) \left(\theta_{j} - \theta_{i} \right) + RR_{\mathbf{y}} \left(\frac{q L^{\mathbf{y}}}{EI} \right) \right) \right\}$$

$$(\Delta Y)$$

$$+ \sum_{m=1}^{n} \left[RR_{\mathbf{y}} \left(\frac{q L^{\mathbf{y}}}{EI} \right) \left(\frac{F_{m}L^{\mathbf{y}}}{EI} \right) \right] + RR_{\mathbf{y},\circ} \left(\frac{\nu_{imp,\circ}}{L} \right)^{\mathbf{y}} + RR_{\mathbf{y},\circ} \left(\frac{q L^{\mathbf{y}}}{EI} \right)^{\mathbf{y}} + \sum_{m=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} \left[RR_{\mathbf{y},\kappa} \left(\frac{F_{m}L^{\mathbf{y}}}{EI} \right) \left(\frac{F_{k}L^{\mathbf{y}}}{EI} \right) \right] \right] \right]$$

ضریب های RR₁ تا RR₁ در رابطهٔ (۵۲)، مـشتق ضریب های R₁ تا R₁ نسبت بـه ρ مـی باشـند. اینـک ماتریس سختی مماسی جـزء در دسـتگاه محورهای کلی سازه به صورت زیر قابل دستیابی است:

$$\begin{bmatrix} K_{t} \end{bmatrix}_{EG} = \begin{bmatrix} R \end{bmatrix}^{T} \begin{bmatrix} K_{t} \end{bmatrix}_{EL} \begin{bmatrix} R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \end{bmatrix}^{T} \left(\begin{bmatrix} T \end{bmatrix}^{T} \begin{bmatrix} K_{t} \end{bmatrix}_{EB} \begin{bmatrix} T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} R \end{bmatrix}$$
($\Delta \Upsilon$)

در ایسن رابطه، $[K_t]_{EG} \in [K_t]$ ، به ترتیب ماتریس سختی مماسی در دستگاه محورهای محلی و کلی سازه میباشند. [T] و [M] ماتریس های مبدل از محورهای عضوی پایه به محورهای محلی و [R] ماتریس انتقال از محورهای محلی به محورهای کلی سازه هستند. ایس ماتریس ها به صورت زیر تعریف می شوند [۱۰،۴]:

$$[T] = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} -L & \circ & \circ & L & \circ & \circ \\ \circ & 1 & L & \circ & -1 & \circ \\ \circ & 1 & \circ & \circ & -1 & L \end{bmatrix}$$
 (24)

$$[M] = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} M_1 & -M_1 \\ -M_1 & M_1 \end{bmatrix} \quad , \quad [M_1] = \begin{bmatrix} \circ & Q & \circ \\ Q & P & \circ \\ \circ & \circ & \circ \end{bmatrix} (\Delta \Delta)$$

$$[R] = \begin{bmatrix} R_1 & \circ \\ \circ & R_1 \end{bmatrix} , \quad [R_1] = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & \circ \\ -\sin\theta & \cos\theta & \circ \\ \circ & \circ & \eta \end{bmatrix} \quad (\Delta \mathcal{F})$$

در رابطهٔ (۵۵)، P نیروی محوری جزء است و در حالت کششی مثبت فرض می شود. مقدار Q به قرار زیر می باشد: $Q = \frac{M_i + M_j}{L}$ (۵۷)

همچنین در رابطهٔ (۵۶)، θ زاویـهٔ وتـر گذرنـده از دو سـر جزء با جهت مثبت محور افقی است و L طول تغییر یافتهٔ جزء در پایان گام پیشین بارگذاری میباشد.

۳- روش عددی تحلیل غیرخطی

از روش نموی - تکراری طول قوس استوانهای، برای حل معادلههای غیرخطی حاکم بر رفتار سازه بهرهگیری می شود. به طور معمول، پژوهشگران طول قوس یا ضریب بار را در تکرارهای درون یک گام بارگذاری، ثابت انتخاب میکنند. در این صورت، برای گذر از نقطههای حدی نیاز به گامهای بارگذاری زیادی می باشد. اگر این دو کمیت در هر تکرار درون یک گام تحلیل به هنگام شوند، سرعت همگرایی بیشتر میگردد. از ایـن رو در ایـن مقالـه روش طول قوس استوانهای با شعاع قوس متغیر به کـار مـیرود. در برنامهٔ رایانهای نویسندگان انـدازهٔ شـعاع قـوس در هـر تکرار درون یک گام بارگذاری بههنگام میگردد. با این کار شمار تکرارها در هر گام کاهش می یابد. باید آگاه بود رابطهٔ نزدیکی میان شمار تحلیلهای تکراری در یک گام و اندازهٔ نمو بار در گام بعدی وجود دارد. این شیوه افزون بر دارا بودن همهٔ خوبی های راهکار طول قوس استوانهای، سرعت بیشتری در گذر از نقط مهای حلای به ویژه نقطههای حدی تغییر مکان دارد.

۴- نمونههای عددی

برای نشان دادن تواناییهای روش پیشنهادی، چنـد نمونـهٔ عددی در این بخش حل میشود.





ستون دو سر مفصل شکل (۶) که نقص انحنای نخستین ضریب کشسانی، ۶۹ GPa (۱۰۰۰۰ الله می باشد. پاسخ
ستون دو سر مفصل شکل (۶) که نقص انحنای نخستین خریب کشسانی، ۶۹ GPa (۱۰۰۰۰) می باشد. پاسخ
دارد، تحلیل می گردد. سطح مقطع ستون، ۶/۴۵۱۶cm² (۲۰۰۰)
(۱ in²) (۱ in²) در لختی آن، ۳/۴۶۷۲ cm⁴ (۲۰۰۰) و صورت زیر است:

$$e = \frac{PL}{AE} + \frac{v_{imp, \circ}^{r}}{L} \left\{ \frac{\Psi}{\Psi \rho^{r} \cos^{r} (\sqrt{\rho}/Y)} \right] (\rho(\Upsilon \circ F + \Upsilon \circ \rho + \Psi \rho^{r}) - (\Delta \Lambda)$$

 $+ \Psi \Upsilon \rho \cos \sqrt{\rho} (F\Lambda + \Delta \rho) - \Psi \sqrt{\rho} \sin \sqrt{\rho} (1 \Upsilon \wedge \circ + 9 \varepsilon \rho + \rho^{r}) - \frac{\Psi m \rho}{T \wedge \circ} \right\}$
 $p = \frac{PL}{AE} + \frac{\Psi_{imp, \circ}}{L} \left\{ \frac{\Psi}{\Phi \rho^{r} \cos^{r} (\sqrt{\rho}/Y)} \right] (\Delta \Lambda)$
 $+ \Psi \Upsilon \rho \cos \sqrt{\rho} (F\Lambda + \Delta \rho) - \Psi \sqrt{\rho} \sin \sqrt{\rho} (1 \Upsilon \wedge \circ + 9 \varepsilon \rho + \rho^{r}) - \frac{\Psi m \rho}{T \wedge \circ} \right\}$

شکل (۶) : ستون لاغر دو سر مفصل با نقص انحنای نخستین





شکل (۸) : ستون لاغر دو سر مفصل با نقص انحنای نخستین و بار متمرکز جانبی در وسط دهانه

در رابط کنونی، $\rho = PL^2/EI$ و e کوته شدگی محوری میباشد. جملهٔ دوم طرف راست این تساوی، ناشی از نقص انحنای نخستین است. در اینجا، سازه با یک جزء پیشنهادی و به ازای مقدارهای مختلف این نقص، تحلیل می گردد. مقدار $V_{imp,0}/L$ برابر با ۵۰۰/۰، ۲۰۰/۰، میشود. پیش از این، چَن و ژو در سال ۱۹۹۵، تابع نقص هندسی پیشنهادی خود را در تحلیل این ستون به کار بردند[7].

۴-۱-۳ ستون لاغر دو سر مفصل

نمودار بار – تغییر شکل محوری ستون در شکل (۷) آمده است. پاسخهای روش پیشنهادی، در مقایسه با رابطهٔ دقیق (۵۸)، دقتی عالی دارند. باید آگاه بود این پاسخها تنها با به کار بردن یک جزء در عضو به دست آمدهاند و روش پیشنهادی از این دیدگاه، کارآمد به شمار میآید.

اینک همانند شکل (۸)، یک بار متمرکز جانبی نیز به وسط دهانهٔ ستون وارد می شود. پاسخ تحلیلی تغییرمکان محوری سازه در نبود نقص انحنای نخستین به صورت زیر است[۳]:

$$e = \frac{PL}{AE} + \frac{L}{19} \left[\mathbf{r} - \frac{\mathbf{r} \tan(\sqrt{\rho} \frac{L}{\mathbf{r}})}{(\sqrt{\rho} \frac{L}{\mathbf{r}})} + \tan^{\mathbf{r}}(\sqrt{\rho} \frac{L}{\mathbf{r}}) \right] \quad (\Delta 9)$$



در رابط هٔ کنونی، $\rho = PL^2/EI$ و ρ کوته شدگی محوری میباشد. جملهٔ دوم طرف راست این تساوی، ناشی از نقص انحنای نخستین است. در اینجا سازه با یک جزء پیشنهادی و به ازای مقدارهای مختلف این نقص تحلیل می گردد. مقدار $L/v_{imp,0}$ برابر با ۵۰۰/۰ ، ۵۰۰/۰ و ۵۰/۰ و در راستای نشان داده شده انتخاب می گردد. شکل (۹)، نمودار بار - تغییرمکان روش پیشنهادی را نشان میدهد. آشکار است، اثر نقص انحنای نخستین بر تغییرشکل محوری سازه قابل چشمپوشی نیست. همچنین با افزایش مقدار نقص، آهنگ کاهش سختی افزایش مییابد. باید آگاه بود پاسخ شیوهٔ پیشنهادی در نبود نقص شکمدادگی، به مقدار دقیق رابطهٔ (۵۹) بسیار نزدیک است شمار می آید.

۲-۴- قاب دو عضوی با ارتفاع کم

نخستین بار، ویلیام در سال ۱۹۶۴ قاب دو عضوی با ارتفاع کم را آزمایش کرد و آن را به عنوان معیاری برای وارسی دقت تحلیلهای کشسان مرتبه دوم قابهای دو بعدی به کار برد. پس از آن چَن و ژو در سال ۱۹۹۵ ابعاد این قاب را به گونهای تغییر دادند که نیروی محوری در عضوها بیشتر گردد. سپس شکل نقص شکمدادگی عضوها را سهمی درجهٔ دو پنداشتند و از آن در تحلیل کشسان مرتبه دوم بهره گرفتند.

هندسه و بارگذاری قاب دو عضوی در شکل (۱۰) می آید. مقطعهای سازه ، ۲۰ ۱ د می باشند و ضریب کشسانی مقطعهای سازه ، ۲۱۰ ۱]. روش پیشنهادی، به ازای مقدارهای مختلف نقص انحنای نخستین، در تحلیل کشسان این سازه به کار می رود. نمودار بار - تغییر شکل محوری ستون در شکل (۱۱) آمده است. دیده می شود کاهش سختی سازه با افزایش مقدار نقص روندی سریع دارد. همچنین با تغییر مقدار نقص شکم دادگی نقطههای حدی به طور چشم گیری جابه جا می شوند؛ به گونهای که در بیشینهٔ نقص ۲۰/۰ طول عضو، نقطههای حدی بار از

میان رفتهاند و سازه بدون رویارویی با پدیدهٔ برگشت بـار، در مسیر ایستایی پیش میرود.









تحلیل های ژو و چَن در شکل (۱۳) آمده است. چون جزء پیشنهادی ژو و چَن بارهای گستردهٔ طولی را نیز الگوسازی میکند، نسبت به جزء پیشنهادی همخوانی بهتری با الگوی هشت جزء در هر عضو دارد. با وجود این، پاسخ روش پیشنهادی به تدریج به دو تحلیل دیگر نزدیک میشود. بیشینهٔ خطای شیوهٔ پیشنهادی، ۳/۵ درصد میباشد.

۴–۴ – قاب شیبدار

هندسهٔ سازه و بارهای وارد بر آن در شکل (۱۴) آمده است. در سال ۱۹۹۷، ژو و چَن این قاب را تحلیل کشسان مرتبه دوم نمودند. ویژگی روش پیشنهادی آنها به کار بردن بارهای گستردهٔ میانی بدون نیاز به متمرکز کردن در گرهها بود. با وجود این از نقص هندسی عضوها چشمپوشی کردند. همهٔ مقطعهای سازه از نیمرخ IPE360 هستند و ضریب کشسانی ۲۰۵ GPa میباشد[۴].



در روش پیشنهادی هر عضو فقط با یک جزء الگوسازی می شود. این کار حجم داده دهی به رایانه و زمان تحلیل را کاهش می دهد. شکل (۱۵) الگوی نقص هندسی شکم دادگی به کار رفته را نشان می دهد. نمودار بار-تغییرمکان روش پیشنهادی به همراه راهکار ژو و چَن در شکل (۱۶) آمده است. می توان دید اثر نقص یک هزارم طول عضو در کاهش باربری سازه ناچیز می باشد. با وجود این بیشینهٔ خطای متمرکز کردن بارهای گسترده در گرهما، حدود ۷ درصد است. بنابراین الگوسازی صریح بارهای گسترده افزون بر کاهش شمار جزءها دقت پیمایش می دهد. ۴–۳– قاب یک طبقه با عضو مایل

شکل (۱۲)، قاب یک طبقه با عضو مایل و بارگذاری آن را نشان میدهد. ژو و چَن در سال ۱۹۹۷ این قاب را در دو حالت تحلیل کردند. نخست بارهای گستردهٔ میانی را به کار بردند و هر عضو را با یک جزء الگوسازی کردند. سپس بارهای گستردهٔ میانی را با بارهای معادل گرهی جایگزین کردند و در هر عضو یک بار هشت جزء و بار دیگر یک جزء به کار بردند. مقطعهای سازه از نیمرخ IPE360 هستند و ضریب کشسانی ۲۰۵ GPa می باشد [۴].







شکل (۱۳) : نمودار بار – تغییرمکان قاب یک طبقه با عضو مایل

در اینجا، نقص شکمدادگی ۲/۱۰۰۰ همانند شکل (۱۲) به قاب افزوده می شود و تحلیل کشسان مرتبه دوم به انجام می رسد. نمودار بار – تغییر مکان روش پیشنهادی به همراه



بررسی مقدار خطای این جایگزینی بارهای متمرکز وارد بر قاب شکل (۱۷) همانند شکل (۱۹)، با بارهای گستردهٔ یکنواخت جایگزین کردند[۳]. شدت بارهای گستردهٔ یکنواخت به گونهای انتخاب شده است که مقدار نیروهای وارد به قاب تغییر نکند. بنابراین اگر طول تیرها ط ل باشد، رابطهٔ و2P/L س برقرار است. در اینجا نمودار بار – تغییرمکان جانبی قاب در روش پیشنهادی زیر اثر بارهای گستردهٔ یکنواخت و بارهای گرهی معادل در شکل (۲۰) مقایسه شده است. دیده می شود، کاهش سختی زیر اثر بارهای گسترده شیب ملایمتری دارد. همچنین بیشینهٔ خطای متمرکز کردن بارهای گستردهٔ میانی در گرهها ۴ درصد می باشد.





شکل (۱۸) : نمودار بار – تغییرمکان قاب دو طبقهٔ یک دهانه



۴–۵– قاب دو طبقهٔ یک دهانه

نخستین بار لوی و چِن در سال ۱۹۸۸، این سازه را تحلیل کشسان مرتبه دوم کردند. آنها در الگوسازی ستونها یک جزء و در الگوسازی تیرها دو جزء به کار بردند. در تحلیل آنها نقص انحنای نخستین وجود نداشت. پس از آن، چَن و چوی این قاب را در سال ۲۰۰۰ تحلیل نمودند. شکل (۱۷)، قاب دو طبقهٔ یک دهانه و بارگذاری آن را نشان میدهد. مقطع ستونها نیمرخ 96×12W و مقطع تیرها نیمرخ 48×414 میباشد. ضریب کشسانی ۲۰۵۷ (۲۰۰۰ ksi)

در روش پیشنهادی نقص انحنای نخستین همانند شکل (۱۷) به قاب افزوده می شود. نمودار بار – تغییرمکان شیوهٔ پیشنهادی و راهکار چَن و چوی در شکل (۱۸) آمده است. پاسخها نشان می دهند، نقص انحنای نخستین با وجود کوچکی مقدار آن باربری قاب را تا ۳ درصد کاهش می دهد. دلیل اصلی آن پر اهمیت بودن اثر δ-P در رفتارسازه است. در حقیقت سازهها زیر اثر بارهای گسترده قرار دارند. ولی در بسیاری از تحلیلها آنها را با بارهای گرهی جایگزین می کنند. در سال ۱۹۹۶، ژو و چَن برای



3500 3000

2500 2000 P (kN)

1500

1000

500

0,

0

2







وش پیشنهادی زیر اثر بارهای متمرکز - *-

نغیبرمکان افقی بام (cm)∆

شکل (۲۰) : نمودار بار – تغییرمکان قاب دو طبقهٔ یک دهانه

زیر اثر بارهای گسترده

بیشنهادی زیر اثر بارهای ک

10

12

۵- نتیجه گیری

رابط مسازی جدیدی برای تحلیل کشسان مرتبه دوم قابهای دو بعدی در این مقاله ارائه شد. جـزء پیـشنهادی دارای نقص انحنای نخستین است و زیر اثر بارهای گرهی و نیز بارهای گسترده و متمرکز میانی قـرار دارد. مـاتریس سختی مماسی نویسندگان دقت خوبی دارد و می تواند هـر عضو را فقط با یک جزء الگوسازی کند. همچنین برای عضوهای فیشاری و کشیشی رابطهای یکسان را به کار می برد. بنابراین راهکار پیشنهادی توانمند و کاربردی به شمار مي آيد.

بدون شک نقص انحنای نخستین اثری منفی بر ظرفیت باربری یک سازه می گذارد. از پاسخهای به دست آمـده در نمونه های عددی می توان نتیجه گرفت اگر در پایداری سازه اثر مرتبه دوم P-A تعیین کننده باشد اهمیت نقص شکمدادگی عضوها کمتر می شود. از سوی دیگر هنگامی که



(80)

11- Chan, S.L. and Zhou, Z.H. (1994),"Pointwise

equilibriating polynomial element for nonlinear analysis of frames", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 120, No. 6, PP. 1703-1717.

2- Chan, S.L. and Zhou, Z.H. (1995), "Second-order elastic analysis of frames using single imperfect element per member", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 121, No. 6, PP. 939-945.

3- Zhou, Z.H. and Chan, S.L. (1996),"Refined second-order analysis of frames under lateral and axial loads", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 122, No. 5, PP. 548-554.

4- Zhou, Z.H. and Chan, S.L. (1997), "Second-order analysis of slender steel frames under distributed axial and member loads", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 123, No. 9, PP. 1187-1193.

5- Chan, S.L. and Zhou, Z.H. (2000),"Nonlinear integrated design and analysis of skeletal structures by 1 element per member", Engineering Structures, Vol. 22, PP. 246-257.

6- Chan, S.L. and Gu, J.X. (2000),"Exact tangent stiffness for imperfect beam-column members", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 126, No. 9, PP. 1094-1102.

7- Chan, S.L. (2001),"Review: nonlinear behaviour and design of steel structures", Journal of Constructional Steel Research, Vol. 57, PP. 1217-1231.

8- Kim, S.E. and Chen, W.F. (1996),"Practical advanced analysis for unbraced steel frame design", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 122, No. 11, PP. 1259-1265.

9- Kim, S.E., Lee, J.S., Choi, S.H. and Kim, C.S. (2004),"Practical second-order inelastic analysis for steel frames subjected to distributed load", Engineering Structures, Vol. 26, PP. 51-61.

10- Chen, W.F. and Kim, S.E. (1997), LRFD design using advanced analysis, CRC Press, Boca Raton, New York.

11- Chan, S.L. and Chui, P.P.T. (2000), Nonlinear static and cyclic analysis of steel frames with semi-rigid connections, Elsevier Science, Amsterdam.

 $\xi = \frac{x}{x}$, $\circ \le x \le L$

تغییرمکان محوری یک ستون که نقص انحنای نخستین با

تابع پیشنهادی رابطهٔ (۲) دارد در زیر حساب میشود.

 $v_{imp}(\xi) = \frac{v_{imp,\circ}}{r} \left(\xi\right) \left(f\xi^3 - \lambda\xi^r - r\xi + \gamma\right)$

رابطهٔ (۲) را می توان به صورت زیر نوشت:

$$EI\frac{d^{\prime}v}{dx^{\prime}} + P(v + v_{imp}) = \circ \qquad (81)$$

$$(c, 0)$$

$$(c, 0$$

به دست می آید:

$$v_{tot} = v + v_{imp} = \frac{v_{imp}}{\rho^{\tau}}$$
(F7)
$$\left[\left(\frac{x}{L} - \left(\frac{x}{L} \right) - \left(1 - \left(\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right) \right) + \cos\left(\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right) \right) \left(\frac{x}{L} - \frac{x}{L} \right) \right] \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \left(\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right) + \cos\left(\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right) \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right] \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} + \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{L} \right]$$

$$v_{tot} = \sqrt{1 + 1} \left[\frac{x}{L} - \frac{1$$

$$e = \delta_L + \delta_{b,b} - \delta_{b,imp} \tag{9T}$$

در این رابطه δ_L تغییرمکان کشسان خطی است و برابر با PL/AE می باشد. $\delta_{b,bm}$ و $\delta_{b,imp}$ به ترتیب کوتاه شدگی ناشسی از خمش و نقص انحنای نخستین هستند و به صورت زیر حساب می شوند:

$$\delta_{b,b} = \frac{1}{\mathbf{Y}} \int_{\infty}^{L} \left(\frac{dv_{tot}}{dx} \right)^{\mathbf{Y}} dx \tag{94}$$

$$\delta_{b,imp} = \frac{1}{r} \int_{\circ}^{L} \left(\frac{dv_{imp}}{dx} \right)^{r} dx \qquad (\mathcal{F}\Delta)$$

با جایگذاری رابطههای (۶۰) و (۶۲) در رابطههای کنونی و بهرهگیری از رابطهٔ (۶۳)، تغییرمکان محوری ستون همانند رابطهٔ (۵۸) قابل دستیابی است.

