

تأثیر سیاست‌های پولی بر توزیع درآمد در ایران

دکتر عباس عساری آرانی، دکتر لطفعلی عاقلی، سعید شفیعی*

تاریخ وصول: 1388/6/25 تاریخ پذیرش: 1388/9/17

چکیده:

توزیع نامناسب درآمد و به دنبال آن فقر، موضوعی است که امروزه اقتصاددانان بیش از ثروت، نگران آن هستند. امروزه اهمیت توزیع درآمد در جامعه به حدی است که تقریباً تمامی اقتصاددانان یکی از اهداف و وظایف عمده‌ی دولت را توزیع درآمد ذکر می‌کنند. این تحقیق به دنبال بررسی تأثیرات سیاست‌های پولی بر توزیع درآمد در ایران است. نتایج تحقیق با استفاده از یک الگوی خودتوضیح برداری VAR نشان می‌دهد که تأثیر سیاست پولی بر توزیع درآمد در ایران در کوتاه مدت، میان مدت و بلند مدت متفاوت است. افزایش حجم پول به عنوان معیار سیاست پولی، بلافاصله موجب افزایش نابرابری درآمدی نمی‌شود، بلکه از سال دوم به بعد اثرات تشدید کننده‌ی نابرابری سیاست انبساطی پولی آغاز می‌شود و در دوره‌های بعد تداوم می‌یابد.

طبقه بندی JEL: D31، O11، D63

واژه‌های کلیدی: توزیع درآمد، سیاست پولی، ضریب جینی، الگوی خود توضیح برداری

* به ترتیب، اعضای هیأت علمی و کارشناس ارشد اقتصاد دانشگاه تربیت مدرس

(assari_a@modares.ac.ir)

1- مقدمه

هنگامی که آدام اسمیت¹ در صدد بر آمد که اندیشه‌های خود در مورد توسعه اقتصادی را نظم بخشد، عنوان ثروت ملل² را برای آن برگزید، اما گفته می‌شود که اگر آدام اسمیت می‌خواست افکار خود را در زمان حاضر ارائه دهد، به احتمال بسیار زیاد در عنوان کتاب خود، در کنار ثروت به فقر هم اشاره می‌کرد.³ فقر موضوعی است که امروزه اقتصاددانان بیش از ثروت نگران آن هستند. نگرانی نسبت به فقر و توزیع درآمد به عنوان اجزاء جدایی ناپذیر جریان توسعه طی سال‌های دهه‌ی 1970 مقبولیت گسترده‌ای یافت. در حالی که استراتژی اولین دهه‌ی توسعه‌ی سازمان ملل (1961-70) معطوف به رشد اقتصادی بود، استراتژی دهه‌ی دوم (1971-80) گرایش به روندی را منعکس می‌ساخت که توزیع درآمد را با رشد اقتصادی به عنوان اهداف توسعه شریک می‌ساخت.

بحث پیرامون توزیع درآمد و رشد اقتصادی و همچنین تأثیر متغیرهای کلان اقتصادی بر آن‌ها را می‌توان با بررسی نظریه‌های کوزنتس (1955) آغاز کرد. طبق این نظریه، نابرابری درآمدی طی اولین مراحل رشد اقتصادی رو به افزایش می‌گذارد و سپس هم‌تراز می‌شود و بالاخره طی مراحل بعدی کاهش می‌یابد. البته این مسأله بعدها از سوی بسیاری از محققان تأیید یا رد شد (جرجرزاده و اقبالی، 1384). از طرفی دیگر، توزیع مجدد درآمد منوط به حضور دولت است. امروزه اهمیت نقش دولت در مسأله‌ی توزیع درآمد به حدی است که تقریباً تمامی اقتصاددانان یکی از اهداف و وظایف عمده‌ی دولت را توزیع درآمد ذکر می‌کنند. ضمن این‌که نظریات امروزی اقتصاد کلان، حتی در نظام‌های سرمایه‌داری غرب که معتقد به عملکرد کامل مکانیسم بازار در اقتصاد هستند، هنگام مواجهه با مسائلی که دست نامرئی قادر به حل آنها نیست، اهمیت نقش دولت در امور اقتصادی را هرچه بیشتر مورد تأکید قرار می‌دهند. دولت‌ها هم برای ایفای نقش در امور اقتصادی با توجه به وضعیت خاص اقتصادی، سیاسی و اجتماعی کشور، از سیاست‌های اقتصادی مختلفی استفاده می‌کنند. یکی از عمده‌ترین سیاست‌های اقتصادی دولت سیاست‌های پولی⁴ هستند که البته با دخالت بانک مرکزی و از

¹ Adam Smith

² The wealth of nations

³ Carin Cross

⁴ Monetary policy

طریق تغییر در تقاضای کل، اثرات خود را به اقتصاد منتقل می‌کنند (شاکری، 1382). مقاله‌ی حاضر در شش بخش تنظیم شده است. در ادامه ابتدا در بخش 2 به مرور مطالعات انجام شده در ایران و سایر کشورها پرداخته می‌شود. در بخش 3 مدل اقتصادی استفاده شده در تحقیق توضیح داده می‌شود. در بخش 4 الگوی نظری معرفی می‌گردد و بخش 5 به برآورد مدل معرفی شده و توصیف نتایج اختصاص می‌یابد. در انتها و در بخش 6 نیز به نتیجه گیری ارائه می‌شود.

2- مروری بر مطالعات انجام شده

در این بخش خلاصه ای از مطالعات مرتبط با آثار سیاست‌های مختلف بر توزیع درآمد آورده می‌شود.

رومر و رومر (1998)⁵ در مطالعه‌ی خود رابطه‌ی سیاست پولی و فقر را بررسی کرده و نتیجه گرفتند که رابطه‌ی سیاست پولی انبساطی با توزیع درآمد در کوتاه مدت و بلند مدت دارای جهت‌های مخالف هم است. این سیاست در کوتاه مدت به سبب رشد سریع تولید، توزیع درآمد را بهبود می‌بخشد، در حالی که در بلند مدت موجب یک تورم ماندگار بالاتر می‌شود. حذف تورم به وجود آمده نیز سیاست پولی انقباضی برای کاهش تورم را می‌طلبد که برآیند نهایی آن افزایش بیکاری و فقر است.

دوماک (1999)⁶ در مطالعه‌ی خود، اثرات سیاست پولی را بر صنایع کوچک و متوسط (SMIs)⁷ و صنایع بزرگ (LIs)⁸ در مالزی مورد بررسی قرار داده است و نتیجه گرفته است که سیاست انقباضی پولی بر صنایع کوچک و متوسط نسبت به صنایع بزرگ اثر بزرگتری دارد. نتایج تجربی بر این مطلب تأکید دارند که اثرات سیاست پولی برای صنایع کوچک و متوسط پایدارتر از صنایع بزرگ است. چنانچه در یک افق زمانی 36 ماهه، واریانس تولید صنایع کوچک و متوسط (71 درصد) بسیار بیشتر از صنایع بزرگ (30 درصد) است. بنابراین، نتایج تجربی وجود نقصان در بازار اعتبار و اهمیت نتایج توزیعی سیاست‌ها را اثبات می‌کنند.

⁵ Romer and Romer

⁶ Domac

⁷ Small and Medium Industries

⁸ Large Industries

چو، داودی و گوپتا⁹ (2000) نشان داده‌اند که هرچند کشورهای درحال توسعه برخلاف کشورهای صنعتی، قادر به استفاده از سیاست‌های مالیاتی و پرداخت‌های انتقالی برای کاهش نابرابری نبوده‌اند، اما توزیع درآمد قبل از مالیات در کشورهای در حال توسعه نسبت به کشورهای صنعتی، نابرابری به نسبت کمتری دارد. در دهه‌های 1980 و 1990 بسیاری از کشورهای در حال توسعه افزایش نابرابری درآمد را تجربه کرده‌اند. برنامه‌های بهداشت و آموزش ابتدایی و متوسطه‌ی دولت در کشورهای در حال توسعه خوب هدف گذاری نشده‌اند، اما روند کلی آنها رو به بهبود بوده است.

شان¹⁰ (2002) در قالب یک مدل خود رگرسیون برداری¹¹ (VAR) اثرات عملکرد اقتصاد کلان (متغیرهایی چون عرضه پول، مخارج دولت، تورم و بیکاری) بر نابرابری درآمدی را بررسی کرده است. نتایج مطالعه نشان می‌دهد که مخارج دولت و بیکاری در برابر عوامل کلان اقتصادی دیگر، منابع مهمتری برای تغییر پراکندگی درآمد هستند.

خلاصه‌ای از برخی مطالعات خارجی دیگر در جدول (1) آورده شده است.

⁹ Chu, Davoodi and Gupta

¹⁰ Shan

¹¹ Vector Auto-Regression

جدول ۱: خلاصه‌ی مطالعات تجربی سیاست‌های پولی و توزیع درآمد

تأثیر تورم (سیاست پولی)			متغیرهای توضیحی	متغیر وابسته	محقق (محققان)	
بی اثر	منفی	مثبت				
	*		تورم، نسبت خط فقر به میانگین درآمد، بیکاری، روند	نرخ فقر	کاتلر و کاتز ¹² (1991)	
*			متغیرهای بالا + نرخ فقر با وقفه			
*			تورم، GNP سرانه‌ی واقعی، بیکاری، تورم، وقفه‌ی متغیر وابسته	سهم دهک‌های درآمدی		
*			تغییر در تورم و بیکاری	تغییر در نرخ فقر درآمدی	پاورز ¹³ (1995)	
		*	تغییر در تورم و بیکاری	تغییر در نرخ فقر مصرفی		
	*		تورم	تغییر در نرخ فقر	رومر و رومر (1998)	
*			تورم، بیکاری			
*			تورم، بیکاری			تغییر در ضریب جینی
	*		تورم، بیکاری			تغییر در سهم دهک‌ها
		*	تورم	متوسط درآمد دهک پایینی	رومر و رومر (1998) (مطالعه بین کشوری)	
*			تورم، تغییرپذیری تقاضا	ضریب جینی		
		*	تورم، تغییرپذیری تقاضا و متغیر مجازی			
*			تورم، تغییرپذیری تقاضا			
*			تورم، درآمد سرانه	متوسط درآمد دهک های پایین	دلار و کرای ¹⁴ (2000)	
		*	تورم، درآمد سرانه، درجه آزادی اقتصاد، مخارج دولت، حقوق مالکیت			

مطالعات متعددی نیز در داخل کشور انجام شده است. برای مثال، صمدی (1371) در مطالعه‌ای وضعیت توزیع درآمد را طی سال‌های 1367-1347 بررسی کرده است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که تورم تأثیری منفی بر توزیع درآمد داشته است، البته به استثناء سال‌های 1367-1365 که در این دوره تورم باعث بهتر شدن وضعیت توزیع درآمد شده است.

پژویان (1375) در طرح تحقیقاتی خود توزیع درآمد را در دوره‌ی زمانی 1368-1362 مورد بررسی قرار داده است. شاخص‌های توزیع درآمد مورد مطالعه، ضریب جینی، سهم دهک‌ها و نسبت سهم‌ها بوده است. طبق نتایج به دست آمده، ضریب جینی مصرف شهری در طی این دوره، تغییر چندانی نداشته است و از

¹² Cutler and Katz

¹³ Powers

¹⁴ Dollar and kraay

0/428 در سال 1362 به 0/427 در سال 1368 رسیده است. ضریب جینی برای مناطق روستایی نیز از 0/389 در سال 1362 به 0/372 در سال 1368 رسیده است. مطالعه‌ی سهم 40 درصد خانوار کم درآمد نیز نتایج مشابهی را ارائه می‌دهد. در مجموع شاخص‌های مناطق روستایی و شهری روند یکسانی دارند، با این تفاوت که در روستا این شاخص نشان دهنده‌ی وضعیت بهتری از نظر توزیع درآمد است. پروین (1375) برخی از زمینه‌های تأثیر متقابل رشد و توزیع درآمد در اقتصاد ایران را مورد توجه قرار داده است و ضمن اشاره به برخی از شاخص‌های نابرابری توزیع درآمد با توجه به محدودیت‌های آماری نشان داده است که وجود درآمدهای نفتی این امکان را در اقتصاد ایران فراهم کرده است که فرآیند توسعه، بدون توجه به زمینه‌های نابرابری توزیع درآمد و پیامدهای آن شکل بگیرد. این در حالی است که توزیع نابرابر درآمد با ایجاد محدودیت در ساختار کیفی و کمی بازار بر دوگانگی اقتصاد تأثیر می‌گذارد. در این زمینه، آثار توزیعی مخارج و درآمدهای مالیاتی دولت هم مدنظر قرار گرفته است.

ابونوری (1376) در مقاله‌ی خود که برای دوره‌ی 1370 - 1350 انجام شده است، به این نتیجه رسید که عوامل نسبت اشتغال و بهره‌وری کار آثار کاهشی بر سطح نابرابری داشته‌اند، ولی عوامل تورم، سهم نسبی درآمد شخصی از تولید ناخالص داخلی، متوسط کل مالیات‌های دریافتی از هر خانوار و هزینه‌ی دولت برای هر خانوار، آثار افزایشی بر توزیع درآمد داشته و آن را نابرابرتر نموده است. نیلی (1377) در بررسی فرضیه‌ی کوزنتس در ایران به این نتیجه دست می‌یابد که رشد اقتصادی و توزیع درآمد با جهت‌گیری علی دو طرفه، حرکتی هم جهت دارند. رشد اقتصادی باعث بهبود توزیع درآمد می‌شود، ضمن آنکه بیکاری و تورم، وضعیت توزیع درآمد را نا مطلوب‌تر می‌نماید. بدتر شدن توزیع درآمد نیز کندی رشد اقتصادی را به دنبال خواهد داشت. در این تحقیق نشان داده شده است که حلقه‌ی میانی توزیع درآمد و رشد اقتصادی، مخارج دولت است. نامطلوب شدن توزیع درآمد، افزایش مخارج دولت را در پی دارد و افزایش مخارج دولت، موجب کاهش رشد اقتصادی می‌شود. از نظر محققان، فراهم آوردن شرایط رشد پایدار اقتصادی که ضروری‌ترین اقدام در جهت کنترل مشکل انفجار بیکاری است، نه تنها برای توزیع درآمدها زیان‌آور نیست، بلکه موجب بهبود آن نیز می‌شود.

پروین و زیدی (1380) با استفاده از شبیه سازی سیاست‌ها با یک مدل کلان اقتصاد سنجی، اثرات سیاست‌های تعدیل بر نابرابری را بررسی نموده‌اند. طبق نتایج تحقیق، اجرای سیاست‌های جاری در مقایسه با اهداف برنامه، تأثیر کمتری بر نابرابری دارد، در حالی که سیاست‌های تعدیل باعث افزایش نابرابری در جامعه شده است. بیشترین نابرابری ایجاد شده مربوط به نرخ ارز و کمترین نابرابری ایجاد شده مربوط به افزایش مخارج اسمی دولت بوده است. البته تأخیر در اجرای سیاست‌های تعدیل، در مقایسه با اجرای اهداف برنامه، باعث افزایش کمتر نابرابری درآمد می‌شود. دلیل این امر ادامه‌ی اعمال سیاست‌های حمایتی دولت و عدم تغییر نرخ ارز است.

جرجزاده و اقبالی (1384) تأثیر درآمدهای نفتی بر توزیع درآمد در ایران را طی سال‌های 80-1347 بررسی کرده‌اند. نتایج نشان می‌دهند که سرانه‌ی تولید ناخالص داخلی، سرمایه‌گذاری بخش خصوصی، درآمدهای مالیاتی و مخارج سرمایه‌ای اثر مثبت بر توزیع درآمد داشته‌اند، در حالی که تورم، بیکاری، درآمدهای نفتی و مخارج جاری دولت اثر منفی بر توزیع درآمد داشته و وضعیت را بدتر کرده‌اند.

قلی زاده و کمیاب (1387) اثر سیاست‌های پولی بر حباب قیمت مسکن در دوره‌های رکود و رونق اقتصادی ایران را بررسی کردند.

بررسی مطالعات انجام شده نشان می‌دهد که در این مطالعات، مدل‌های متفاوتی برای بررسی تأثیرات سیاست‌های اقتصادی بر توزیع درآمد طراحی شده است که هر کدام دارای نقاط ضعف و قوتی هستند. مدلی که در این تحقیق ارائه می‌شود، برگرفته از مطالعه‌ی فاولر و ویلگاس¹⁵ (2008) است.

3- مدل اقتصادی

اقتصاد از خانوارهایی تشکیل شده است که به دو گروه کارگران¹⁶ و سرمایه داران¹⁷ تقسیم می‌شوند. کارگران سرمایه ای ندارند، اما نیروی کار مورد نیاز بنگاه‌ها را فراهم می‌کنند. در مقابل، سرمایه داران سرمایه‌ی مورد نیاز بنگاه‌ها را به آنها اجاره می‌دهند. تقسیم افراد به دو گروه کارگر و سرمایه‌دار، بررسی اثرات متفاوت

¹⁵ Fowler and Wilgus

¹⁶ Workers

¹⁷ Capitalists

سیاست‌های دولت بر گروه‌های مختلف جامعه را ممکن می‌سازد (کروسل،¹⁸ 2002).

فعالیت واحدهای اقتصادی در برهه‌ای از زمان یا دوره (مثلاً یک ماه، یک سال و غیره) بررسی می‌شود. دوره‌ای که واحدهای اقتصادی در آن اقدام به تصمیم‌گیری می‌کنند، دارای دو قسمت است: یکی زمان آغاز دوره که در آن مقامات پولی، پول را به اقتصاد تزریق می‌کنند و دیگری زمان پایان دوره است که در آن خانوارها (کارگران و سرمایه‌داران) یا دریافت‌کنندگان نهایی پول، تصمیم می‌گیرند که چه مقدار کار کنند و به دنبال آن چه مقدار مصرف، چه مقدار سرمایه‌گذاری و چه مقدار پس‌انداز انجام دهند.

3-1- کارگران

فرض می‌شود که مدت زمانی که کارگران به فعالیت‌های معاملاتی (خرید و فروش کالا، معاملات اوراق سهام و قرضه و غیره) می‌پردازند، از رابطه‌ی زیر به دست آید:

$$w_0 - w_1 \left(\frac{m_t^w}{p_t c_t^w} \right)^{w_2} \quad (1)$$

که در آن m_t^w حجم پول اسمی، c_t^w مصرف واقعی جاری و p_t سطح کل قیمت‌هاست. پارامترهای w_0 ، w_1 و w_2 هم کشش هزینه‌های معاملاتی هستند. بنابراین، زمان استراحت (فراغت) کارگران در دوره‌ی t عبارت است از:

$$l_t^w = T - n_t^w - w_0 - w_1 \left(\frac{m_t^w}{p_t c_t^w} \right)^{w_2} \quad (2)$$

که در آن T کل زمان در دسترس و n_t^w زمان کار است. بر این اساس، کارگران مسأله‌ی حداکثر کردن پویای مطلوبیت را به صورت زیر حل خواهند کرد:

$$u^w(s_t) = \max \{ u^w(c_t^w, l_t^w, m_t^w, n_t^w) + E_t b^w u^w(s_{t+1}) \} \quad (3)$$

$$\{ c_t^w, m_{t+1}^w, n_t^w \}$$

با قید بودجه‌ای که در رابطه‌ی زیر ذکر شده است:

$$c_t^w + \frac{m_{t+1}^w}{p_t} \leq \frac{m_t^w}{p_t} + (1-t_t) w_t n_t^w + T_t^w \quad (4)$$

¹⁸ Krusell

که در آن w_t نرخ دستمزد، T_t^w پرداخت‌های انتقالی از طرف دولت، τ_t نرخ مالیات نیروی کار، s_t برداری از متغیرهای وضعیت¹⁹ و E_t عملگر انتظارات مشروط به اطلاعات کامل در زمان t است (به پیوست مراجعه شود).

3-2- سرمایه داران

سرمایه داران نیز به دنبال حداکثر کردن پویای مطلوبیت خود هستند. به عبارت دیگر:

$$u^k(s_t) = \max\{u^k(c_t^k, l_t^k(c_t^k, m_t^k)) + E_t b^k u^k(s_{t+1})\} \\ \{c_t^k, k_{t+1}, m_{t+1}^k\} \quad (5)$$

با قید بودجه‌ی ارائه شده در رابطه‌ی زیر:

$$c_t^k + k_{t+1} + \frac{m_{t+1}^k}{p_t} \leq \frac{m_t^k}{p_t} + [(1-t_t)w_t \bar{n} + (1-t_t)R_t^k + 1-d]k_t + T_t^k \quad (6)$$

که در آن k_t میزان سرمایه، \bar{n} انتخاب مقدار زمان کار کردن (که کاملاً بی‌کشش است)، R_t^k بازدهی واقعی سرمایه و $0 \leq \delta \leq 1$ نرخ استهلاک است. زمان فراغت نیز به صورت تابعی از مقدار عرضه‌ی نیروی کار ثابت (\bar{n}) به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$l_t^k = T - \bar{n} - w_0 - w_1 \left(\frac{m_t^k}{p_t c_t^k} \right)^{w_2} \quad (7)$$

یکی از وظایف پول، تسهیل معاملات یا مبادلات است. از این رو، افراد همواره قسمتی از پول خود را، حتی در صورتی که نرخ بازدهی سرمایه گذاری بیشتر از نرخ بازدهی پول باشد، نزد خود نگه می‌دارند.

3-3- بنگاه

یک بنگاه فرضی، سرمایه را اجاره و نیروی کار را استخدام می‌کند. این بنگاه با کمک یک تابع تولید نئوکلاسیکی دارای بازدهی ثابت نسبت به مقیاس و با انتخاب مقدار سرمایه و نیروی کار، اقدام به حداکثر کردن سود خود می‌کند:

$$p_t = A_t F(k_t, n_t) - w_t n_t - R_t^k k_t \quad (8)$$

¹⁹ State Variables

در حالت تعادلی، میزان پرداختی به عوامل تولید برابر با تولید نهایی آنها است. یعنی داریم:

$$A_t F_1(k_t, n_t) = R_t^k \quad \text{و} \quad A_t F_2(k_t, n_t) = w_t \quad (9)$$

$$F_1(\dots) = \frac{\partial F(\dots)}{\partial k_t}, \quad F_2(\dots) = \frac{\partial F(\dots)}{\partial n_t} \quad \text{که در آن}$$

برای سادگی، تابع تولید مورد نظر، یک تابع کاب-داگلاس فرض می‌شود، زیرا این تابع با پایداری نسبی سهم عوامل تولید (نیروی کار و سرمایه) از درآمد، سازگار است. بنابراین، تابع تولید بنگاه فرضی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Y_t = A_t F(k_t, n_t) = A_t k_t^a n_t^{1-a} \quad (10)$$

که در آن a سهم درآمدی مختص سرمایه و $1-a$ سهم درآمدی مختص نیروی کار است. همچنین، فرض می‌کنیم که لگاریتم تکنولوژی، $a = Ln(A)$ ، از رابطه‌ی زیر پیروی می‌کند:

$$a_{t+1} = f a_t + s e_{t+1} \quad (11)$$

که ε متغیر مستقل و بین صفر و یک است و f ، s نیز ضرایب هستند.

3-4- دولت و مقامات پولی

فرض می‌شود که دولت و مقامات پولی، تمامی درآمد خود را صرف مخارج دولتی و پرداخت‌های انتقالی می‌کنند. سطح مخارج دولتی نیز درصد ثابتی (\bar{t}) از تولید کل باشد. برای تمرکز بر سیاست‌های پولی، نرخ مالیات بر درآمد، مقدار ثابتی در نظر گرفته می‌شود: $t_t = \bar{t}$. بنابراین، قید بودجه‌ی دولت به رابطه‌ی زیر تبدیل می‌شود:

$$T_t^k + T_t^w + xY_t = \frac{m_{t+1} - m_t}{p_t} + \bar{t}(w_t n_t + R_t^k k_t) \quad (12)$$

با توجه به اینکه $m_{t+1} = (1+q_t)m_t$ ، قید بودجه به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$T_t^k + T_t^w + xY_t = q_t \frac{m_t}{p_t} + \bar{t}(w_t n_t + R_t^k k_t) \quad (13)$$

که در آن q_t نرخ رشد حجم پول را نشان می‌دهد. با این فرض که پرداخت‌های انتقالی به کارگران، نسبتی (λ) از درآمد کل باشد، به ازاء هر λ ، پرداخت‌های انتقالی در حالت تعادل،²⁰ به صورت زیر خواهد بود (به پیوست مراجعه شود):

$$T_t^w = I \left[\frac{q_t \hat{m}_t}{(1+q_t) \hat{p}_t} \right] \quad (14)$$

$$T_t^k = (1-I) \left[\frac{q_t \hat{m}_t}{(1+q_t) \hat{p}_t} \right] \quad (15)$$

در این مدل، یک بازار ویژه برای دارایی‌های قرض‌دانی وجود ندارد. λ میزان انتقال درآمدی از وام‌گیرندگان به وام‌دهندگان را منعکس می‌کند و بیانگر وزنی است که توسط برخی مکانیسم‌های اقتصادی (علاوه بر سیاست‌های پولی) به درآمد کارگران داده می‌شود.

4- معرفی الگوی نظری

با استفاده از روابط (1) تا (15)، می‌توان بازتاب سیاست‌های پولی بر متغیرهای اقتصادی و به خصوص بر نابرابری درآمدی را تعیین کرد. از رابطه‌ی (12) می‌توان به رابطه‌ی زیر دست یافت:

$$q_t \frac{m_t}{p_t} = T_t^k + T_t^w + xY_t - \bar{E}(w_t n_t + R_t^k k_t) \quad (16)$$

و در نتیجه:

$$q_t = \frac{T_t^k}{\frac{m_t}{p_t}} + \frac{T_t^w}{\frac{m_t}{p_t}} + \frac{xY_t}{\frac{m_t}{p_t}} - \frac{\bar{E}(w_t n_t + R_t^k k_t)}{\frac{m_t}{p_t}} \quad (17)$$

حال اگر به جای T_t^k و T_t^w مقادیر آنها از روابط (14) و (15) قرار داده شود، آنگاه:

²⁰ از آنجا که p و m در طول زمان رشد می‌یابند، تمامی متغیرهای اسمی، با استفاده از حجم پول، به متغیرهای حقیقی تبدیل می‌شوند تا حالتی پایدار به دست آید. بنابراین در حالت تعادل داریم:

$$\hat{m}_{t+1} = \hat{m}_t = 1, \quad \hat{p}_t = \frac{p_t}{m_t}, \quad \hat{m}_t^k = \frac{m_t^k}{m_t}, \quad \hat{m}_t^w = 1 - \hat{m}_t^k$$

$$q_t = \frac{1 \left(\frac{q_t \hat{m}_t}{(1+q_t) \hat{p}_t} \right)}{\frac{m_t}{p_t}} + \frac{(1-I) \left(\frac{q_t \hat{m}_t}{(1+q_t) \hat{p}_t} \right)}{\frac{m_t}{p_t}} + \frac{xY_t}{\frac{m_t}{p_t}} - \frac{\bar{E}(w_t n_t + R_t^k k_t)}{\frac{m_t}{p_t}} \quad (18)$$

با ساده سازی این رابطه بر حسب روابط ریاضی خواهیم داشت:

$$q_{t+1} = q_0 + q_1[q_t - q_0] + q_2[ineq_t - q_3] + s_q e_{q,t+1} \quad (19)$$

که در آن $ineq_t$ معیار نابرابری درآمدی، e_q یک شوک برونزا، θ ها پارامتر و s_q یک متغیر مقیاسی²¹ است.

5- نتایج و بحث

در این تحقیق، برای بررسی تأثیرات سیاست پولی بر نابرابری درآمدی از متغیرهای ضریب جینی (به عنوان معیاری از نابرابری)، حجم نقدینگی (به عنوان معیاری از سیاست پولی)، GDP واقعی و تورم در دوره‌ی 86-1353 استفاده شده است. برای تعیین اثرگذاری سیاست‌های پولی بر توزیع درآمد، نخست یک مدل VAR تخمین زده شده است و پس از آن به تحلیل واکنش آنی و تجزیه واریانس پرداخته می‌شود.

5-1- برآورد مدل

در برآورد مدل VAR باید توجه داشت که ضرایب و درصد توضیح دهندگی پارامترهای مدل اهمیت روش‌های تک معادله‌ای را ندارند. برای تخمین مدل خود توضیح برداری، باید ابتدا تعداد وقفه‌های بهینه‌ی مدل تعیین شود.

5-2- تعیین تعداد وقفه‌های بهینه

طبق ایده‌ی سیمز²² در مدل VAR تعیین تعداد وقفه‌ی بهینه ضروری است. به دلیل تعدد پارامترها²³ در مدل‌های VAR ، باید به اصل صرفه جویی²⁴ تکیه کرد. برای تعیین تعداد وقفه‌های بهینه، معیارهای مختلفی از جمله معیارهای نسبت درست نمایی (LR)، آکائیک (AIC)، شوارتز-بیزین (SBC) و همچنین هنان-

²¹ Scale Variable

²² Sims

²³ Over Parameterized

²⁴ Parsimony Principle

کوئین (HQ) وجود دارد. این معیارها برای مدل تحقیق با استفاده از بسته‌ی نرم افزاری Eviews6 تعیین شده و در جدول (1) خلاصه شده است. بر اساس نتایج، وقفه بهینه برابر با یک است.

جدول 1: تعیین تعداد وقفه‌ی بهینه

Lag	LogL	LR	AIC	SC	HQ
0	-803/82	NA	53/86	54/04	53/92
1	-647/74	260/67*	44/49*	45/43*	44/79*
2	-631/75	21/94	44/52	46/19	45/05

بر این اساس، مدل VAR به صورت زیر تخمین زده شده است:

$$GINI = 0/92GINI(-1) + 8/36(1.0^{-\lambda}) M\lambda(-1) - 1/52(1.0^{-\gamma})YS(-1) + 5/43(1.0^{-\delta})P(-1) + 0/06$$

$$M\lambda = -35876/98GINI(-1) + 1/38 M\lambda (-1) + 0/048YS(-1) - 104/38 P(-1) + 4896/01$$

$$YS = 606581/93GINI(-1) + 0/094 M\lambda (-1) + 0/41YS(-1) + 76P(-1) - 142866/24$$

$$P = -55/83GINI(-1) + 0/00012M\lambda (-1) + 2/13e-5YS(-1) + 1/05P(-1) + 21/69 \quad (20)$$

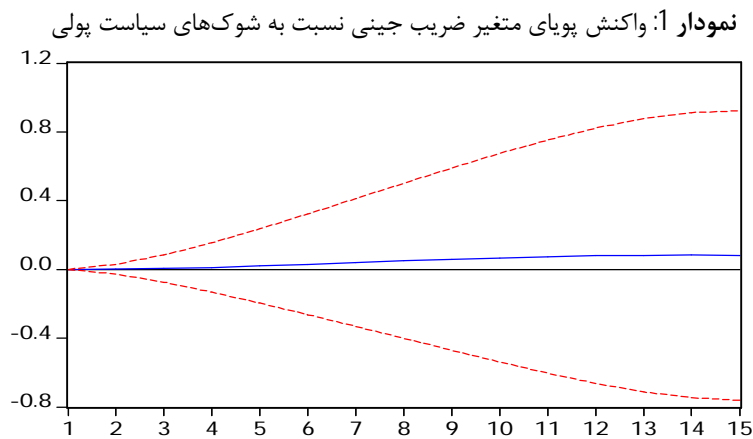
5-3- تحلیل واکنش آنی²⁵

پس از تخمین، مهمترین مرحله، بررسی روابط متقابل و پویای بین متغیرهای مدل است. با توجه به موضوع بحث، در این قسمت اثرات شوک‌های سیاست پولی بر نابرابری درآمدی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

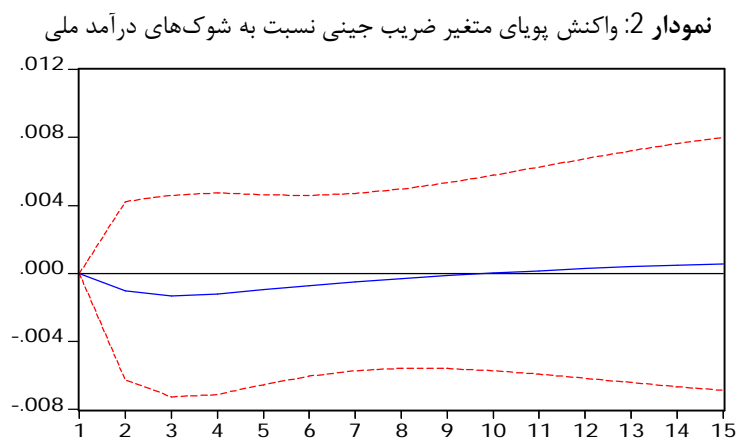
نمودار (1) نشان دهنده‌ی واکنش پویای متغیر ضریب جینی نسبت به شوک‌های سیاست پولی است. در این نمودار محور افقی زمان و محور عمودی اندازه‌ی انحراف از مقدار اولیه را نشان می‌دهد. مطابق این نمودار، افزایش حجم پول به عنوان یک سیاست پولی انبساطی، بلافاصله موجب افزایش نابرابری درآمدی

²⁵ Impulse Response

(ضریب جینی) نمی‌شود، بلکه از سال دوم اثرات آن نمایان می‌شود و در دوره‌های بعد تداوم می‌یابد.



سطح تولید ناخالص داخلی نیز توزیع درآمد را در بلندمدت تحت تأثیر قرار می‌دهد. مطابق نمودار (2)، وقوع یک شوک مثبت در تولید ناخالص داخلی، نابرابری درآمدی را در ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌دهد.



5-4- تجزیه‌ی واریانس²⁶

در حالی که توابع واکنش آنی اثرات یک شوک (ضربه) وارد شده به یک متغیر درونزا بر سایر متغیرها را در مدل VAR دنبال می‌کند، تجزیه‌ی واریانس، تغییرات یک متغیر درونزا را به اجزای شوک در مدل VAR تفکیک می‌کند. بنابراین، تجزیه‌ی واریانس اهمیت نسبی هر گونه شوک تصادفی در اثرگذاری بر متغیرها را نشان می‌دهد.

در جدول (2)، نتایج تجزیه‌ی واریانس مدل، ارائه شده است. در این جدول، ستون اول دوره‌ی تحلیل 15 ساله و ستون دوم، خطای پیش بینی متغیر در افق پیش بینی را نشان می‌دهد. منبع این نوع خطای پیش بینی، تغییرات در مقادیر حال و آینده‌ی شوک‌های وارده به متغیرهای درونزای مدل VAR است. با توجه به اینکه این خطای پیش بینی هر سال براساس خطای سال قبل محاسبه می‌شود، طی دوره‌ی مورد بررسی همواره افزایش می‌یابد.

ستون‌های بعدی، میزان درصد واریانس پیش بینی به دلیل شوک‌های مختلف است که مجموع هر سطر باید برابر با 100 درصد باشد. مطابق نتایج به دست آمده، سهم شوک ضریب جینی در دوره‌ی اول، صد درصد و سهم سایر عوامل ناچیز است. به تدریج و با افزایش تعداد دوره‌ها، از سهم شوک ضریب جینی کاسته می‌شود و سهم شوک سیاست پولی افزایش می‌یابد. سهم شوک‌های درآمد ملی (به قیمت ثابت) و سطح قیمت‌ها نیز تقریباً در طول زمان ثابت است.

²⁶ Variance Decomposition

جدول 2: تجزیه‌ی واریانس ضریب جینی

دوره	S.E.	GINI	M1	YS	P
1	0/018	100	0	0	0
2	0/023	98/43	0/015	1/548	0/009
3	0/026	96/46	0/162	3/373	0/009
4	0/027	94/54	0/688	4/763	0/013
5	0/028	92/40	1/993	5/554	0/052
6	0/029	89/37	4/663	5/803	0/164
7	0/029	84/54	9/453	5/625	0/385
8	0/031	77/01	17/135	5/122	0/731
9	0/034	66/38	28/058	4/382	1/181
10	0/038	53/29	41/534	3/507	1/665
11	0/044	39/61	55/666	2/635	2/085
12	0/054	27/52	68/222	1/895	2/364
13	0/068	18/31	77/847	1/352	2/490
14	0/089	12/07	84/431	0/998	2/501
15	0/117	8/17	88/598	0/788	2/445

5-5- آزمون همجمعی²⁷ (هم انباشتگی)

از آنجایی که اغلب سری‌های زمانی حاوی ریشه‌ی واحد هستند، تحلیل سری‌های زمانی غیر ایستا دچار تحول شده است. انگل و گرنجر²⁸ (1987) خاطر نشان کردند که ترکیب خطی دو یا چند سری زمانی غیر ایستا می‌تواند ایستا باشد. در صورت وجود چنین ترکیبی، سری‌های زمانی غیر ایستا "هم انباشته" نامیده می‌شوند. ترکیب خطی ایستا معمولاً معادله‌ی "هم انباشتگی" یا "همجمعی" نامیده می‌شود و در واقع رابطه‌ی تعادلی بلندمدت بین متغیرها را نشان می‌دهد. در اینجا برای آزمون هم انباشتگی از آزمون اثر²⁹ و آزمون مقادیر ویژه³⁰ استفاده می‌شود. نتایج مربوط به این آزمون‌ها در جدول (3) ارائه شده است.

²⁷ Co-integration²⁸ Engel and Grenger²⁹ Trace³⁰ Eigen Value

جدول 3: نتایج آماره‌ی آزمون اثر و مقدار ویژه

Series: GINI M1 YS P				
Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)				
Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Trace Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None	0/708	57/13	47/85	0/0053
At most 1	0/373	20/14	29/79	0/4137
At most 2	0/185	6/14	15/49	0/6795
At most 3	4/32e-5	0/0013	3/84	0/9704

همان‌طور که نتایج جدول نشان می‌دهد، طبق آماره‌های آزمون اثر و مقادیر ویژه، فرضیه‌ی صفر مبنی بر وجود یک بردار همجمعی پذیرفته می‌شود. این بردار در واقع نتیجه‌ی نهایی آزمون هم‌انباشتگی با کمک نرم افزار *Eviews* می‌باشد که در آن تمام متغیرهای مستقل به سمت راست منتقل شده‌اند.

$$Gini = 2/67 \times 10^{-6} MI + 8/12 \times 10^{-7} YS - 0/013P \quad (21)$$

رابطه‌ی (21) وجود تعادل بلند مدت بین متغیرهای مدل را نشان می‌دهد. طبق این رابطه، با افزایش حجم پول در بلندمدت، ضریب جینی به طور مثبت تحت تاثیر قرار می‌گیرد. همچنین، افزایش تولید ناخالص داخلی و نیز افزایش سطح عمومی قیمت‌ها، موجب افزایش ضریب جینی و در نتیجه نابرابری درآمدی در بلندمدت می‌شود.

6- نتایج تحقیق

در این تحقیق به بررسی تأثیرات سیاست‌های پولی و مالی بر توزیع درآمد در ایران پرداخته شد. نتایج حاصل از تحقیق را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد: تأثیر سیاست پولی بر توزیع درآمد در کوتاه مدت، میان مدت و بلند مدت متفاوت است. به طوری که با اعمال یک سیاست پولی انبساطی در دو دوره‌ی اول، نابرابری تغییر چندانی نمی‌یابد. پس از آن و تا حدود دوره‌ی هشتم، شاهد افزایش نابرابری درآمدی بوده و سپس نابرابری کاهش می‌یابد.

افزایش نابرابری درآمدی در میان مدت را می‌توان به افزایش سطح قیمت‌ها نسبت داد. طبق مدل‌های اقتصاد کلان، اجرای سیاست پولی انبساطی سبب افزایش قیمت‌ها و تورم می‌شود. حال از آنجا که دستمزدها در کوتاه مدت ثابت بوده و قادر به تغییر نیستند، نابرابری افزایش می‌یابد.

از آنجا که افراد فقیر قسمت بیشتری از درآمد خود را به صورت پول نقد نگهداری می‌کنند، بنابراین به وجود آمدن تورم، از طریق کاهش ارزش واقعی دارایی‌ها، به افراد فقیر آسیب بیشتری وارد می‌کند.

در بلند مدت، عوامل تولید همراه با افزایش سطح قیمت‌ها خود را تعدیل می‌کنند، دستمزدها بر اساس قراردادهای جدید تعیین می‌شوند و نابرابری درآمدی کاهش می‌یابد.

باید توجه داشت که سیاست‌های پولی انبساطی، سبب افزایش درآمد ملی و کاهش بیکاری می‌شود که این امر سبب توزیع مناسب‌تر درآمد در بلند مدت می‌شود.

فهرست منابع:

- ابونوری، اسمعیل. (1376). اثر شاخص‌های اقتصاد کلان بر توزیع درآمد در ایران. تحقیقات اقتصادی، 51: 31-1.
- اصغرپور، حسین. (1384). اثر نامتقارن شوک‌های پولی بر تولید و قیمت در ایران. پایان نامه‌ی دکتری علوم اقتصادی. دانشگاه تربیت مدرس، تهران.
- برانسون، ویلیام اچ. (1382). تئوری و سیاست‌های اقتصاد کلان. ترجمه‌ی عباس شاکری. چاپ هفتم. تهران: نشر نی.
- پروین، سهیلا و راضیه زیدی. (1380). اثر سیاست‌های تعدیل بر فقر و توزیع درآمد (مطالعه موردی سیاست‌های برنامه اول توسعه اقتصادی، اجتماعی و فرهنگی ایران). تحقیقات اقتصادی، 58: 113-146.
- پروین، سهیلا. (1375). توزیع درآمد و تداوم رشد، مجله برنامه و بودجه، 2: 46-25.
- پژویان، جمشید. (1375). سیاست‌های حمایتی از قشرهای آسیب‌پذیر، وزارت امور اقتصادی و دارایی، انتشارات معاونت امور اقتصادی.
- جرجززاده، علی‌رضا و علی‌رضا اقبالی. (1384). بررسی اثر درآمدهای نفتی بر توزیع درآمد در ایران. فصلنامه رفاه اجتماعی، 17: 19-1.
- صمدی، سلیمه. (1371). بررسی تأثیر تقدم بر توزیع درآمد در ایران. پایان نامه‌ی کارشناسی ارشد. دانشگاه اصفهان، اصفهان.
- قلی‌زاده، علی‌اکبر و بهناز کمیاب. (1387). بررسی اثر سیاست پولی بر حباب قیمت مسکن در دوره‌های رکود و رونق اقتصادی در ایران. اقتصاد مقداری (بررسی‌های اقتصادی سابق)، 5(3): 77-49.
- نیلی، مسعود و علی فرحبخش. (1377). ارتباط رشد اقتصادی و توزیع درآمد. مجله برنامه و بودجه، 34 و 35: 121-154.
- یاوری، کاظم و حسین اصغرپور. (1381). وقفه‌های تولید سیاست‌های پولی و پویایی، مجله تحقیقات اقتصادی، 60: 209-233.

Bhattacharya, j. (2003). Monetary Policy and the Distribution of Income. Iowa State University.

Christiano, L., M. Eichenbaum & C. Evans. (1999). Monetary Policy Shocks: What have we Learned and to What End?. In J.B. Taylor and M. Woodford, eds. Handbook of Macroeconomics, 1A: 65-148.

Chu, K., H. Davoodi, s. Gupta. (2000). Income Distribution and Tax and Government Social Spending Policies in Developing Countries. Working paper 214. UN-WIDER.

- Cutler, D.M. & L. Katz. (1991). Macroeconomic Performance and the Disadvantaged. *Brookings Papers on Economic Activity*, 2: 1-73.
- Dollar, D. & A. Kraay. (2000). Growth Is Good for the Poor. Policy Research working paper 2587, Development Research Group, Washington, World Bank.
- Dolmas, J., G.E. Huffman, & M.A. Wynne. (2000). Inequality, Inflation, and Central Bank Independence. *Canadian Journal of Economics*, 33: 271-287.
- Domac, I. (1999). The Distributional Consequences of Monetary Policy: Evidence from Malaysia. World Bank research working paper, 2170.
- Eckstein, Z. & E. Nagypál. (2004). The Evolution of U.S. Earnings Inequality: 1961-2002. *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*: 10-29.
- Engel, R.F. & C.W.J. Granger. (1987). Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing. *Econometrica*, 35: 251-276.
- Fowler, S & J. Wilgus. (2008). Income Inequality, Monetary Policy, and the Business Cycle. middle Tennessee State University, Department of Economic and Finance.
- Gaspar, J. & K.L. Judd. (1997). Solving Large-Scale Rational Expectations Models. *Macroeconomic Dynamics*, 1: 44-75.
- Gavin, W.T. & F.E. Kydland. (1999). Endogenous Money Supply and the Business Cycle. *Review of Economic Dynamics*, 2: 347-369.
- Wesley Judd, K.L. (1985). Redistribution Taxation in a Simple Perfect Foresight Model. *Journal of Public Economics*, 28: 59-83.
- Krusell, P. (2002). Time-Consistent Redistribution. *European Economic Review*, 46: 755-769.
- Kydland, F.E. (1991). The Role of Money in a Business Cycle Model. Federal Reserve Bank of Minneapolis, Discussion Paper 23.
- Powers, E.T. (1995). Inflation, Unemployment and Poverty Revisited. *Economic Review*, Federal Reserve Bank of Cleveland, 3: 2-13.
- Romer, C.D. & D.H. Romer. (1999). Monetary Policy and the Well-Being of the Poor. Federal Reserve Bank of Kansas City, *Economic Review QI*: 21-49.
- Romer, C.D. & D.H. Romer. (1998). Monetary Policy and the Well-Being of the Poor. NBER working paper 6793, Cambridge, MA, National Bureau of Economic Research.
- Shan, J. (2002). A Macroeconometric Model of Income Disparity in China. *International Economic Journal*, 16(2): 47-63.
- Sims, C.A. (1980). Comparison of Interwar and Postwar Business Cycles: Monetarism Reconsidered. *American Economic Review*, 70: 250-257.
- Sims, C.A. (1999). Drift and Breaks in Monetary Policy. Working Paper, Princeton University, Department of Economics.

پیوست: استخراج روابط ریاضی مقاله

قید بودجه برای کارگران و سرمایه داران در وضعیت ایستا از مساوی صفر قرار دادن رشد حقیقی پول در دو قید بودجه‌ی پویای (4) و (6) مقاله و حل عطفی این قیدها به صورت زیر حاصل می شود:

$$\frac{m_{t+1}^w}{p_t} = \frac{m_t^w}{p_t} \mapsto c_t^w = (1-t_t)w_t n_t^w + T_t^w \quad (1)$$

و با بازنویسی رابطه اخیر و قید (4) در زمان $t+1$ و به کارگیری رابطه‌ی رشد پول و عملیات ریاضی می توان نتیجه گرفت که:

$$c_t^w + \frac{\hat{m}_{t+1}^w}{\hat{p}_t} \leq \frac{\hat{m}_t^w}{(1+q_t)\hat{p}_t} + (1-t_t)w_t n_t^w + T_t^w \quad (2)$$

با تکرار همین روال برای رابطه‌ی (6) مقاله خواهیم داشت:

$$c_t^k + k_{t+1} + \frac{\hat{m}_{t+1}^k}{\hat{p}_t} \leq \frac{\hat{m}_t^k}{(1+q_t)\hat{p}_t} + [(1-t_t)w_t \bar{n} + (1-t_t)R_t^k + 1-d]k_t + T_t^k \quad (3)$$

که علامت مد روی متغیرهای حجم پول و سطح قیمت، نشان دهنده‌ی وضعیت ایستای آنهاست، با این بیان اضافی که چون $m_t = m_t^k + m_t^w$ و $\hat{m}_t^k = \frac{m_t^k}{m_t}$ ، حتماً

داریم: $\hat{m}_t^w = 1 - \hat{m}_t^k$. در این حالت، حجم کل حقیقی پول معادل $\frac{\hat{m}_t}{(1+q_t)\hat{p}_t}$ است و با نرخ حق الضرب (نرخ مالیات تورمی) q_t ، میزان کل مالیات تورمی که به صورت پرداخت‌های انتقالی یکجا به کارگران و سرمایه داران داده می شود، عبارت است از:

$$T = T_t^w + T_t^k = \left(\frac{q_t \hat{m}_t}{(1+q_t)\hat{p}_t} \right) \quad (4)$$

پرداخت‌های انتقالی کل (T) با نسبت‌های I و $1-I$ به ترتیب به کارگران (T_t^w) و سرمایه داران (T_t^k) اختصاص می یابد که روابط (14) و (15) مقاله را به دست می دهد.

در بهینه سازی توابع رفاه کارگران (رابطه‌ی 3 مقاله)، تابع لاگرانژ به صورت زیر است:

$$L^w(s_t) = u^w(c_t^w, l_t^w(c_t^w, m_t^w, n_t^w)) + E_t b^w u^w(s_{t+1}) + I_t' \left[\frac{\hat{m}_t^w}{(1+q_t)\hat{p}_t} + (1-\tau)w_t n_t^w + T_t^w - c_t^w - \frac{\hat{m}_{t+1}^w}{\hat{p}_t} \right] \quad (5)$$

که در آن I_t بردار ضرایب لاگرانژ در دوره‌ی 0 تا T است و علامت پریم دلالت بر ترانسپوزی این بردار دارد. شرایط مرتبه‌ی اول تابع فوق نسبت به متغیرهای تصمیم c_t^w, n_t^w, m_{t+1}^w به ترتیب عبارتند از:

$$\begin{cases} \frac{\partial L_t^w}{\partial c_t^w} = \frac{\partial u^w}{\partial c_t^w} + \frac{\partial u^w}{\partial l^w} \times \frac{\partial l^w}{\partial c_t^w} - I_t = 0 \\ \frac{\partial L_t^w}{\partial n_t^w} = \frac{\partial u^w}{\partial l^w} \times \frac{\partial l^w}{\partial n_t^w} + I_t(1-\tau)w_t = 0 \\ \frac{\partial L_t^w}{\partial m_{t+1}^w} = E_t b^w \left[\frac{\partial u_{t+1}^w}{\partial l_{t+1}^w} \times \frac{\partial l_{t+1}^w}{\partial m_{t+1}^w} \right] + E_t \frac{b^w}{(1+q_{t+1})\hat{p}_{t+1}} [I_t'] - \frac{1}{\hat{p}_t} I_t = 0 \\ \frac{\partial L_t^w}{\partial I_t} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

لازم به ذکر است که شرط سوم از شرایط مرتبه‌ی اول، بر این اساس است که متغیر m_{t+1}^w مربوط به دوره‌ی آینده است. بنابراین، در مشتق‌گیری جزئی از تابع لاگرانژ نسبت به این متغیر از عبارات عملگر انتظارات و نیز قید بودجه انتظاری استفاده شده است. در عبارت $u^w(s_{t+1})$ ، به جای s آرگومان‌های c_{t+1}^w و $l_{t+1}^w(c_{t+1}^w, m_{t+1}^w, n_{t+1}^w)$ می‌توانند قرار گیرند:

$$u_{t+1}^w(c_{t+1}^w, l_{t+1}^w(c_{t+1}^w, m_{t+1}^w, n_{t+1}^w)) \quad (7)$$

همین‌طور در بهینه‌سازی توابع رفاه سرمایه‌داران (ابطه‌ی 5)، تابع

لاگرانژ عبارت است از:

$$L^k(s_t) = u^k(c_t^k, l_t^k(c_t^k, m_t^k)) + E_t b^k u^k(s_{t+1}) + m_t^k \left[\frac{\hat{m}_t^k}{(1+q_t)\hat{p}_t} + (1-\tau)w_t \bar{n} + [(1-\tau)R_t^k + 1-d]k_t + T_t^k - c_t^k - k_{t+1} - \frac{\hat{m}_{t+1}^k}{\hat{p}_t} \right] \quad (8)$$

که در آن m_t بردار ضرایب لاگرانژ برای این تابع در دوره‌ی 0 تا T است و علامت پریم دلالت بر ترانسپوزی این بردار دارد. شرایط مرتبه‌ی اول تابع فوق نسبت به متغیرهای تصمیم $c_t^k, k_{t+1}^k, m_{t+1}^k$ به ترتیب عبارتند از:

$$\begin{cases} \frac{\partial L_t^k}{\partial c_t^k} = \frac{\partial u^k}{\partial c_t^k} + \frac{\partial u^k}{\partial l^k} \times \frac{\partial l^k}{\partial c_t^k} - m_t = 0 \\ \frac{\partial L_t^k}{\partial k_{t+1}} = -m_t + E_t b^k [(1 - \bar{\epsilon}_{t+1}) R_{t+1}^k + 1 - d] m'_t = 0 \\ \frac{\partial L_t^k}{\partial m_{t+1}^k} = E_t b^k \left[\frac{\partial u_{t+1}^k}{\partial l_{t+1}^k} \times \frac{\partial l_{t+1}^k}{\partial m_{t+1}^k} \right] + E_t \frac{b^k}{(1 + q_{t+1}) \hat{p}_{t+1}} [m'_t] - \frac{1}{\hat{p}_t} m_t = 0 \\ \frac{\partial L_t^k}{\partial m_t} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

از حل دو دستگاه معادلات بالا متغیرهای زیر حاصل می‌شوند:

$$\begin{aligned} \hat{m}_{t+1}^k &= M(S_t) \\ \hat{k}_{t+1} &= K(S_t) \\ \hat{n}_t^w &= N(S_t) \\ \hat{p}_t &= P(S_t) \end{aligned} \quad (10)$$

از روابط بالا بردار وضعیت به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S_t = \{h_t, \hat{m}_{t+1}^k, a_t, q_t\} \quad (11)$$

که اگر به عنوان مثال، \hat{m}_{t+1}^k بسط داده شود، به صورت زیر در می‌آید:

$$\hat{m}_{t+1}^k = M(S_t) = M^0 + M^{(1)}(k_t - \bar{k}) + M^{(2)}(a_t - \bar{a}) + M^{(3)}(q_t - q_0) + \dots \quad (12)$$

برای رسیدن به مدل مورد نظر باید طرفین رابطه‌ی بالا به صورت لگاریتمی نوشته و از آن دیفرانسیل کامل گرفته شود. با توجه به آنکه دیفرانسیل لگاریتم یک متغیر، مبین رشد آن است، به جای عبارت $d \ln(\hat{m}_{t+1}^k)$ می‌توان عبارت q_{t+1} که همان رشد حجم پول می‌باشد قرار داد. همچنین، به جای عبارت $d \ln(k_t)$ از ساده کردن تابع تولید (10) مقاله می‌توان نوشت:

$$d \ln(k) = g d(\ln y) + r d(\ln n^w) + f a_t + s e_{t+1} \quad (13)$$

با جایگذاری رابطه‌ی اخیر در معادلات بالا، معیار نابرابری درآمدی با توجه به

تعریف $ineq_t = 1 - 2 \left(\frac{w_t n_t^w + T_t^w}{Y_t + T_t^w + T_t^k} \right)$ به دست خواهد آمد. در نهایت، با ساده

سازی تمام روابط بالا، مدل مورد نظر (رابطه‌ی 19) مقاله به صورت زیر بیان می‌شود:

$$q_{t+1} = q_0 + q_1[q_t - q_0] + q_2[ineq_t - q_3] + s_q e_{q,t+1} \quad (14)$$

که در آن θ_r متوسط نرخ رشد حجم پول را نشان می‌دهد.