

تخمین تابع تقاضای داخلی گاز طبیعی به روش فیلتر کالمن (مطالعه‌ی موردی تقاضای بخش خانگی شهر تهران)

دکتر علی امامی میبیدی، دکتر تیمور محمدی و سیدمحمدهادی سلطان‌العلمایی *

تاریخ پذیرش: 89/9/29

تاریخ وصول: 89/6/1

چکیده:

عوامل موثر بر تقاضای گاز طبیعی در بخش‌های مختلف مصرفی بسیار زیاد هستند و بنابراین، ضروری است که تابع تقاضای این حامل انرژی به تفکیک بخش‌های مختلف تخمین زده شود. در این میان بخش خانگی با بیش از 25 درصد مصرف در سال‌های اخیر بیشترین میزان مصرف را به خود اختصاص داده است. عوامل مؤثر بر تقاضا در این بخش به دو دسته‌ی قابل مشاهده مانند قیمت حامل، درآمد مصرف‌کننده و دما و عوامل غیر قابل مشاهده نظیر عادات و سلايق مصرف‌کنندگان و تکنولوژی وسایل گازسوز تقسیم بندی می‌شوند. با توجه به اثر دما بر مصرف این بخش، تخمین ضرایب در یک منطقه‌ی خاص (به عنوان مثال شهر تهران) به بهبود توضیح‌دهی این متغیر کمک می‌کند. همچنین، با توجه به تأثیر گذاری عوامل غیر قابل مشاهده و متغیرهای دیگری که از مدل حذف شده‌اند، از تکنیک کالمن فیلتر با هدف جلوگیری از برآورد اریب‌دار ضرایب استفاده شده است. در نهایت، کشش‌های قیمتی و درآمدی تقاضا به ترتیب 0/098- و 0/114 برآورد شده است.

طبقه بندی JEL: Q410

واژه‌های کلیدی: تقاضای گاز طبیعی، بخش خانگی، حالت فضا، کالمن فیلتر

* به ترتیب، دانشیار دانشگاه علامه طباطبایی، دانشیار دانشگاه علامه طباطبایی و کارشناس ارشد توسعه اقتصادی و برنامه ریزی
(Emami@atu.ac.ir)

1- مقدمه

تأثیرگذاری سیاست‌های انرژی کشورهای صادرکننده نفت، بر توان تولید و صادرات آنها در این حوزه استوار گردیده است. این درحالی است که رشد سریع تقاضای داخلی این کشورها برای انرژی مغفول مانده است. افزایش سریع مصرف داخلی اثر معنی‌داری بر توانایی صادرات نفت اعضا خواهد داشت، زیرا همراه با افزایش سریع مصرف داخلی، حجم فرآورده‌های قابل صدور محدود می‌شود (چاکراورتی، فشارکی و ژو،¹ 2000). افزایش سریع مصرف انرژی‌های تجاری به‌وسیله این کشورها ناشی از رشد اقتصادی، قیمت پایین داخلی، جابه‌جایی جمعیت ساکن در روستاها به شهرها و رشد جمعیت است (بختیاری و شاهبوداقلو،² 2000). بنابراین، توجه به تقاضای داخلی کشورهای صادرکننده نفت از دیدگاه واردکنندگان نیز دارای اهمیت است (کریم زاده و دیگران، 1388).

در خصوص کشور ایران، با عنایت به دارا بودن توام ذخایر عظیم نفت و گاز و همچنین نوع غالب سنگ مخزن لایه‌های نفتی موجود و ضرورت تدوین برنامه‌های تولید صیانتی، بررسی تقاضای گاز از اهمیت دوچندانی برخوردار است. در این راستا، سیاست انرژی کشور بر استفاده‌ی بهینه از این منابع و افزایش سهم گاز در سبد مصرف انرژی داخلی از طریق توسعه‌ی ظرفیت تولید و گسترش شبکه‌ی داخلی انتقال و توزیع گاز شکل گرفته است. بنابراین، تحلیل تقاضای داخلی گاز طبیعی به‌منظور برنامه‌ریزی‌های لازم و دستیابی به اهداف سیاست‌های تعیین شده ضروری به نظر می‌رسد.

در این مقاله ابتدا با ذکر مبانی نظری، فرم تابع تقاضای گاز طبیعی تعیین می‌شود. سپس به بررسی مفاهیم و مزایای تکنیک کالمن فیلتر پرداخته شده است. در بخش معرفی و برآورد مدل، متغیرهای مورد استفاده و نتایج حاصل از برآورد شرح داده شده است. در بخش پایانی نیز نتیجه‌گیری حاصل از برآورد مدل و پیشنهادات سیاستی و مطالعاتی ارائه شده است.

¹ Chakraverty, Fesharaki and Zhoh

² Bakhtiari and Shahbudaghlo

2- مبانی نظری

تحلیل تقاضای یکی از قدرتمندترین ابزارهایی است که برای درک پیش‌بینی پدیده‌ها و متغیرهای اقتصادی به کار می‌رود. به عنوان مثال، پاسخ به این سوال که چگونه تغییر شرایط اقتصادی و قیمت‌ها بر روی تقاضای یک کالا اثر می‌گذارد از طریق تحلیل تقاضا صورت می‌گیرد. منحنی تقاضا برای یک کالا نشان می‌دهد که اگر قیمت کاهش یابد، در هر قیمتی مصرف‌کنندگان معمولاً حاضر به خرید مقدار بیشتری از کالا هستند. قیمت کمتر ممکن است مصرف‌کنندگانی که قبلاً از این کالا استفاده می‌کرده‌اند را تشویق به خرید بیشتر کند و نیز ممکن است دیگر مصرف‌کنندگانی که قبل از این توانایی مصرف کالا را نداشته‌اند قادر به خرید آن شوند. یکی از راه‌های استخراج توابع تقاضا استفاده از توابع مطلوبیت مستقیم است. تابع مطلوبیت مستقیم یک مصرف‌کننده دلالت بر ارزش ذاتی دارد که وی از مصرف کالاهای مختلف به دست می‌آورد. این تابع را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$U = U(Q_1, Q_2, \dots, Q_n, Z) \quad (1)$$

که Q_i بیانگر سطح مصرف کالای i ام در یک دوره‌ی زمانی معین (مثلاً یک سال) و Z مجموعه‌ای از پارامترها است که سلیقه‌ی مصرف‌کنندگان و سایر عوامل را نشان می‌دهد.

مجموعه قیمت‌های P_1, P_2, \dots, P_n برای n کالا و درآمد مصرف‌کننده، I ، قید بودجه را به شکل زیر تعریف می‌کند:

$$\sum_{i=1}^n P_i Q_i \leq I \quad (2)$$

حداکثر مطلوبیت مصرف‌کننده با توجه به قید بودجه، مجموعه‌ی تقاضای مارشالی را برای هر کالای مصرف شده، توسط هر خانوار حاصل می‌کند (لیارد و والترز، 1377).

$$Q = Q(P_1, P_2, \dots, P_n, I, Z) \quad (3)$$

تابع تقاضای فوق را می‌توان به شکل ساده‌ی زیر نوشت:

$$Q_g = Q_g(P_g, P_s, P, I, Z) \quad (4)$$

که g بیانگر گاز طبیعی و s نشانگر سایر انرژی‌های جانشین است. P نیز بر شاخص قیمت سایر کالاها دلالت دارد. با فرض همگنی درجه‌ی صفر تابع تقاضا می‌توان نوشت:

$$Q_g = Q_g \left(\frac{P_g}{P}, \frac{P_s}{P}, \frac{I}{P}, Z \right) \quad (5)$$

بنابراین، با شروع از نظریه ترجیحات مصرف‌کننده می‌توان به تابع تقاضایی رسید که بستگی به قیمت خود کالا، قیمت جانشین‌ها و درآمد بر حسب ارقام حقیقی دارد. تأثیر سایر عوامل یعنی Z را نیز می‌توان به صورت صریح در نظر گرفت. شکل عبارت نهایی می‌تواند به گونه‌های کاملاً متفاوتی باشد. Q_g می‌تواند مصرف کل، مصرف خانوار یا مصرف سرانه باشد؛ تابع تقاضا می‌تواند خطی یا لگاریتمی خطی یا به شکل متعالی لگاریتمی باشد و می‌تواند حاوی متغیرهای وقفه‌دار باشد. Z نیز می‌تواند شامل قیده‌های بخش عرضه مثل دست‌یابی و غیره باشد.

برای یک مصرف‌کننده‌ی خانگی که تابع مطلوبیت آن به صورت $U = U(B, N)$ است و در آن B مقدار مصرف سایر کالاها و خدمات به غیر از انرژی (شامل گاز طبیعی و جانشین‌های آن) و N کل مقدار مصرف شده‌ی خدمات انرژی حامل گاز طبیعی G و حامل‌های جانشین S می‌باشد. در حالت کلی، $N = N(G, S)$ ، خدمات انرژی تابعی از خدمات گاز طبیعی و خدمات انرژی جانشین است. قید بودجه‌ی مصرف‌کننده را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$Y = P_b B + P_g G + P_s S \quad (6)$$

که Y درآمد، P_b قیمت کلیه کالاها و خدمات به‌جز انرژی و P_g قیمت خدمات انرژی گاز طبیعی و P_s قیمت خدمات انرژی جانشین است.

بنابراین، برای حل مسأله‌ی حداکثرسازی مطلوبیت مصرف‌کننده می‌توان از تابع لاگرانژ به صورت زیر استفاده کرد:

$$\text{Max } L = U(B, N(G, S)) + I(Y - P_b B - P_g G - P_s S) \quad (7)$$

که در آن I ضریب لاگرانژ است.

حال فرض کنید که تابع مطلوبیت مصرف‌کننده را می‌توان به شکل زیر

نوشت:

$$U = B^{f_1} N^{f_2} \quad (8)$$

و همچنین تابع N به صورت $N = \exp(S^{h_1} G^{h_2})$ می باشد که در f_1 ، f_2 ، h_1 و h_2 همگی پارامتر هستند.

پس از انجام یک بهینه یابی دو مرحله ای، به تابعی به فرم زیر دست می یابیم.

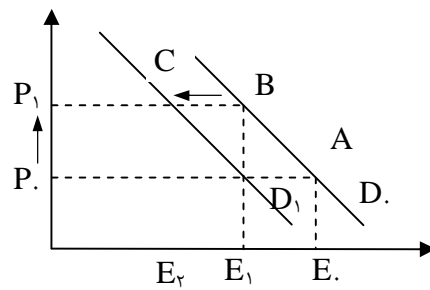
$$E = K P_s^{t_1} P_g^{t_2} Y^{t_3} \quad (9)$$

به علت سهم اندک هزینه ی گاز طبیعی در سبد خانوار و بدون جانشین بودن این حامل در منطقه ی مورد بررسی، قیمت حامل جانشین از مدل حذف و به جای آن متغیر دما به معادله ی فوق اضافه می شود (محمدی، 1379).³ علت اضافه شدن متغیر دما آن است که در اکثر مطالعات صورت پذیرفته در زمینه ی تقاضای گاز و همچنین به زعم عمده ی کارشناسان این بخش، متغیر دما نقش تعیین کننده ای در مدل سازی تابع تقاضای این حامل دارد. البته شاخص های گوناگونی از این متغیر در مطالعات مختلف در نظر گرفته شده است. همچنین در اکثر مطالعات مذکور جامعه مورد بررسی در حد شهر یا منطقه است که این می تواند به علت تعیین دقیق تر اثر متغیرهایی نظیر دما و روندهای جمعیتی و ... باشد.

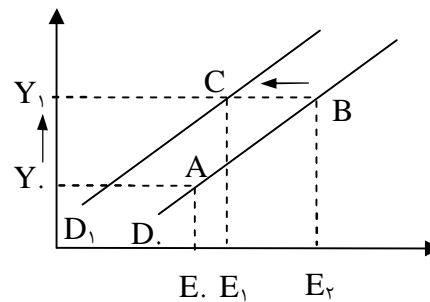
علاوه بر تغییرات قیمت و درآمد، عواملی چون تغییرات ساختار اقتصادی و تغییر سلیقه بر رفتار مصرف کنندگان تاثیر خواهد گذاشت. با توجه به فقدان متغیر مشخص برای ورود این تغییرات به مدل های برآورد شده در مطالعاتی که پیش از این صورت گرفته است، برای لحاظ چنین عواملی، از تغییرات قیمت و درآمد استفاده شده است که منجر به تخمین اریب دار از کشش های قیمتی و درآمدی می شود. نمودارهای (1) و (2) بیانگر این مطلب هستند.

³ بر اساس قیمت های سال 1385 قیمت معادل یک بشکه نفت خام برق 175034 ریال و قیمت معادل یک بشکه نفت خام گاز طبیعی 12987 ریال است. همچنین، در تمامی مناطقی که شبکه ی گازرسانی شهری یا روستایی توسعه می یابد، عرضه ی سایر فرآورده های نفتی جانشین، نظیر نفت سفید و گاز مایع بدون یارانه و در مقادیر محدود صورت می پذیرد.

نمودار 1: تخمین اریب‌دار از کشش قیمتی



نمودار 2: تخمین اریب‌دار از کشش درآمدی



در نمودار (1) وقتی قیمت از P به P_1 افزایش می‌یابد، مقدار تقاضای انرژی تا E_1 کاسته می‌شود و به نقطه B منتقل می‌شود. اما در بلندمدت تغییر تقاضا ناشی از تغییر الگوی مصرف است. به عنوان مثال اگر پیشرفت تکنولوژی (با ثابت بودن سایر شرایط) منجر به مصرف کمتر حاملان انرژی شود، منحنی تقاضا به سمت چپ منتقل شده و تعادل جدید در نقطه C خواهد بود. همان‌طور که در نمودار قابل ملاحظه است کشش قیمتی بدون در نظر گرفتن تغییرات ذکر شده فوق بیش از حد برآورد می‌شود. به‌طور مشابه، در نمودار (2) با افزایش درآمد مصرف‌کننده تا سطح Y_1 وی اقدام به خرید وسایل گازسوز خواهد کرد. اگر پیشرفت تکنولوژی باعث بهبود کارایی این وسایل شده باشد، منحنی به سمت چپ حرکت خواهد کرد و این امر باعث می‌شود که اثر درآمدی از E_1-E به مقدار E_2-E تغییر کند. در صورت نادیده گرفتن عوامل مذکور، کشش درآمدی کمتر از حد برآورد خواهد شد (کشاورز حداد، میرباقری‌جم، 1386).

الگوی فصلی ممکن است قطعی یا ثابت باشد و در طول زمان تغییر نکند یا با گذشت زمان دچار تغییر شود و شکل تصادفی به‌خود گیرد. بسیاری از

پژوهشگران زمانی که با داده‌های تعدیل نشده‌ی فصلی کار می‌کنند، اثرات فصلی را با ابزار متغیرهای مجازی فصل‌زدایی می‌کنند. بنابراین، وقتی که اثرات فصلی در طول زمان تغییر می‌کند، به‌کارگیری متغیرهای مجازی فصلی به تشخیص نادرست از مدل پویا منجر می‌شود.

در این مقاله برای رفع چنین مشکلاتی از روش فیلتر کالمن استفاده شده است. روش کالمن دارای این خصوصیت است که برای تخمین ضرایب ابتدا مدل سری زمانی را به یک مدل حالت فضا⁴ تبدیل می‌کند. سپس با در نظر گرفتن یک حالت ابتدایی، به تخمین ضرایب مدل در زمان بعد می‌پردازد. این امر باعث می‌شود تغییرات مصرف که ناشی از تغییر سلیقه و پیشرفت تکنولوژی است، در مراحل بعد تعدیل شود.

3- معرفی تکنیک

3-1- کالمن فیلتر: مقدمه‌ای بر مفاهیم

قبل از اینکه جزئیات را بررسی کنیم، باید بدانیم با پایه‌های مفهومی قصد رسیدن به چه اهدافی را داریم. بنابراین، در ادامه این قسمت مروری بر تخمین‌زننده بهینه خطی، کالمن فیلتر، خواهیم کرد. این امر دیدگاهی ابتدایی در مورد مفاهیم اساسی برای ما فراهم خواهد ساخت. در خلال بازبینی، نظریات ارائه شده با هدف به تصویر کشیدن مفاهیم اصلی و ایجاد ساختار منطقی برای قطعات مرکب که هدف‌شان حل مساله تخمین است را بررسی می‌کنیم. اگر این چارچوب برای ما تصویر قابل فهمی فراهم کند، جزئیاتی که در آینده ذکر خواهد شد، بهتر درک می‌شوند. نخستین چیزی که می‌بایست مورد سوال قرار گیرد آن است که کالمن فیلتر چیست؟ به بیانی ساده، کالمن فیلتر الگوریتم بهینه پردازش‌کننده داده‌های بازگشتی⁵ است. راه‌های زیادی برای تعریف بهینه بودن وجود دارد که به معیارهای انتخاب شده برای ارزیابی وابسته است. می‌توان نشان داد که تحت فروضی که در قسمت بعدی ذکر خواهد شد، کالمن فیلتر با توجه به هر معیاری، واقعا بهینه است (مییک، 1979).⁶ یک جنبه این بهینه بودن آن است که کالمن فیلتر تمامی

⁴ State Space

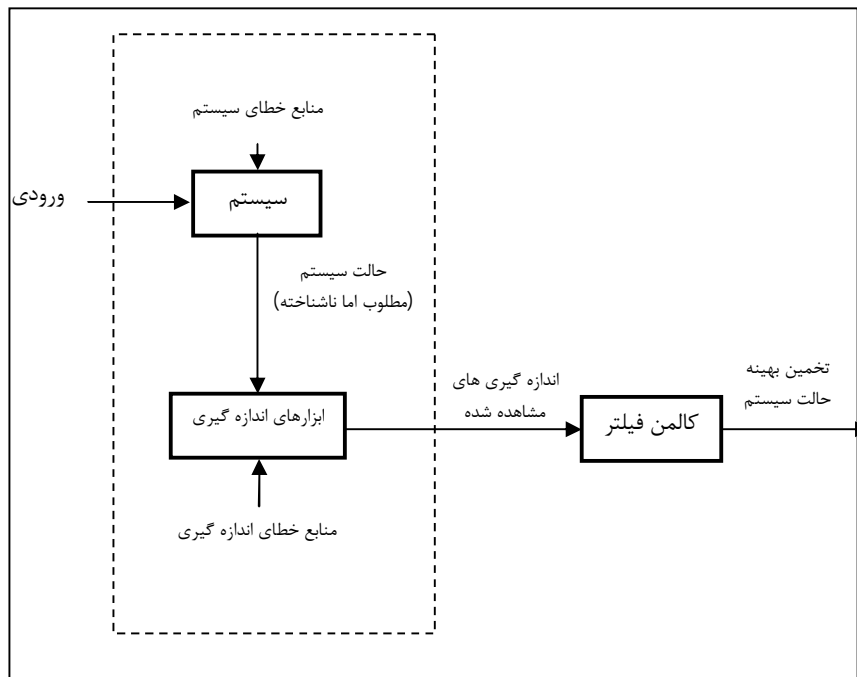
⁵ Optimal Recursive Data Processing Algorithm

⁶ Maybeck

داده‌هایی که می‌توان مهیا کرد را ترکیب می‌کند. این فیلتر همه‌ی اندازه‌گیری‌های ممکن را، با توجه به دقتشان و با استفاده از موارد زیر برای تخمین صحیح مقدار متغیر مؤثر به کار می‌گیرد:

- 1- اطلاعات سیستم و پویایی‌های ابزارهای اندازه‌گیری؛
- 2- تعریف آماری اختلالات سیستم، خطاهای اندازه‌گیری و ناطمینانی در مدل‌های پویا؛
- 3- هر داده‌های در دسترس در مورد حالت‌های ابتدایی متغیرهای مؤثر. کلمه‌ی بازگشتی در تعریف بدین معنی است که بر خلاف مفاهیم پردازنده‌های داده‌های مقطعی، کالمن فیلتر به تمامی داده‌های قبلی (برای نگه‌داری و ذخیره‌سازی و بازپردازش داده‌هایی که در هر بار اندازه‌گیری به دست می‌آید) نیاز ندارد و این برای به کارگیری فیلتر بسیار مهم خواهد بود.

نمودار 3: تحلیل پویایی حاکم بر یک الگو و نحوه‌ی کارکرد کالمن فیلتر



مآخذ: میبک، 1979

در حقیقت، فیلتر یک الگوریتم پردازنده داده است. علی‌رغم اشاره‌ی ضمنی یک فیلتر به عنوان "جعبه سیاه"، حقیقت این است که در بسیاری از کاربردهای عملی، فیلتر فقط برنامه‌ای کامپیوتری در پردازنده‌ی مرکزی است. نمودار (3) شرایطی که در آن کالمن فیلتر می‌تواند مفید باشد را شرح می‌دهد. سیستم برخی دسته‌بندی‌ها را به‌وسیله‌ی تعدادی از کنترل‌کننده‌های شناخته شده استخراج می‌کند. ابزارهای اندازه‌گیری نیز ارزش مقادیر قطعی را فراهم می‌کنند. دانش ورودی و خروجی‌های این سیستم، تمام آن چیزی است که به‌طور مستقیم از سیستم فیزیکی برای اهداف تخمین فراهم شده است. اکنون نیاز به یک فیلتر احساس می‌شود. اغلب متغیرهای مورد توجه و تعداد محدودی از مقادیر برای شرح حالت سیستم را نمی‌توان به‌صورت مستقیم اندازه‌گیری کرد و برخی ابزارهای استنباط‌کننده باید چنین مقادیری را از داده‌های در دسترس تولید کنند. علاوه بر این، مقدار اندازه‌گیری شده، بر اثر اختلالات، اریب‌ها و عدم دقت وسایل از مقدار واقعی انحراف دارد. بنابراین، باید ابزارهای استخراج‌کننده اطلاعات از سیگنال اختلال⁷ مورد استفاده قرار گیرند. همچنین، ممکن است برخی دستگاه‌های اندازه‌گیری (که هر کدام خطاهای مشخص و پویایی‌های مخصوص به خود دارند) موجود باشد که اطلاعات در مورد متغیر خاصی را فراهم کند. این امر می‌تواند با ترکیب کردن خروجی‌های این دستگاه‌ها در یک روش بهینه و سیستماتیک مطلوب باشد. کالمن فیلتر تمامی داده‌های اندازه‌گیری شده‌ی ممکن را به علاوه‌ی دانش پیشین درباره‌ی سیستم و ابزارهای اندازه‌گیری برای به دست آوردن تخمین مطلوب متغیرها، در روشی که خطاها از لحاظ آماری حداقل می‌شوند، ترکیب می‌کند. به بیانی دیگر، اگر ما تعدادی از فیلترهای حایز شرایط برای یک کاربرد را استفاده کرده باشیم، میانگین نتایج کالمن فیلتر از میانگین نتایج هر یک از آنها بهتر خواهد بود.

3-2- استخراج روابط کالمن فیلتر

برای تخمین تابع تقاضا از روش اقتصادسنجی و تکنیک فیلتر کالمن استفاده می‌شود. برای این منظور سیستم معادلات زیر را در نظر بگیرید:

$$y_t = A'x_t + H'x_t + w_t \quad (10)$$

⁷ Noisy Signal

$$\mathbf{x}_{t+1} = F\mathbf{x}_t + v_{t+1} \quad (11)$$

معادله‌ی (11) با تعیین الگوی مولفه‌ی روند و مولفه‌ی فصلی، نحوه‌ی تعدیل ضرایب را در طول زمان مشخص می‌کند. این معادله را معادله‌ی حالت نیز می‌نامند. در معادله‌ی (10)، که به معادله‌ی مشاهده معروف است، بردار $n \times 1$ y_t مشاهدات متغیر وابسته، که همان متغیر تقاضای گاز است، A ماتریس $k \times n$ مشاهدات متغیرهای برونزا (قیمت، درآمد، دما و ...)، x_t بردار $k \times 1$ پارامترهای مجهول و x بردار متغیرهای غیرقابل مشاهده می‌باشد. v_t و w_t اجزای اخلاص معادلات حالت و مشاهده هستند که هر کدام مستقل و هم‌توزیع هستند و نیز رابطه‌ی $E(v_t w_t') = 0$ برقرار است که حاکی از عدم وابستگی بین v_t و w_t است.

$$E(v_t v_t') = \begin{cases} Q & t = t \\ 0 & \text{و در غیر این صورت} \end{cases} \quad (12)$$

$$E(w_t w_t') = \begin{cases} R & t = t \\ 0 & \text{و در غیر این صورت} \end{cases} \quad (13)$$

که Q و R به ترتیب ماتریس‌های $r \times r$ و $n \times n$ هستند.

در کالمن فیلتر به دنبال الگوریتمی بازگشتی برای محاسبه‌ی پیش‌بینی‌های حداقل مربعات خطی بردار حالت بر پایه‌ی داده‌های مشاهده شده در دوره‌های گذشته هستیم:

$$\hat{\mathbf{x}}_{t+1|t} = E(\mathbf{x}_{t+1} | Z_t) \quad (14)$$

$$Z_t \equiv (y_t', y_{t-1}', \dots, y_1', x_t', x_{t-1}', \dots, x_1')$$

کالمن فیلتر این پیش‌بینی‌ها را بازگشتی محاسبه می‌نماید.

$$\hat{\mathbf{x}}_{1|0} \rightarrow \hat{\mathbf{x}}_{2|1} \rightarrow \dots \rightarrow \hat{\mathbf{x}}_{T|T-1} \quad (15)$$

و در هر مرحله از پیش‌بینی MSE تخمین نیز به صورت قابل محاسبه خواهد بود.

$$P_{1|0} \rightarrow P_{2|1} \rightarrow \dots \rightarrow P_{T|T-1} \quad (16)$$

نقطه‌ی شروع برای پیش‌بینی چنین الگوریتمی $\hat{\mathbf{x}}_{1|0}$ و $P_{1|0}$ است که

$$\hat{\mathbf{x}}_{1|0} = E(\mathbf{x}_1) \quad (17)$$

$$P_{1|0} = E[(\mathbf{x}_1 - E(\mathbf{x}_1))(\mathbf{x}_1 - E(\mathbf{x}_1))']$$

اگر مقادیر ویژه F درون دایره‌ی واحد باشند، فرآیند x_t یک فرآیند کواریانس ایستا است. در این حالت میانگین غیرشرطی x_t از رابطه‌ی $x_{t+1} = FE(x_t)$ به دست می‌آید و داریم:

$$(I_r - F)E(x_t) = 0 \quad (18)$$

هنگامی که مقدار ویژه ماتریس F برابر با یک نباشد، $I_r - F$ غیرمنفرد است و این معادله‌ی یک ریشه‌ی خاص $E(x_t) = 0$ دارد. واریانس غیرشرطی x_t از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} E(x_{t+1}x_{t+1}') &= E[(x_t + n_{t+1})(Fx_t + n_t)'] \\ &= FE(x_t x_t')F' + E(n_{t+1}n_{t+1}') \end{aligned} \quad (19)$$

با نامیدن ماتریس واریانس کواریانس x به Σ داریم:

$$\begin{aligned} \Sigma &= F\Sigma F' + Q \\ \text{vec}(\Sigma) &= [I_{r,1} - (F \otimes F)]^{-1} \text{vec}(Q) \end{aligned} \quad (20)$$

پس در حالت عادی اگر مقادیر ویژه F درون دایره واحد نباشد، می‌توان از $\hat{x}_{|0} = 0$ و $\text{vec}(P_{10}) = [I_{r,2} - (F \otimes F)]\text{vec}(Q)$ تکرارهای کالمن فیلتر را آغاز نمود.

3-3- تخمین پارامترها به روش حداکثر راستنمایی

فیلتر کالمن محاسبه شده در قسمت‌های قبل، در قالب نمایش‌های خطی ساخته شد. پیش‌بینی $\hat{x}_{t|t-1}$ و $\hat{y}_{t|t-1}$ در میان مجموعه پیش‌بینی‌هایی که بر اساس x_t و Z_t خطی هستند، بهینه است. اگر حالت ابتدایی x_0 و اجزای اخلاص $\{w_t, v_t\}$ برای هر t از 1 تا T نرمال چند متغیره باشد می‌توانیم ادعای محکمتری ارایه دهیم که پیش‌بینی $\hat{x}_{t|t-1}$ و $\hat{y}_{t|t-1}$ که با فیلتر کالمن محاسبه شده‌اند، در میان تمامی توابع (x_t, Z_t) بهینه هستند. به علاوه اگر x_0 و اجزا اخلاص $\{w_t, v_t\}$ برای هر t از 1 تا T نرمال باشند، توزیع شرطی $y_t | x_t, Z_{t-1}$ نرمال با میانگین $A'x_t + H'\hat{x}_{t|t-1}$ و واریانس $H'P_{t|t-1}H + R$ است یعنی:

$$y_t | x_t, Z_{t-1} \sim N(A'x_t + H'\hat{x}_{t|t-1}, H'P_{t|t-1}H + R) \quad (21)$$

براساس توزیع فوق تابع چگالی احتمال زیر به دست می‌آید:

$$f_{y_t|x_t, z_{t-1}}(y_t|x_t, z_{t-1}) = (2\pi)^{-n/2} |H'P_{t|t-1}H + R|^{-1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2}(y_t - A'x_t + H'\hat{x}_{t|t-1})(H'P_{t|t-1}H + R)^{-1}(A'x_t + H'\hat{x}_{t|t-1})'\right\} \quad (22)$$

که این رابطه به ازای $t=1,2,\dots,T$ برقرار است. بر همین اساس، با گرفتن لگاریتم از طرفین و مجموع برای تمامی t ها، می‌توان به رابطه‌ی زیر دست یافت:

$$\sum_{t=1}^T \log(f_{y_t|x_t, z_{t-1}}(y_t|x_t, z_{t-1})) \quad (23)$$

با حداکثرسازی عددی این رابطه براساس مجهولات موجود در آن می‌توان تخمین لازم از ماتریس‌های R ، H ، A ، Q ، F را به دست آورد که این کار با استفاده از نرم افزارهای متفاوت قابل انجام است (همیلتون⁸، 1994).

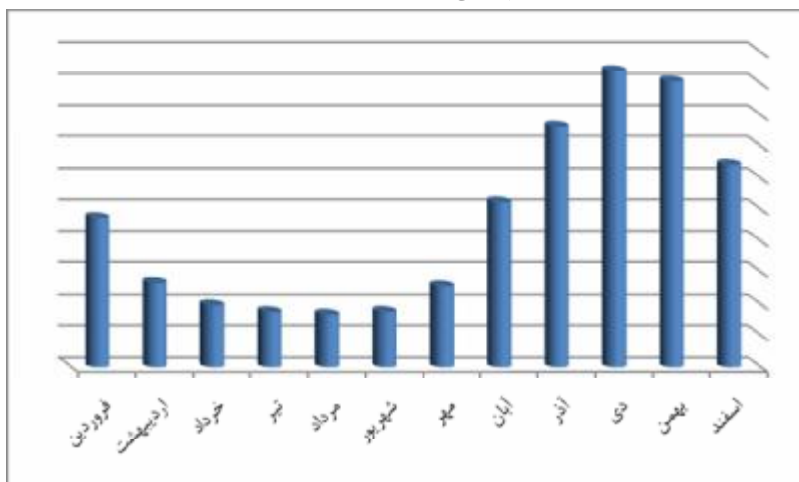
4- معرفی و برآورد مدل

در فعالیت‌های تجربی صورت پذیرفته دو روش برای تعیین وضعیت عوامل غیرقابل مشاهده به کار رفته است. یک روش آن است که با بررسی تابع نمونه⁹ در مقاطع مختلف به تعیین عوامل مؤثر بر حالت سیستم پرداخت. در مورد متغیر مصرف سرانه‌ی گاز طبیعی، توابع نمونه در طول یک سال بر حسب متر مکعب به صورت نمودار (4) است.

⁸ Hamilton

⁹ Sample function

نمودار 4: فرم تابعی مصرف سرانه در سال 1384



مأخذ: محاسبات تحقیق

همان‌طور که مشاهده می‌شود شکل عمومی این تابع به صورت توابع درجه‌ی سوم است. پس برای تعیین حالت سیستم، مشخص کردن سطح، تفاضل مرتبه‌ی اول و تفاضل مرتبه‌ی دوم در هر نقطه (به مثابه‌ی وضعیت اولیه، سرعت و شتاب در معادله‌ی حرکت) ضروری است.

معادلات برآورد شده در این حالت به علت عدم معنی‌داری و تطابق برخی از ضرایب با انتظارات تئوریک مورد تحلیل قرار نگرفته‌اند.

روش دیگر آن است که عوامل غیرقابل مشاهده را به صورت یک مولفه روند و یک مولفه فصلی تقسیم کنیم. در این حالت چون داده‌های مورد استفاده دارای تواتر ماهیانه هستند، مولفه‌ی فصلی (مولفه‌ی زمانی) به صورت یک فرآیند خودتوضیح مرتبه‌ی 12 در خواهد آمد. در مورد مولفه‌ی روند نیز می‌توان آن را به صورت یک مولفه‌ی روند خطی با شیب و عرض از مبدأ تصادفی یا ثابت در نظر گرفت. در این حالت معادلات مشاهده و حالت به صورت زیر در خواهد آمد:

$$\log(y_t) = [\log(p_t) \quad \log(e_t) \quad \log(t_t)] \begin{bmatrix} c(1) \\ c(2) \\ c(3) \end{bmatrix} + Hx_t + v_t \quad (24)$$

$$\begin{aligned}x_t &= m_t + g_t \\m_t &= m_{t-1} + b_{t-1} + h_t \\b_t &= b_{t-1} + e_t\end{aligned}\quad (25)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، جزء حالت x_t در هر زمان از دو جزء مولفه‌ی روند m_t و یک مولفه‌ی زمانی g_t تشکیل شده است. مولفه‌ی روند به صورت یک مولفه‌ی خطی بازگشتی با عرض از مبدا تصادفی است که در صورت صفر بودن واریانس اجزاء اخلاص e_t و h_t ، به صورت ثابت درخواهد آمد. ضرایب مولفه‌ی روند و مولفه‌ی زمانی، ماتریس H را تشکیل می‌دهند. در صورتی که مولفه‌ی روند ماهیت تصادفی نداشته باشد، می‌توان آن را به صورت عرض از مبدا به مدل اضافه کرد (هانت، جاج و نینومییا،¹⁰ 2003). در این مطالعه نیز به منظور تحلیل کشش‌های قیمتی و درآمدی تقاضا از مدلی به فرم لگاریتمی (لگاریتم در پایه‌ی طبیعی) استفاده شده است. همچنین، مولفه‌ی روند به علت غیر تصادفی بودن به صورت عرض از مبدا در مدل وارد شده است. قبل از تحلیل نتایج، به شرح متغیرهای مورد استفاده خواهیم پرداخت.

4-1- متغیرهای به کار رفته در مدل

y_t مصرف سرانه‌ی گاز طبیعی در شهر تهران در بخش خانگی است. آمار این متغیر از تقسیم میزان مصرف گاز طبیعی در بخش خانگی شهر تهران بر تعداد واحدهای موجود مصرف‌کننده در این شهر به دست آمده است. این اطلاعات از بخش گازرسانی شرکت ملی گاز ایران و بر اساس قبوض صادر شده مورد استفاده قرار گرفته است.

p_t قیمت حقیقی گاز در بخش خانگی است و این متغیر حاصل تقسیم قیمت اسمی گاز طبیعی بر شاخص قیمت ماهیانه‌ی گاز لوله کشی شهری است. قیمت اسمی بر اساس تعرفه‌های مشخص شده توسط دولت در سال‌های مورد بررسی تعیین شده است و شاخص قیمت گاز لوله کشی شهری از اداره‌ی آمارهای اقتصادی بانک مرکزی اخذ شده است.

e_t هزینه‌ی حقیقی مصرف‌کننده است که به عنوان شاخصی از درآمد، از هزینه‌ی متوسط خانوار شهری شهر تهران بخش بر شاخص قیمت مصرف‌کننده‌ی

¹⁰ Hunt Judge and Ninomiya

ماهیهانه بر اساس سال پایه 1383، محاسبه شده در بانک مرکزی، استفاده شده است.

بر اساس تجربیات مورد مشاهده، مصرف‌کنندگان گاز طبیعی در مواقع تغییر دما رفتار یکنواختی ندارند. بدین معنی که با کاهش درجه‌ی حرارت، مصرف افزایش می‌یابد، اما با افزایش دمای محیط مصرف به همان سرعت و با همان میزان کاهش نمی‌یابد. این چسبندگی در مواقع کاهش دما نگارنده را بر آن داشت تا از میانگین حداقل دما برای محدوده‌ی مورد بررسی استفاده کند. این نکته از جهت پیش‌بینی سقف مصرف آینده نیز حایز اهمیت است. t_i بیانگر میانگین حداقل دمای شهر تهران به صورت ماهیهانه می‌باشد که داده‌های استفاده شده به سفارش شرکت ملی گاز ایران از سازمان هواشناسی دریافت شده است. همان‌طور که ذکر شد، روش جمع‌آوری داده‌ها بر اساس استفاده از منابع اطلاعاتی موجود و به روش کتابخانه‌ای است.

4-2- برآورد پارامترهای مدل

پس از شرح متغیرهای مورد استفاده در مدل به تشریح نتایج به‌دست آمده می‌پردازیم. این نتایج به صورت خلاصه در جدول 1 آمده است. معادله‌ی تقاضا در حالت کلی به صورت زیر است که در آن $sv1$ مولفه روند و $sv2$ مولفه‌ی زمانی است.

$$Lny_t = 0/097937 Lnp_t + 0/113980 Lne_t - 0/802498 Lnt_t + sv1 + sv2 \quad (26)$$

بر این اساس ضرایب وقفه‌های دوم، ششم، هفتم، دهم، یازدهم و دوازدهم مولفه‌ی زمانی تفاوت معنی‌داری با صفر ندارند اما با حذف آنها از مدل، تمامی ضرایب (قیمت، هزینه و دما) و همچنین خود مولفه‌ی زمانی معنی‌دار نخواهند بود. به همین علت، این وقفه‌ها از مدل حذف نشده‌اند.

مقدار اولیه‌ی امید ریاضی بردار حالت بر اساس مقادیر پیش فرض در نرم‌افزار *Eviews* صفر و ماتریس واریانس کوواریانس هم به صورت قطری در نظر گرفته شده است.

خلاصه‌ی اطلاعات به دست آمده شامل مقادیر ضایب و انحراف استاندارد آنها به همراه مقادیر نهایی مولفه‌های زمانی و روند در جدول (1) ارائه شده است.

همچنین، با توجه به اهمیت نرمال بودن توزیع اجزاء اخلاص، نتایج آزمون نرمال بودن در این جدول مشاهده می‌شود که بر اساس آماره‌ی محاسبه شده‌ی $Jarque-Bera$ جزء اخلاص معادله‌ی مشاهده دارای توزیع نرمال است که یکی از شروط لازم در استفاده از کالمن فیلتر است.

جدول 1: خلاصه‌ی خروجی نرم‌افزار برای محاسبه‌ی ضرایب

جز اخلاص معادله مشاهده		ضرایب	
میانگین	0/012735	ضریب قیمت	- 0/097937 (0/046941)*
انحراف معیار	0/154023	ضریب هزینه	0/113980 (0/042611)
چولگی	- 0/404546	ضریب دما	- 0/802498 (0/453115)
فراوانی	3/585061	مولفه روند	- 7/480884 (0/146226)**
آماره Jarque - Bera	4/486175	مجموع مولفه زمانی	0/152454
احتمال غیر نرمال بودن	0/106130		(0/021865)

* اعداد داخل پرانتز مبین انحراف استاندارد است.

** اعداد داخل پرانتز بیانگر جذر MSE محاسبه شده است.

مأخذ: محاسبات تحقیق

با استفاده از این مدل و بر اساس روش پیش بینی یک مرحله‌ی بعد،¹¹ پیش‌بینی مقادیر مصرف سرانه صورت پذیرفته است. نتایج این پیش‌بینی و همچنین مقادیر حقیقی برای یک سال نمونه (سال 1386) در جدول (2) ذکر شده است. همان‌طور که در جدول مشاهده می‌شود مقادیر ماه به ماه دارای اختلاف نسبتاً زیادی هستند، در حالی که مجموع مصرف در سال دارای اختلاف کمتری است. این امر می‌تواند به دلیل وجود وقفه‌های متغیر حالت در مدل باشد که باعث تقدم و تأخر برخی تغییرات شده است.

برآورد ضرایب در مدلی با فرم لگاریتمی علاوه بر تخمین مستقیم ضرایب منجر به پایایی سری‌های زمانی به‌کار رفته خواهد شد. این امر که به عنوان یکی از پیش‌فرض‌های برآورد به روش فیلتر کالمن پذیرفته شده است، به‌وسیله‌ی آزمون دیکی فولر تعمیم یافته مورد بررسی قرار گرفته است و پایایی سری‌های زمانی

¹¹ One Step Ahead Prediction

تأیید شده است.

جدول 2: مقایسه‌ی مقادیر پیش‌بینی شده از مدل و مقادیر تحقق یافته (واحد متر مکعب)

مقادیر پیش بینی شده	مقادیر به وقوع پیوسته	زمان
247/630	298/834	1386/01
179/822	159/891	1386/02
100/088	105/985	1386/03
81/394	93/155	1386/04
89/656	88/717	1386/05
105/394	93/658	1386/06
148/406	124/094	1386/07
176/726	238/362	1386/08
434/042	434/042	1386/09
711/033	559/504	1386/10
482/066	530/338	1386/11
390/652	280/422	1386/12
3060/177	3007/008	مجموع

مأخذ: محاسبات تحقیق

یکی از علل پیش‌بینی بیش از مقدار تحقق یافته، استفاده از میانگین حداقل دما است. با توجه به این‌که دما در ساعات معدودی در 24 ساعت در حداقل است و مصرف گاز در بخش خانگی تابع دمای محیط است، این امر قابل انتظار می‌باشد.

5- نتیجه‌گیری

بر اساس برآورد مدل ارائه شده، کشش قیمتی تقاضا در مورد گاز طبیعی 0/098- و کشش درآمدی 0/114 است که کم کشش بودن این حامل مورد تأیید قرار گرفته است. همان‌گونه که ذکر شد به نظر می‌رسد علت اصلی این امر سهم اندک هزینه‌ی گاز طبیعی در سبد خانوار و بدون جانشین بودن این حامل در منطقه‌ی مورد بررسی است. همچنین از مقایسه‌ی ضرایب این گونه برمی‌آید که نقش دما در توضیح‌دهی تقاضای گاز معنی‌دار و بیشتر از قیمت حامل و هزینه‌ی خانوار است. بنابراین، مصرف گاز طبیعی بیشتر از آنکه تابع متغیرهای قیمت و درآمد باشد، تابع دما و در دسترس بودن این حامل است. این نکته از این جهت حایز اهمیت است که سیاست‌گذاران و مجریان بخش انرژی باید به این نکته دقت داشته

باشند که ابزار قیمت در سطح قیمت‌های کنونی نمی‌تواند باعث کنترل مصرف و صرفه‌جویی گردد. برای رسیدن به این هدف، فعالیت‌های دیگر مانند نظارت بر کیفیت ساخت و ساز مسکن و وضع استاندارد برای وسایل گازسوز اجتناب ناپذیر خواهد بود.

علیرغم تلاش محققان در این مطالعه، سوالات فراوانی در این زمینه بدون جواب باقی مانده است که می‌تواند سرمنشأ مطالعات بعدی باشد. از جمله آنکه در این مقاله با استفاده از یک مدل سمت تقاضا و بدون توجه به محدودیت‌های سمت عرضه به بررسی کشش‌های تقاضا پرداخته شده است. اما با توجه به اینکه در ماه‌های سرد سال اولویت نخست، تأمین مصرف بخش خانگی است، مصرف دیگر بخش‌ها در این مواقع سهمیه‌بندی می‌شود و این سهمیه‌بندی در مصرف بخش خانگی به صورت یک عامل بیرونی اثرگذار است. بنابراین، پیشنهاد می‌شود که در مطالعات بعدی مصرف بخش‌های عمده شامل خانگی، تجاری و عمومی، صنعت و نیروگاه‌ها هم‌زمان و به صورت یک سیستم تقاضا مورد بررسی قرار گیرد تا اثرات مذکور به نحو مطلوب‌تری محاسبه و تفسیر شود.

همچنین پیشنهاد می‌شود با مقایسه‌ی نتایج این مطالعه با روش‌های کلاسیک (رگرسیون سری‌های زمانی یا روش باکس جنکینز) شاخصی از میزان اثر متغیرهای غیرقابل مشاهده بر روند مصرف تعیین شود.

فهرست منابع:

- کریم زاده، مصطفی، خدیجه نصر اللهی، سعید صمدی، رحیم دلالی اصفهانی و مجید فخار. (1388). بررسی بیماری هلندی در اقتصاد ایران: تأثیر گذاری رابطه‌ی مبادله بر ساختار سرمایه گذاری. اقتصاد مقداری، 6(4): 147-172.
- کشاوری حداد، غلامرضا و محمد میرباقری جم. (1386). بررسی تابع تقاضای گاز طبیعی (خانگی و تجاری) در ایران. فصلنامه پژوهش های اقتصادی ایران، 32: 137-160.
- لیارد پی. آر. جی و ا.ا. والترز. (1377). تئوری اقتصاد خرد. ترجمه عباس شاکری. تهران: نشر نی.
- محمدی، تیمور. (1379). قیمت گذاری بهینه برق برای صنعت برق ایران. پایان نامه دکتری. دانشگاه علامه طباطبایی.

- Bakhtiari, A.M. & F. Shahbudaghlu. (2000). Energy Consumption In The Islamic Republic Of Iran. OPEC Energy Review, 24: 211-233.
- Chakraverty, U., F. Fesharaki & Sh. Zhoh. (2000). Domestic Demand For Petroleum in OPEC Countries. OPEC Energy Review, 24: 23-52.
- Hamilton, J.D. (1994). Time Series Analysis. Princeton University Press.
- Hunt, L.C., G. Judge & Y. Ninomiya. (2003). Underlying Trends and Seasonality in UK Energy Demand: A Sectoral Analysis. Energy Economics, 25:93-118.
- Maybeck, P.S. (1979). Stochastic Model, Estimation and Control. Academic Press, 1-190.