

## بررسی اثر متغیرهای موثر در پاسخ فرایند وارون‌سازی داده‌های الکترومغناطیس هوابرد در حوزه بسامد

فرزاد شیرزادی تبار<sup>۱</sup>، بهروز اسکویی<sup>۲\*</sup> و مهرداد باستانی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری ژئوفیزیک، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران، ایران

<sup>۲</sup> عضو هیئت علمی مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران، ایران

<sup>۳</sup> عضو هیئت علمی دانشگاه افسس، سوئد

(تاریخ دریافت: ۱۳۸۹/۷/۱۹، تاریخ پذیرش: ۱۳۸۹/۱۲/۲۴، دسترسی برخط: ۱۳۹۰/۳/۲۵)

### چکیده

در هر فرایند وارون‌سازی، عوامل گوناگونی می‌تواند بر نتیجه نهایی تأثیر بگذارد. اثر بعضی از این عوامل زیاد است و ممکن است باعث دور شدن پاسخ فرایند وارون‌سازی از مدل اصلی شود. از طرف دیگر در بیشتر مسئله‌ها، معکوس ژئوفیزیکی، پاسخ فرایند وارون‌سازی یکتا نیست و بنابراین تغییر هر یک از این عوامل می‌تواند منجر به ایجاد مدلی شود که داده‌ها را هم به یک اندازه برازش می‌کند. در نتیجه شناخت چنین عواملی برای رسیدن به یک نتیجه مطلوب بسیار مهم است، طوری که باید دقت بیشتری در انتخاب عواملی داشت که اثرات قابل ملاحظه در جواب دارند.

در این مقاله از روش وارون‌سازی اُکام استفاده شده و در آن اثر تغییر در تعداد و ضخامت لایه‌ها، اثر تغییر پارامتر تعادل  $\beta$  و اثر تعداد و بزرگی بسامدهای مورد استفاده بر نتایج نهایی برای یک مدل مصنوعی سه لایه و همچنین یک نیم‌رخ از داده‌های واقعی بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که اثرات ناشی از تغییر ضخامت لایه‌ها و نیز تعداد لایه‌ها کم‌اهمیت است ولی اثر تغییر  $\beta$  و تعداد و بزرگی بسامدها بر پارامترهای مدل به دست آمده بسیار چشمگیرترند.

واژه‌های کلیدی: الکترومغناطیس هوابرد، پارامتر تعادل، وارون‌سازی اُکام، عدم یکتایی

### Study of the effects of the variables changes on the inversion of airborne electromagnetic data in frequency domain

Farzad Shirzaditabar<sup>1</sup>, Behrooz Oskooi<sup>1\*</sup>, and Mehrdad Bastani<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

<sup>3</sup>Department of Geophysics, Uppsala University, Sweden

(Received: 11 October 2010, accepted: 15 March 2011, available online: 15 June 2011)

### Summary

There is a set of variables affecting the results of an inversion process. Some effects are negligible while others are significant. It is important to know these essential variables to set them appropriately. In this study, the effect of change in the number and the thickness of the layers, the trade-off parameter, the number of frequencies and frequency content of

\*Corresponding author:

boskooi@ut.ac.ir

\*نگارنده رابط:

the signals used for the inversion are studied. Occam's inversion is employed to reconstruct the resistivity and/or conductivity of the assumed layers.

The thickness and number of layers can affect the recovered model. The best way to choose the number of layers is to increase it until the fitness error flattens. The error decreases, significantly with the inclusion of the first additional layer then in increasingly lesser degrees with subsequent additions, until it reaches a relatively constant level. The number of layers at which it first reaches this constant level is assumed to be the best number. As the number of layers is increased, the original model is modified slightly. On the other hand, the EM signal strength drops exponentially with distance. Hence, it is better to increase the thickness of the lower layers to overcome this decrease. Experience shows that logarithmically increasing thicknesses result in better models. However, if the sufficient number of layers has been chosen, the change in thickness cannot affect the recovered model significantly because a thick layer can be estimated as a sum of thinner layers.

The trade-off parameter has a critical effect on model parameters. It controls whether more weight is given to minimize the norm of the data misfit or model norm. When this parameter is large, the inversion process tends to produce a smoother model and the data misfit becomes less important. On the other hand, when it is small, the data misfit takes over regardless of *a priori* information. Generally speaking, the best trade-off parameter is considered to be that at which the data fit is satisfying. The results of this paper show that the effect of the changes on the trade-off parameter is significant and if one chooses it inappropriately, the estimated model will fail to represent the true model.

It is clear that the inversion response depends on the number of data used. The more data used, the better the model produced. The values of frequencies used are also important because high frequency data can have information only about surface layers while low frequency data have more information from deeper layers. The effect of the number and values of the frequencies was studied by changing or removing high/low frequency. The results show that the change in frequency content causes a considerable effect on the resolution of inversion.

We also studied the effect of the changes of these parameters on the results of inverting a real data set and the results confirm the effects described in the models recovered.

In brief, we can say that the effects due to changes in the number and the thickness of layers are negligible, but the effects of changes in the trade-off parameter and the number of frequencies are significant.

**Key words:** Airborne electromagnetic, trade-off parameter, Occam's inversion, nonuniqueness

## ۱ مقدمه

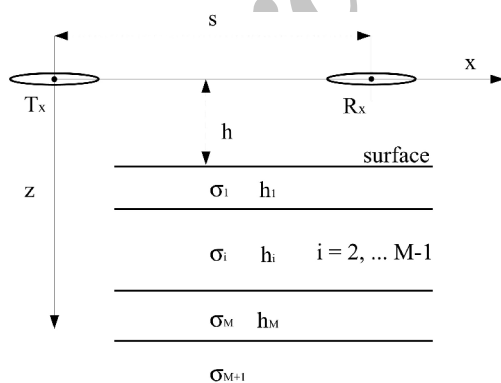
از یک مدل پیشرو هستند که مخصوص مسئله مورد نظر است. در این مدل پیشرو ممکن است عواملی موجود باشند که تغییر آنها باعث تغییر در پاسخ نهایی وارون سازی شود. برای مثال برآورد کردن یک زمین ۱۰ لایه با یک مدل سه لایه پاسخ درستی به دست نخواهد داد، هرچند که ممکن است داده‌ها برآزش شوند. عوامل گوناگونی می‌توانند بر پاسخ فرایند وارون سازی داده‌ها تأثیر بگذارند.

در فرایند وارون سازی در حالت کم تعیین شده (*underdetermined*)، که در آن تعداد پارامترهای مدل از تعداد داده‌ها بسیار بیشتر است، با عدم یکتایی جواب مواجه هستیم به این معنی که تعداد جواب‌های زیادی وجود دارد که می‌توانند داده‌ها را با خطای کم بازسازی کنند. همه روش‌های وارون سازی نیازمند استفاده

فرستنده را به صورت یک دوقطبی مغناطیسی در نظر گرفت. نحوه قرارگیری سیم پیچ‌های فرستنده و گیرنده نسبت به هم، باعث ایجاد پیکربندی‌های متفاوت می‌شود که هر یک به صورت خاصی زمین را مورد بررسی قرار می‌دهند. معمول‌ترین نوع این پیکربندی‌ها، هم‌صفحه افقی (*horizontal coplanar*) است که در آن سیم پیچ‌های فرستنده و گیرنده در یک صفحه افقی قرار دارند و فرستنده به صورت یک دوقطبی قائم در نظر گرفته می‌شود (شکل ۱). ویت (۱۹۸۲) و همچنین کلر و فریشنشت (۱۹۸۲) نسبت مؤلفه‌های قائم میدان مغناطیسی ثانویه به اولیه حاصل از یک دوقطبی مغناطیسی قائم نوسان کننده را که در ارتفاع  $h$  از سطح یک زمین لایه‌ای قرار دارد به صورت زیر بیان کرده است:

$$\frac{H_z^s}{H_z^p} = -S^3 \int_0^\infty R(\lambda) e^{-\lambda(2h)} J_0(\lambda S) \lambda^2 d\lambda, \quad (1)$$

که در آن،  $S$  فاصله بین سیم پیچ‌های گیرنده و فرستنده،  $R$  ضریب بازگشت از سطح زمین لایه‌ای که به تعداد و ضخامت لایه‌ها، رسانایی آنها، و همچنین، بسامد استفاده شده بستگی دارد،  $\lambda$  پارامتر انتگرال گیری و  $J_0$  تابع بسل نوع اول مرتبه صفر است.



شکل ۱. هندسه یک دستگاه هم‌صفحه افقی در برداشت‌های

الکترومغناطیسی هوابرد حوزه بسامد.  $S$  فاصله بین فرستنده و گیرنده،  $h$  ارتفاع دستگاه برداشت از سطح زمین و مقادیر  $\sigma_i$  و  $h_i$  به ترتیب ضخامت و رسانایی الکتریکی هر یک از لایه‌ها هستند.

بیرد و نایکویست (۱۹۹۸) اثر تراوایی مغناطیسی و هوانگ و فریزر (۲۰۰۱) اثر گذردهی دی‌الکتریکی را بر داده‌های به‌دست آمده از مدل پیشرو برای یک زمین لایه‌ای بررسی کرده‌اند. اما در اینجا، هدف بررسی اثر عوامل دیگری مانند تعداد لایه‌ها و ضخامت آنها، تعداد و بزرگی بسامدهای مورد استفاده برای تولید میدان‌های الکترومغناطیسی و نیز پارامتر تعادل بر نتایج حاصل از وارون‌سازی یک‌بُعدی داده‌های الکترومغناطیسی هوابرد در حوزه بسامد است. معمولاً در وارون‌سازی داده‌های ژئوفیزیکی، برای به دست آوردن مدل پیشرو، زمین به لایه‌ها یا بلوک‌های متفاوت تقسیم می‌شود و اثر ژئوفیزیکی هر یک از این لایه‌ها یا بلوک‌ها در نقطه‌ای خاص محاسبه می‌شود. اما به علت اینکه محدوده اثر امواج الکترومغناطیسی در برداشت‌های هوابرد به کمتر از ۲۰۰ متر محدود می‌شود (رید و همکاران، ۲۰۰۶)، غالباً وارون‌سازی یک‌بُعدی داده‌های الکترومغناطیسی هوابرد برای تفسیر داده‌ها در مناطقی که توزیع مقاومت ویژه زیرسطحی به صورت جانبی به آرامی تغییر می‌کند، کافی به نظر می‌رسد (سیمون و همکاران، ۲۰۰۹). با همین استدلال، در اینجا زمین به شکل لایه‌های افقی با ضخامت مشخص در نظر گرفته می‌شود که این لایه‌ها به صورت افقی تا بی‌نهایت ادامه دارند. مجهول هم رسانایی الکتریکی هر یک از این لایه‌ها است که فقط با عمق تغییر می‌کند. این لایه‌ها همگن‌اند و دارای خواص الکتریکی یکسانی هستند.

## ۲ روش تحقیق

در سامانه هوابرد الکترومغناطیسی حوزه بسامد، فرستنده و گیرنده به صورت سیم پیچ‌هایی افقی یا عمودی درون محفظه‌ای به نام پرند قرار گرفته و با کابلی از زیر بالگرد آویزان می‌شوند. از آنجا که فاصله بین فرستنده و گیرنده نسبت به شعاع فرستنده بسیار بیشتر است، می‌توان سیم پیچ

خطی کرد. این کار با بسط تیلور  $G$  حول یک مدل شناخته شده انجام می‌گیرد و مشتقات مرتبه‌های بالا حذف می‌شوند. فرض کنید مدل  $m^k$  معلوم باشد. برای مدل  $m^{k+1}$  می‌توان نوشت:

$$G(m^{k+1}) = G(m^k + \Delta m) = G(m^k) + \left. \frac{\partial G}{\partial m} \right|_{m^k} \Delta m, \quad (5)$$

بنابراین، تابع هدف کل برای  $m^{k+1}$  به صورت زیر است:

$$\Phi_{k+1} = \left\| W_d (d^{obs} - G(m^{k+1})) \right\|^2 + \beta^2 \left\| W_m m^{k+1} \right\|^2, \quad (6)$$

با جایگزینی رابطه (5) در این رابطه می‌رسیم به

$$\Phi_{k+1} = \left\| W_d (\hat{d}(m^k) - J(m^k) m^{k+1}) \right\|^2 + \beta^2 \left\| W_m m^{k+1} \right\|^2, \quad (7)$$

که در آن،  $\hat{d}(m^k) = d^{obs} - G(m^k) + J(m^k) m^k$  و  $J(m^k) = \left. \frac{\partial G}{\partial m} \right|_{m^k}$  ماتریس مشتقات مرتبه اول یا ماتریس ژاکوبین (*Jacobian matrix*) است که تغییرات در داده‌ها را به تغییرات در مدل مرتبط می‌کند. حال با کمینه کردن  $\Phi_{k+1}$  نسبت به پارامترهای مدل در هر تکرار،  $m^{k+1}$  داریم:

$$m^{k+1} = [J(m^k)^T W_d^T W_d J(m^k) + \beta^2 W_m^T W_m]^{-1} J(m^k)^T W_d^T W_d \hat{d}(m^k), \quad (8)$$

رابطه (8) رابطه نهایی روش وارون سازی اُکام است. بنابراین، با استفاده از یک مدل آغازگر (*starting model*) مدل محاسبه شده در هر تکرار به مدل اصلی نزدیک‌تر می‌شود تا جایی که به بهترین مدل، که داده‌های حاصل از آن مطابق با رابطه (3) داده‌های مشاهده شده را تا حد مطلوب برازش می‌کنند، می‌رسیم. با توضیحات داده شده می‌بینیم که مسئله ما به عوامل گوناگونی بستگی دارد مثل تعداد و ضخامت لایه‌ها، بسامدهای مورد استفاده و پارامتر تعادل. در بحث زیر تأثیر این عوامل روی نتیجه نهایی حاصل از وارون سازی بررسی می‌شود.

رابطه (1) فرمول‌بندی مدل پیشرو است که از آن در فرایند وارون سازی استفاده می‌شود.

روش وارون سازی مورد استفاده در اینجا روش اُکام (*Occam*) است که کانستبل و همکاران (1987) ابداع کرده‌اند. در این روش یک تابع هدف طوری کمینه می‌شود که داده‌ها با روش کمترین مربعات برازش شوند. به بیان ریاضی می‌توانیم بنویسیم:

$$\min \varphi_m = \left\| W_m m \right\|^2, \quad (2)$$

درحالی که داشته باشیم

$$\varphi_d = \left\| W_d (d^{obs} - G(m)) \right\|^2 = \varphi_d^*, \quad (3)$$

که در آن،  $m$  بردار پارامترهای مجهول مسئله،  $W_m$  ماتریس وزنی پارامترهای مدل،  $W_d$  ماتریس وزنی داده‌ها به صورت یک ماتریس قطری شامل عکس انحراف معیار هر داده،  $d^{obs}$  بردار داده‌های برداشت شده،  $G$  مدل پیشرو یا کرنل غیرخطی و  $\varphi_d^*$  مقدار عدم برازش مطلوب (*desired misfit*) است. بنابراین می‌توان گفت که با یک مسئله بهینه‌سازی روبه‌رو هستیم که می‌توانیم برای آن یک تابع هدف کلی به صورت زیر بنویسیم:

$$\Phi = \left\| W_d (d^{obs} - G(m)) \right\|^2 + \beta^2 \left\| W_m m \right\|^2, \quad (4)$$

که  $\beta$  پارامتر تعادل (*trade-off parameter*) است که تعیین می‌کند هریک از این جملات به چه اندازه باید کمینه شوند.

برای به دست آوردن مدل، باید تابع هدف کلی کمینه شود که این کار با گرفتن مشتق  $\Phi$  نسبت به  $m$  و قرار دادن

آن برابر با صفر به دست می‌آید ( $\frac{\partial \Phi}{\partial m} = 0$ ). از طرفی

مدل پیشرو  $G$  کاملاً غیرخطی است. بنابراین حل رابطه

$$\frac{\partial \Phi}{\partial m} = 0$$

بسیار پیچیده می‌شود. برای اینکه بتوان

$$\frac{\partial \Phi}{\partial m} = 0$$

را حل کرد باید مدل پیشرو را به صورت محلی

## ۳ بحث

همان‌گونه که گفته شد، برای اجرای یک عملیات وارون‌سازی، به مدل پیشرو نیاز داریم. به این منظور رابطه (۱)، که رابطه مدل پیشرو یک‌بُعدی است، به یک برنامه رایانه‌ای در محیط نرم‌افزار مطلب (*Matlab*) تبدیل و داده‌های مدل مصنوعی با استفاده از این برنامه رایانه‌ای محاسبه شد. به‌علاوه برای فرایند وارون‌سازی، رابطه (۸) هم، که رابطه وارون‌سازی اُکام است، به یک برنامه رایانه‌ای تبدیل شد. لازم به ذکر است که در همه شکل‌های مربوط به مدل مصنوعی، مدل مصنوعی مدلی سه لایه است که لایه وسط رسانایی بیشتری دارد و داده‌ها در بسامدهای ۹۰۰، ۷۲۰۰ و ۵۶۰۰۰ هرتز محاسبه شده‌اند. همه منحنی‌ها نیز پاسخ وارون‌سازی اُکام در شرایط مربوط به خود هستند. به‌علاوه چون هدف از این بررسی مقایسه نتایج حاصل از تغییرات برخی پارامترها است، صرفاً از داده‌های واقعی یک نیم‌رخ، که سازمان زمین‌شناسی و اکتشافات معدنی کشور در بسامدهای ۸۷۵، ۴۹۲۰ و ۳۳۰۰۰ هرتز برداشت کرده، استفاده شده است. نقشه زمین‌شناسی منطقه موردنظر، که در جنوب دامغان در منطقه کلاته رشم قرار دارد، به همراه موقعیت نیم‌رخ انتخاب شده در شکل ۲ نشان داده شده است. در این منطقه یک ناحیه کمّانی شکل از جنس آندزیت پورفیری در سطح زمین برون‌زد دارد که احتمالاً به صورت یک توده نفوذی است که از بین شکستگی‌ها با بالا نفوذ کرده است. به‌علاوه آبرفت‌هایی از مناطق بالادستی در سطح منطقه وجود دارند که بیشتر از جنس مارن، کنگلومرا، ماسه‌سنگ، شیل و توف هستند.

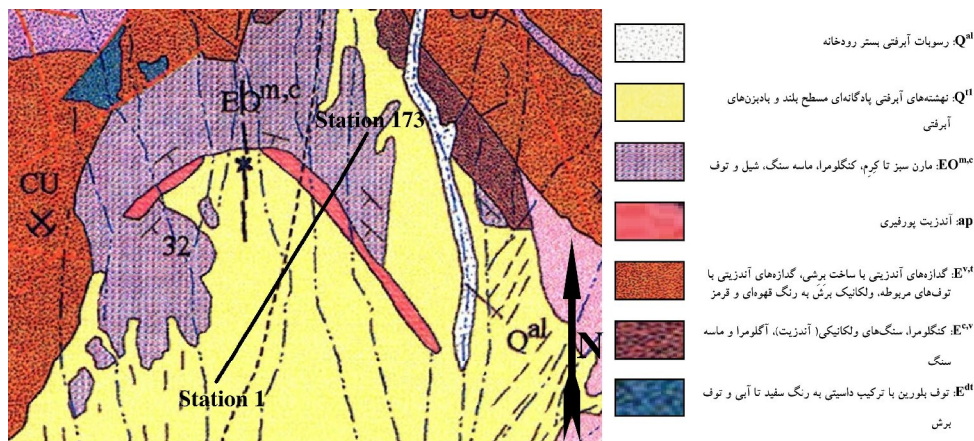
برای شبیه‌سازی یک حالت واقعی، نوفه گوسی تصادفی با انحراف معیار ۱٪ مقدار هر داده به داده‌های مصنوعی اضافه شده است. نوفه‌ای با همین انحراف معیار هم برای داده‌های واقعی در نظر گرفته شده است. بیشینه

تعداد تکرارها در فرایند وارون‌سازی هم برابر ۱۰ انتخاب شده است.

## ۳-۱ اثر ضخامت و تعداد لایه‌ها

به‌طور کلی، هرچه تعداد لایه‌ها در فرایند وارون‌سازی بیشتر باشد، پارامترهای به دست آمده از این فرایند به صورت بهتری مدل اصلی را بازسازی می‌کنند. اما هنگام استفاده از داده‌های الکترومغناطیسی با دو مشکل مواجه هستیم. نخست اینکه با افزایش تعداد لایه‌ها مدت زمان اجرای محاسبات بالا می‌رود، هرچند مدلی به دست می‌آید که داده‌ها را بهتر برازش می‌کند؛ دوم اینکه شدت سیگنال‌های الکترومغناطیسی، هم با فاصله و هم در عبور از لایه‌های بالاتر زمین کاهش می‌یابد. بنابراین اگر ضخامت لایه‌ها در اعماق بیشتر کم انتخاب شود، پاسخ الکترومغناطیسی بسیار ضعیفی تولید می‌کند و ممکن است آن لایه تشخیص داده نشود. به‌هرحال اگر بخواهیم تفکیک بیشتری در لایه‌های سطحی داشته باشیم، می‌توانیم ضخامت لایه‌های سطحی را کوچک‌تر انتخاب کنیم. ضخامت لایه‌ها می‌تواند به هر صورتی انتخاب شود اما تجربه نشان داده است که افزایش لگاریتمی ضخامت لایه‌ها با افزایش عمق، پاسخ‌هایی به دست می‌دهد که به واقعیت نزدیک‌تر هستند (جانگ و همکاران، ۲۰۰۰).

بهترین روش برای انتخاب تعداد لایه‌ها، افزایش تدریجی تعداد لایه‌ها تا زمانی است که خطای عدم برازش به کمترین مقدار برسد. با افزودن هر لایه به یک مدل نیم‌فضا، مقدار خطا به طور چشمگیری کاهش می‌یابد، تا زمانی که به یک مقدار نسبتاً ثابت می‌رسد. فرض می‌شود که آن تعداد لایه‌ای که در آن اولین بار به این مقدار ثابت خطا می‌رسیم، بهترین انتخاب باشد. اگر تعداد لایه‌ها به طور پیوسته زیاد شود، مدل به دست آمده با مدل قبلی خیلی تفاوت ندارد، غیر از اینکه زمان فرایند



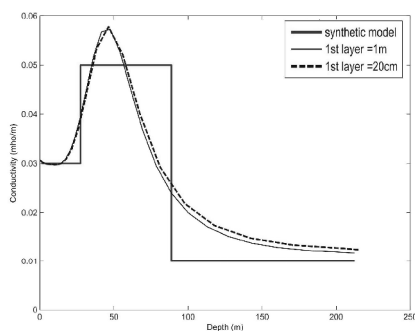
شکل ۲. نقشه زمین‌شناسی منطقه مورد تحقیق به همراه نیم‌رخ مورد بررسی (انتشارات سازمان زمین‌شناسی و اکتشافات معدنی کشور).

نرمال شده برای هر دو حالت تقریباً یکسان است. اما آنچه تفاوت دارد مقدار مقاومت ویژه ساختارهای به دست آمده است. در مدل شکل ۴-ب می‌بینیم که مقدار مقاومت ویژه لایه‌های سطحی بین ایستگاه‌های ۴۰ تا ۸۰ و نیز ۱۳۰ تا ۱۶۰ بسیار کمتر شده است. ساختارهای عمیق‌تر هم به خوبی مشخص شده‌اند اما مقدار مقاومت ویژه آنها اندکی تغییر کرده است. در حقیقت چون مقدار عدم برازش نرمال شده یکسان است، پس با کم شدن مقدار مقاومت ویژه در لایه‌های سطحی، این مقدار برای لایه‌های زیری بیشتر می‌شود.

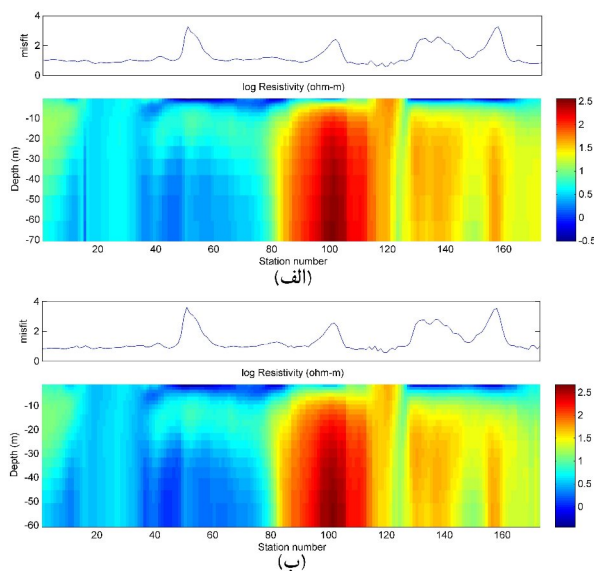
در شکل ۵ مدل مصنوعی و دو منحنی دیده می‌شود. تعداد لایه‌ها در منحنی توپر ۳۰ و در منحنی خط‌چین ۲۰ است. در هر دو مدل ضخامت لایه اول ۱ متر است. پس به جز لایه اول که ۱ متر ضخامت دارد، ضخامت لایه‌های بعدی در مدل ۲۰ لایه بیشتر از مدل ۳۰ لایه است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود منحنی ۳۰ لایه مدل را بهتر بازسازی کرده اما به‌طور کلی تفاوت بین دو منحنی قابل چشم‌پوشی است.

وارون‌سازی و تعداد درجات آزادی مدل را بیشتر می‌کند. به‌رحال انتخاب تعداد لایه‌ها اختیاری است اما باید عمق کلی همه لایه‌ها پایین‌تر از عمق نفوذ سیگنال الکترومغناطیسی با پایین‌ترین بسامد باشد.

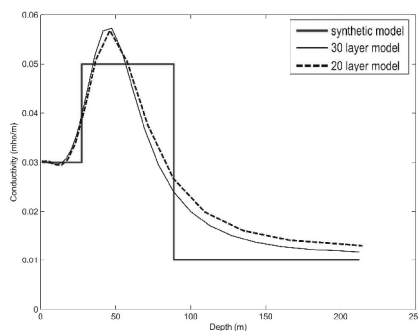
در شکل ۳، فرایند وارون‌سازی داده‌های حاصل از مدل مصنوعی با استفاده از دو مدل ۳۰ لایه صورت گرفته است. در مدل اول ضخامت لایه اول ۱ متر (منحنی توپر) و در مدل دوم ۲۰ سانتی‌متر (منحنی خط‌چین) است. همان‌طور که در شکل پیدا است، تفاوت بین این دو منحنی ناچیز است. شکل ۴ مدل‌های به دست آمده از اعمال فرایند وارون‌سازی بر داده‌های واقعی برای ۱۷۳ ایستگاه (نقطه برداشت) را نشان می‌دهد و تعداد لایه‌ها ۲۰ است. در بالای هر مقطع هم منحنی عدم برازش نرمال شده نشان داده شده است که معیاری برای برازش داده‌ها است. ضخامت لایه اول در شکل ۴-الف ۲۰ سانتی‌متر و در شکل ۴-ب ۱ متر انتخاب شده است. از مقایسه این دو مدل می‌توان مشاهده کرد که ساختارهای رسانا و مقاوم در هر دو حالت مشخص شده‌اند و نیز مقادیر عدم برازش



شکل ۳. اثر ضخامت لایه‌ها بر پاسخ فرایند وارون‌سازی. مدلی که ضخامت لایه اول آن ۱m است مدل اولیه را بهتر بازسازی کرده اما به‌طور کلی اختلاف دو مدل بازسازی شده قابل چشم‌پوشی است.



شکل ۴. پاسخ فرایند وارون‌سازی داده‌های واقعی. مدل مورد نظر ۲۰ لایه است که در (الف) ضخامت لایه اول ۲۰ سانتی‌متر و در (ب) ضخامت لایه اول ۱ متر است. منحنی‌های عدم برازش نرمال شده در بالای هر مدل نشان داده شده‌اند.



شکل ۵. اثر تعداد لایه‌ها بر پاسخ فرایند وارون‌سازی. در عمق پایین‌تر، مدل ۳۰ لایه مدل مصنوعی را بهتر بازسازی کرده و می‌توان گفت هرچه تعداد لایه‌ها بیشتر باشند مدل بهتری به دست می‌آید.

به هر حال به ازای هر مقدار پارامتر تعادل یک جواب به خصوص به دست می‌آید که این همان عدم یکنایی جواب است. برای رسیدن به یک جواب بهینه باید طوری عمل کنیم که نُرُم داده‌ها و نُرُم مدل به اندازه کافی کمینه شوند. روش‌های گوناگونی برای پیدا کردن این پارامتر تعادل به کار رفته است (فارکواریسون و آلدنبرگ، ۲۰۰۴). یکی از این روش‌ها روش منحنی  $L$  نام دارد (هانسن، ۱۹۹۷). در این روش اگر لگاریتم نُرُم داده‌ها را برحسب لگاریتم نُرُم مدل برای پارامترهای تعادل متفاوت رسم کنیم، یک منحنی به شکل  $L$  به دست می‌آید و بهترین پارامتر تعادل در جایی قرار دارد که منحنی بیشترین انحنا را دارد.

شکل ۷ اثر مقادیر متفاوت  $\beta$  را در بازسازی یک مدل مصنوعی سه لایه نشان می‌دهد.  $\beta$  برای منحنی‌های خط چین، نقطه چین، نقطه خط و توپر به ترتیب ۱۰۰، ۵۰، ۳۰ و ۱۰ است. همان گونه که شکل نشان می‌دهد، منحنی خط چین که  $\beta$  بیشتری دارد یک منحنی با تغییرات نرم تر است که از مدل اصلی خیلی دورتر است یعنی داده‌ها برآزش نشده‌اند. اما هرچه  $\beta$  کمتر شده است پارامترهای مدل، فضای بیشتری برای تغییر پیدا کرده و به مدل اصلی نزدیک تر شده‌اند.

شکل ۸ مدل‌های به دست آمده با استفاده از سه مقدار برای پارامتر تعادل را برای داده‌های واقعی نشان می‌دهد. در شکل ۸-الف مقدار پارامتر تعادل ۲۰ است و وجود ساختارها تشخیص داده شده است. اما وجود نوارهای موازی در ایستگاه‌های حدود ۵۰ و ۱۰۰ نشان می‌دهد که مدل به دست آمده در این ایستگاه‌ها صحیح نیست و مقدار عدم برآزش نرمال شده هم بسیار بالا رفته است. در ایستگاه حدود ۵۰ یک مدل بسیار رسانا و در ایستگاه‌های حدود ۱۰۰ هم مدل‌هایی بسیار مقاوم به دست آمده‌اند که نشانگر این‌اند که این مقدار پارامتر تعادل نتوانسته است نُرُم مدل را به اندازه کافی کمینه کند. در شکل ۸-ب

در شکل ۶ اثر تعداد لایه‌ها بر مدل نهایی برای داده‌های واقعی بررسی شده است. در هر دو مدل ضخامت لایه اول ۱ متر انتخاب شده است. فرایند وارون سازی در شکل ۶-ب با ۱۰ لایه و در شکل ۶-ج با ۴۰ لایه صورت گرفته است. واضح است که مدل ۴۰ لایه بسیار بهتر از مدل ۱۰ لایه توانسته است ساختارهای رسانا و مقاوم را از هم تفکیک کند. اما در مدل ۱۰ لایه، هر چند که این ساختارها تا حدودی مشخص شده‌اند، اما با کشیدگی عمودی همراه شده‌اند که دلیل آن ضخیم بودن این لایه‌ها در این مدل است. در حقیقت این مدل‌ها نشان می‌دهند که یک لایه ضخیم به صورت ترکیبی از لایه‌های نازک تر مشخص می‌شود و مقدار مقاومت ویژه مربوط به آن هم یک مقدار متوسط خواهد بود. منحنی عدم برآزش نرمال شده برای هر دو مدل هم در شکل ۶-الف نشان داده شده که مقادیر آن برای مدل ۴۰ لایه کمتر از مدل ۱۰ لایه است.

### ۳-۲ اثر پارامتر تعادل $\beta$

پارامتر تعادل در حقیقت عاملی است که تعیین می‌کند برای رسیدن به بهترین پاسخ، نُرُم داده‌ها و نُرُم مدل باید به چه میزان کمینه شوند. هرچه پارامتر تعادل بزرگ تر باشد، کمینه شدن پارامترهای مدل، اهمیت بیشتری پیدا می‌کند و مدلی با تغییرات ساختار کمتر به دست می‌آید. در این صورت نُرُم داده‌ها به علت اهمیت کم، کمتر کمینه می‌شود؛ یعنی میزان تفاوت داده‌های مشاهده شده و محاسبه شده بیشتر می‌شود و داده‌ها برآزش نمی‌شوند. اما اگر پارامتر تعادل بسیار کوچک انتخاب شود، آنگاه نُرُم مدل وزن کمتری نسبت به نُرُم داده‌ها پیدا می‌کند. در این صورت از یک طرف نُرُم داده‌ها بسیار کوچک می‌شود یعنی تفاوت داده‌های مشاهده شده و محاسبه شده بسیار کمتر می‌شود و از طرف دیگر نُرُم مدل بزرگ می‌شود یعنی پارامترهای مدل آزادی بیشتری برای تغییرات دارند.

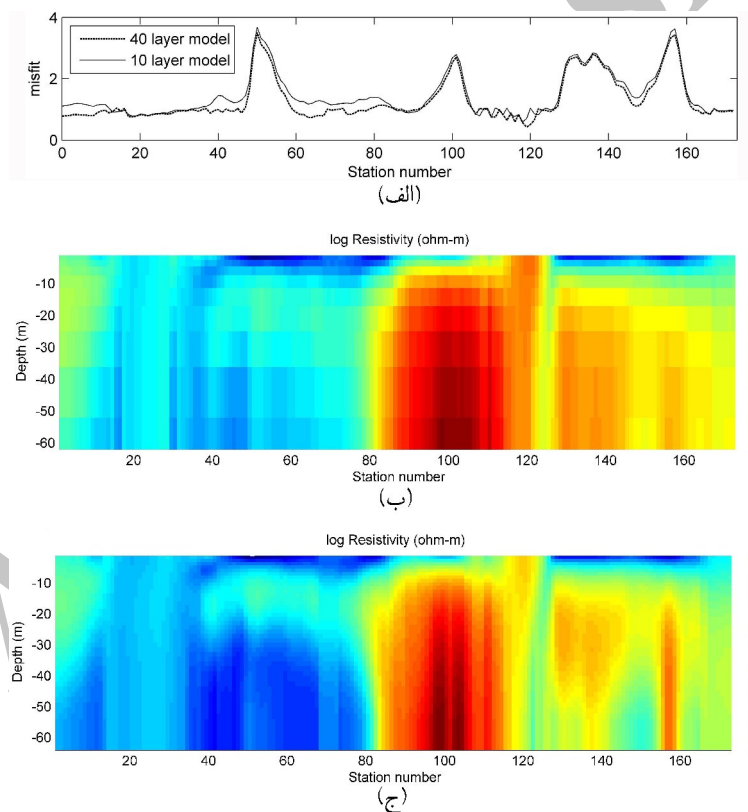


باعث شده که داده‌ها به درستی برازش نشوند و مقدار عدم برازش نرمال شده بالا رفته است. در این حالت حتی اگر تعداد تکرارها هم بیشتر باشد مدل بهتری به دست نمی‌آید.

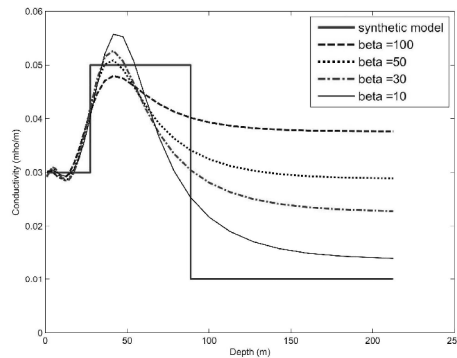
### ۳-۳ اثر تعداد و نوع داده‌ها

واضح است که برای یک مسئله معکوس هرچه اطلاعات بیشتر باشد بهتر می‌توان مدل مجهول را تشخیص داد. بر این اساس هرچه تعداد داده‌ها بیشتر باشد، پارامترهای به دست آمده از فرایند وارون‌سازی به پارامترهای اصلی نزدیک‌تر هستند.

پارامتر تعادل ۱۰۰ انتخاب شده است. در این شکل هم ساختارها مشخص شده‌اند و نوارهای موازی هم دیده نمی‌شوند. بنابراین می‌توان گفت که این مقدار از پارامتر تعادل توانسته است تا حدی نرم داده‌ها و نرم مدل را کمینه کند هرچند که مقدار عدم برازش نرمال شده در بعضی ایستگاه‌ها مقدار زیادی است. در شکل ۸-ج مقدار پارامتر تعادل ۵۰۰ است و همان‌گونه که مشاهده می‌شود همه ایستگاه‌ها به صورت نوارهای موازی مشخص شده‌اند که مقدار مقاومت ویژه برای این نوارها از سطح تا عمق یکسان است. در اینجا به علت بزرگ بودن پارامتر تعادل، پارامترهای مدل توانایی تغییر بسیار کمی دارند و همین



شکل ۶. پاسخ فرایند وارون‌سازی داده‌های واقعی. منحنی عدم برازش نرمال شده برای هر دو مدل در (الف) نمایش داده شده است، مدل مورد نظر در (ب) ۱۰ لایه و در (ج) ۴۰ لایه است. ضخامت لایه اول در هر دو مدل ۱ متر است. واضح است که هرچه تعداد لایه‌ها بیشتر باشد مدل بهتری به دست می‌آید.



شکل ۷. اثر پارامتر تعادل بر پاسخ فرایند وارون سازی. هرچه پارامتر تعادل بزرگ‌تر باشد مدل به دست آمده صاف‌تر خواهد بود.

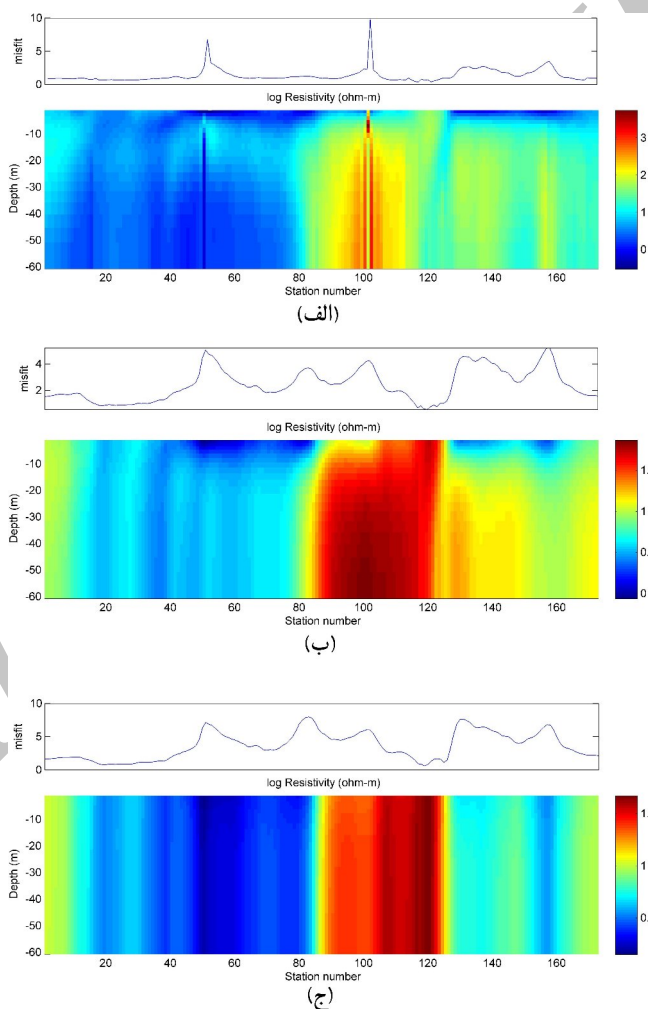
مقاومت ویژه‌ای را که فقط با استفاده از داده‌های واقعی بسامد ۸۷۵ هرتز به دست آمده است نشان می‌دهد. در این مدل بعضی ساختارها از سطح تا عمق مشخص شده‌اند. اما از طرفی مقادیر عدم برازش نرمال شده برای ایستگاه‌های متفاوت، بسیار نوسانی است و کم و زیاد می‌شود. این حالت نشان از کم بودن اطلاعات دارد. مدل شکل ۱۰-ب هم از وارون سازی همین نیم‌رخ برای داده‌های بسامدهای ۸۷۵ و ۳۳۰۰۰ هرتز به دست آمده است. هرچند که از سطح تا عمق دارای تغییراتی در مدل‌های به دست آمده در هر ایستگاه هستیم اما به نظر می‌رسد که بازهم اطلاعات کافی برای به دست آوردن مدل بهینه وجود ندارد. شاهد این ادعا منحنی نوسانی عدم برازش نرمال شده برای این مدل است. در شکل ۱۰-ج هم فقط از داده‌های بسامد ۴۹۲۰ هرتز استفاده شده است. از حدود عمق ۲۰ متر به پایین نوارهای موازی در این شکل مشخص هستند که این نشان‌دهنده کمبود اطلاعات در این اعماق است. از طرفی لایه‌های سطحی بهتر از مدل شکل ۱۰-الف بازسازی شده‌اند که این نشان از داشتن اطلاعات بیشتر در سطح است. از سوی دیگر در بین ایستگاه‌های ۵۰ تا ۶۰ هم ساختار مقاومی در عمق حدود ۱۰ متری مشخص است. نوسانی بودن مقدار عدم برازش نرمال شده هم بیانگر کمبود کلی اطلاعات است. اما در شکل ۱۰-د از

از طرف دیگر در مسائل الکترومغناطیسی، مقدار بسامد استفاده شده هم می‌تواند پارامترهای مدل به دست آمده را متأثر کند. شکل ۹، سه مدل مصنوعی را به همراه مدل اولیه نشان می‌دهد. در منحنی توپیر داده‌های بسامدهای ۹۰۰، ۷۲۰۰ و ۵۶۰۰۰ هرتز استفاده شده‌اند و می‌توان گفت که وجود سه لایه مشخص شده است و مقادیر رسانایی لایه‌های اول و دوم هم تقریباً به دست آمده‌اند اما مقدار رسانایی در لایه سوم از مقدار واقعی فاصله دارد. با تغییر بسامد ۹۰۰ هرتز به ۴۰۰ هرتز، منحنی نقطه-خط به دست آمده است که در آن رسانایی لایه سوم هم تا حد زیادی مشخص شده است. پس همان‌گونه که انتظار می‌رفت، با استفاده از بسامدی با مقدار کمتر، ساختارهای عمقی بهتر مشخص شده‌اند. در منحنی خط‌چین از بسامدهای ۴۰۰ و ۷۲۰۰ هرتز استفاده شده است. با آنکه برای به دست آوردن این منحنی از بسامد ۴۰۰ هرتز هم استفاده شده است اما حذف بسامد ۵۶۰۰۰ هرتز باعث بدتر شدن پاسخ‌ها در عمق و نیز در سطح شده که انحراف این پاسخ‌ها در سطح بیشتر است. بنابراین کم بودن تعداد داده‌ها کل مدل را متأثر می‌کند.

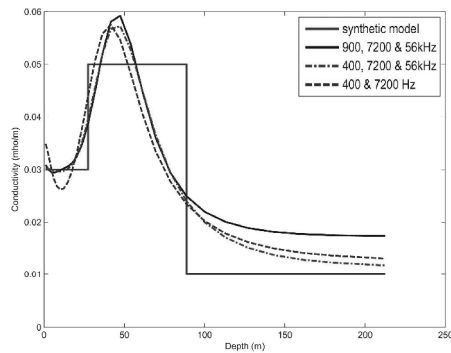
شکل ۱۰ مقاطع مقاومت ویژه‌ای را نشان می‌دهد که داده‌های آن در بسامدهای ۸۷۵، ۴۹۲۰ و ۳۳۰۰۰ هرتز روی زمینی واقعی برداشت شده‌اند. شکل ۱۰-الف مقطع

یک نیم‌فضای همگن از رابطه  $\delta = 503\sqrt{\rho_f}$  به دست می‌آید که  $\rho$  مقاومت ویژه الکتریکی زمین و  $f$  بسامد موج الکترومغناطیسی است. اما در اینجا از این رابطه استفاده نشده است بلکه ارتباط مدل‌های به دست آمده با داده‌های استفاده شده در بسامدهای متفاوت با روش وارون‌سازی به دست آمده است. در حقیقت رابطه بین داده‌های الکترومغناطیسی با بسامدهای متفاوت با ساختارهای به دست آمده به صورت عینی و عملی ثابت شده است.

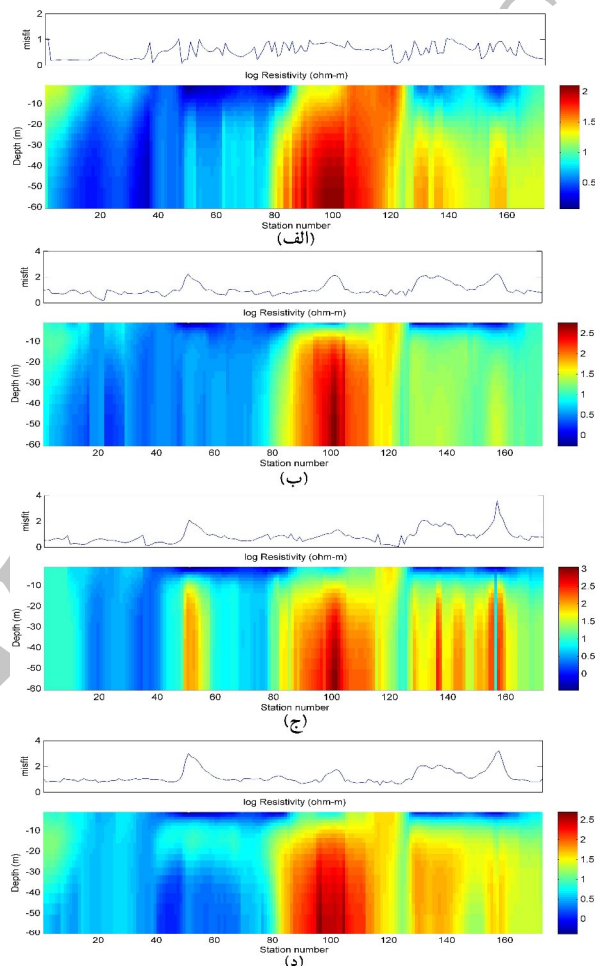
داده‌های بسامدهای ۸۷۵ و ۴۹۲۰ هرتز استفاده شده است. عمق تا ته ساختاری که در بین ایستگاه‌های ۴۰ تا ۸۰ و در عمق حدود ۱۰ تا ۲۰ متر در این شکل مشخص شده است در هیچ‌یک از دیگر مدل‌ها مشخص نشده است. صاف‌تر بودن منحنی عدم برازش نرمال شده هم نشان می‌دهد که اطلاعات برای به دست آوردن ساختارهای مشخص شده در شکل، به حد کافی موجود بوده است. لازم به ذکر است که عمق نفوذ امواج الکترومغناطیسی تخت روی



شکل ۸. پاسخ فرایند وارون‌سازی داده‌های واقعی با استفاده از پارامتر تعادل برابر با ۲۰ (شکل الف)، ۱۰۰ (شکل ب) و ۵۰۰ (شکل ج) به همراه منحنی‌های عدم برازش نرمال شده در بالای هر مدل. شکل‌ها روشن می‌سازند که با بیشتر شدن مقدار پارامتر تعادل، مدل‌ها دارای تغییرات کمتری شده‌اند.



شکل ۹. اثر تعداد داده‌ها بر پاسخ فرایند وارون‌سازی. هرچه تعداد داده‌های مورد استفاده بیشتر باشد، مدل بهتری به دست می‌آید. در منحنی خط‌چین، حذف شدن بسامد بالا باعث خراب شدن پاسخ در سطح و در منحنی توپر، بالاتر بودن مقدار کوچک‌ترین بسامد باعث بدتر شدن پاسخ در عمق شده است. بنابراین داده‌های حاصل از بسامد زیاد، اطلاعات سطحی و داده‌های حاصل از بسامد کم، اطلاعات عمقی بیشتری دارند.



شکل ۱۰. پاسخ فرایند وارون‌سازی داده‌های واقعی با استفاده از داده‌های بسامدهای (الف) ۸۷۵ و (ب) ۸۷۵ و ۳۳۰۰۰ (ج) ۴۹۲۰ و (د) ۸۷۵ و ۴۹۲۰ هرتز. شکل‌ها نشان می‌دهند که هرچه تعداد داده‌ها بیشتر باشد، مدل بهتری به دست می‌آید. در ضمن داده‌های بسامدهای زیادتر، اطلاعات بیشتری از سطح و داده‌های بسامدهای کمتر، اطلاعات بیشتری از عمق دارند. منحنی عدم برازش نرمال شده در بالای هر مدل نشان داده شده است.

## ۴ نتیجه گیری

با مقاومت ویژه زیاد را نشان می‌دهد که قسمتی از آن، در سطح زمین قابل مشاهده است. این توده مقاوم، قسمتی از همان توده کماتی شکل از جنس آندزیت پورفیری است که در نقشه زمین‌شناسی مشاهده می‌شود. اما این مقطع نشان می‌دهد که این توده نفوذی، توده‌ای ضخیم است که قسمتی از آن با آبرفت پوشیده شده است.

## منابع

- Beard, L. P., and Nyquist, J. E., 1998, Simultaneous inversion of airborne electromagnetic data for resistivity and magnetic permeability: *Geophysics*, **63**, 1556-1564.
- Constable, S. C., Parker, R. L., and Constable, C. G., 1987, Occam's inversion: a practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data: *Geophysics*, **52**, 289-300.
- Farquharson, C. G., and Oldenburg, D. W., 2004, A comparison of automatic techniques for estimating the regularization parameter in non-linear inverse problems: *Geophys. J. Internat.*, **156**, 411-425.
- Hansen, P. C., 1997, Rank deficient and discreet ill-posed problems: Numerical aspects of linear inversion, SIAM, Philadelphia.
- Huang, H., and Fraser, D. C., 2001, Mapping of the resistivity, susceptibility, and permittivity of the earth using a helicopter-borne electromagnetic system: *Geophysics*, **66**, 148-157.
- Keller, G. V., and Frischknecht, F. C., 1982, Electrical methods in geophysical prospecting: Pergamon Press.
- Reid, J. E., Pfaffling, A., and Vrbancich, J., 2006, Airborne electromagnetic footprints in 1D earths, *Geophysics*, **71**, G63-G72.
- Simon, B., Auken, E., and Christiansen, A. V., 2009, Laterally constrained inversion of helicopter-borne frequency-domain electromagnetic data: *Journal of Applied Geophysics*, **67**, 259-268.
- Wait, J. R., 1982, *Geo-Electromagnetism*, Academic Press Inc.
- Zhang, Z., Routh, P. S., Oldenburg, D. W., Alumbaugh, D. L., and Newman, G. A., 2000, Reconstruction of 1-D conductivity from dual-loop EM data: *Geophysics*, **65**, 492-501.

در اجرای فرایند وارون‌سازی که در آن متغیرهای گوناگونی وجود دارد، هر یک از متغیرها می‌تواند بر نتیجه نهایی تأثیر بگذارد. میزان تأثیر هر یک از این متغیرها به یک اندازه نیست. برخی از این اثرات قابل چشم‌پوشی کردن و برخی قابل ملاحظه‌اند. بنابراین باید طوری عمل کرد که اثرات نامطلوب کاهش یابد. نتایج حاصل از مدل مصنوعی روشن ساخت که اگر تعداد لایه‌ها بیشتر باشد مدل‌های بهتری به دست می‌آید و نتایج حاصل از داده‌های واقعی هم این مطلب را تأیید کرد. اما، اگر تعداد لایه‌هایی که از آنها برای وارون‌سازی استفاده می‌شود به اندازه کافی نباشد، مدلی به دست می‌آید که در آن مقاومت ویژه در هر لایه به صورت مقاومت ویژه متوسط خواهد بود و نه مقاومت ویژه واقعی. اثرات حاصل از تغییر ضخامت لایه‌ها هم قابل چشم‌پوشی‌اند؛ هر چند که اگر نسبت افزایش ضخامت لایه‌ها خیلی زیاد نباشد پاسخ‌های بهتری به دست می‌آید. با این حال تغییرات پارامتر تعادل و همچنین تعداد و نوع بسامدها، اثرات قابل ملاحظه‌ای روی نتایج نهایی دارند. اگر  $\beta$  خیلی بزرگ باشد باعث صاف شدن تغییرات پارامترهای مدل می‌شود درحالی‌که داده‌ها اصلاً برازش نمی‌شوند. با این حال اگر  $\beta$  کوچک باشد، هر چند که داده‌ها خوب برازش می‌شوند اما پارامترهای مدل پارامترهای واقعی نیستند و ممکن است مقادیر بسیار زیاد یا بسیار کمی داشته باشند. از سوی دیگر باید سعی کرد تا حد ممکن از داده‌های بسامدهای متفاوت که گستره بیشتری دارند استفاده شود که بتوان هم اطلاعات کافی تا عمق موردنظر را در دست داشت و هم به مدل به دست آمده، در حکم مدلی که به واقعیت نزدیک‌تر است، اعتماد کرد. اگر صرفاً از داده‌های بسامدهای کم استفاده شود آن‌گاه مدل به دست آمده در سطح قابل اعتماد نخواهد بود. مقطع مقاومت ویژه به دست آمده نیز ناحیه‌ای