مجله ژئوفیزیک ایران، جلد ۶، شماره ۱، ۱۳۹۰، صفحه ۶۹-۸۳

تفسیر آنومالی‌های مغناطیسی با استفاده از مشتقات سیگنال تحلیلی

کمال علمدار[۱]، ابوالقاسم کامکار روحانی[۱*] و عبدالحمید انصاری[۲]

[۱] دانشگاه صنعتی شاهرود، دانشکده معدن، نفت و ژئوفیزیک
[۲] دانشگاه یزد، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۰/۲/۵، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۰/۹/۳۰)

چکیده

در این نوشته به منظور تفسیر آنومالی‌های مغناطیسی روشی خودکار با استفاده از مشتق‌های سیگنال تحلیلی ارائه شده است. مزیت اصلی این روش این است که رابطه خطی را برای تعیین پارامترهای موقعیتی (عمق و مرز) توده‌های مولد آنومالی مغناطیسی بدون نیاز به اطلاع از هندسه توده به دست می‌دهد. با داشتن پارامترهای مربوط به موقعیت قائم و افقی توده زیرسطحی امکان برآورد هندسه توده نیز وجود دارد. این روش بر روی داده‌های میدان مغناطیسی حاصل از مدل‌های دوبعدی مصنوعی در حالت بدون نویز و آغشته به نویز به کار برده شده است. همچنین روش مذکور بر روی مدل سه‌بعدی بی شاپ (Bishop) نیز با موفقیت به کار برده شده است. کاربرد این روش بر روی داده‌های مغناطیس واقعی معدن سنگ آهن جلال آباد زرند نتایج حفاری موجود را تأیید می‌کند.

کلمات کلیدی: سیگنال تحلیلی، پارامترهای موقعیتی، بی شاپ، جلال آباد زرند

Interpretation of magnetic anomalies using analytic signal derivatives

Kamal. Alamdar[1], Abolghasem. Kamkare – Rouhani[1*] and Abdolhamid. Ansari[2]

[1] Mineral Exploration, Mining, Petroleum and Geophysics Department, Shahrood University of Technology
[2] Mining and Metallurgical Engineering Department, Yazd University

(Received: 25 April 2011, accepted: 21 December 2011)

Abstract

Aeromagnetic surveys play an important role in the exploration of natural resources of economic interest, as well as in regional geologic mapping. Magnetic anomalies caused by the lateral variations of magnetization in the earth's crust often are characterized by smooth regional gradients with isolated features. The main goal of magnetic prospecting is to infer both the geometry and the magnetization of the geologic structure that causes the observed magnetic anomalies. However, akin to other potential-field methods, interpretation of magnetic field anomalies is non-unique because more than one distribution of magnetization (i.e., magnetic dipole moment per unit volume) and source

Corresponding author: kamkarr@yahoo.com نگارنده رابط:

geometry can explain the same observed magnetic anomaly. One important goal in the interpretation of magnetic data is to determine the geometry and the location of the magnetic source. This has recently become particularly important because of the large volumes of magnetic data that are being collected for environmental and geological applications. To this end, a variety of semiautomatic methods based on the use of derivatives of the magnetic field have been developed to determine magnetic source parameters such as locations of boundaries and depths. As faster computers and commercial software have become widely available, these techniques are being used more extensively. Utilizing first-order derivatives of the magnetic field, Euler deconvolution was first applied on profile data and subsequently on gridded data. The method has come into wide use as an aid for interpreting magnetic data. The main advantage of the Euler method is that it can provide automatic estimates of the source location of the causative magnetic anomalies. However, it requires an assumption about the geometry of the body that is the actual source. In practice, assumption is achieved by specifying a structural index η to define the source geometry in generalized situations, setting a good strategy for discriminating, and selecting meaningful solutions. Recent extensions to the Euler method allow η to be estimated from the data, with the calculation of Hilbert transforms of the derivatives. The SPI method, which requires second-order derivatives of the field, uses a term known as the local wavenumber to provide a rapid estimate of the depth of buried magnetic bodies. The local wavenumber was defined as the spatial derivative of the local phase. The SPI method worked on gridded data, but assumed a contact model ($\eta=0$). Later extensions to the method enabled calculation of η, but these required third-order derivatives. The calculation of third-order derivatives from gridded data is problematic, so the use of profile data was advocated by Smith et al. (2005).

In a more recent paper, a linearized least-squares method was applied to obtain information about the depth and nature of the buried sources from first- and second-order derivatives of the field (the analytic signal and its horizontal gradient). However, their approach requires knowledge of the horizontal position of the source, inferred from the peak of the analytic signal. Inappropriate sampling of the data and/or noise can make the selection of the horizontal position inaccurate. As a result, these inaccuracies lead to errors in the estimatation of both the depth and the nature of the sources.

To overcome the limitations of the previous studies and to improve the process of estimating the source parameters using the analytic signal approach, an automatic method is presented to estimate horizontal location, depth, and the nature of 2D magnetic sources using derivatives of the analytic signal. Derivatives of the field of up to only the second order are used. First, a generalized equation is derived and solved using the least-squares method to provide source location parameters without any *a priori* information about the nature of the source. Then, using the estimated source location parameters, the nature of the source is obtained. To implement the method, the anomalies are first identified using the analytic signal peak. The method is then applied to a data window around the peak, where the signal-to-noise ratios of both the analytic signal derivative and the horizontal gradient of the analytic signal are relatively high. The determination of the number of data selected is based on the quality of the data and interference from nearby sources. The optimum number of selected data is small enough to see only a single anomaly and large enough to contain sufficient variations in the anomaly within the window. In this study, data for which the analytic signal values are greater than 10% of the peak value were used within each window.

The presented method was applied successfully to synthetic magnetic data from 2D models with random noise as well as on a 3D synthetic Bishop model. In synthetic

examples, we tested the feasibility of the proposed method; using theoretical anomalies of 2D magnetic models buried at different depths. These models were a horizontal cylinder with an infinite horizontal extent and a thin dike with infinite depth extent. The total-field anomaly values were calculated along a 100 km profile striking south–north at intervals of 1 km.

Good results were obtained on a real magnetic dataset related to an ore field in Jalal-Abad,Iran, which has a broad correlation with drilling. In this regard, the results obtained by the proposed method were selected as start point in 2D modeling, and this shows a good fit with the measured profile.

Keywords: Analytic signal, location parameters, Bishop, Jalal-Abad

۱ مقدمه

چندین روش تفسیر نیمه خودکار بر مبنای استفاده از گرادیان‌های (مشتقات) آنومالی‌های مغناطیسی توسعه یافته‌اند که استفاده از آنها به تعیین پارامترهای فیزیکی توده مولد آنومالی مانند موقعیت افقی و عمق آنها منجر می‌شود. یکی از این روش‌ها استفاده از تابع سیگنال تحلیلی می‌باشد. این تابع در اوایل کاربرد خود به صورت یک تابع مختلط و با استفاده از مفهوم تبدیل هیلبرت مورد استفاده قرار گرفت (نبیقیان، ۱۹۷۲؛ بلکلی، ۱۹۹۵). استفاده از این تابع نیازی به اطلاع از امتداد مغناطیس‌شدگی ندارد در نتیجه استفاده از آن در مواقع وجود مغناطیس‌شدگی باقیمانده مفید است. این تابع برای اولین بار به‌طور موفقیت‌آمیز بر روی داده‌های مغناطیس‌سنجی دوبعدی (در امتداد پروفیل) به کار برده شد (نبیقیان، ۱۹۷۲، آتوچا رائو، ۱۹۸۲۱؛ رام بابو و سانکر نارایان، ۱۹۸۱). در ادامه این روش توسط روئست و همکاران (۱۹۹۲) برای کاربرد بر روی داده‌های سه‌بعدی (نقشه‌های مغناطیس‌سنجی) توسعه داده شد. بعد از روئست و همکاران (۱۹۹۲) مک لئود جونز و دای (۱۹۹۳) تابع سیگنال تحلیلی را برای تفسیر داده‌های سه‌بعدی مغناطیس‌سنجی به‌کار گرفتند. تورستون و اسمیت (۱۹۹۷) متغیر دیگری از این تابع را به نام عدد موج محلی ارائه کرد که از یک دیدگاه می‌توان گفت که نتایج او در واقع بیان دیگری از سیگنال تحلیلی است. بستانی و پدسون (۲۰۰۱) این روش را برای تخمین پارامترهای توده‌های دایکی شکل شامل عمق، امتداد، شیب، عرض و مناطیس شدگی به کار گرفتند.

در روش سیگنال تحلیلی به‌طور معمول فرض می‌شود که منابع مولد آنومالی، ساختارهای زمین‌شناسی دوبعدی مانند کنتاکت، دایک و استوانه افقی هستند (مک لئود و همکاران، ۱۹۹۳). برای چنین مدل‌هایی تخمین عمق می‌تواند به دو صورت انجام گیرد. اولین روش تخمین عمق با استفاده از روش نصف عرض آنومالی منحنی سیگنال تحلیلی است که به اختصار تخمین عمق از روی عرض آنومالی سیگنال تحلیلی نام دارد (روئست و همکاران، ۱۹۹۲). در روش دوم تخمین عمق با استفاده از نسبت بین سیگنال تحلیلی و مشتقات مرتبه بالاتر آن صورت می‌گیرد. البته در این روش فرض بر این است که هندسه توده (هندسه توده مولد) شناخته شده است (هسو و همکاران، ۱۹۹۶؛ تورستون و اسمیت، ۱۹۹۷). در نتیجه تخمین صحیح عمق زمانی است که منبع زیرسطحی با آنچه در تخمین از آن استفاده شده مطابقت داشته باشد. تلاش‌هایی در زمینه توسعه روش‌هایی برای تخمین همزمان عمق و هندسه منبع زیرسطحی با استفاده از سیگنال تحلیلی انجام گرفته است (دبگلیا و کارپل، ۱۹۹۷؛ هسو و همکاران، ۱۹۹۸؛ سالم و راوات، ۲۰۰۳). با این

حال تمامی این روش‌ها برای تخمین موقعیت توده از نقطه ماکزیمم و برای تخمین هندسه توده از مقدار ماکزیمم سیگنال تحلیلی استفاده می‌کنند. اخیراً تورستون و همکاران (۲۰۰۲) با استفاده از روش چندمدلی بر اساس عدد موج محلی و کاربرد تکنیک کمترین مربعات موفق به تخمین پارامترهای منابع مغناطیسی زیرسطحی شدند. با این حال روش آنها از مشتق مرتبه سوم داده‌ها استفاده می‌کند که در آن تولید نتایج مطلوب، به داده‌های با دقت بالا نیاز دارد. سالم و همکاران (۲۰۰۴) با استفاده از مشتق‌های مرتبه اول و دوم میدان (سیگنال تحلیلی و گرادیان افقی)، روش کمترین مربعات خطی را توسعه دادند که اطلاعاتی در مورد عمق و ماهیت (هندسه) منابع زیرسطحی تولید کرد. با این حال روش آنها به دانستن موقعیت افقی منابع مولد آنومالی نیاز دارد که برای تعیین آنها از نقطه پیک آنومالی سیگنال تحلیلی استفاده می‌شود. اما، کافی نبودن چگالی داده‌های مشاهده‌ای و یا آغشته بودن آنها به نویز از مشکلات این روش محسوب می‌شود نتیجتاً این بی‌دقتی در انتخاب موقعیت افقی سبب بروز خطا در هر دو پارامتر عمق و هندسه منبع زیر سطحی می‌شد. به‌منظور رفع محدودیت‌های مطالعات قبلی صورت گرفته در این زمینه و بهبود تخمین پارامترهای منابع مغناطیسی با استفاده از سیگنال تحلیلی، در این نوشته با استفاده از مشتقات سیگنال تحلیلی روش خودکاری برای تخمین هر سه پارامتر موقعیت افقی، عمق و هندسه منابع زیرسطحی ارائه شده است. در این روش تنها از مشتقات تا مرتبه دوم داده‌ها استفاده می‌شود. ابتدا معادله کلی و تعمیم یافته با استفاده از تکنیک کمترین مربعات حل می‌شود. این کار باعث تخمین پارامترهای موقعیتی توده (موقعیت افقی یا مرز و عمق) بدون نیاز به دانستن هندسه توده خواهد شد. سپس با استفاده از موقعیت برآورد شده از مرحله قبل، هندسه توده نیز تعیین می‌شود.

۲ سیگنال تحلیلی

شکل دوبعدی اندازه سیگنال تحلیلی توسط نبیقیان (۱۹۷۲) همانند زیر ارائه گردید:

$$|A|=\sqrt{\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)^2}, \qquad (۱)$$

که $\frac{\partial T}{\partial x}$ و $\frac{\partial T}{\partial z}$ به ترتیب مشتق افقی و قائم آنومالی میدان کل مغناطیسی T و $|A|$ دامنه سیگنال تحلیلی است. اندازه (دامنه) مشتق مرتبه n –ام سیگنال تحلیلی $G_n(x)$ می‌تواند به هر دو صورت مشتق قائم و یا مشتق افقی آن نوشته شود (دبلگیا و کارپل، ۱۹۹۷) که مانند زیر به ترتیب با بالا نویس z و x مشخص می‌شود:

$$\begin{aligned} G_n(x) &= \sqrt{\left(\frac{\partial T_n^z}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial T_n^z}{\partial z}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{\partial T_n^x}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial T_n^x}{\partial z}\right)^2}, \end{aligned} \qquad (۲)$$

که به عنوان مثال T_n^z مشتق مرتبه n –ام میدان کل نسبت به z است. دامنه سیگنال تحلیلی و مشتقات آن را به راحتی می‌توان از چندین راه مختلف محاسبه کرد. مشتقات افقی آن مستقیماً از داده‌های میدان کل و با استفاده از یک فیلتر ساده تفاضل قابل محاسبه است. همچنین مشتقات افقی و قائم را می‌توان با استفاده از تبدیل فوریه سریع (FFT) و در حوزه فرکانس محاسبه نمود (بلکلی، ۱۹۹۵).

۳ تئوری روش مشتق قائم سیگنال تحلیلی

رابطه سیگنال تحلیلی در مورد مدل‌های مغناطیسی دوبعدی مانند کنتاکت مغناطیسی، دایک و استوانه افقی که در موقعیت افقی x_0 قرار گرفته‌اند و عمق بالائی آنها z_0 است از رابطه زیر نتیجه می‌شود:

مدل تماسی $$G_0(x)=\frac{\alpha}{\left[(x-x_0)^2+(z-z_0)^2\right]^{1/2}},$$

(۳) مدل دایک $$G_0(x)=\frac{\alpha}{\left[(x-x_0)^2+(z-z_0)^2\right]},$$

مدل استوانه افقی $$G_0(x)=\frac{\alpha}{\left[(x-x_0)^2+(z-z_0)^2\right]^{3/2}},$$

که α ثابتی است که به مغناطیس شدگی توده بستگی دارد (مک لئود و همکاران، ۱۹۹۳). سالم و همکاران (۲۰۰۴) شکل کلی و تعمیم یافته رابطه فوق را به شکل زیر ارائه کردند:

$$G_0(x)=\frac{k}{\left[(x-x_0)^2+(z-z_0)^2\right]^{q}}, \qquad (۴)$$

که k فاکتور دامنه که به شدت مغناطیس شدگی توده وابسته است و q فاکتور شکل است که به خصوصیات توده بستگی دارد. مقدار q برای مدل‌های کنتاکت، دایک و استوانه افقی به ترتیب برابر با ۱/۲، ۱ و ۳/۲ است.

سالم و همکاران (۲۰۰۴) نشان دادند که سیگنال تحلیلی و مشتقات افقی آن به صورت زیر به هم وابسته‌اند:

$$\left[(x-x_0)^2+(z-z_0)^2\right]\frac{\partial G_0(x)}{\partial x} =-2q\,(x-x_0)G_0(x), \qquad (۵)$$

که فاکتور شکل q معادل شاخص ساختاری η در معادله اویلر دیکانولوشن (تامسون، ۱۹۸۲) بکار رفته در رابطه زیر است:

$$(x-x_0)\frac{\partial T}{\partial x}+(z-z_0)\frac{\partial T}{\partial z}=\eta\left(b-T\right), \qquad (۶)$$

که b میدان مغناطیس ناحیه‌ای محدوده مورد مطالعه است. هر دو کمیت شاخص ساختاری و فاکتور شکل نشان دهنده چگونگی تغییرات و میرایی آنومالی مغناطیسی با افزایش فاصله از منبع هستند. مقادیر شاخص ساختاری برای آنومالی‌های مغناطیسی دوبعدی شامل کنتاکت، دایک و استوانه افقی به ترتیب ۰، ۱ و ۲ است (تامسون، ۱۹۸۲). فاکتور شکل طبق رابطه زیر با شاخص ساختاری در ارتباط است:

$$q=\frac{(\eta+1)}{2}, \qquad (۷)$$

مقایسه بین مقادیر شاخص ساختاری و فاکتور شکل در جدول ۱ آمده است.

در ادامه با استفاده از سیگنال تحلیلی روشی ارائه می‌گردد که تخمین موقعیت توده (اعم از موقعیت افقی یا قائم) را مستقل از q یا η ممکن می‌سازد.

با مشتق‌گیری از معادله اویلر (رابطه ۶) نسبت به x و z روابط زیر نتیجه می‌شوند:

$$(x-x_0)\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+(z-z_0)\frac{\partial^2 T}{\partial z\,\partial x} =-(\eta+1)\frac{\partial T}{\partial x}, \qquad (۸)$$

$$(x-x_0)\frac{\partial^2 T}{\partial x\,\partial z}+(z-z_0)\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}=-(\eta+1)\frac{\partial T}{\partial z}, \qquad (۹)$$

طرفین روابط فوق را به توان ۲ می‌رسانیم و آنها را با یکدیگر جمع می‌کنیم تا رابطه زیر نتیجه شود:

(۱۰)

$$(x-x_0)^2\left[\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)^2+\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x\,\partial z}\right)^2\right] +(z-z_0)^2\left[\left(\frac{\partial^2 T}{\partial z\,\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right)^2\right] +2(x-x_0)(z-z_0)\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x\,\partial z}\right)\left[\underbrace{\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)+\left(\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right)}_{=0}\right] =(\eta+1)^2\left[\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)^2\right],$$

جدول ۱. مقایسه مقادیر شاخص ساختاری و فاکتور شکل توده‌های مغناطیسی دوبعدی.

مدل مغناطیسی	شاخص ساختاری η (تامسون، ۱۹۸۲)	فاکتور شکل q (سالم و همکاران، ۲۰۰۴)
کنتاکت	۰	۰/۵
دایک	۱	۱
استوانه افقی	۲	۱/۵

آخرین عبارت طرف چپ رابطه فوق طبق معادله لاپلاس مساوی صفر است به عبارت دیگر داریم:

$$\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x}\right)+\left(\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right)=0, \qquad (۱۱)$$

با استفاده از تعریف مشتق مرتبه n – ام سیگنال تحلیلی رابطه (۲) می‌توان رابطه (۸) را به شکل زیر بازنویسی کرد:

$$\left[(x-x_0)^2+(z-z_0)^2\right]\left(G_1(x)\right)^2 =(\eta+1)^2\left(G_0(x)\right)^2, \qquad (۱۲)$$

از طرفی اگر رابطه (۵) بر حسب شاخص ساختاری نوشته شود به رابطه زیر می‌رسیم:

$$\left[(x-x_0)^2+(z-z_0)^2\right]\frac{\partial G_0(x)}{\partial x} =-(\eta+1)(x-x_0)G_0(x), \qquad (۱۳)$$

از دو رابطه (۱۲) و (۱۳) عبارت $(\eta+1)$ به دست می‌آید:

$$(\eta+1)=\frac{\sqrt{\left[(x-x_0)^2+(z-z_0)^2\right]}G_1(x)}{G_0(x)}, \qquad (۱۲a)$$

$$(\eta+1)=-\left[(x-x_0)^2 +(z-z_0)^2\right]\frac{\partial G_0(x)}{\partial x}\frac{1}{(x-x_0)G_0(x)}, \qquad (۱۳a)$$

روابط فوق را مساوی قرار داده تا بعد از یک مرحله ساده‌سازی رابطه زیر نتیجه شود:

(۱۴)

$$\frac{G_1(x)}{G_0(x)}=-\left[(x-x_0)^2+(z-z_0)^2\right]^{1/2}\frac{\partial G_0(x)}{\partial x}\frac{1}{(x-x_0)G_0(x)},$$

سپس طرفین رابطه فوق را به توان ۲ می‌رسانیم و بعد از ساده‌سازی رابطه نهایی زیر به دست می‌آید:

$$\frac{(G_1(x))^2(x-x_0)^2(G_0(x))^2}{(G_0(x))^2} =\left[(x-x_0)^2+(z-z_0)^2\right]\left(\frac{\partial G_0(x)}{\partial x}\right)^2 \Rightarrow$$

$$(G_1(x))^2(x-x_0)^2 -(x-x_0)^2\left(\frac{\partial G_0(x)}{\partial x}\right)^2 -(z-z)^2\left(\frac{\partial G_0(x)}{\partial x}\right)^2 \qquad (۱۵)$$

$$=(x-x_0)\sqrt{(G_1(x))^2-\left(\frac{\partial G_0(x)}{\partial x}\right)^2} -(z-z_0)\frac{\partial G_0(x)}{\partial x},$$

اگر فرض کنیم که سطح اندازه‌گیری در $z=0$ باشد و مبدإ مختصات به $x_0=0$ منتقل شود، آنگاه معادله فوق به معادله خطی زیر تبدیل می‌شود:

(۱۶)

$$\sqrt{(G_1(x))^2-\left(\frac{\partial G_0(x)}{\partial x}\right)^2}x =\left(\sqrt{(G_1(x))^2-\left(\frac{\partial G_0(x)}{\partial x}\right)^2}\right)x-\left(\frac{\partial G_0(x)}{\partial x}\right)z_0.$$

معادله (۱۶) نشان می‌دهد که موقعیت (x_0,z_0) با استفاده از مشتق مرتبه اول سیگنال تحلیلی $G_1(x)$ و گرادیان افقی سیگنال تحلیلی $\frac{\partial G_0(x)}{\partial x}$ و مستقل از هندسه مدل برآورد می‌شود. رابطه (۱۶) با استفاده از هر نوع الگوریتم معکوس سازی خطی قابل حل است.

۴ اجرای روش

برای اجرای روش گفته شده در بالا ابتدا آنومالی مغناطیسی مورد نظر با استفاده از نقاط پیک سیگنال تحلیلی بررسی می‌شود. در مرحله بعد، روش تفسیری ارائه شده بر روی پنجره نقاط اطراف پیک سیگنال تحلیلی که در مرحله قبل مشخص شده‌اند و در این نقاط نسبت سیگنال به نویز هر دو منحنی سیگنال تحلیلی ($G_1(x)$) و مشتق افقی آن ($\frac{\partial G_0(x)}{\partial x}$) نسبتاً بالا است به کار برده می‌شود. انتخاب تعداد نقاط محاط در پنجره محاسبات به کیفیت داده‌ها و اثر همجواری (همپوشانی) توده‌های نزدیک به هم دارد. تعیین تعداد بهینه نقاط بر مبنای این اصل صورت می‌گیرد که از طرفی تعداد داده‌ها به اندازه‌ای انتخاب گردد که بتوان آنها را به یک آنومالی منزوی نسبت داد و داده‌های آنومالی‌های مجاور با هم پردازش نشود و از طرف دیگر بتوانند تغییرات آنومالی داخل پنجره را به خوبی لحاظ کنند. در این مطالعه داده‌هایی که مقادیر سیگنال تحلیلی آنها بزرگتر از ۱۰درصد مقدار ماکزیمم آن است برای محاسبات انتخاب شده‌اند.

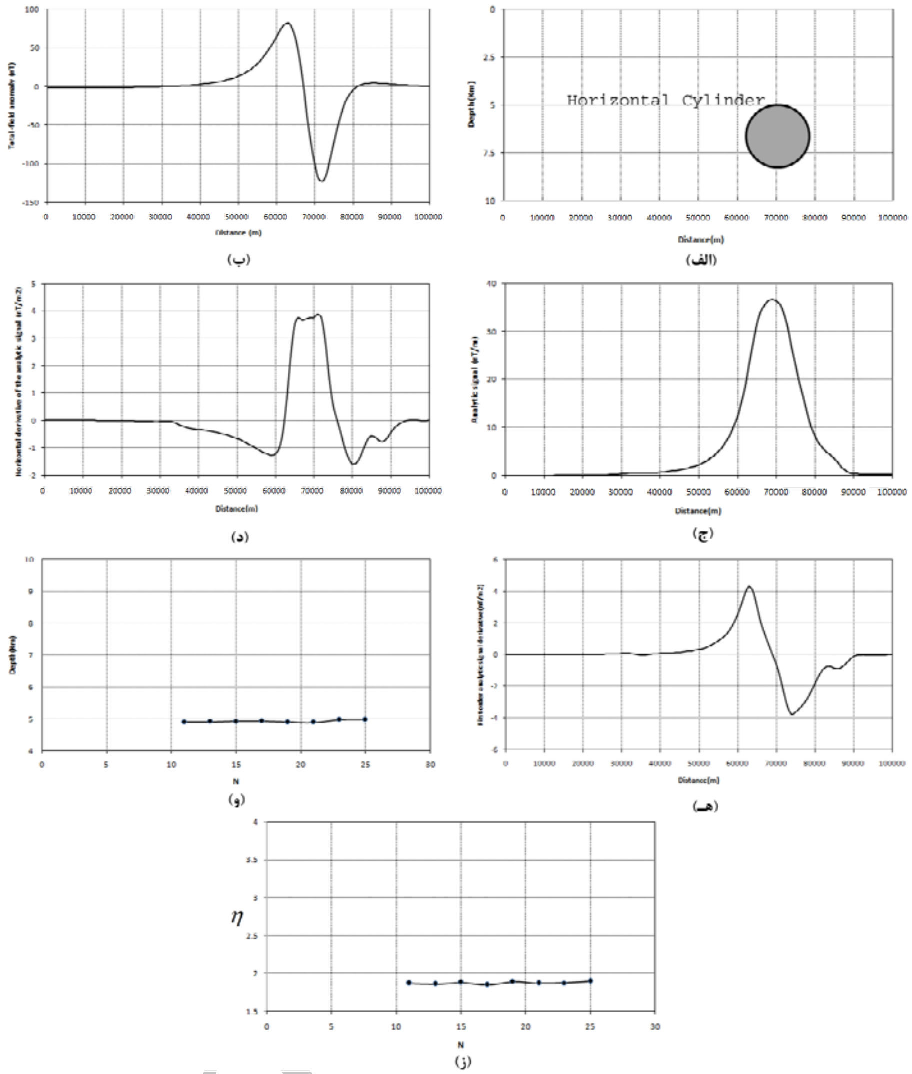
پس از اینکه موقعیت توده (عمق و مرز) با حل معادله (۱۶) تعیین شد، اطلاعات مربوط به هندسه توده (ماهیت آن) می‌تواند از طریق حل یکی از معادله‌های (۱۲a) یا (۱۳a) حاصل شود. برای مثال رابطه زیر مقدار η با توجه به رابطه (۱۳a) را تعیین می‌کند:

$$\eta=\frac{\sum_{i=1}^{N}\left[\frac{\frac{\partial G_0(x_i)}{\partial x}}{G_0(x_i)}\right]\left[\frac{\left(x_0^e-x_i\right)}{\left(x_i-x_0^e\right)^2\left(z_0^e\right)^2}\right]}{\sum_{i=1}^{N}\left[\frac{x_0^e-x_i}{\left(x_i-x_0^e\right)^2+\left(z_0^e\right)^2}\right]^2}-1, \qquad (۱۷)$$

که N تعداد نقاط مورد استفاده در تخمین و x_0^e و z_0^e پارامترهای موقعیتی برآورد شده از مرحله قبل هستند. محاسبات مربوط به برآورد هندسه مدل با استفاده از پنجره متحرکی است که بر روی داده‌ها حرکت می‌کند و هر بار با توجه به داده‌های محاط در پنجره معادله فوق تشکیل و مقداری برای پارامتر η ارائه می‌گردد. لذا انتخاب N به انتخاب ابعاد پنجره محاسبات تبدیل می‌شود. انتخاب ابعاد پنجره نیز با دو معیار کلی صورت می‌گیرد: ۱- داده‌های آنومالی‌های مجاور همپوشانی نداشته باشند و ۲- سیگنال تحلیلی داده‌های مورد استفاده حداقل ۱۰ درصد مقدار ماکزیمم سیگنال تحلیلی باشند. لذا تعیین تعداد N به ماهیت داده‌ها بستگی دارد. اما به‌طور کلی حداقل تعداد داده‌های مورد استفاده در واحد طول بین ۳ تا ۵ نقطه است (سالم و همکاران، ۲۰۰۴)

۵ کاربرد روش بر روی داده‌های مصنوعی

برای بررسی کارایی روش مذکور، در این قسمت این روش بر روی آنومالی‌های مصنوعی ناشی از مدل‌های مغناطیسی دوبعدی دراعماق مختلف به کار برده می‌شود. در مثال اول مدل مصنوعی متشکل از یک استوانه افقی است. آنومالی کل مغناطیسی این مدل در یک پروفیل به طول ۱۰۰ کیلومتر با امتداد شمالی – جنوبی و فاصله نقاط ۱ کیلومتری تولید شده است. مرکز مدل پروفیل را به طور عمودی و در نقطه $x_0 = ۷۰$ قطع می‌کند و در عمق ۵ کیلومتری از سطح زمین قرار گرفته است (شکل ۱ – الف). شدت مغناطیس شدن استوانه نسبت به اطراف برابر ۴ آمپر بر متر فرض شده است. مغناطیس اطراف دارای شدت ۶۰۰۰۰ نانوتسلا و زاویه میل و انحراف به ترتیب ۶۰ و ۰ درجه است. علاوه بر مغناطیس القایی، مدل دارای مغناطیس باقیمانده با شدت ۱ آمپر بر متر و زاویه میل ۳۰- درجه و زاویه انحراف ۲۰ درجه است. شکل ۱ – ب منحنی پاسخ مغناطیسی مدل را نشان می‌دهد. شکل ۱ – ج



شکل ۱. کاربرد روش ارائه شده بر روی داده‌های مغناطیس مصنوعی استوانه افقی. الف) مقطع دوبعدی استوانه در عمق ۵ کیلومتری از سطح زمین. این استوانه دارای مغناطیس القایی با شدت ۴ آمپر بر متر و زاوای میل و انحراف ۶۰ و ۰ درجه و مغناطیس باقیمانده با شدت ۱ آمپر بر متر و امتداد ۳۰- و ۲۰ درجه می‌باشد. شدت میدان مغناطیس اطراف توده ۶۰۰۰۰ نانوتسلا منظور شده است. ب) منحنی پاسخ مغناطیسی مدل. ج) منحنی سیگنال تحلیلی داده‌های مغناطیسی قسمت ب. د) منحنی مشتق قائم مرتبه اول سیگنال تحلیلی قسمت ج. هـ) منحنی مشتق افقی سیگنال تحلیلی. و) منحنی تغییرات عمق برآورد شده در مقابل تعداد داده‌های مورد نیاز. ز) نمودار تغییرات پارامتر η (هندسه مدل) در مقابل نقاط مورد استفاده در محاسبات.

مربوط به منحنی سیگنال تحلیلی داده‌های قسمت ب است. در این شکل ماکزیمم مقدار سیگنال تحلیلی بر روی مرکز توده قرار گرفته است. در شکل‌های ۱ – د و هـ به ترتیب منحنی مشتق قائم مرتبه اول و منحنی مشتق افقی سیگنال تحلیلی قسمت ج آمده است. با استفاده از رابطه (۱۶) موقعیت افقی توده استوانه افقی برابر با ۰/۴ ± ۶۹/۸ کیلومتر تعیین شده است. تخمین عمق توده به ازاء تعداد داده‌های مختلف به دست آمده که نمودار تغییرات عمق برآورد شده در مقابل تعداد نقاط مورد استفاده در شکل ۱-و آمده است. میانگین عمق برآورد شده حدود ۰/۷ ± ۴/۹ کیلومتر است. همچنین با استفاده از رابطه (۱۷) هندسه مدل براورد شده که نمودار تغییرات آن در مقابل

تعداد نقاط مورد استفاده در شکل ۱–ز آمده است. میانگین پارامتر η برآورد شده حدود ۰/۲ ± ۱/۸۳ می‌باشد. همانطور که در شکل ۱–و مشاهده می‌شود با افزایش تعداد نقاط مورد استفاده دقت تخمین عمق افزایش می‌یابد به طوری که هنگامی که تعداد نقاط مورد استفاده ۲۳ و ۲۵ است مقدار عمق دقیقاً برابر با عمق واقعی توده (۵ متر) برآورد می‌شود. اما اختلاف عمق برآورد شده با عمق واقعی توده، به ازاء تعداد نقاط ۲۰ و ۲۱ در مقایسه با حالتی که تعداد نقاط کمتر از ۲۰ است افزایش می‌یابد. دلیل این امر را می‌توان استفاده از مشتق قائم سیگنال تحلیلی دانست. چون فیلتر مشتق قائم از نوع فیلتر بالاگذر است و محاسبه آن در حوزه فوریه صورت می‌پذیرد، باعث القاء نویز به داده‌ها می‌شود. در محاسبه مشتق قائم در حوزه فوریه ابتدا تبدیل فوریه داده‌ها محاسبه و سپس در عبارت عملگر فیلتر (Filter operation) ضرب می‌شوند. در نهایت عکس تبدیل فوریه بر روی نتیجه مرحله قبل اعمال می‌شود که خروجی آن مشتق قائم داده‌ها است. به عنوان مثال در شکل ۱ – د و ۱ – هـ در نقطه با مختصات X=85000 آشفتگی در منحنی مربوطه ایجاد شده است که به وجود توده بستگی ندارد. در نتیجه این کاهش دقت نسبی تخمین عمق وقتی تعداد داده‌های مورد استفاده ۲۰ است، می‌تواند وجود همین آشفتگی در نمودار باشد.

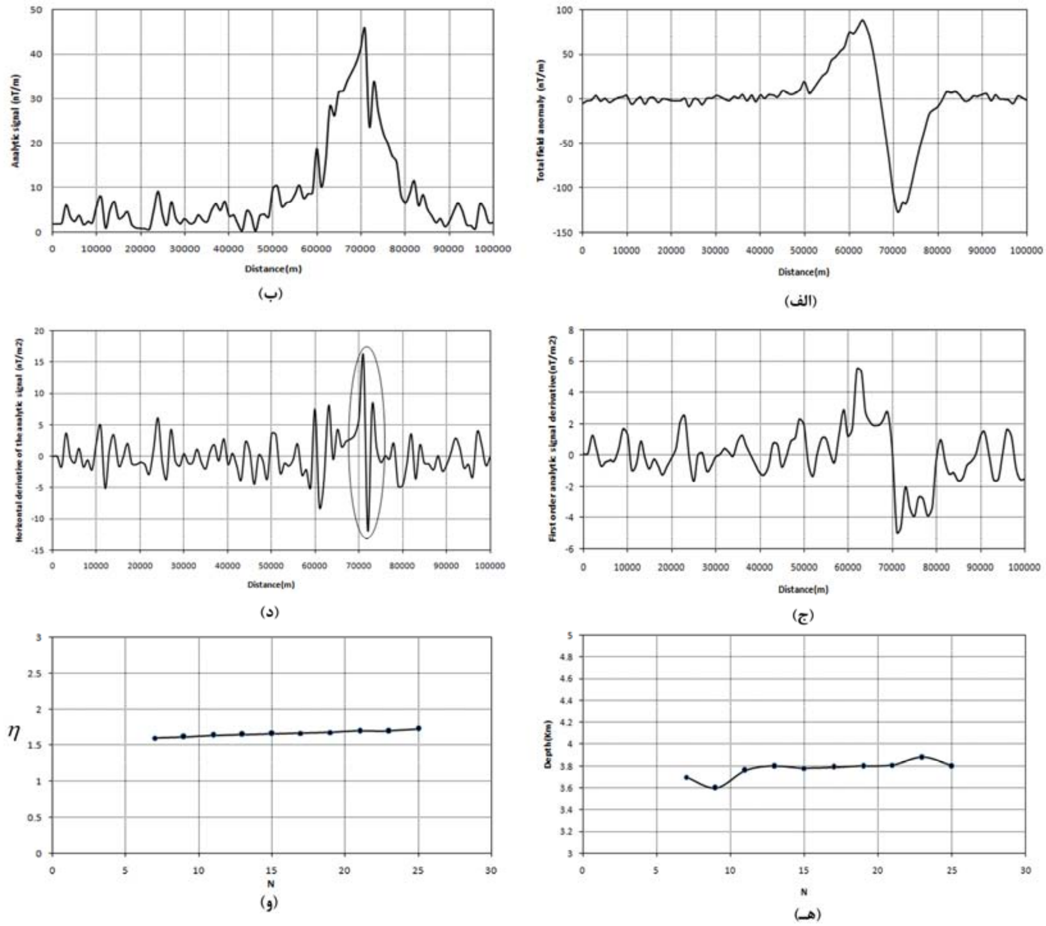
در مثال دوم همان مدل استوانه افقی مثال اول را در نظر می‌گیریم که این بار داده‌های مغناطیسی مربوط به آن توسط نویز تصادفی با انحراف استاندارد ۲۰ نانوتسلا (معادل ۲۰ درصد میدان مغناطیس کل) آغشته شده است. پارامترهای دیگر مدل عیناً مشابه مثال اول انتخاب شده است. شکل ۲ – الف منحنی پاسخ مغناطیسی مدل را نشان می‌دهد که اثر نویز در آن مشهود است. شکل ۲ – ب منحنی سیگنال تحلیلی داده‌های قسمت الف را نشان می‌دهد. شکل‌های ۲ – ج و د به ترتیب منحنی مربوط به مشتق قائم و افقی سیگنال تحلیلی است. همانطور که مشاهده می‌شود به خاطر وجود نویزهای فرکانس بالا تعیین نقطه ماکزیمم سیگنال تحلیلی و مشتقات آن دشوار است. نمودارهای تخمین عمق و هندسه مدل مربوط به مثال دوم در شکل‌های ۲ – ه و ۲ – و آمده است. مقادیر برآورد شده به ازاء تعداد مختلف داده‌های مغناطیسی مربوط به مدل تولید شده‌اند. میانگین عمق برآورد شده و هندسه مدل (پارامتر η) به ترتیب ۰/۹ ± ۳/۸ کیلومتر و ۰/۲ ± ۱/۷ است که اختلاف با مقادیر واقعی این دو پارامتر به دلیل وجود نویز می‌باشد. با وجود اختلاف باز هم می‌توان گفت که روش مذکور در تخمین عمق و هندسه مدل موفق بوده چرا که منحنی سیگنال تحلیلی از داده‌های مغناطیسی نویزی و بالطبع مشتقات سیگنال تحلیلی نیز از منحنی سیگنال تحلیلی آغشته به نویز تولید شده است که خود اثر نویزها را شدت می‌بخشد.

در مثال سوم مدل مصنوعی شامل یک توده استوانه و سه توده دایک است که در اعماق مختلف قرار گرفته‌اند (شکل ۳ –الف). جدول ۲ پارامترهای فیزیکی مربوط به توده‌ها را نشان می‌دهد. شکل ۳– ب منحنی پاسخ مغناطیسی توده‌ها را نشان می‌دهد. زاویه میل و انحراف بردار مغناطیس اطراف به ترتیب ۴۵ و ۱۴ درجه و شدت آن ۵۶۰۰۰ نانوتسلا منظور شده است. شکل ۳ –ج منحنی سیگنال تحلیلی داده‌های مغناطیسی قسمت ب را نشان می‌دهد. در این شکل ماکزیمم مقدار سیگنال تحلیلی موقعیت توده‌ها را مشخص می‌کند. شکل‌های ۳–د و ۳–ه به ترتیب نمودارهای مشتق قائم مرتبه اول و مشتق افقی سیگنال تحلیلی قسمت ج را نشان می‌دهد. تخمین عمق و هندسه مدل به ازاء پنجره محاسبات ۱/۵ کیلومتر انجام گردیده است که مقادیر برآورد شده به همراه درصد خطا مربوط به هر مدل در جدول ۳ آمده است.

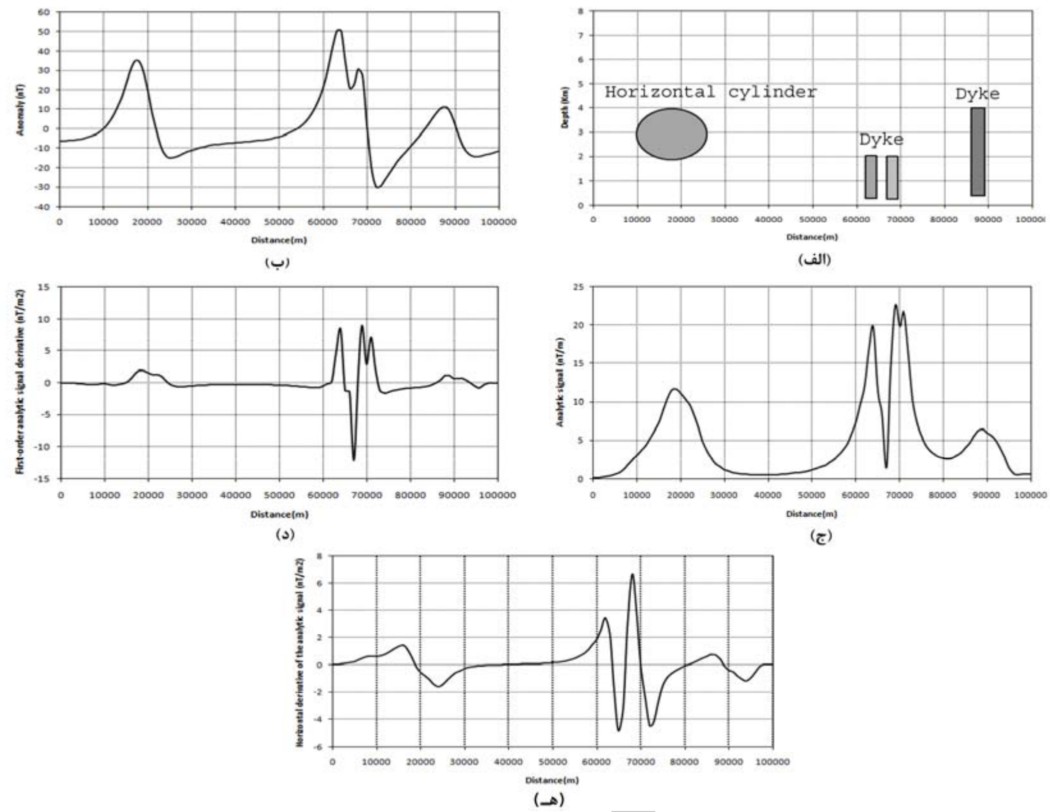
یکی از مدل‌های مصنوعی سه‌بعدی که نویسندگان مختلفی برای اثبات کارایی روش تفسیری خود (به‌ویژه

جدول ۲. پارامترهای فیزیکی مورد استفاده در طراحی مدل مصنوعی مثال ۳.

توده	موقعیت افقی (متر)	عمق (متر)	ضخامت (متر)	شعاع(متر)	شدت مغناطیس شدگی (A/m)
دایک A	۸۸۰۰۰	۴۰۰۰	۱۵۰۰	–	۱
دایک B	۶۸۰۰۰	۲۰۰۰	۱۰۰۰	–	۲
دایک C	۶۴۰۰۰	۲۰۰۰	۱۰۰۰	–	۳
استوانه افقی	۱۸۰۰۰	۴۰۰۰	–	۷۰۰۰	۲



شکل۲. کاربرد روش بر روی داده‌های مغناطیس مصنوعی استوانه افقی. الف) مقطع دوبعدی استوانه در عمق ۵ کیلومتری از سطح زمین. مشابه مثال قبل این استوانه نیز دارای مغناطیس القایی با شدت ۴ آمپر بر متر و زاوای میل و انحراف ۶۰ و ۰ درجه و مغناطیس باقیمانده با شدت ۱ آمپر بر متر و امتداد ۳۰– و ۲۰ درجه می‌باشد. شدت میدان مغناطیس اطراف توده ۶۰۰۰۰ نانوتسلا منظور شده است. فقط نویز با توزیع تصادفی باانحراف اساندارد ۲ نانوتسلا به داده‌های مغناطیسی مدل اضافه شده است. ب) منحنی پاسخ مغناطیسی مدل. ج) منحنی سیگنال تحلیلی داده‌های مغناطیسی قسمت ب. د) منحنی مشتق قائم مرتبه اول سیگنال تحلیلی قسمت ج. هـ) منحنی مشتق افقی سیگنال تحلیلی. و) منحنی تغییرات عمق برآورد شده در مقابل تعداد داده‌های مورد نیاز. ز) نمودار تغییرات پارامتر η (هندسه مدل) در مقابل نقاط مورد استفاده در محاسبات.



شکل۳. کاربرد روش بر روی داده‌های مغناطیس مدل مصنوعی شامل سه توده دایک و یک توده استوانه افقی. الف) مقطع دوبعدی توده‌ها در اعماق مختلف. پارامترهای فیزیکی توده‌ها در جدول ۲ آمده است. شدت میدان مغناطیس اطراف توده ۵۶۰۰۰ نانوتسلا و زاویه میل و انحراف آن ۴۵ و۱۴ درجه منظور شده است. ب) منحنی پاسخ مغناطیسی مدل مصنوعی. ج) منحنی سیگنال تحلیلی داده‌های مغناطیسی قسمت ب. د) منحنی مشتق قائم مرتبه اول سیگنال تحلیلی قسمت ج. هـ) منحنی مشتق افقی سیگنال تحلیلی.

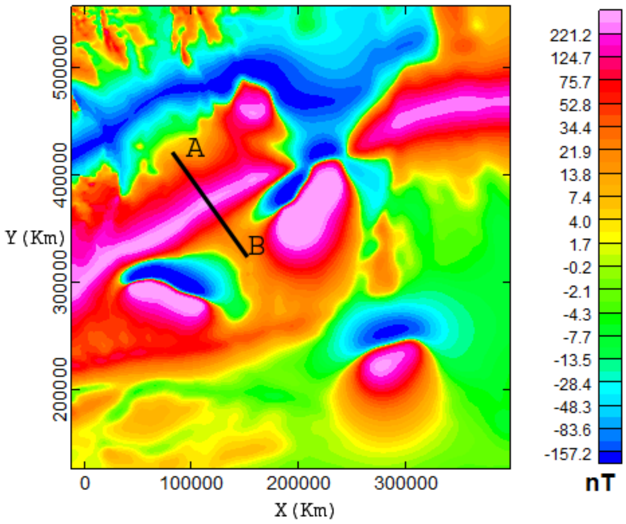
جدول ۳. نتایج حاصل از تخمین عمق و هندسه مدل با استفاده از روش ارائه شده مربوط به مثال ۳.

هندسه توده	مقادیر برآورد شده			مدل برآورد شده	خطای برآورد عمق (درصد)
	موقعیت افقی(کیلومتر)	عمق (کیلومتر)	پارامتر η		
دایک A	۸۷/۸۷	۳/۶	۰/۶۷	دایک	۱۰
دایک B	۶۷/۵۶	۱/۶	۰/۵۶	دایک	۱۰
دایک C	۶۳/۲	۱/۲	۰/۴۵	کنتاکت	۲۰
استوانه افقی	۱۷/۹۸	۳/۶۷	۱/۷۸	استوانه	۸/۲۵

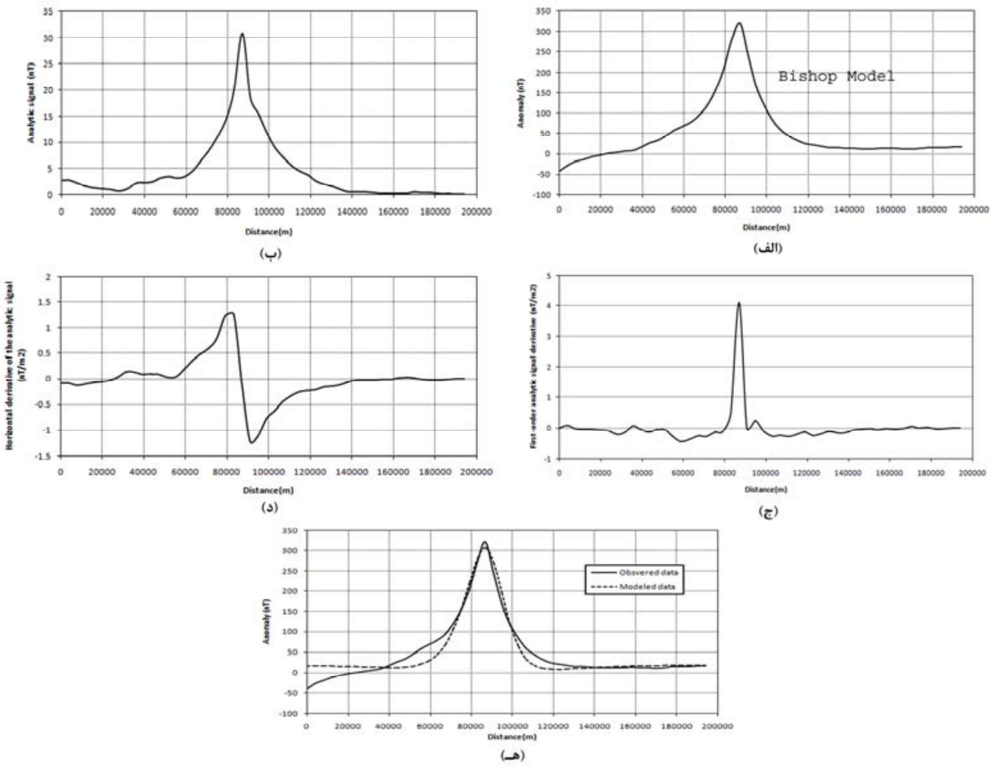
روش تخمین عمق) از آن استفاده می‌کنند مدل بی شاپ (Bishop Model) است (ولیامز و همکاران، ۲۰۰۲ و ۲۰۰۵؛ فرهد و همکاران، ۲۰۰۴؛ رييد و همکاران، ۲۰۰۵). این مدل در واقع مدل سه‌بعدی پی سنگ است و هدف از تهیه آن ارائه داده‌هایی است که پیچیدگی داده‌های مغناطیسی و ساختارهای مغناطیسی را در خود داشته باشد و در ضمن مقادیر عمق برآورد شده را بتوان با عمق واقعی مدل مقایسه نمود. داده‌های مغناطیسی از دو سری داده ورودی تشکیل شده است. یک سری داده مربوط به توپوگرافی که سطح محاط بین مقطع رسوبی (غیرمغناطیس) و پی سنگ مغناطیسی را تشکیل می‌دهد و یک سری داده مغناطیسی که پی سنگ را به دو قسمت نفوذی‌ها و عوارض مغناطیسی (مانند گسل) تقسیم می‌کند. داده‌های توپوگرافی از روی مدل ارتفاعی دیجیتال مربوط به شمال منطقه ولکانیکی بی شاپ کالیفرنیا با وسعت ۱۰/۵×۱۰/۵ کیلومتر مربع تهیه گردیده است. سپس داده‌های توپوگرافی مجدداً تا ابعاد ۳۱۵×۳۱۵ کیلومتر مقیاس‌بندی شده‌اند. در مرحله بعد سطح مبنای توپوگرافی تغییر داده شد به طوری که مرتفع‌ترین نقطه دارای عمق کمتر از ۱۰۰ متر زیر سطح مبنا و عمیق‌ترین نقطه دارای عمق ۱۰ کیلومتر باشد. این سطح توپوگرافی به عنوان سطح بالای پی سنگ در نظر گرفته شد. فرض می‌شود که پی سنگ تا عمق ۲۰ کیلومتری ادامه دارد و رسوبات غیر مغناطیسی بر روی آن قرار گرفته است. شکل ۴ نقشه پاسخ مغناطیسی مدل را نشان می‌دهد. به منظور بررسی کارایی روش پیش گفته شده مقطعی از گسل غربی منطقه تهیه و سپس مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت (شکل ۵). شکل ۵- الف مقطع مغناطیسی مورد نظر را نشان می‌دهد. در شکل‌های ۵ – ب، ج، د به ترتیب نقشه سیگنال تحلیلی، مشتق قائم سیگنال تحلیلی و مشتق افقی آن آمده است. تخمین عمق و هندسه مدل برای این مقطع از مدل بی شاپ با استفاده از روش پیش گفته شده به ترتیب ۹/۵ کیلومتر و ۰/۰۴ به دست آمد. به منظور بررسی صحت نتایج به دست آمده مقطع مغناطیسی مذکور با استفاده از مدل کنتاکت به عمق ۹/۵ کیلومتر مدلسازی شد که نتیجه آن در شکل ۵ – ه آمده است. همانطور که مشاهده می‌شود آنومالی مغناطیسی مدل بی شاپ با آنومالی تئوری کنتاکت برازش دارد.

۶ کاربرد بر روی داده‌های مغناطیسی واقعی

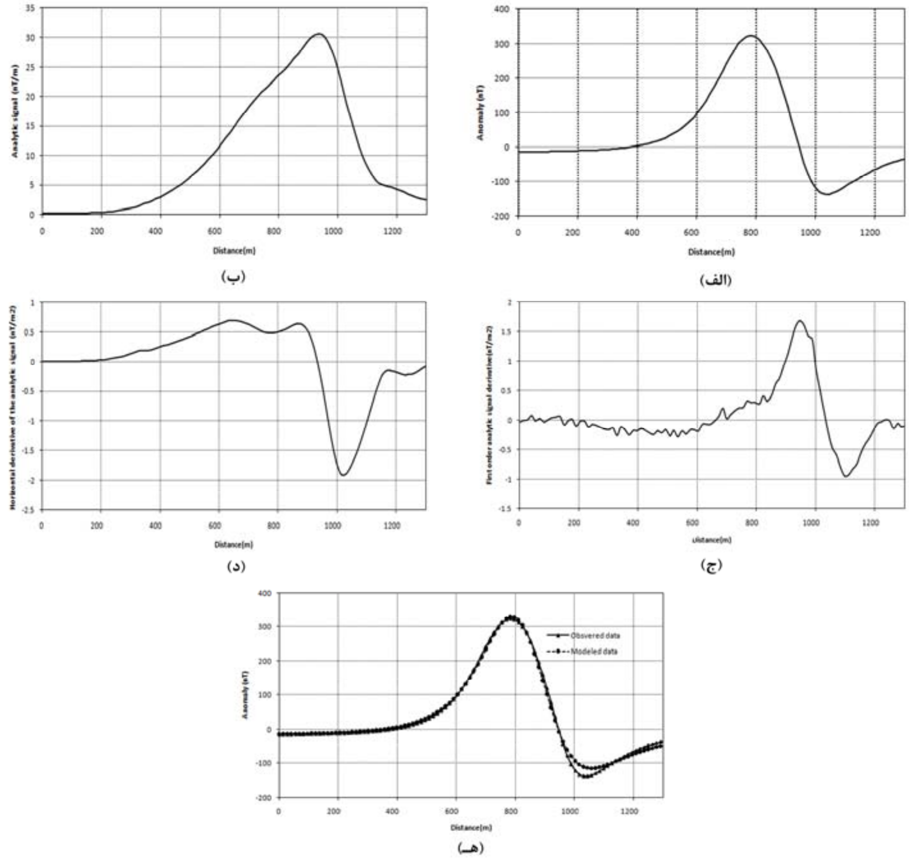
شکل ۶ –الف یک پروفیل مغناطیس‌سنجی برداشت شده در محدوده‌ای در معدن سنگ آهن جلال آباد زرند را نشان می‌دهد. معدن سنگ آهن جلال آباد زرند یکی از واحدهای تابعه شرکت تهیه و تولید مواد معدنی ایران و از ذخایر بزرگ سنگ آهن ایران می‌باشد که در استان کرمان و در فاصله ۳۵ کیلومتری شمال غرب شهرستان زرند واقع شده است. ذخیره این معدن حدود ۲۰۰ میلیون تن با عیار متوسط آهن ۴۴/۹۵ درصد، فسفر ۰/۰۸ درصدو گوگرد ۱۸/۱ درصد برآورد شده است. در محدوده مورد بررسی در این پژوهش در چندین نقطه حفاری مغزه‌گیری انجام شده که عمق توده آهن را بین ۸۰ تا ۱۰۰ متر تعیین کرده است. همچنین از حفاری‌ها مشخص شده که توده مولد آنومالی به شکل دایکی است که در جهت شمال – جنوب امتداد دارد و فاصله آن از ابتدای پروفیل (نقطه صفر) ۹۰۰ متر است. شکل ۶ – ب منحنی سیگنال تحلیلی داده‌های مغناطیس‌سنجی قسمت الف را نشان می‌دهد. در این شکل ماکزیمم مقدار تابع سیگنال تحلیلی موقعیت افقی توده را نشان می‌دهد. شکل‌های ۶ – ج و ۶- د به ترتیب منحنی مشتق قائم و افقی سیگنال تحلیلی را نشان می‌دهند. به دلیل ماهیت بالاگذر مشتق قائم در شکل ۶ – د برجستگی نویز مشهود است. با استفاده از سه کمیت محاسبه شده و روابط ارائه شده در مقاله موقعیت افقی و عمق تا بالای توده معدنی در این پروفیل به ترتیب ۰/۲ ± ۹۰۲/۲ متر و ۰/۳ ± ۶۷ متر تعیین شد. همچنین



شکل ۴. نقشه هم مقدار مغناطیسی مدل سه‌بعدی بی شاپ. داده‌های مغناطیسی به ازاء میدان مغناطیسی ۶۰۰۰۰ نانوتسلا و زاویه و میل و انحراف به ترتیب برابر با ۳۰ و ۰ درجه تولید شده اند. امتداد AB مربوط به مقطع شکل۵ می‌باشد که از گسل غربی مدل بی شاپ تهیه شده است.



شکل۵. کاربرد روش بر روی مقطع مغناطیس مدل مصنوعی سه‌بعدی بی شاپ شکل ۴. الف) منحنی مقطع مغناطیسی. موقعیت مقطع در شکل ۴ نشان داده شده است. ب) منحنی سیگنال تحلیلی داده‌های مغناطیسی قسمت الف. ج) منحنی مشتق قائم مرتبه اول سیگنال تحلیلی قسمت ب. دـ) منحنی مشتق افقی سیگنال تحلیلی. ه) نتیجه مدلسازی مقطع مغناطیسی قسمت الف با استفاده از نتایج حاصل از روش تفسیری ارائه شده در مقاله.



شکل۶. کاربرد روش بر روی داده‌های مغناطیس‌سنجی محدوده‌ای در معدن سنگ آهن جلال‌آباد زرند. الف) پروفیل مغناطیس سنجی. ب) منحنی سیگنال تحلیلی داده‌های قسمت الف. ج) منحنی مشتق قائم مرتبه اول سیگنال تحلیلی قسمت ب. د) منحنی مشتق افقی مرتبه اول سیگنال تحلیلی قسمت ج. هـ) نتیجه مدلسازی پروفیل مغناطیس‌سنجی با استفاده از نتایج روش تفسیری ارائه شده در مقاله.

مقدار شاخص ساختاری برآورد شده در مورد این پروفیل ۰/۳ ± ۱/۲۳۴ است که بیانگر توده دایکی شکل می‌باشد. با استفاده از پارامترهای حاصل از روش مذکور به عنوان نقطه شروع، اقدام به مدلسازی پروفیل مغناطیس سنجی شد که نتیجه آن در شکل ۶ – هـ آمده است.

۷ نتیجه‌گیری

در این مقاله روشی خودکار برای تفسیر داده‌های مغناطیس سنجی از روی مشتقات سیگنال تحلیلی ارائه شده است. این روش معادله کلی را فراهم می‌کند که از روی آن می‌توان موقعیت افقی (مرز) و عمق توده‌های مغناطیسی دوبعدی را بدون نیاز به اطلاع از هندسه توده برآورد کرد. در مرحله بعد با داشتن پارامترهای موقعیتی توده می‌توان اطلاعاتی راجع به ماهیت و هندسه توده نیز بدست آورد. روش مذکور تنها از مشتق مرتبه اول و دوم استفاده می‌کند، در نتیجه بر روی داده‌های مغناطیس صحرایی با دقت نه چندان زیاد (در حد قابل قبول) و بدون نیاز به استفاده از فیلتر کردن و هموارسازی قابل کاربرد است. این روش به طور موفقیت‌آمیز بر روی داده‌های مغناطیسی مصنوعی مدل‌های دوبعدی در شرایط مختلف بدون نویز و آغشته به نویز و همچنین مدل بی شاپ به‌کار برده شده است. نتایج کاربرد این روش بر روی داده‌های

مغناطیسی واقعی معدن جلال آباد زرند با نتایج حفاری موجود مطابقت دارد.

تشکر و قدردانی

بدین وسیله از حوزه معاونت پژوهشی دانشگاه صنعتی شاهرود به خاطر فراهم کردن امکانات این تحقیق تشکر و قدردانی می‌شود.

منابع

Atchuta Rao, D., Ram Babu, H. V. and Sanker Narayan, P., V. 1981, Interpretation of magnetic anomalies due to dikes: The complex gradient method: Geophysics, **46,** 1572–1578.

Bastani, M. and Pedersen, L.B. 2001, Automatic interpretation of magnetic dike parameters using the analytic signal technique: Geophysics, **66,** 551–561.

Blakely R. J., 1995, Potential Theory in Gravity and Magnetic Applications: Cambridge University Press.

Debeglia, N. and Corpel, J. 1997, Automatic 3-D interpretation of potential field data using analytic signal derivatives: Geophysics, **62,** 87–96.

Fairhead, J. D., Williams, S. E., and Flanagan, G., 2004, Testing magnetic local wavenumber depth estimation methods using a complex 3D test model: 74th SEG Meeting, Denver, Expanded Abstracts, 742–745.

Hsu, S. K., Coppens, D. and Shyu, C. T., 1998, Depth to magnetic source using the generalized analytic signal: Geophysics, **63,** 1947–1957.

Hsu, S. K., Sibuet, J. C. and Shyu, C.T., 1996, High-resolution detection of geologic boundaries from potential anomalies: An enhanced analytic signal technique: Geophysics**, 61,** 373–386.

MacLeod, I. N., Jones, K. and Dai, T. F., 1993, 3-D analytic signal in the interpretation of total magnetic field data at low magnetic latitudes: Exploration Geophysics**, 24,** 679–688.

Nabighian, M. N. 1972, The analytic signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross-section: its properties and use for automated anomaly interpretation: Geophysics**, 37,** 507–517.

Roest, W. R., Verhoef, J. and Pilkington, M., 1992, Magnetic interpretation using 3-D analytic signal: Geophysics, **57,** 116–125.

Reid, A. B., Fitzgerald, D., and Flanagan, G., 2005, Hybrid Euler magnetic basement depth estimation: Bishop 3D tests: 75th SEG Meeting, Houston, Expanded Abstracts, 671–673.

Salem, A. and Ravat, D., 2003, A combined analytic signal and Euler method (AN-EUL) for automatic interpretation of magnetic data: Geophysics, **68,** 1952–1961.

Salem, A., Ravat, D., Mushayandebvu, M. F. and Ushijima, K., 2004, Linearized least-squares method for interpretation of potential-field data from sources of simple geometry: Geophysics, **69,** 783–788.

Thompson, D. T., 1982, 'EULDPH'– a new technique for making computer-assisted depth estimates from magnetic data: Geophysics, **47,** 31–37.

Thurston, J. B. and Smith, R. S., 1997, Automatic conversions of magnetic data to depth, dip, susceptibility contrast using the SPI(tm) method: Geophysics, **62,** 807–813.

Thurston, J. B., Smith, R. S. and Guillon, J., 2002, A multimodel method for depth estimation from magnetic data: Geophysics**, 67,** 555–561.

Williams, S. E., J. D. Fairhead, and Flanagan, G., 2002, Realistic models of basement topography for depth to magnetic basement testing: 72th SEG Meeting, Utah, Expanded Abstracts, 814–817.

Williams, S. E., J. D. Fairhead, and Flanagan, G., 2005, Comparison of grid Euler deconvolution with and without 2D constraints using a realistic 3D magnetic basement model: Geophysics, **70**, L13–L21.