

## سیگنال تحلیلی و مشتق‌های میدان پتانسیل از مرتبه کسری (کاربرد در تفسیر و پردازش)

جمال‌الدین بنی‌عامریان<sup>۱</sup>، بهروز اسکویی<sup>۱\*</sup> و پریسا ایمانی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ایران  
<sup>۲</sup> دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۰/۳/۲۵، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۱/۳/۳۰)

### چکیده

مشتق‌های افقی و قائم میدان معمولاً در تعیین لبه‌ها و مرزهای توده‌های گرانی و مغناطیسی و همچنین در حکم ابزاری مهم در روش‌های تفسیر و پردازش داده‌های گرانی و مغناطیسی مورد استفاده قرار می‌گیرند. به‌طور کلی مشتق‌های میدان پتانسیل به دو گروه مشتق‌های افقی و قائم تقسیم می‌شوند. مشتق‌های میدان را می‌توان به دو روش اندازه‌گیری مستقیم (هنگام برداشت داده‌ها) و محاسبه با استفاده از روش‌های ریاضی به‌دست آورد. مشتق‌های میدان فیلترهای بالاگذر (High pass filter) هستند و موجب تقویت دامنه نوفه‌ها (noise) و بی‌هنجاری‌های سطحی می‌شوند و با افزایش مرتبه مشتق‌گیری دامنه این طول موج‌های کوتاه با شدت بیشتری تقویت می‌شوند، بنابراین مشتق‌های مرتبه بالا کاربرد چندانی ندارند. با این حال به‌جای مشتق‌های مرتبه بالا می‌توان از مشتق‌های مرتبه کسری (fractional order derivative) میدان استفاده کرد. از مشتق‌های افقی مرتبه کسری میدان می‌توان به جای انتقال به قطب (Reduction to the pole) داده‌ها در عرض‌های پایین استفاده کرد، در این صورت مشکل ناپایداری داده‌ها در انتقال به قطب در عرض‌های پایین، برطرف می‌شود. در این مقاله روش‌های محاسبه مشتق‌های میدان، چگونگی تغییرات آنها با تغییر مرتبه مشتق‌گیری، استفاده از مشتق‌های کسری در روش سیگنال تحلیلی و به‌کارگیری مشتق‌های افقی مرتبه کسری به‌جای انتقال به قطب داده‌ها بررسی می‌شود. برای ارزیابی اثرات مشتق‌های مرتبه متفاوت، این روش روی داده‌های مصنوعی ناشی از مدل‌های مصنوعی گوناگون اعمال می‌شود. به‌این‌منظور ابتدا با استفاده از مدل‌سازی به روش پیشرو، برای مدل‌های مغناطیسی ساده از قبیل دایک نازک و استوانه افقی داده‌های مصنوعی تولید می‌شود. در مرحله بعد برای برآورد واقعی‌تر داده‌های واقعی، به داده‌های مصنوعی تولید شده نوفه اضافه می‌شود. در نهایت این روش روی داده‌های مغناطیسی هواپردی برداشت شده در منطقه‌ای واقع در کشور سوئد مورد استفاده قرار می‌گیرد. با توجه به تحقیقات زمین‌شناسی صورت گرفته، در این منطقه یک توده گرانی با چند شکستگی وجود دارد، که در داخل این شکستگی‌ها رگه‌هایی از دیاباز نفوذ کرده است. نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهد که مشتق‌های مرتبه کسری و همچنین مشتق‌های مرتبه منفی میدان را می‌توان در حکم ابزاری کمکی در تفسیر و پردازش داده‌ها مورد استفاده قرار داد. همه مراحل محاسباتی با استفاده از برنامه‌های رایانه‌ای که با استفاده از نرم‌افزار مت‌لب از سوی نگارندگان نوشته شده است، صورت می‌گیرد.

واژه‌های کلیدی: مشتق مرتبه کسری، مشتق قائم، مشتق افقی، سیگنال تحلیلی، واهمامیخت اویلر، میدان پتانسیل

## The analytic signal and derivatives of the fractional orders for potential fields (applications in processing and interpretation)

Jamaledin Baniamerian<sup>1</sup>, Behrooz Oskooi<sup>1\*</sup> and Parisa Imani<sup>2</sup>

\*Corresponding author:

boskooi@ut.ac.ir

\*نگارنده رابط:

<sup>1</sup> Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran<sup>2</sup> Razi University, Kermanshah, Iran

(Received: 15 June 2011, accepted: 13 June 2012)

## Summary

Horizontal and vertical gradients of the potential fields are used routinely to enhance the edge of the magnetic and gravity sources; furthermore, they are used as useful tools in interpreting and processing of magnetic and gravity data. In general, the derivatives of the potential fields are divided into horizontal and vertical derivatives, and they have always been significant tools in interpreting and processing of potential data. The derivatives can be determined in two procedures, direct measuring when the data are recorded, and calculation using mathematical and numerical methods. Many interpreting methods, that estimate the depth, location and the shape of a potential source, are based on using the gradients of potential fields. For example, both analytic signals and Euler Deconvolution methods, that have been widely applied, basically use the potential field derivatives. In these methods, different kinds of first order derivatives or derivatives of other positive integer orders are commonly used. In the basic equations of these methods, it is possible to use the derivatives of fractional orders in place of derivatives of other positive integer orders. Derivatives are high pass filters. They intrinsically amplify any noise and shallow anomalies present in the data. Therefore, using high order derivatives would be less common. Instead of using high order derivatives, one should use fractional order derivatives of the field. Besides, negative order derivatives are applicable in these kinds of methods and equations, and they can be considered as an interesting property of negative order derivation that acts as a low pass filter. In addition, horizontal fractional derivatives can be used instead of reduction to the pole at low latitudes to eliminate the instability of the reduced data. In this paper, the methods of the field gradient calculation, their alternation, and the application of the fractional order derivatives in analytic signals and reduction to the pole were inquired. To study the effects of the derivatives of different orders, the method was applied to synthetic data generated by various magnetic models such as a thin dike, and a horizontal cylinder. In the next stage, to simulate the real cases, the data was contaminated by random noise. To produce the synthetic data, the forward modeling was used. Finally, the method was applied to an aeromagnetic data set acquired over an area in Sweden. According to the geological studies in this region, there exists a granite intrusive body with certain fractures in which Diabase veins have penetrated. The results show that the fractional order derivatives as well as negative order ones are useful in data processing, and they can be considered as the principle of some of interpreting methods. All of the processing steps in this paper have been performed by using the code that we have written in Matlab.

**Key words:** Fractional derivatives, vertical derivatives, horizontal derivatives, analytic signal, Euler deconvolution, potential fields

## ۱ مقدمه

(۱۹۶۳)، هوود و مک لوری (۱۹۶۵)، (۱۹۷۲). از

مهم‌ترین روش‌های تفسیر که به‌طور وسیع مورد استفاده قرار گرفته‌اند می‌توان به دو روش سیگنال تحلیلی و روش واهمامیخت اولر اشاره کرد. برای مثال آتچپوتا و همکاران (۱۹۸۱) با استفاده از مجموعه نقاطی مشخص

به‌طور کلی مشتق‌های میدان به دو دسته مشتق‌های افقی و قائم تقسیم می‌شوند و به‌مثابه یک ابزار مهم در بسیاری از روش‌های تفسیر و پردازش داده‌ها مورد استفاده قرار گرفته‌اند، الکینز (۱۹۵۱)، دینز و آنکلی (۱۹۶۲)، اوژن

به روابط (۱) و (۲) برای محاسبه مشتق‌های افقی در هر نقطه لازم است که اختلاف مقدار میدان را در دو طرف نقطه مورد نظر به دست آورد و مقدار آن را بر فاصله بین این دو نقطه تقسیم کرد. از روش تفاضل متناهی می‌توان برای محاسبه مشتق‌های افقی مرتبه بالا نیز استفاده کرد.

## ۲-۲ استفاده از تبدیل فوریه

مشتق‌های افقی میدان را می‌توان با انتقال داده‌ها از حوزه مکان به حوزه عدد موج با استفاده از زوج انتگرال تبدیل فوریه، محاسبه کرد. مشتق‌های افقی در حوزه عدد موج با روابط زیر به دست می‌آید (بلیکلی، ۱۹۹۵):

$$F\left(\frac{df}{dx}\right) = ik_x F(k_x, k_y), \quad (3)$$

$$F\left(\frac{df}{dy}\right) = ik_y F(k_x, k_y), \quad (4)$$

که  $F$  تبدیل فوریه میدان،  $i = \sqrt{-1}$  و  $k_x, k_y$  عددهای موج در راستای  $y$  و  $x$  هستند. با محاسبه وارون تبدیل فوریه جمله‌های سمت راست معادلات (۳) و (۴)، مشتق‌های افقی در حوزه مکان به دست می‌آید. به‌طور خلاصه محاسبه مشتق‌های افقی میدان در هر جهت شامل سه مرحله است: محاسبه تبدیل فوریه میدان، ضرب تبدیل فوریه میدان در  $ik_x$  یا  $ik_y$ ، محاسبه وارون تبدیل فوریه عبارت به دست آمده در مرحله ۲. اگر تعداد نقاط اندازه‌گیری در راستای  $x$  برابر  $n$  و در راستای  $y$  برابر  $m$  باشد و فاصله بین نقاط متوالی در هر راستا به ترتیب  $\Delta x$  و  $\Delta y$  باشد، عددهای موج به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$k_x = \Delta k_x (0, 1, 2, \dots, n-1), \quad (5)$$

$$k_y = \Delta k_y (0, 1, 2, \dots, m-1), \quad (6)$$

که  $\Delta k_x$  و  $\Delta k_y$  فاصله بین نقاط در فضای فوریه هستند و به شکل زیر تعریف می‌شوند (بنی‌عامریان، ۱۳۸۷):

روی منحنی دامنه سیگنال تحلیلی، روابطی را برای محاسبه عمق تا سطح دایک‌های ضخیم و نازک به دست آورند. هسیو و همکاران (۲۰۰۷، ۱۹۹۶) از مفهوم سیگنال تحلیلی ارتقا یافته برای تعیین عمق ساختارهای زمین‌شناسی مثل دایک و گسل استفاده کردند. بر همین اساس، باستانی و پدرسن (۲۰۰۱) از سیگنال تحلیلی برای محاسبه پارامترهای دایک استفاده کردند. هسیو (۲۰۰۲)، کی‌تینگ و پیلکینگتون (۲۰۰۴)، بین دوو و همکاران (۲۰۰۷)، کوپر (۲۰۰۸) این روش را تعمیم دادند و به شیوه‌های گوناگون از آن استفاده کردند. اما حساب دیفرانسیل کسری امکان محاسبه مشتق‌های مرتبه کسری میدان‌های پتانسیل مغناطیسی و گرانی را فراهم می‌کند. کوپر و کوان (۲۰۰۳) از مشتق‌های مرتبه کسری برای تفسیر و پردازش داده‌های میدان پتانسیل استفاده کردند. در این مقاله ابتدا روش‌های معمول برای محاسبه نظری مشتق‌های میدان بررسی و سپس برخی از کاربردهای و اثرات آنها بیان می‌شود.

## ۲ روش‌های محاسبه مشتق‌های افقی میدان

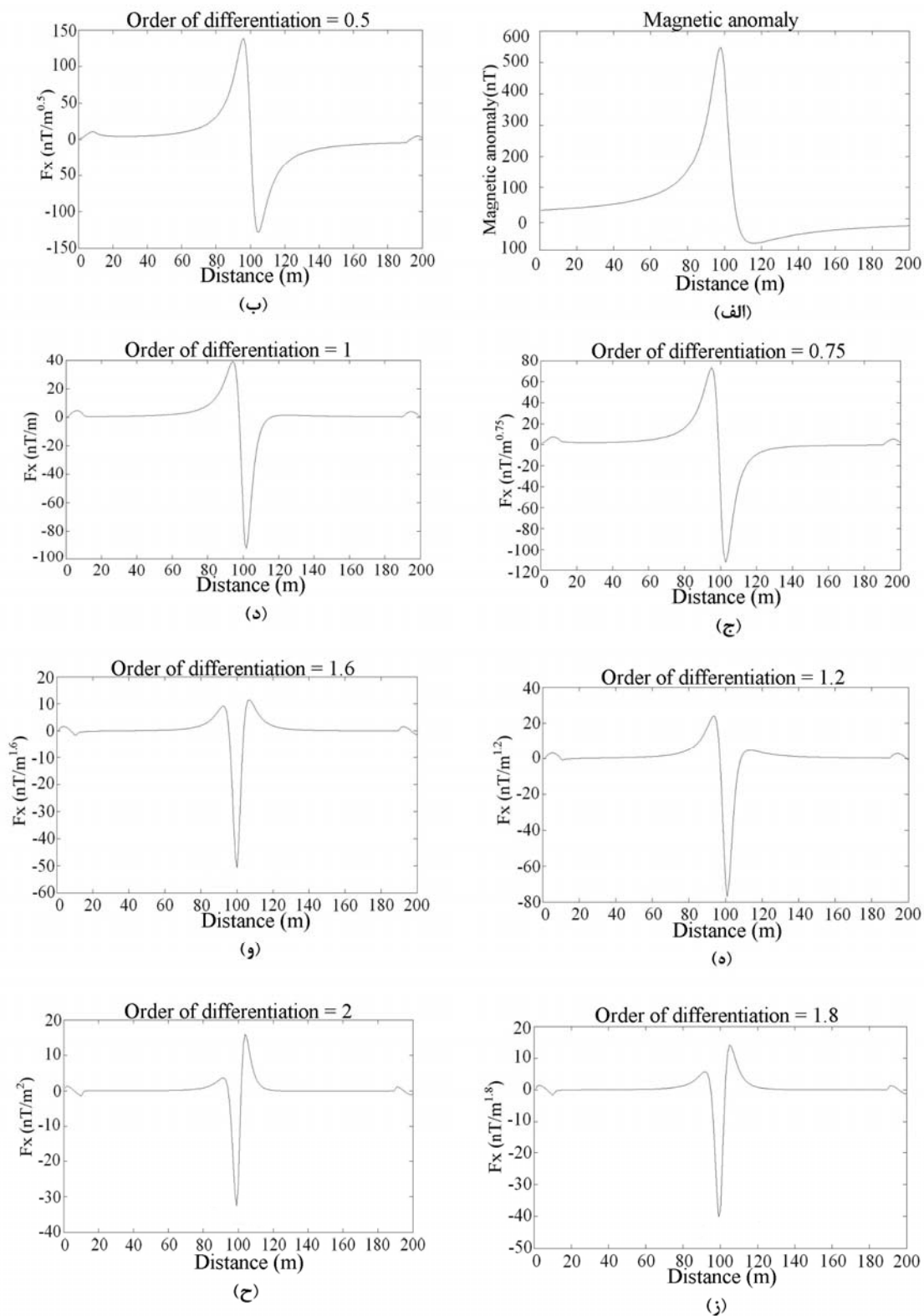
### ۲-۱ روش تفاضل متناهی

اگر  $f_{ij}$  که  $i = 1, 2, 3, \dots, m$  و  $j = 1, 2, 3, \dots, n$  نشان‌دهنده مقادیر ناپوسته میدان پتانسیل  $f(x, y)$  باشد به طوری که فاصله نقاط در جهت  $x$  برابر  $\Delta x$  و در جهت  $y$  برابر  $\Delta y$  باشد، مشتق‌های افقی میدان  $f$  در نقطه  $ij$  به شکل زیر تعریف می‌شود (بلیکلی، ۱۹۹۵):

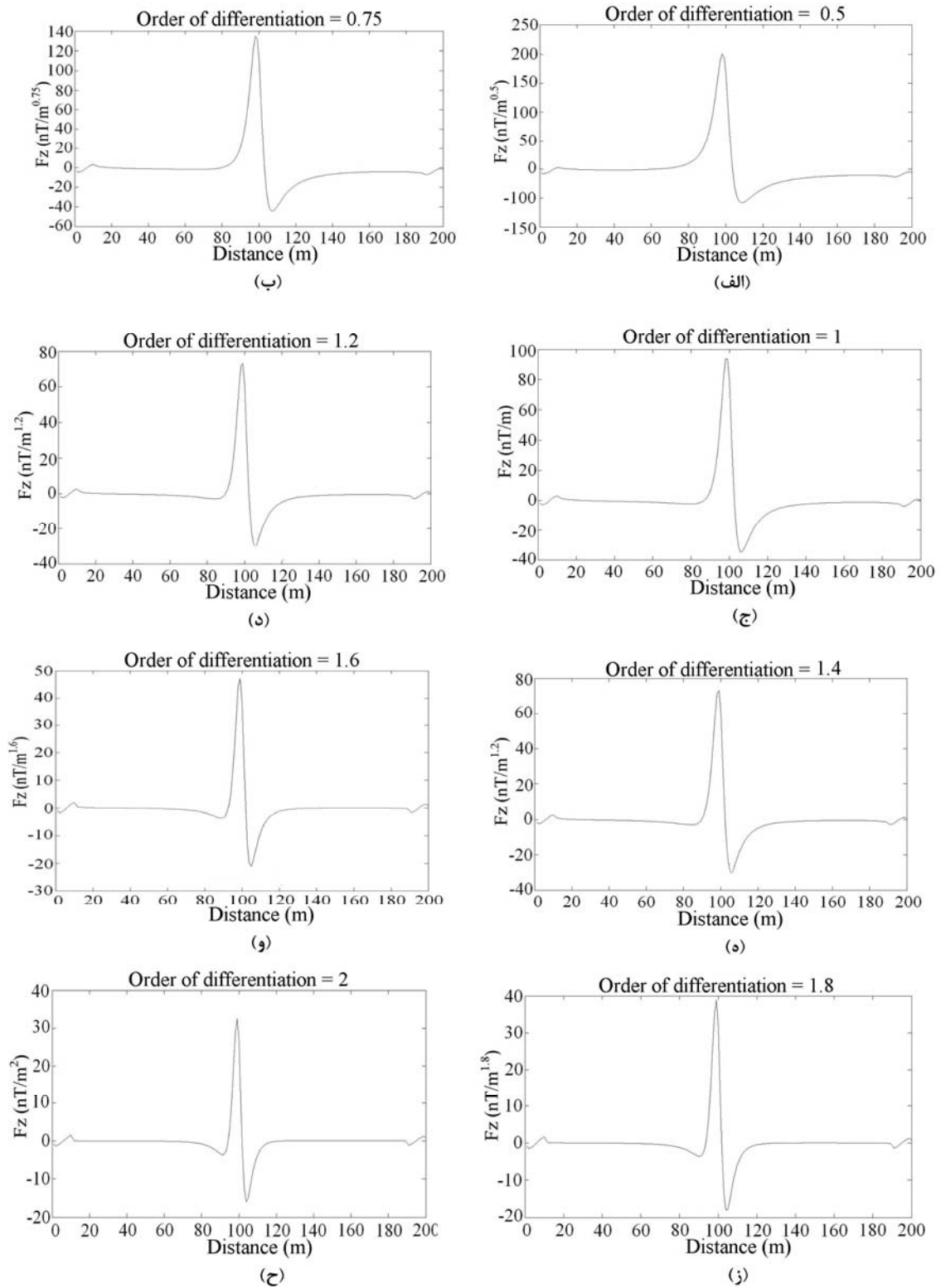
$$\left(\frac{df}{dx}\right)_{ij} \approx \frac{f_{i+1,j} - f_{i-1,j}}{2\Delta x}, \quad (1)$$

$$\left(\frac{df}{dy}\right)_{ij} \approx \frac{f_{i,j+1} - f_{i,j-1}}{2\Delta y}, \quad (2)$$

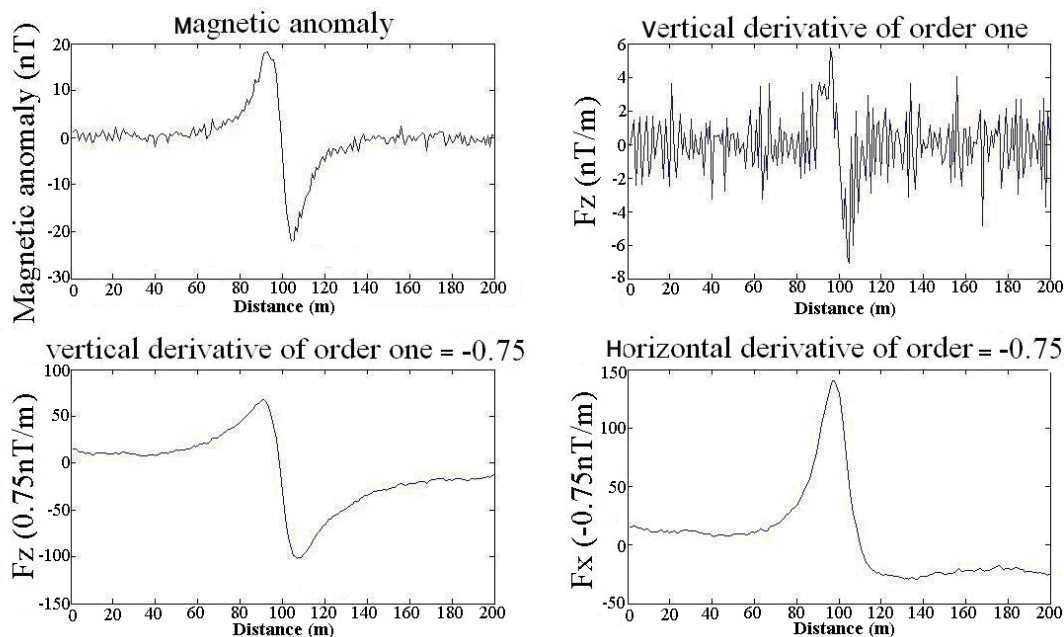
که  $\left(\frac{df}{dx}\right)_{ij}$  و  $\left(\frac{df}{dy}\right)_{ij}$  مشتق‌های افقی میدان در راستای  $x$  و  $y$  در نقطه  $ij$ ،  $f$  میدان اندازه‌گیری شده و  $\Delta x, \Delta y$  فاصله بین نقاط متوالی در راستای  $x$  و  $y$  هستند. با توجه



شکل ۱. بی‌هنجاری مغناطیسی و مشتق‌های افقی آن از مرتبه‌های گوناگون برای مدل دایک نازک. با افزایش مرتبه مشتق‌گیری دامنه و پهنا کاهش می‌یابد. (الف) بی‌هنجاری مغناطیسی. (ب) مرتبه ۰/۵. (ج) مرتبه ۰/۷۵. (د) مرتبه یک. (ه) مرتبه ۱/۲. (و) مرتبه ۱/۶. (ز) مرتبه ۱/۸. (ح) مرتبه دو.



شکل ۲. بی‌هنجاری مغناطیسی و مشتق‌های قائم آن از مرتبه‌های گوناگون برای مدل دایک نازک. (الف) مرتبه ۰/۵. (ب) مرتبه ۰/۷۵. (ج) مرتبه یک. (د) مرتبه ۱/۲. (ه) مرتبه ۱/۴. (و) مرتبه ۱/۶. (ز) مرتبه ۱/۸. (ح) مرتبه ۲.



شکل ۳. بی‌هنجاری مغناطیسی، مشتق قائم مرتبه اول، مشتق قائم مرتبه  $(-0.75)$ ، مشتق افقی مرتبه  $(-0.75)$  برای استوانه افقی

مشتق‌گیری دامنه نمودارها و پهنای آنها کاهش می‌یابد و شکل متقارن‌تر می‌شود.

### ۳ روش‌های محاسبه مشتق قائم میدان

به زبان ساده مشتق قائم میدان عبارت است از میدان اندازه‌گیری شده در راستای قائم در ارتفاع بالاتر، مینهای میدان اندازه‌گیری شده در همان راستا در ارتفاع پایین‌تر، تقسیم بر اختلاف ارتفاع بین دو نقطه. مشتق قائم اثر بی‌هنجاری‌های منطقه‌ای را کاهش می‌دهد و دارای وضوح و درجه تفکیک‌پذیری بیشتری نسبت به میدان اصلی است.

### ۱-۳ روش تفاضل متناهی

همانند بخش ۱-۲ می‌توان از روش تفاضل متناهی در محاسبه مشتق‌های قائم استفاده کرد. برای محاسبه مشتق قائم در یک سطح، ابتدا با استفاده از روش‌های ادامه فراسو و ادامه فروسو، داده‌ها به یک سطح بالاتر ( $h$ ) و

$$\Delta k_y = \frac{2\pi}{m \Delta y}, \quad \Delta k_x = \frac{2\pi}{n \Delta x}, \quad (7)$$

شکل تعمیم‌یافته روابط (۳) و (۴) برای محاسبه مشتق‌های افقی مرتبه  $n$  ام، به صورت زیر است:

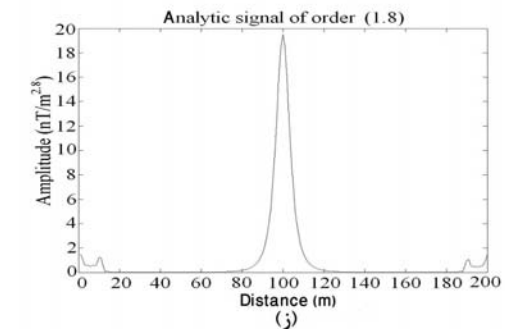
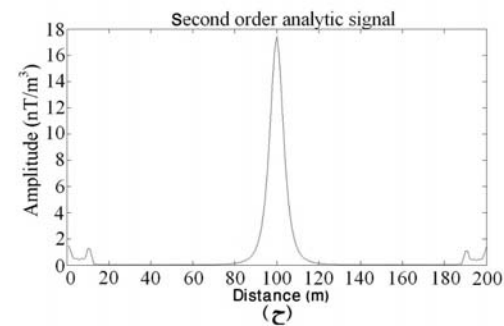
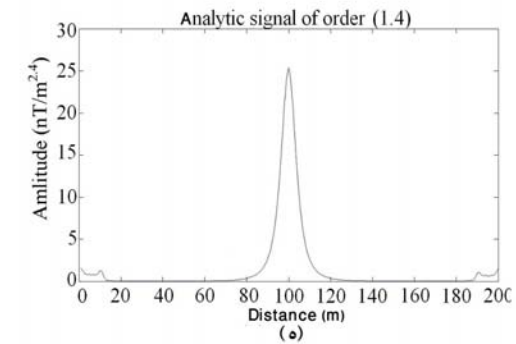
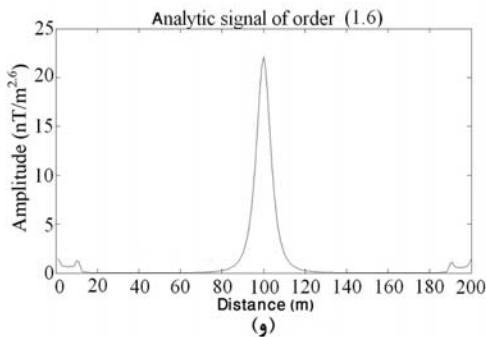
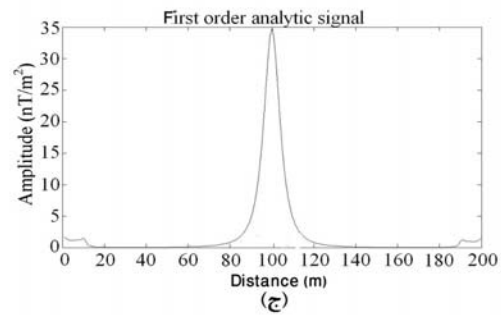
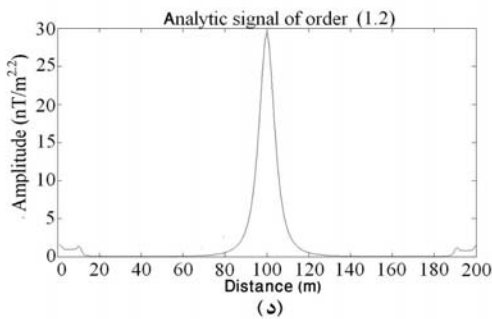
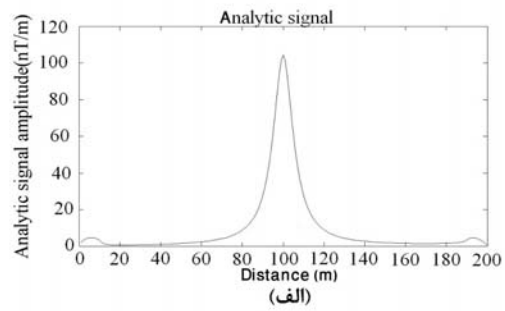
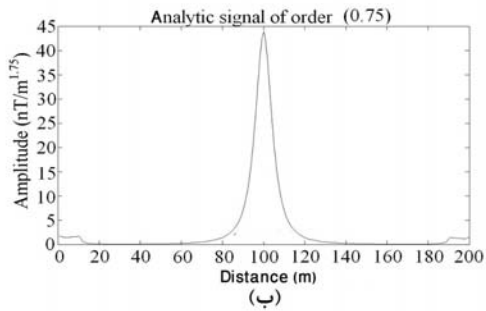
$$F \left( \frac{d^n f}{dx^n} \right) = (ik_x)^n F(k_x, k_y), \quad (8)$$

$$F \left( \frac{d^n f}{dy^n} \right) = (ik_y)^n F(k_x, k_y), \quad (9)$$

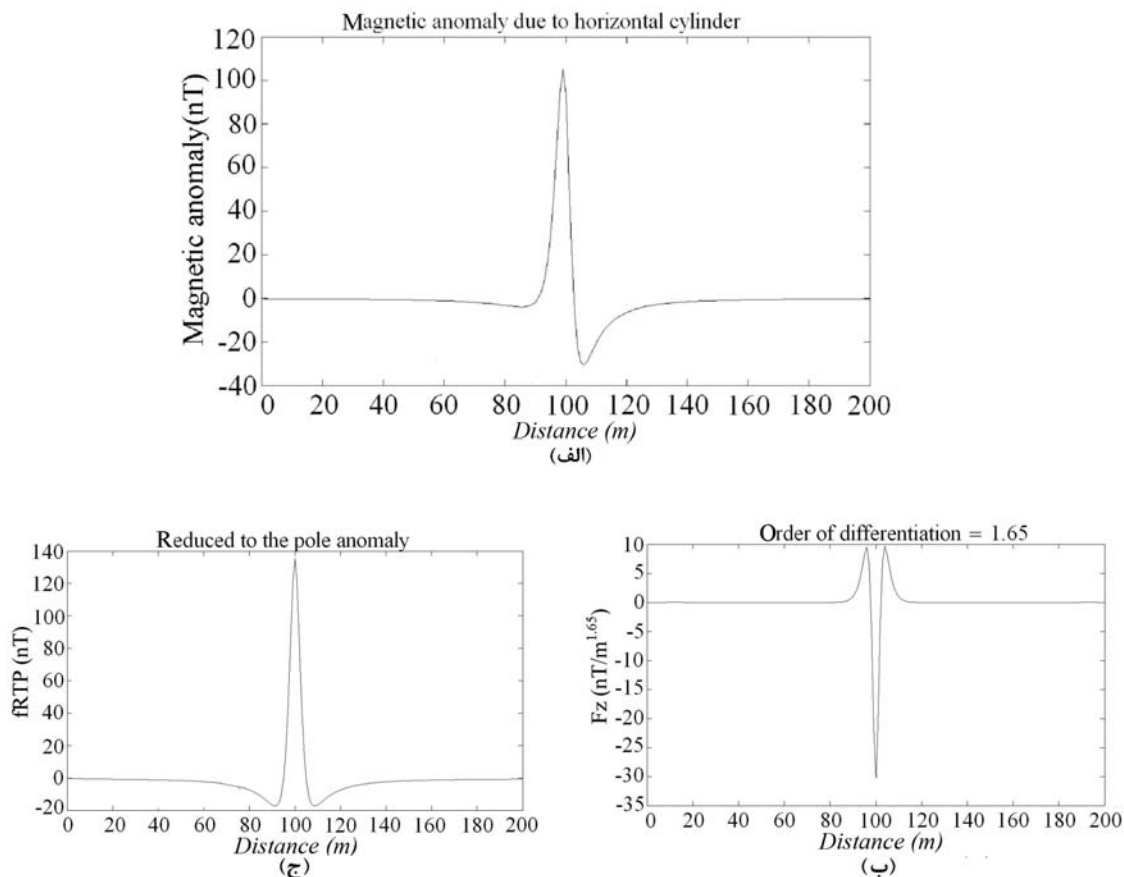
با محاسبه وارون تبدیل فوریه جمله سمت راست روابط (۸) و (۹) مشتق‌های افقی مرتبه  $n$  ام میدان به دست می‌آید.  $n$  ممکن است یک عدد کسری و حتی عددی منفی باشد. در این صورت می‌توان مشتق‌های افقی میدان از هر مرتبه دلخواه را به دست آورد. شکل ۱ بی‌هنجاری مغناطیسی و مشتق‌های افقی آن را برای مدل دایک نازک نشان می‌دهد. با توجه به این شکل‌ها، با افزایش مرتبه

$$f_z = \frac{f_h - f_{-h}}{2h}, \quad (10)$$

یک سطح پایین‌تر ( $-h$ ) انتقال می‌یابند، و سپس از رابطه (۱) به شکل زیر برای محاسبه مشتق قائم استفاده می‌شود:



شکل ۴. (الف) دامنه سیگنال تحلیلی دایک نازک. (ب) دامنه سیگنال تحلیلی مرتبه (۰/۷۵). (ج) دامنه سیگنال تحلیلی مرتبه یک. (د) دامنه سیگنال تحلیلی مرتبه (۱/۲). (ه) دامنه سیگنال تحلیلی مرتبه (۱/۴). (و) دامنه سیگنال تحلیلی مرتبه (۱/۶). (ز) دامنه سیگنال تحلیلی مرتبه (۱/۸). (ح) دامنه سیگنال تحلیلی مرتبه (۲).



شکل ۵. الف) بی‌هنجاری مغناطیسی. ب) بی‌هنجاری منتقل شده به قطب. ج) مشتق افقی مرتبه ۱/۶۵.

میدان در فیلتر  $k$ ، محاسبه وارون تبدیل فوریه عبارت به دست آمده از مرحله دوم (بلیکلی، ۱۹۹۵).

رابطه (۱۱) را می‌توان برای محاسبه مشتق قائم مرتبه  $n$  ام میدان به صورت زیر تعمیم داد:

$$F\left(\frac{d^n f}{dz^n}\right) = k^n F(k_x, k_y), \quad (13)$$

که  $n$  ممکن است یک عدد کسری و حتی یک عدد منفی باشد. در این صورت می‌توان مشتق قائم میدان را از هر مرتبه دلخواه محاسبه کرد. فرایند مشتق‌گیری یک فیلتر بالاگذر است و با افزایش مرتبه مشتق‌گیری دامنه نوفه‌ها به مقدار قابل توجهی افزایش می‌یابد. یکی از مزایای استفاده از مشتق مرتبه کسری و امکان تغییرات  $n$  به مقدار جزئی

که  $f_h$  میدان منتقل شده به ارتفاع  $h$  و  $f_{-h}$  میدان منتقل شده به ارتفاع  $-h$  است.

### ۲-۳ روش فوریه

مشتق قائم میدان در فضای فوریه از رابطه زیر به دست می‌آید:

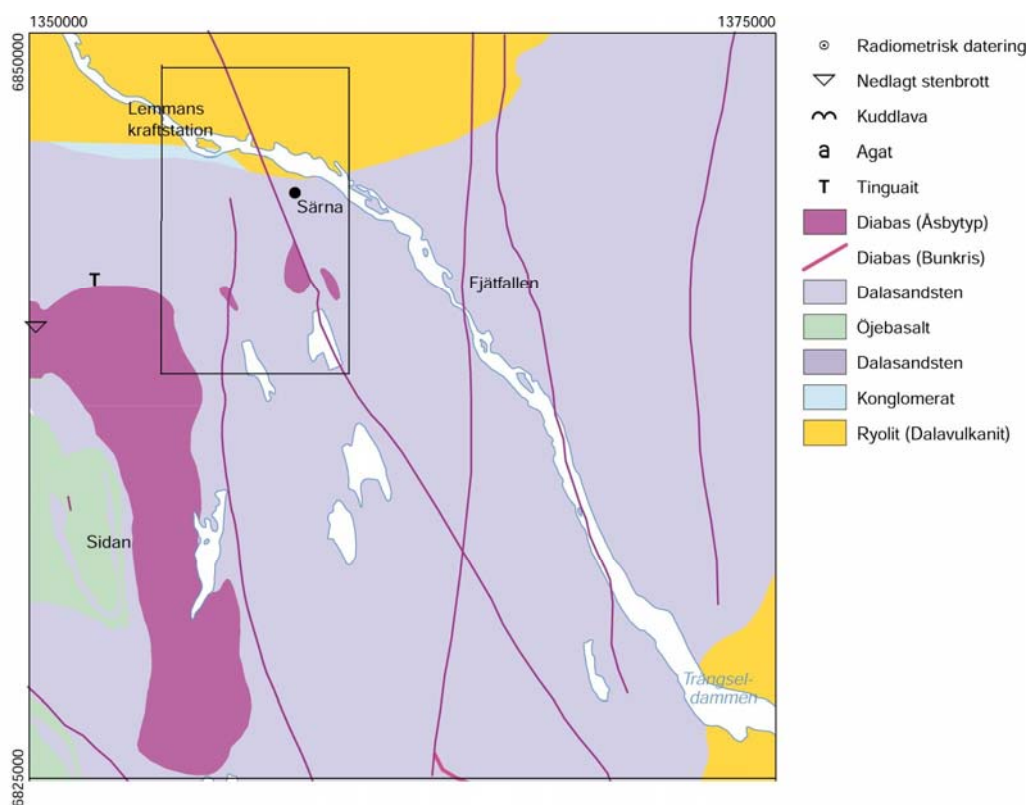
$$F\left(\frac{df}{dz}\right) = kF(k_x, k_y), \quad (11)$$

که  $F$  نشان‌دهنده تبدیل فوریه و  $k$  فیلتری است که با رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}. \quad (12)$$

بنابراین محاسبه مشتق قائم میدان در سه مرحله صورت می‌گیرد: محاسبه تبدیل فوریه میدان، ضرب تبدیل فوریه





شکل ۶. نقشه زمین‌شناسی منطقه با مقیاس ۱/۱۰۰۰۰۰ (سازمان زمین‌شناسی کشور سوئد SGU, ۲۰۰۵).

به نوفه ناشی از یک استوانه افقی مغناطیسی را نشان می‌دهد. با توجه به شکل، مشتق قائم مرتبه اول دامنه نوفه‌ها را تقویت، ولی مشتق‌های مرتبه منفی دامنه نوفه را تضعیف می‌کنند.

#### ۵ استفاده از مشتق‌های مرتبه کسری در سیگنال

##### تحلیلی میدان

سیگنال تحلیلی و دامنه آن برای میدان پتانسیل با روابط زیر تعریف می‌شود (بلیکلی، ۱۹۹۵):

$$A(x, y) = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{j} + i \frac{\partial f}{\partial z} \hat{k}, \quad (14)$$

$$|A(x, y)| = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2}, \quad (15)$$

که  $A(x, y)$  سیگنال تحلیلی میدان و  $|A(x, y)|$  دامنه سیگنال تحلیلی میدان است و در تعیین موقعیت و عمق چشمه‌های مغناطیسی و گرانی کاربرد دارند. برای

این است که می‌توان از بالاترین مرتبه مشتق‌گیری که میزان نوفه آن قابل قبول است استفاده کرد (کوپر و کاون، ۲۰۰۳). شکل ۲ مشتق‌های قائم از مرتبه‌های گوناگون را برای مدل دایک نشان می‌دهد. با توجه به نمودارها با افزایش مرتبه مشتق‌گیری، پهنای منحنی‌ها کاهش می‌یابد.

#### ۴ مشتق‌های افقی و قائم مرتبه منفی

مشتق‌های مرتبه مثبت میدان فیلترهای بالاگذر هستند، یعنی دامنه طول موج‌های کوتاه را تقویت می‌کنند یا به عبارت دیگر موجب افزایش اثر توده‌های سطحی و نوفه‌ها می‌شوند. اما مشتق‌های مرتبه منفی میدان همانند فیلترهای پایین‌گذر عمل می‌کنند و می‌توان آنها را در کاهش اثر نوفه‌ها مورد استفاده قرار داد (کوپر و کاون، ۲۰۰۳). شکل ۳ بی‌هنجاری مغناطیسی، مشتق قائم اول و مشتق‌های افقی و قائم مرتبه  $(-۰/۷۵)$  برای داده‌های آلوده

که  $T_n^z = \frac{\partial^n T}{\partial z^n}$ ، مشتق قائم مرتبه  $n$ ام میدان است که  $n$  ممکن است یک عدد کسری و یا عددی منفی باشد. با افزایش  $n$  پهنای دامنه سیگنال تحلیلی کاهش می‌یابد. شکل ۴ دامنه سیگنال تحلیلی مرتبه‌های گوناگون را برای مدل دایک نازک نشان می‌دهد.

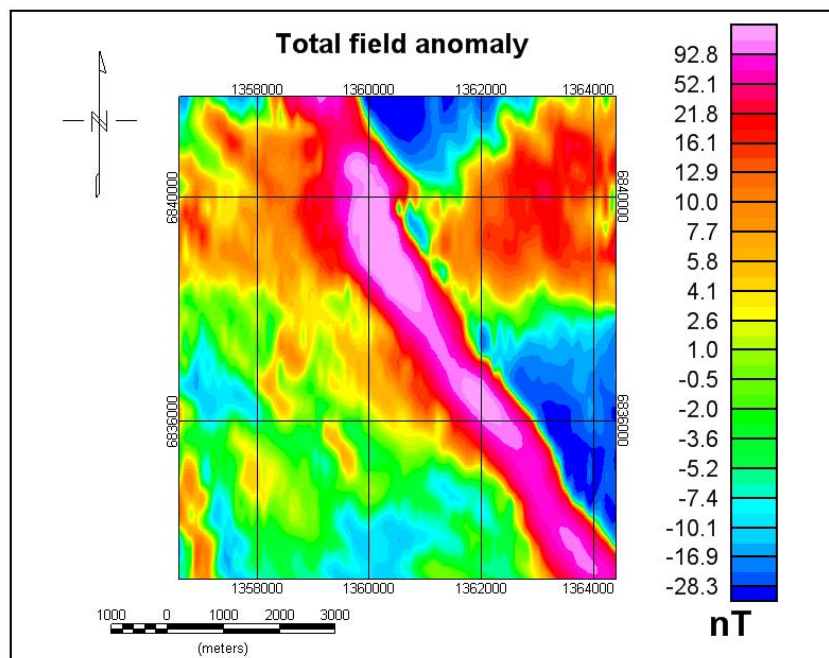
۶ استفاده از مشتق‌های افقی مرتبه کسری به‌جای انتقال به قطب داده‌های مغناطیسی

انتظار می‌رود که بی‌هنجاری مغناطیسی ناشی از توده‌های مغناطیسی مدفون روی چشمه قرار بگیرد، اما در صورتی که جهت میدان مغناطیسی زمین و مغناطیس‌شوندگی جسم عمودی نباشد، بی‌هنجاری مغناطیسی روی چشمه قرار نمی‌گیرد و دارای انحراف خواهد بود. در این حالت بی‌هنجاری ناشی از چشمه‌های متقارن مانند کره، استوانه و مانند آن، متقارن نخواهد بود.

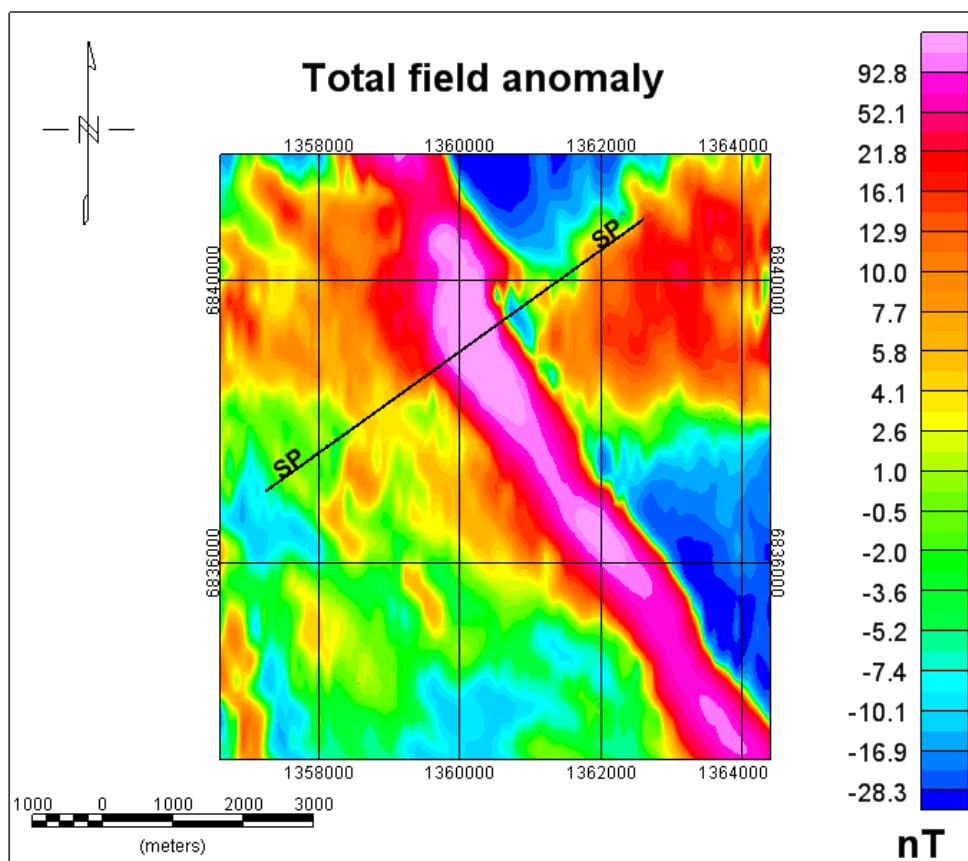
چشمه‌های دو بُعدی دامنه سیگنال تحلیلی همواره یک تابع زوج و متقارن است و مقدار دامنه آن بسته به شرایط، روی جسم یا روی لبه‌های آن به مقدار بیشینه می‌رسد (سالم و همکاران، ۲۰۰۲). اثر تداخلی بی‌هنجاری چشمه‌های مجاور، موجب محدودیت کاربرد سیگنال تحلیلی در تعیین مرز توده‌ها می‌شود. هسیو و همکاران (۱۹۹۶) برای رفع این مشکل از سیگنال تحلیلی ارتقا یافته استفاده کردند. سیگنال تحلیلی ارتقا یافته مرتبه  $n$ ام عبارت است از سیگنال تحلیلی مشتق قائم مرتبه  $n$ ام. سیگنال تحلیلی ارتقا یافته و دامنه آن به شکل زیر تعریف می‌شود (هسیو و همکاران، ۱۹۹۶):

$$A_n(x, y) = \frac{\partial T_n^z}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial T_n^z}{\partial y} \hat{j} + i \frac{\partial T_n^z}{\partial z} \hat{k}, \quad (16)$$

$$|A_n(x, y)| = \sqrt{\left(\frac{\partial T_n^z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial T_n^z}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial T_n^z}{\partial z}\right)^2}, \quad (17)$$



شکل ۷. بی‌هنجاری شدت میدان کل (بنی عامریان، ۱۳۸۸).



شکل ۸. بی‌هنجاری شدت میدان کل (بنی‌عامریان، ۱۳۸۸).

رابطه‌ای تجربی است و به تقریب از رابطه زیر به دست می‌آید (کوپر و کاون، ۲۰۰۳):

$$n = 2 \sin(I) \pm 0.1, \quad (18)$$

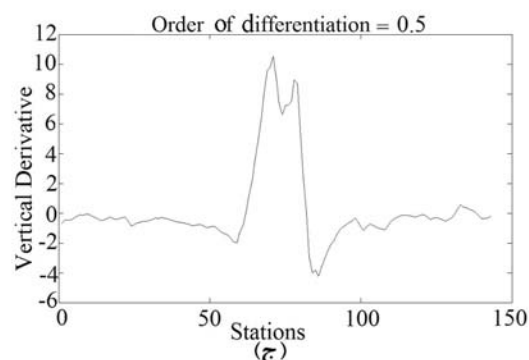
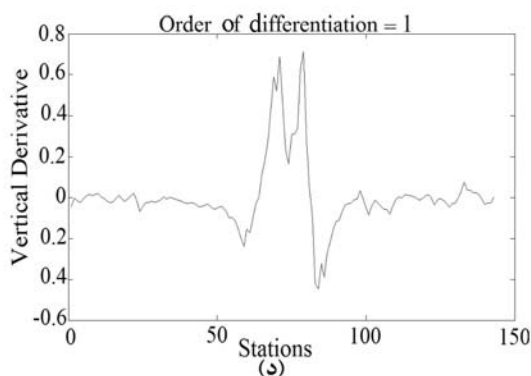
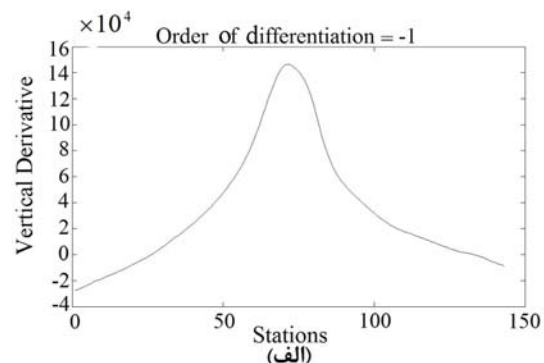
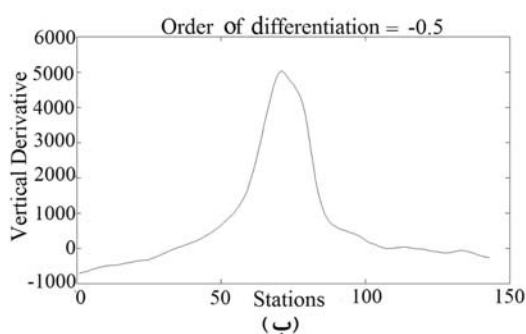
در عرض‌های جغرافیایی پایین برای حذف نبود تقارن و انحراف بی‌هنجاری مغناطیسی، به جای انتقال به قطب می‌توان از مشتق‌های افقی مرتبه کسری میدان استفاده کرد. ذکر این نکته لازم است که از دیدگاه ریاضی، مشتق‌گیری افقی و انتقال به قطب هم‌ارز نیستند و بعد آنها متفاوت است. شکل ۵ بی‌هنجاری مغناطیسی، بی‌هنجاری مغناطیسی منتقل شده به قطب و مشتق افقی مرتبه کسری را برای مدل استوانه افقی مغناطیسی نشان می‌دهد. این استوانه در عرض جغرافیایی ۶۰ درجه قرار دارد.

با استفاده از انتقال به قطب داده‌ها می‌توان بی‌هنجاری مغناطیسی ناشی از چشمه‌های مغناطیسی را برای شرایطی که میدان مغناطیسی زمین و مغناطیس‌شوندگی جسم هر دو قائم باشند به دست آورد. با استفاده از انتقال به قطب داده‌ها می‌توان بی‌هنجاری مغناطیسی ناشی از چشمه مغناطیسی را برای شرایطی که میدان مغناطیسی زمین و مغناطیس‌شوندگی جسم هر دو قائم باشند، به دست آورد که در نتیجه، شکل بی‌هنجاری‌ها متقارن‌تر می‌شود. این شرایط فقط در قطب‌های مغناطیسی برقرار است. با استفاده از مشتق‌های افقی مرتبه کسری می‌توان شکل بی‌هنجاری‌ها را تا حدی متقارن کرد و به این ترتیب، تفسیر داده‌ها آسان‌تر می‌شود. در این حالت مرتبه مشتق‌گیری تابعی از زاویه میل میدان زمین،  $I$ ، خواهد بود که اصولاً

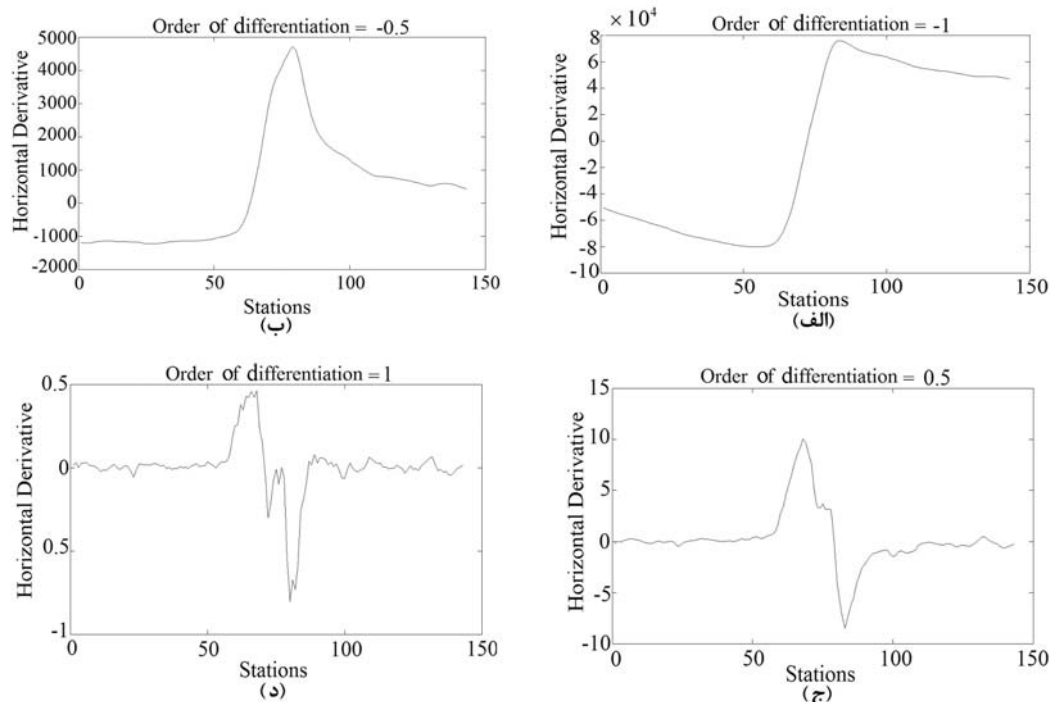
## ۷ تحلیل داده‌های مصنوعی

به منظور بررسی اثر مرتبه مشتق‌گیری روی داده‌های مغناطیسی، مشتق‌های افقی و قائم، سیگنال تحلیلی، مشتق مرتبه منفی و داده منتقل شده به قطب برای داده‌های مصنوعی تولید شده با مدل‌های مغناطیسی دو بُعدی (دایک نازک و استوانه افقی) محاسبه می‌شود. شکل ۱ بی‌هنجاری شدت میدان کل و مشتق‌های افقی از مرتبه‌های گوناگون را برای یک دایک نازک نشان می‌دهد. با افزایش مرتبه مشتق‌گیری دامنه منحنی کاهش می‌یابد و در واقع طول موج‌های کوتاه، نمود بیشتری پیدا می‌کنند. همچنین با افزایش مرتبه مشتق‌گیری موقعیتی که در آن تغییر مقدار قابلیت مغناطیس‌پذیری رخ می‌دهد با وضوح بیشتری نشان داده شده است. شکل ۲ مشتق قائم از مرتبه‌های گوناگون را برای مدل دایک نازک نشان می‌دهد. در این نمودارها

نیز وضعیتی مشابه با حالت اول وجود دارد. در شکل ۳ بی‌هنجاری مغناطیسی آلوده به نوفه و مشتق قائم و افقی از مرتبه منفی برای یک استوانه افقی محاسبه شده است. با توجه به این شکل مشتق قائم مرتبه اول دامنه طول موج‌های کوتاه (نوفه) را به شدت تقویت کرده است، اما مشتق‌های مرتبه منفی در واقع همانند یک فیلتر پایین‌گذر عمل می‌کنند و نمودار آنها نرم (smooth) است. شکل ۴ سیگنال تحلیلی از مرتبه‌های گوناگون را برای مدل دایک نازک نشان می‌دهد. در شکل ۵ بی‌هنجاری مغناطیسی، بی‌هنجاری مغناطیسی منتقل شده به قطب و مشتق افقی از مرتبه به دست آمده از رابطه (۱۸) محاسبه شده است. ملاحظه می‌شود که مشتق افقی و بی‌هنجاری منتقل شده به قطب تقارنی شبیه به هم دارند، با این تفاوت که تغییرات دامنه آنها علامت مخالف هم دارد.



شکل ۹. مشتق قائم میدان (الف). مشتق قائم مرتبه ۱- (ب). مشتق قائم مرتبه ۰/۵- (ج). مشتق قائم مرتبه ۰/۵ (د). مشتق قائم مرتبه ۰/۵+ با افزایش مرتبه مشتق‌گیری دامنه نوفه‌ها تقویت می‌شود.



شکل ۱۰. مشتق افقی میدان (الف). مشتق افقی مرتبه ۱- (ب). مشتق افقی مرتبه ۰/۵- (ج). مشتق افقی مرتبه ۰/۵ (د). مشتق افقی مرتبه ۰/۵ با افزایش مرتبه مشتق‌گیری دامنه نوفه‌ها تقویت می‌شود.

## ۸ تحلیل داده‌های واقعی

وسعت محدوده اکتشافی مورد بررسی ۲۵×۲۵ کیلومتر مربع است. این عملیات مغناطیسی به صورت هوابردی صورت گرفته است. میانگین ارتفاع پرواز ۷۵ متر و فاصله نقاط اندازه‌گیری در امتداد هر خط پرواز ۱۸ متر است. فاصله بین خطوط حدود ۷۵۰ متر است. زوایای میل و انحراف در این منطقه به ترتیب ۷۵ و ۴ درجه است.

### ۸-۱ زمین‌شناسی منطقه

شکل ۶ نقشه زمین‌شناسی منطقه را نشان می‌دهد. محدوده مشخص شده با مستطیل، محل تقریبی منطقه بررسی شده را مشخص می‌سازد. با توجه به این نقشه در منطقه بررسی شده، چند شکستگی وجود دارد که در داخل این شکستگی‌ها رگه‌هایی از دیاباز نفوذ کرده است و یک ساختار دایک مانند به وجود آورده است. این رگه‌ها در داخل توده‌هایی از ریولیت و کنگلومرا قرار گرفته‌اند و چون خاصیت مغناطیسی دیاباز از خاصیت مغناطیسی

ریولیت و کنگلومرا بیشتر است بی‌هنجاری مشاهده شده در این منطقه ممکن است ناشی از وجود این رگه‌های نفوذی بازالتی باشد.

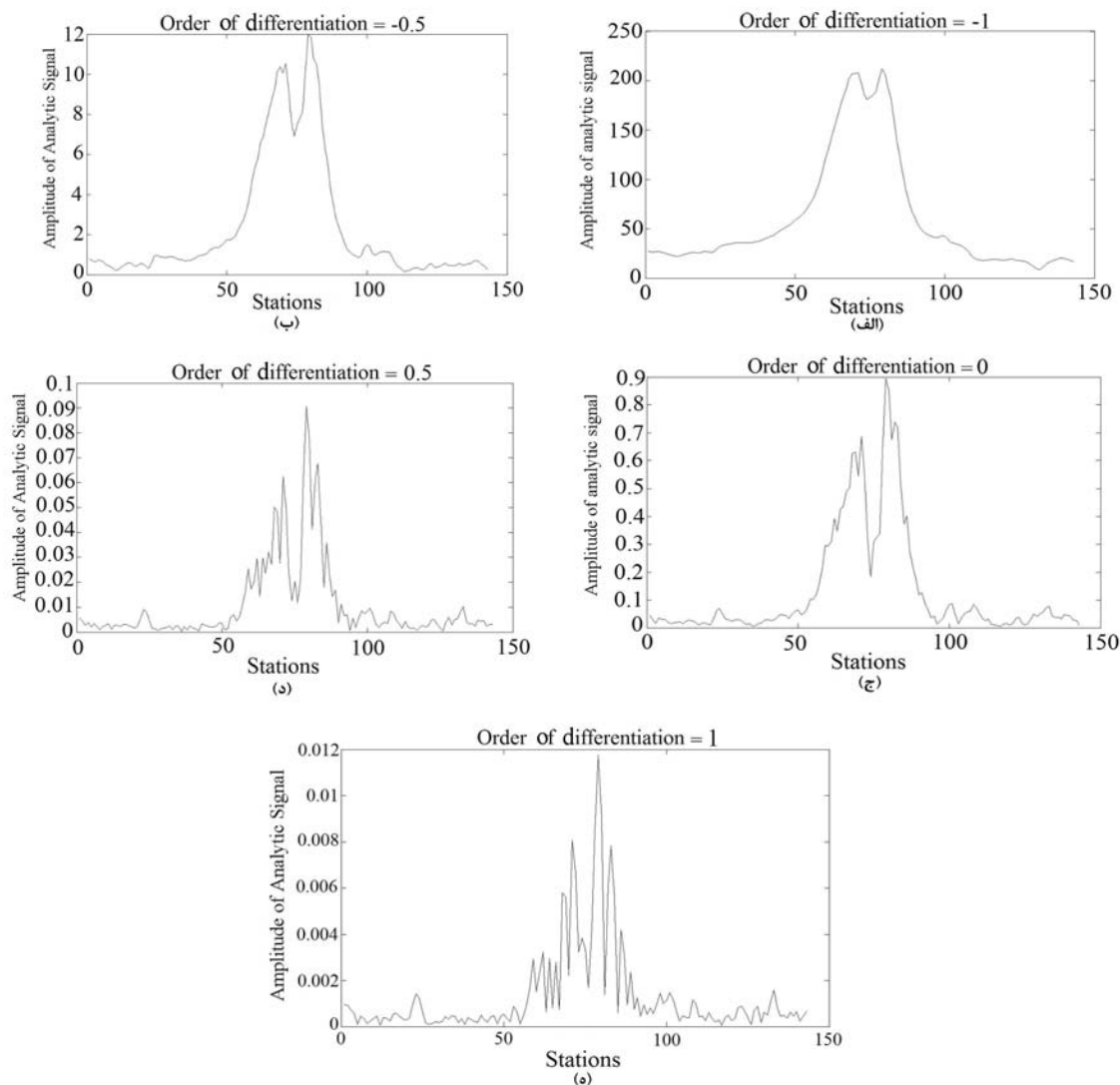
### ۸-۲ بی‌هنجاری شدت میدان کل

پس از اعمال تصحیح‌های لازم روی داده‌ها، داده‌ها شبکه‌بندی می‌شوند. شبکه‌بندی داده‌ها با استفاده از نرم‌افزار ژئوسافت، با فاصله شبکه‌ای ۱۰۰ متر صورت گرفته است. شکل ۷ بی‌هنجاری مغناطیسی شدت میدان کل را پس از شبکه‌بندی داده‌ها نشان می‌دهد. با توجه به این شکل، یک بی‌هنجاری خطی مشاهده می‌شود. بنابراین به منظور تحلیل بی‌هنجاری با استفاده از نرم‌افزار ژئوسافت، نیم‌رخ SP مطابق شکل ۸ عمود بر راستای دایک طراحی شده است. تعداد نقاط هر کدام از این نیم‌رخ‌ها ۱۴۳ نقطه است و فاصله نقاط متوالی روی هر کدام از این نیم‌رخ‌ها ۵۰ متر است.

## ۳-۸ بررسی مشتق‌های گوناگون

شکل ۹ مشتق‌های قائم از مرتبه‌های گوناگون را برای نیم‌رخ sp نشان می‌دهد. با توجه به این نمودارها با افزایش مرتبه مشتق‌گیری دامنه نوفه‌ها تقویت می‌شود. ملاحظه می‌شود که برای مشتق‌های مرتبه منفی نمودارها صاف هستند و نیازی به استفاده از فیلتر ادامه فراسو نیست. شکل ۱۰ مشتق‌های افقی از مرتبه‌های گوناگون را برای نیم‌رخ sp نشان می‌دهد. همانند مشتق‌های قائم با افزایش مرتبه

مشتق‌گیری دامنه نوفه‌ها افزایش می‌یابد. بنابراین می‌توان در روش‌های تفسیر که از مشتق‌گیری استفاده می‌کنند از مشتق‌های کسری و حتی منفی استفاده کرد. شکل ۱۱ نمودار سیگنال‌های تحلیلی را برای این نیم‌رخ نشان می‌دهد. سیگنال تحلیلی مرتبه اول به شدت دامنه نوفه‌ها را تقویت کرده است، به گونه‌ای این نمودار درجه تفکیک‌پذیری (Resolution) نامطلوبی دارد، درحالی‌که سیگنال تحلیلی مرتبه صفرم تفکیک‌پذیری بهتری دارد.



شکل ۱۱. سیگنال تحلیلی میدان (الف). سیگنال تحلیلی مرتبه ۱- (ب). سیگنال تحلیلی مرتبه ۰/۵- (ج). سیگنال تحلیلی مرتبه صفرم (د). سیگنال تحلیلی مرتبه ۰/۵ (ه). سیگنال تحلیلی مرتبه ۱.

## ۹ نتیجه‌گیری

مشتق‌های افقی و قائم میدان معمولاً برای تعیین لبه‌ها و مرزهای توده‌های گرانی و مغناطیسی و همچنین در حکم ابزاری مهم در روش‌های تفسیر و پردازش داده‌های گرانی و مغناطیسی مورد استفاده قرار می‌گیرند؛ از جمله دو روش سیگنال تحلیلی و واهمامیخت اوایلر که اساس آنها استفاده از مشتق‌های میدان پتانسیل است. مشتق‌های میدان فیلترهای بالاگذر هستند که موجب تقویت دامنه نوفه‌ها و بی‌هنجاری‌های سطحی می‌شوند و با افزایش مرتبه مشتق‌گیری دامنه این طول موج‌های کوتاه با شدت بیشتری تقویت می‌شوند، بنابراین مشتق‌های مرتبه بالا کاربرد چندانی ندارند. حساب دیفرانسیل کسری امکان محاسبه مشتق‌های مرتبه کسری داده‌های میدان پتانسیل را فراهم می‌کند. استفاده از مشتق‌های مرتبه کسری میدان کاربردهای متعددی دارد. با توجه به اینکه مشتق‌های میدان فیلتر بالاگذر هستند، با افزایش مرتبه مشتق‌گیری دامنه نوفه‌ها را تقویت می‌کنند. مشتق‌های مرتبه منفی میدان همانند یک فیلتر پایین‌گذر عمل می‌کنند و در صورت لزوم می‌توان از آنها برای کاهش اثر نوفه‌ها استفاده کرد. به کارگیری مشتق‌های مرتبه کسری این امکان را می‌دهد که بهترین مرتبه مشتق‌گیری که کمترین سطح نوفه را دارد، انتخاب شود. مشتق‌های مرتبه کسری میدان در حکم ابزار کمکی در بسیاری از روش‌های تفسیر و پردازش داده‌ها از جمله سیگنال تحلیلی و واهمامیخت اوایلر کاربرد دارند. همچنین اعمال این روش بر داده‌های واقعی تقویت دامنه نوفه‌ها با افزایش مرتبه مشتق‌گیری و مزیت استفاده از مشتق‌های مرتبه کسری و مرتبه منفی را نشان می‌دهد.

## ۱۰ سپاس و قدردانی

نگارندگان بر خود بایسته می‌دانند که نهایت سپاس و قدردانی را از سازمان زمین‌شناسی سوئد (SGU) به‌خاطر در اختیار قرار دادن داده‌های واقعی و نقشه‌های زمین‌شناسی به‌جا آورند.

## منابع

بنی‌عامریان، ج، ۱۳۸۸، روش ترکیبی سیگنال تحلیلی و واهمامیخت اوایلر (AN-EUL) در تفسیر داده‌های مغناطیسی، پایان‌نامه کارشناسی ارشد ژئوفیزیک، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران.

بنی‌عامریان، ج، ۱۳۸۷، مروری بر روش‌های محاسبه مشتقات میدان مغناطیسی و گرانی (میدان‌های پتانسیل)، سمینار کارشناسی ارشد ژئوفیزیک، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران.

Atchuta Rao, D., Ram Babu, H. V., and Sanker Narayan P. V., 1981, Interpretation of magnetic anomalies due to dikes: The complex Gradient method: *Geophysics*, **46**, 1572–1578.

Bastani, M., and Pedersen, L. B., 2001, Automatic interpretation of magnetic dikes parameters using the analytic signal technique: *Geophysics*, **66**, 551–561.

Bin Doo, W., Hsu, S. K., and Yeg, Y., 2007, A derivative-based interpretation approach to estimating source parameters of simple 2D magnetic sources from Euler deconvolution, the analytic-signal method and analytical expressions of the anomalies. *Geophysical Prospecting*, **55**, 255–264.

Blakely, R. J., 1995, *Potential Theory in Gravity and Magnetic Applications*. Cambridge Univ. Press.

Cooper, G., and Cowan, D., 2003, The application of fractional calculus to potential field data: *Exploration Geophysics*, **34**, 51–56.

Cooper, G., 2008, Euler Deconvolution with Improved Accuracy and Multiple Different Structural Indices: *Journal of China University of Geosciences*, **19**(1), 72–76.

Danes. Z. F., and Oncley. L. A., 1962, An Analysis of some second derivative method: *Geophysics*, **11**, 611–615.

- Hsu, S. K., Yeh, Y., and Doo, B., 2007, A derivative-based interpretation approach to estimating source parameters of simple 2D magnetic sources from Euler deconvolution the analytic-signal method and analytical expressions of the anomalies: *Geophysical prospecting*, **55**, 255–264.
- Keating, P., and Pilkington, M., 2004, Euler deconvolution of the analytic signal and its application to magnetic interpretation: *Geophysical Prospecting*, **52**, 165–182.
- Elkins, T. A., 1951, the second derivative method of Gravity interpretation: *Geophysics*, **23**, 29-50.
- Evjen, H. M., 1963, the place of vertical gradient in Gravitational interpretation: *Geophysics*, **1**, 127-136.
- Hood, P., and McClure, D. J., 1965, Gradient measurements In ground magnetic prospecting: *Geophysics*, **30**, 403-410.
- Hsu, S. K., Sibuet, J. C., and Shyu, C. T., 1996, High-resolution detection of geologic boundaries from potential anomalies: An enhanced analytic signal technique: *Geophysics*, **61**, 373–386.

Archive of SID