

کاربرد معادله اویلر دامنه سیگنال تحلیلی‌های جهتی در تعیین مکان و نوع چشمه‌های آنومالی گرانی

محمد برازش^{*۱}

^۲ کارشناسی ارشد، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، تهران ایران

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۱۱/۰۶، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۰۲/۲۳)

چکیده

روش استاندارد اویلر روشی خودکار در تفسیر داده‌های میدان پتانسیل است که در سال‌های اخیر استفاده از آن گسترش زیادی پیدا کرده است. نتایج این روش وابسته به دقت پارامتر اندیس ساختاری فرض شده دارد و در حضور چشمه‌های تداخلی دقت نتایج کاهش می‌یابد. به‌منظور از بین بردن این مشکل روش‌های متعددی بر اساس مشتقات این معادله طراحی شده‌اند که یکی از آنها دامنه سیگنال تحلیلی‌های جهتی است. دامنه سیگنال تحلیلی‌های جهتی توابعی همگن هستند و در معادله اویلر صدق می‌کنند که بدین‌وسیله می‌توان علاوه بر تخمین موقعیت چشمه به‌صورت هم‌زمان اندیس ساختاری را نیز تخمین زد. سیگنال تحلیلی‌های جهتی از مؤلفه‌های تانسور گرادیان گرانی به دست می‌آیند و در این مقاله در حالت کلی اثبات شده است که هر کدام از توابع دامنه سیگنال تحلیلی‌های جهتی در جهات x ، y و z در معادله اویلر صدق می‌کنند. از ترکیبات آنها دو معادله جدید نتیجه شد که در تعیین موقعیت و اندیس ساختاری چشمه بسیار مؤثر است. کاربرد هر کدام از سیگنال تحلیلی‌های جهتی به‌صورت جداگانه و توأمان در تعیین موقعیت و اندیس ساختاری به مدلی در حضور چشمه‌های تداخلی و نوفه گاوسی نسبتاً بالا اعمال شد. دامنه سیگنال تحلیلی در جهت Z و استفاده هم‌زمان از هر سه دامنه سیگنال تحلیلی‌های جهتی مشابه با دو معادله جدید معرفی شده در این مقاله نسبت به سایر معادلات نتایج بهتری ارائه دادند. سرانجام این روش‌ها بر روی داده‌های واقعی گرانی کانسار منگیزی صفو واقع در ۲۵ کیلومتری شهرستان چالدران بکار رفت و برای این معدن مقداری برای عمق (حدوداً ۶ متر) و اندیس ساختاری با مقداری منفی و نزدیک به صفر تخمین زده شد.

واژه‌های کلیدی: اویلر، واهمامیخت، سیگنال تحلیلی‌های جهتی، تانسور گرادیان گرانی

۱ مقدمه

امروزه استفاده از گرادئومتری‌های گرانی به منظور اندازه‌گیری گرادیان‌های مؤلفه‌های بردار گرانی اجتناب‌ناپذیر است. تانسور گرادیان گرانی (GGT) از مشتقات مرتبه دوم پتانسیل گرانشی در جهت‌های x ، y و z در سیستم مختصات کارتزین استفاده می‌کند. پتانسیل گرانشی U ناشی از یک توزیع جرمی ρ در یک حجم V را می‌توان به صورت زیر نوشت (بیکی و پدرسن، ۲۰۱۰؛ بیکی، ۲۰۱۰):

$$U(r) = -G \int_V \frac{\rho(r')}{|r - r'|} dv' \quad (1)$$

که r و r' به ترتیب نمایانگر نقطه مشاهده‌ای و نقطه انتگرال‌گیری و G ثابت گرانشی هستند؛ بنابراین تانسور گرادیان گرانی برابر است با:

$$T = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} & \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z} & \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{xx} & g_{xy} & g_{xz} \\ g_{xy} & g_{yy} & g_{yz} \\ g_{xz} & g_{yz} & g_{zz} \end{pmatrix} \quad (2)$$

ماتریس بالا ماتریسی متقارن است؛ بنابراین تنها پنج مؤلفه مستقل از هم دارد. در سه بعد، مؤلفه‌های ستون سوم تانسور گرادیان گرانی جفت تبدیل هیلبرت مؤلفه‌های ستون اول و دوم هستند. نیغیان و هانسن (۲۰۰۱) نشان دادند که روابط تبدیل هیلبرت سه‌بعدی برای داده‌های میدان پتانسیل را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$H_x(f) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x-x'}{r^3} f(x', y') dx' dy', \quad (3)$$

$$H_y(f) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{y-y'}{r^3} f(x', y') dx' dy', \quad (4)$$

$$H(f) = H_x(f)\hat{i} + H_y(f)\hat{j}, \quad (5)$$

که x' و y' مختصات مکانی نقاط انتگرال‌گیری و $r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}$ و معادلات بالا مشاهده می‌شود، تبدیل هیلبرت در حالت سه‌بعدی از دو قسمت تشکیل شده است، یکی بر روی مؤلفه x عمل می‌کند و دیگری بر روی مؤلفه y . جدول ۱ برخی نتایج اعمال تبدیل هیلبرت سه‌بعدی را بر روی مؤلفه‌های بردار گرانی و تانسور گرادیان گرانی نشان می‌دهد.

روش‌های متعددی طراحی شده‌اند که با استفاده از مؤلفه‌های تانسور گرادیان گرانی یا مشتقات آنها به منظور تخمین عمق، موقعیت افقی و نوع منشأ گرانی از آنها کاربرد دارند (بیکی، ۲۰۱۰). روش استاندارد واهمامیخت اولیور روشی خودکار و مرسوم در تفسیر داده‌های میدان پتانسیل است که با فرض نوع چشمه آنومالی قادر به تعیین مکان و پارامتر منطقه‌ای است (رئید و همکاران، ۱۹۹۰؛ تامپسون، ۱۹۸۲). دقت این روش وابسته به اندیس ساختاری فرض شده برای چشمه آنومالی است.

جدول ۱. نتیجه اعمال تبدیل هیلبرت سه‌بعدی بر روی مؤلفه‌های تانسور گرادیان گرانی (با تغییر از بیکی (۲۰۱۰)).

f	$H_x(f)$	$H_y(f)$
g_z	$-g_x$	$-g_y$
g_{xz}	$-g_{xx}$	$-g_{xy}$
g_{yz}	$-g_{xy}$	$-g_{yy}$
g_{zz}	$-g_{xz}$	$-g_{yz}$

استفاده از روش‌های واهمامیخت اولیور تعمیم‌یافته به‌جای استفاده از روش استاندارد آن می‌تواند بر این مشکل غلبه کند. اغلب این روش‌ها از مشتقات داده‌های میدان پتانسیل در جهات x ، y و z یا ترکیبات آنها استفاده می‌کنند که احتمال تقویت نوفه در این روش‌ها زیاد بوده و استفاده از روش‌های کاهش اثر نوفه اجتناب‌ناپذیر است (میخایلف و همکاران، ۲۰۰۷؛ ما و همکاران، ۲۰۱۳؛ ما،

$$(x-x_0)\frac{\partial g_x}{\partial x}+(y-y_0)\frac{\partial g_x}{\partial y}+(z-z_0)\frac{\partial g_x}{\partial z} \quad (10)$$

$$=N(B_x-g_x),$$

$$(x-x_0)\frac{\partial g_y}{\partial x}+(y-y_0)\frac{\partial g_y}{\partial y}+(z-z_0)\frac{\partial g_y}{\partial z} \quad (11)$$

$$=N(B_y-g_y),$$

$$(x-x_0)\frac{\partial g_z}{\partial x}+(y-y_0)\frac{\partial g_z}{\partial y}+(z-z_0)\frac{\partial g_z}{\partial z} \quad (12)$$

$$=N(B_z-g_z),$$

که N اندیس ساختاری و B_x, B_y, B_z پارامترهای آنومالی منطقه‌ای مؤلفه‌های بردار گرانی در جهات x, y و z هستند. $P(x, y, z)$ و $P_0(x_0, y_0, z_0)$ به ترتیب نقاط مشاهده‌ای و موقعیت چشمه هستند. با مشتق‌گیری از معادله (۱۰) نسبت به x, y و z روابط زیر بدست خواهد آمد:

$$(x-x_0)\frac{\partial g_{xx}}{\partial x}+(y-y_0)\frac{\partial g_{yx}}{\partial y}+(z-z_0)\frac{\partial g_{zx}}{\partial z} \quad (13)$$

$$=-(N+1)g_{xx},$$

$$(x-x_0)\frac{\partial g_{xx}}{\partial y}+(y-y_0)\frac{\partial g_{yx}}{\partial y}+(z-z_0)\frac{\partial g_{zx}}{\partial y} \quad (14)$$

$$=-(N+1)g_{yx},$$

$$(x-x_0)\frac{\partial g_{xx}}{\partial z}+(y-y_0)\frac{\partial g_{yx}}{\partial z}+(z-z_0)\frac{\partial g_{zx}}{\partial z} \quad (15)$$

$$=-(N+1)g_{zx},$$

که $g_{\alpha\beta} = \frac{\partial g_\beta}{\partial \alpha}$ ($\alpha, \beta = x, y, z$) مؤلفه‌های تانسور گرادیان گرانی هستند. با ضرب معادلات (۱۳-۱۵) به ترتیب در g_{xx}, g_{yx}, g_{zx} و جمع کردن هر سه معادله و تقسیم آن به A_x ، معادله زیر بدست خواهد آمد:

$$(x-x_0)\frac{\partial A_x}{\partial x}+(y-y_0)\frac{\partial A_x}{\partial y}+(z-z_0)\frac{\partial A_x}{\partial z} \quad (16)$$

$$=-(N+1)A_x,$$

۲۰۱۴). اندازه پنجره واهمامیخت، فاصله نمونه‌برداری، دستگاه مختصات مورد استفاده، فاصله شبکه‌ای و روش‌های حذف پاسخ‌های نامعتبر از مسائل مهم در به‌کارگیری موفق این روش است (رئید و همکاران، ۲۰۱۲؛ رئید و همکاران، ۲۰۱۴).

۲ روش تحقیق

نیغیان (۱۹۸۴) سیگنال تحلیلی سه‌بعدی را معرفی کرد و نشان داد که تبدیل هیلبرت هر میدان پتانسیل در روابط کوشی-ریمان صدق می‌کند. روئست و همکاران (۱۹۹۲) به‌صورت زیر دامنه سیگنال تحلیلی میدان پتانسیل $f(x, y)$ را بر روی سطح افقی به سه بعد تعمیم دادند:

$$A(x, y) = \sqrt{\left[\frac{\partial f(x, y)}{\partial x}\right]^2 + \left[\frac{\partial f(x, y)}{\partial y}\right]^2 + \left[\frac{\partial f(x, y)}{\partial z}\right]^2}, \quad (6)$$

که با قرار دادن هرکدام از مؤلفه‌های بردار گرانی ($\vec{g} = (g_x, g_y, g_z)$) به جای پارامتر $f(x, y)$ می‌توان سیگنال تحلیلی‌های جهتی در جهات x, y و z را به‌صورت زیر به دست آورد:

$$A_x(x, y) = \sqrt{g_{xx}^2 + g_{yx}^2 + g_{zx}^2}, \quad (7)$$

$$A_y(x, y) = \sqrt{g_{xy}^2 + g_{yy}^2 + g_{yz}^2}, \quad (8)$$

$$A_z(x, y) = \sqrt{g_{xz}^2 + g_{yz}^2 + g_{zz}^2}, \quad (9)$$

در حالت کلی هرکدام از معادلات بالا در معادله همگن اویلر صدق می‌کنند و در زیر این فقط برای معادله (۷) در حالت کلی اثبات می‌شود.

ژانگ و همکاران (۲۰۰۰) نشان دادند که مؤلفه‌های افقی بردار گرانی ($\vec{g} = (g_x, g_y, g_z)$) همانند مؤلفه قائم آن در معادله همگن اویلر صدق می‌کند:

با انجام مراحل بالا برای معادلات (۱۱) و (۱۲) عباراتی مشابه معادله (۱۶) برای سیگنال تحلیلی در جهات y و z به دست خواهد آمد:

$$\begin{aligned}\frac{\partial A_{xy}}{\partial x} &= \frac{1}{A_{xy}} \left(\frac{\partial A_x}{\partial x} A_x + \frac{\partial A_y}{\partial x} A_y \right) \\ \frac{\partial A_{xy}}{\partial y} &= \frac{1}{A_{xy}} \left(\frac{\partial A_x}{\partial y} A_x + \frac{\partial A_y}{\partial y} A_y \right), \quad (21) \\ \frac{\partial A_{xy}}{\partial z} &= \frac{1}{A_{xy}} \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} A_x + \frac{\partial A_y}{\partial z} A_y \right)\end{aligned}$$

به صورت مشابه با ضرب معادلات (۱۸-۱۶) به ترتیب در A_x ، A_y و A_z معادله‌ای مشابه معادله (۲۰) به دست می‌آید:

$$(x-x_0) \frac{\partial A_{xyz}}{\partial x} + (y-y_0) \frac{\partial A_{xyz}}{\partial y} + (z-z_0) \frac{\partial A_{xyz}}{\partial z} = -(N+1)A_{xyz}, \quad (22)$$

که $A_{xyz} = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$. مشتقات در معادله بالا را می‌توان از معادله زیر به دست آورد:

$$\begin{aligned}\frac{\partial A_{xyz}}{\partial x} &= \frac{1}{A_{xyz}} \left(\frac{\partial A_x}{\partial x} A_x + \frac{\partial A_y}{\partial x} A_y + \frac{\partial A_z}{\partial x} A_z \right) \\ \frac{\partial A_{xyz}}{\partial y} &= \frac{1}{A_{xyz}} \left(\frac{\partial A_x}{\partial y} A_x + \frac{\partial A_y}{\partial y} A_y + \frac{\partial A_z}{\partial y} A_z \right), \quad (23) \\ \frac{\partial A_{xyz}}{\partial z} &= \frac{1}{A_{xyz}} \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} A_x + \frac{\partial A_y}{\partial z} A_y + \frac{\partial A_z}{\partial z} A_z \right)\end{aligned}$$

دبگلیا و کورپل (۱۹۹۷) نشان دادند که مشتقات دامنه سیگنال تحلیلی نسبت به دامنه سیگنال تحلیلی به صورت مؤثرتری ساختارهای تداخلی را از هم جدا می‌کند. بیکی (۲۰۱۰) تابع ED را از ترکیبات مشتقات سیگنال تحلیلی‌های جهتی معرفی کرد که به خوبی بیشینه مقادیر آن بر روی لبه چشمه‌های آنومالی قرار دارد:

$$ED = \sqrt{\left[\frac{\partial A_x}{\partial z} \right]^2 + \left[\frac{\partial A_y}{\partial z} \right]^2}, \quad (24)$$

$$(x-x_0) \frac{\partial A_y}{\partial x} + (y-y_0) \frac{\partial A_y}{\partial y} + (z-z_0) \frac{\partial A_y}{\partial z} = -(N+1)A_y, \quad (17)$$

$$(x-x_0) \frac{\partial A_z}{\partial x} + (y-y_0) \frac{\partial A_z}{\partial y} + (z-z_0) \frac{\partial A_z}{\partial z} = -(N+1)A_z, \quad (18)$$

در معادلات بالا مشتقات سیگنال تحلیلی‌های جهتی در جهات x ، y و z را می‌توان با عبارات زیر بیان کرد (بیکی، ۲۰۱۰):

$$\begin{aligned}\frac{\partial A_\alpha(x,y,z)}{\partial x} &= \frac{\frac{\partial g_\alpha}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 g_\alpha}{\partial x^2} \right) + \frac{\partial g_\alpha}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 g_\alpha}{\partial x \partial y} \right) + \frac{\partial g_\alpha}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 g_\alpha}{\partial x \partial z} \right)}{A_\alpha(x,y,z)} \\ \frac{\partial A_\alpha(x,y,z)}{\partial y} &= \frac{\frac{\partial g_\alpha}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 g_\alpha}{\partial x \partial y} \right) + \frac{\partial g_\alpha}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 g_\alpha}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial g_\alpha}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 g_\alpha}{\partial y \partial z} \right)}{A_\alpha(x,y,z)}, \quad (19) \\ \frac{\partial A_\alpha(x,y,z)}{\partial z} &= \frac{\frac{\partial g_\alpha}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 g_\alpha}{\partial x \partial z} \right) + \frac{\partial g_\alpha}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 g_\alpha}{\partial y \partial z} \right) + \frac{\partial g_\alpha}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 g_\alpha}{\partial z^2} \right)}{A_\alpha(x,y,z)}\end{aligned}$$

که می‌توان به جای α پارامترهای x ، y و z قرار داد.

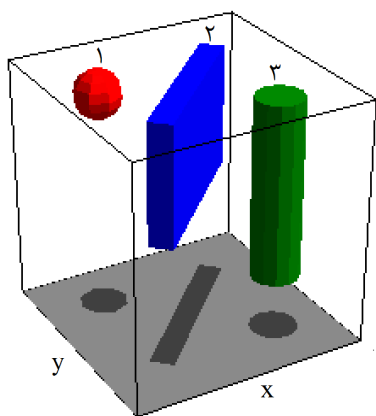
در ادامه دو معادله جدید از معادلات بالا به دست خواهد آمد. با ضرب معادله (۱۶) در A_x و معادله (۱۴) در A_y و جمع کردن هر دو معادله، رابطه (۲۰) بدست خواهد آمد:

$$(x-x_0) \frac{\partial A_{xy}}{\partial x} + (y-y_0) \frac{\partial A_{xy}}{\partial y} + (z-z_0) \frac{\partial A_{xy}}{\partial z} = -(N+1)A_{xy}, \quad (20)$$

که $A_{xy} = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$ و مشتقات در معادلات بالا به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

از حل های نادرست می توان استفاده کرد:

- (۱) حذف پاسخ هایی که موقعیت افقی آنها خارج از محدوده پنجره متحرک هستند.
- (۲) حذف عمق های دارای مقدار منفی.
- (۳) حذف عمق های کوچک تر یا بزرگ تر از یک مقدار آستانه. مقدار آستانه توسط مفسر و با توجه به اطلاعات دیگر از منطقه مورد مطالعه انجام می شود.
- (۴) حذف اندیس ساختاری های غیر معقول از حل های به دست آمده.



شکل ۱. چشم انداز سه بعدی مدل مصنوعی.

برای مدل بالا پنجره متحرک 7×7 در نظر گرفته شد. اکثر حل های قابل اعتماد بر روی بیشینه مقادیر تابع استفاده شده برای حل اویلر قرار دارد. مقادیر بیشینه سیگنال تحلیلی های جهتی در جهات x و y تا حدودی در این جهات کشیده شده است و حل های اویلر نیز از روی لبه ها انحراف پیدا کرده است. همان گونه که از شکل ۳ پیدا است، عمق های به دست آمده از سیگنال تحلیلی در جهت z به علت قرار گرفتن بیشینه مقادیر آن مستقیماً بر روی چشمه آنومالی و اثرات ترکیبی هر سه معادله به علت افزایش سه برابری تعداد معادلات در به دست آوردن حل های اویلر دارای پاسخ های قابل اعتمادتری هستند.

هر کدام از معادلات معرفی شده در بالا را می توان به صورت جداگانه و توأمان در پنجره ای متحرک با مرکز آن بر روی یکی از نقاط شبکه به منظور تخمین موقعیت $P_0(x_0, y_0, z_0)$ و اندیس ساختاری (N) چشمه به شکل ماتریسی و از روش کمترین مربعات خطی حل کرد.

۳ مدل مصنوعی

در این قسمت، مدلی شامل سه جسم در عمق ها و با چگالی های مختلف به منظور بررسی کارایی روش در تخمین موقعیت و اندیس ساختاری در نظر گرفته شد. چشم انداز سه بعدی این مدل در شکل ۱ نشان داده شده است. مشخصات فیزیکی و هندسی مدل در جدول ۲ ارائه شده است. به این مدل نوفه گوسی نسبتاً بالا با میانگین صفر و انحراف معیار ۲ اتووش (E) (حدود ۱۰ درصد g_{zz}) به مؤلفه های تانسور گرادیان گرانی اضافه شد. برای کاهش تأثیر نوفه قبل از اعمال روش، ادامه فراسو به ارتفاع ۲۰ متر بر روی داده ها انجام گرفت. شکل ۲-الف تا ۲-ج به ترتیب دامنه سیگنال تحلیلی های جهتی در جهات x ، y و z را برای مدل شکل ۱ نشان می دهد. شکل ۲-د نیز تابع ED را بعد از اعمال ادامه فراسو نمایش می دهد که مقادیر بیشینه آن (دایره های سفیدرنگ) تقریباً بر روی لبه ی چشمه ها قرار دارد. مکان بیشینه تابع از الگوریتم معرفی شده توسط بلکلی و سیمپسون (۱۹۸۶) به دست آمدند. شکل های ۳-الف تا ۳-ج موقعیت افقی و عمق به دست آمده از روش اویلر را برای معادلات (۱۸-۱۶) به صورت جداگانه و شکل های ۳-د و ۳-ه به ترتیب موقعیت افقی و عمق به دست آمده با در نظر گرفتن معادلات (۱۶-۱۷) و (۱۶-۱۸) به صورت هم زمان را نمایش می دهد. حل های به دست آمده از روش اویلر به صورت نقاط رنگی دارای مقدار بر روی شکل نشان داده شده است. از معیار زیر برای تمیز حل های قابل قبول

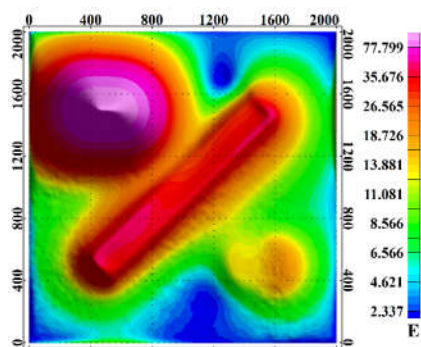
شکل ۴-الف و ۴-ب به ترتیب موقعیت افقی و عمق به دست آمده از معادلات (۲۰) و (۲۲) نشان می‌دهد. همان گونه که از شکل ۴-ب قابل مشاهده است نتایج بر روی استوانه قائم دارای پیوستگی بیشتر است.

اندیس ساختاری نمایانگر اندازه‌گیری نرخ کاهش میدان پتانسیل با فاصله از چشمه آنومالی است. شکل ۵-الف تا ۵-ه نتایج اندیس ساختاری به دست آمده معادل با معادلات به کار رفته در شکل ۳ را نشان می‌دهد. اندیس ساختاری برای مکعب و استوانه قائم بر روی لبه‌های آنها دارای مقداری منفی و نزدیک به صفر است در صورتی که مقدار تئوری اندیس ساختاری برای استوانه قائم برابر با مقدار ۱ است. این بدان علت است که لبه‌های مکعب و استوانه قائم با سطوح تقریباً تماس (کنتاکت) و دارای مقدار اندیس ساختاری تقریباً برابر با صفر است.

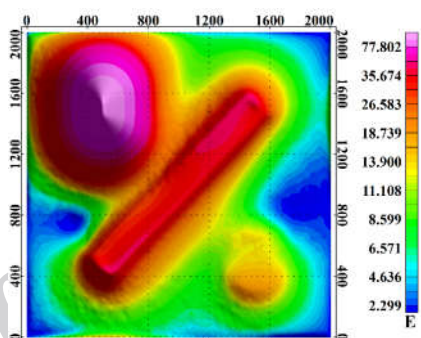
جدول ۲. مشخصات فیزیکی و هندسی اجسام در مدل مصنوعی شکل ۱.

عمق	ضخامت/شعاع	عمق	چگالی	جسم
بیشینه	(متر)	کمینه/مرکز	(کیلوگرم بر مترمکعب)	
(متر)		(متر)		کره (۱)
-	۲۰۰	۲۰۰	۱۰۰۰	مکعب (۲)
۱۰۰۰	۲۰۰	۲۰	۲۰۰	استوانه (۳)
۲۰۰۰	۲۰۰	۵۰	۱۰۰	قائم

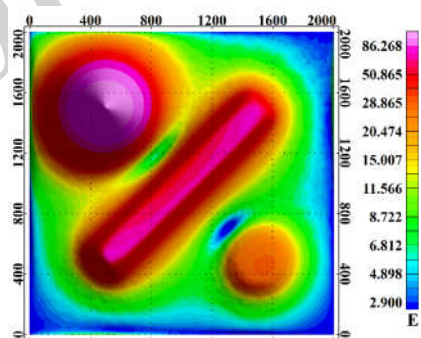
همان گونه که پیش‌تر بیان شد اندیس ساختاری با فاصله از مرکز چشمه آنومالی کاهش می‌یابد و همان‌طور که از اندیس ساختاری‌های به دست آمده برای کره مشهود است با نزدیک شدن به مرکز کره اندیس ساختاری به مقدار واقعی آن (مقدار ۲) نزدیک می‌شود. شکل ۶ نتایج اندیس ساختاری به دست آمده از معادلات جدیدی که در این مقاله معرفی شد (معادلات ۲۰ و ۲۲) نشان می‌دهد که به نتایج به دست آمده در شکل ۵ بسیار نزدیک است.



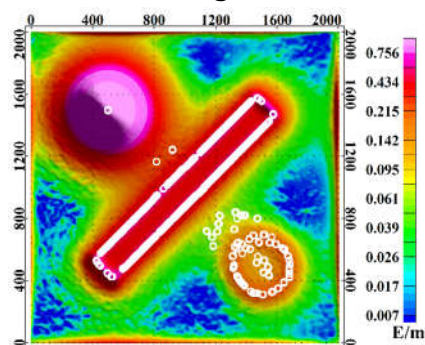
(الف)



(ب)

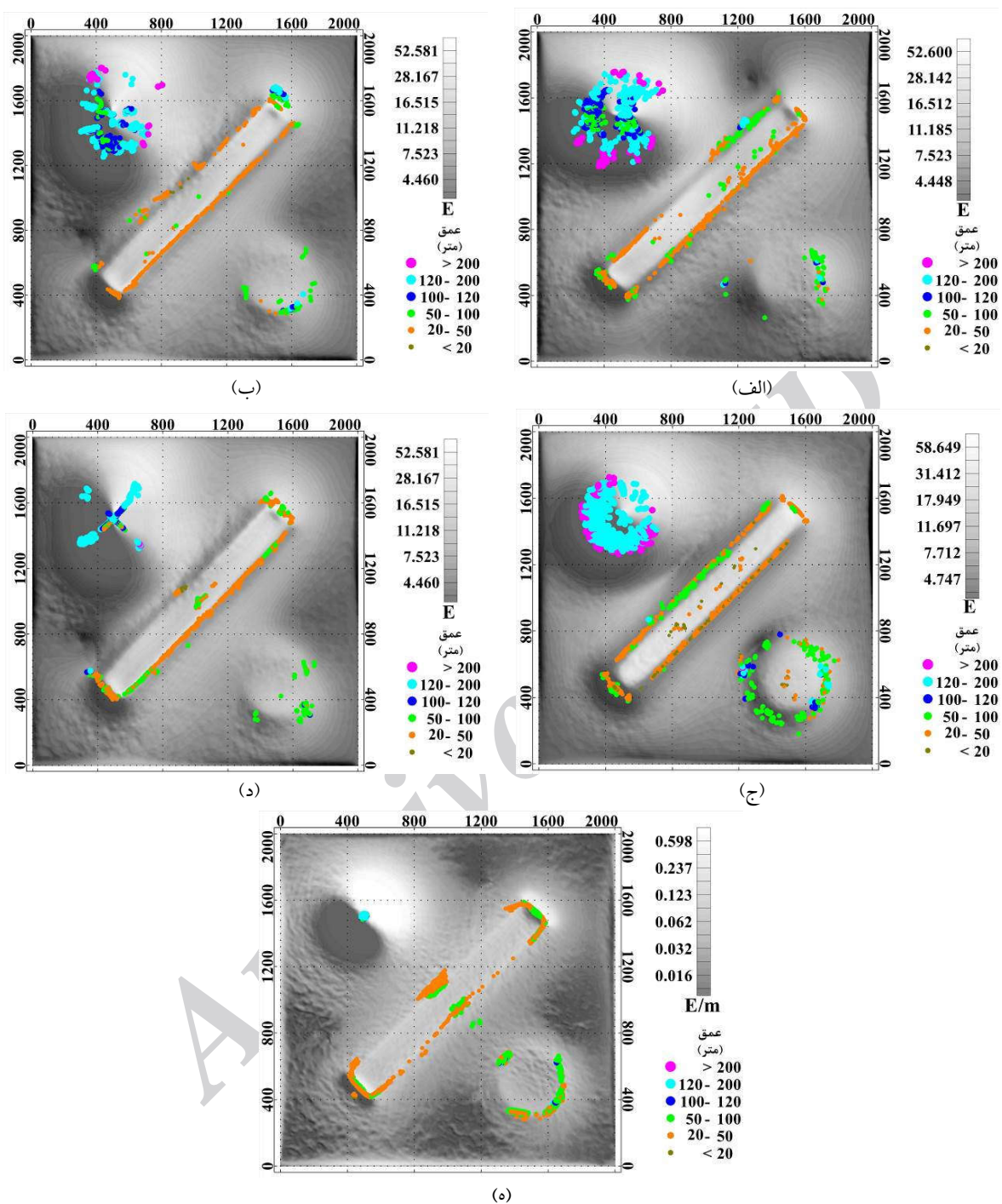


(ج)

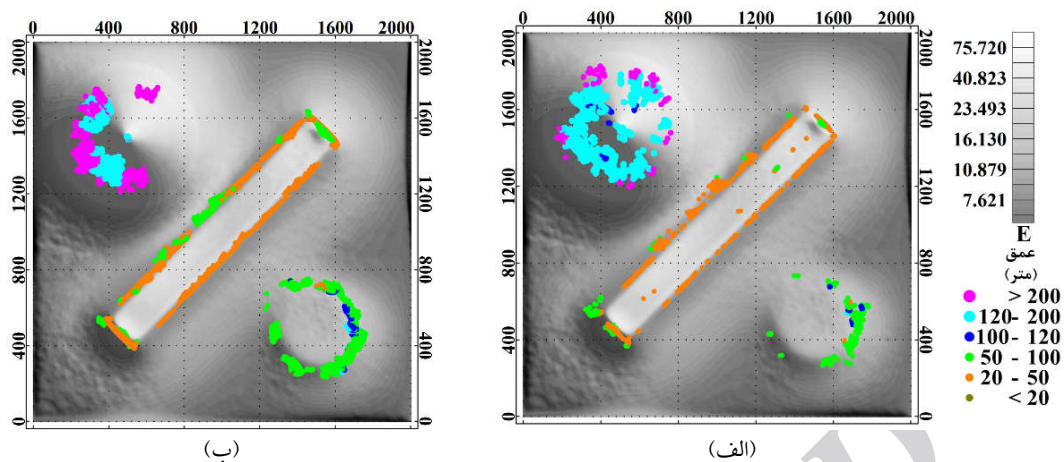


(د)

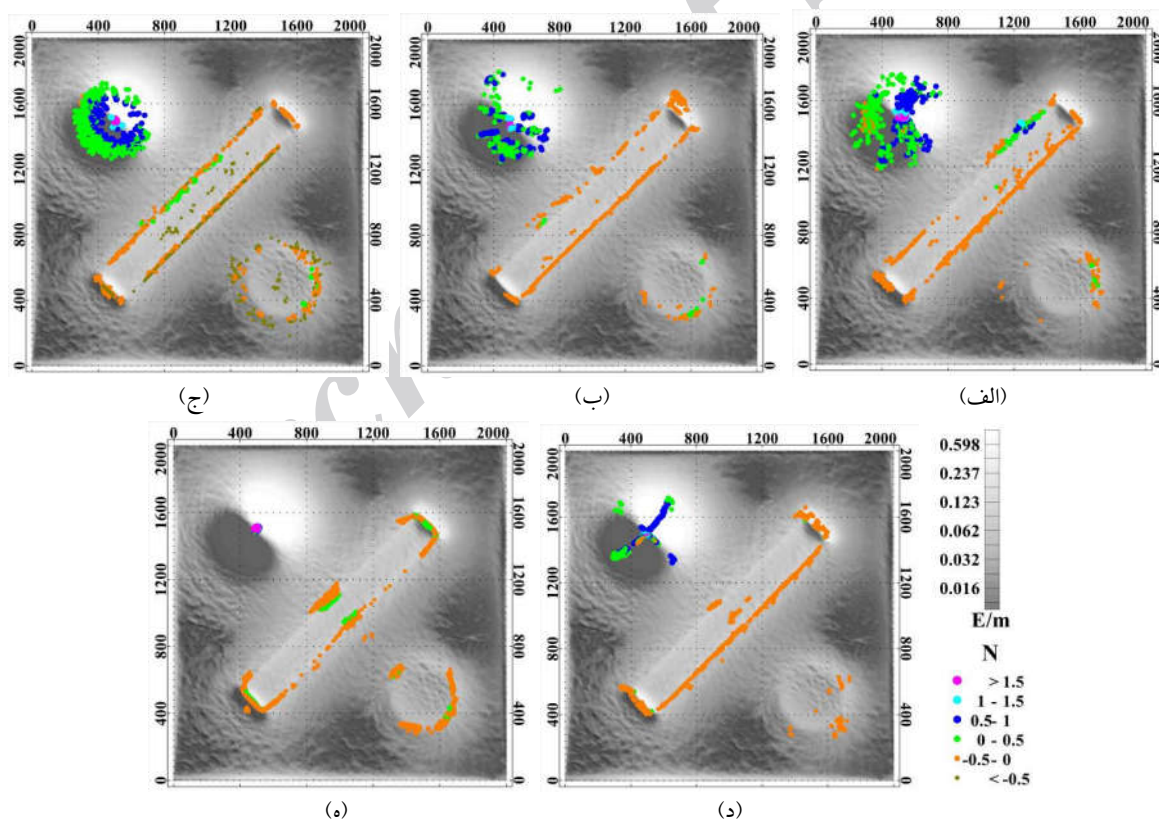
شکل ۲. نقشه‌های سیگنال تحلیلی جهتی در جهات (الف) x ، (ب) y ، (ج) z و (د) تابع ED دایره‌های سفیدرنگ در این شکل نمایانگر مکان بیشینه این تابع است. قبل از محاسبه بر روی مؤلفه‌های تانسور گرادیان ادامه فراسو به ارتفاع ۲۰ متر انجام شده است.



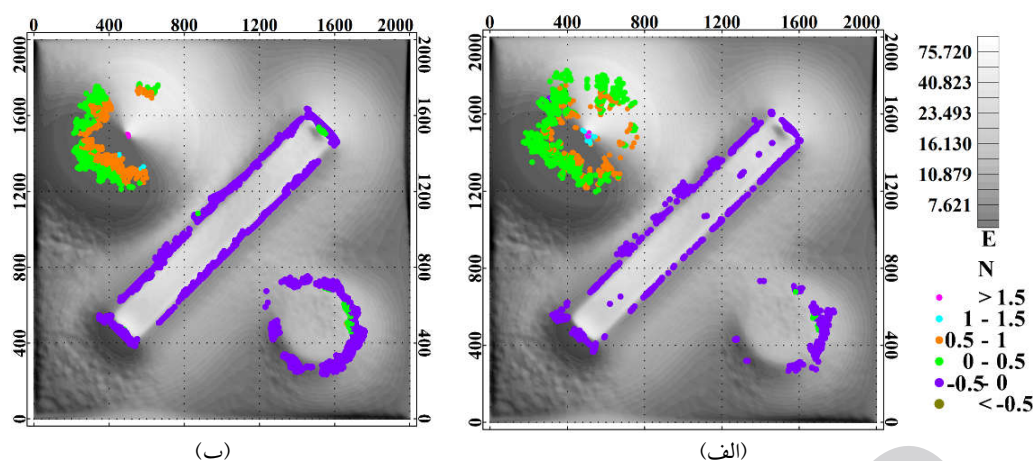
شکل ۳. نتایج تخمین عمق با استفاده از معادلات اوپلر دامنه سیگنال تحلیلی های جهتی. (الف) نتیجه تخمین عمق با استفاده از معادله (۱۶). تصویر پس زمینه سیگنال تحلیلی در جهت x را نشان می دهد. (ب) نتیجه تخمین عمق با استفاده از معادله (۱۷). تصویر پس زمینه سیگنال تحلیلی در جهت y را نشان می دهد. (ج) نتیجه تخمین عمق با استفاده از معادله (۱۸). تصویر پس زمینه سیگنال تحلیلی در جهت z را نشان می دهد. (د) نتیجه تخمین عمق با استفاده از حل هم زمان معادلات (۱۶) و (۱۷). تصویر پس زمینه سیگنال تحلیلی در جهت y را نشان می دهد. (ه) نتیجه تخمین عمق با استفاده از حل هم زمان معادلات (۱۶)، (۱۷) و (۱۸). تصویر پس زمینه تابع ED را نشان می دهد.



شکل ۴. (الف) نتیجه تخمین عمق با استفاده از معادله (۲۰). (ب) نتیجه تخمین عمق با استفاده از معادله (۲۲). تصویر پس‌زمینه تابع A_{xyz} را نشان می‌دهد.



شکل ۵. نتایج تخمین انیستری ساختاری با استفاده از معادلات اوپلر دامنه سیگنال تحلیلی‌های جهتی. (الف) نتیجه تخمین انیستری ساختاری با استفاده از معادله (۱۶). (ب) نتیجه تخمین انیستری ساختاری با استفاده از معادله (۱۷). (ج) نتیجه تخمین انیستری ساختاری با استفاده از معادله (۱۸). (د) نتیجه تخمین عمق با استفاده از حل هم‌زمان معادلات (۱۶) و (۱۷). (ه) نتیجه تخمین عمق با استفاده از حل هم‌زمان معادلات (۱۶)، (۱۷) و (۱۸). تصویر پس‌زمینه تابع ED را نشان می‌دهد.



شکل ۶. الف) نتیجه تخمین اندیس ساختاری با استفاده از معادله (۲۰). ب) نتیجه تخمین اندیس ساختاری با استفاده از معادله (۲۲). تصویر پس‌زمینه تابع A_{xyz} را نشان می‌دهد.

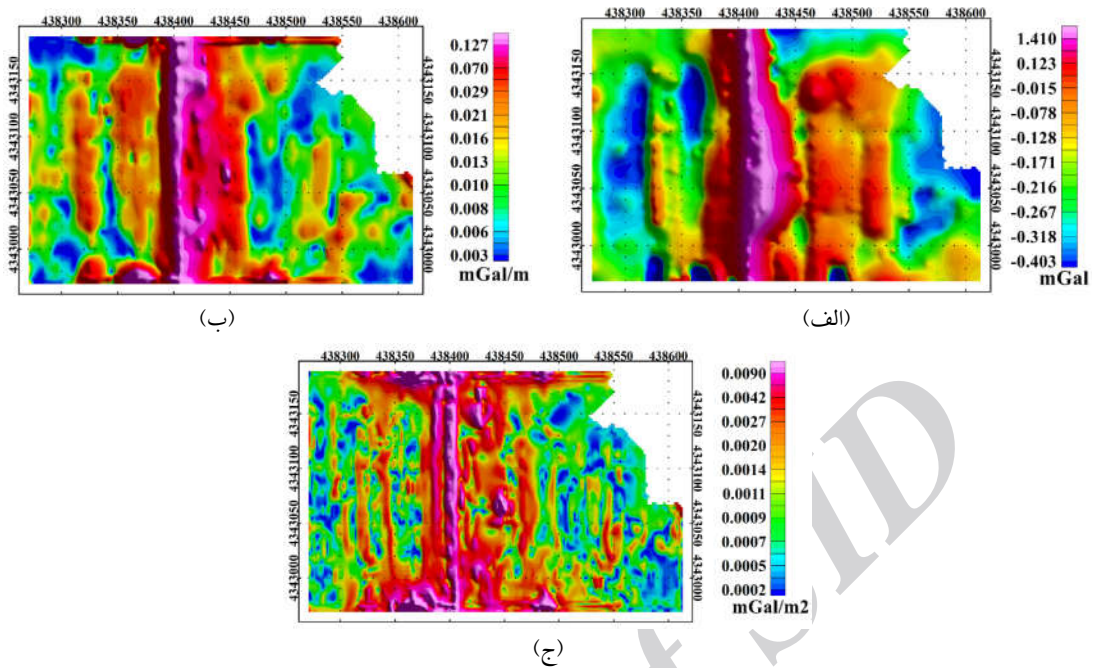
به ترتیب نقشه مؤلفه g_{zz} در تانسور گرادیان گرانی و تابع ED را نشان می‌دهد. همان‌گونه که از این شکل‌ها می‌توان دید تابع ED توانسته است لبه غربی آنومالی را به صورت باریکه‌ای برجسته‌تر از مؤلفه g_{zz} نشان دهد. برای به دست آوردن موقعیت و اندیس ساختاری از معادلات ذکر شده در بالا پنجره‌ای متحرک با اندازه 11×11 برای هر کدام از معادلات در نظر گرفته شد.

شکل ۸-الف و ۸-ب به ترتیب موقعیت افقی و عمق به دست آمده از معادله (۱۶) و حل هم‌زمان معادلات (۱۸-۱۶) را نشان می‌دهد. نتایج تعیین موقعیت با استفاده از معادلات (۲۰) و (۲۲) نیز به ترتیب در شکل‌های ۸-ج و ۸-د نمایش داده شده است (از سایر معادلات نیز نتایج مشابهی به دست آمد که در اینجا آورده نشده است). با توجه به شکل ۸ تمام این روش‌ها عمق را بر روی لبه غربی آنومالی به خوبی در بازه ۵-۱۰ متر نشان می‌دهد. اندیس ساختاری برای این معادلات محاسبه و در شکل ۹ با استفاده از دایره‌های رنگی دارای مقدار نمایش داده شده است که مقادیر نمایانگر وجود سطح تماس (کتکت) با مقادیر منفی نزدیک به صفر است.

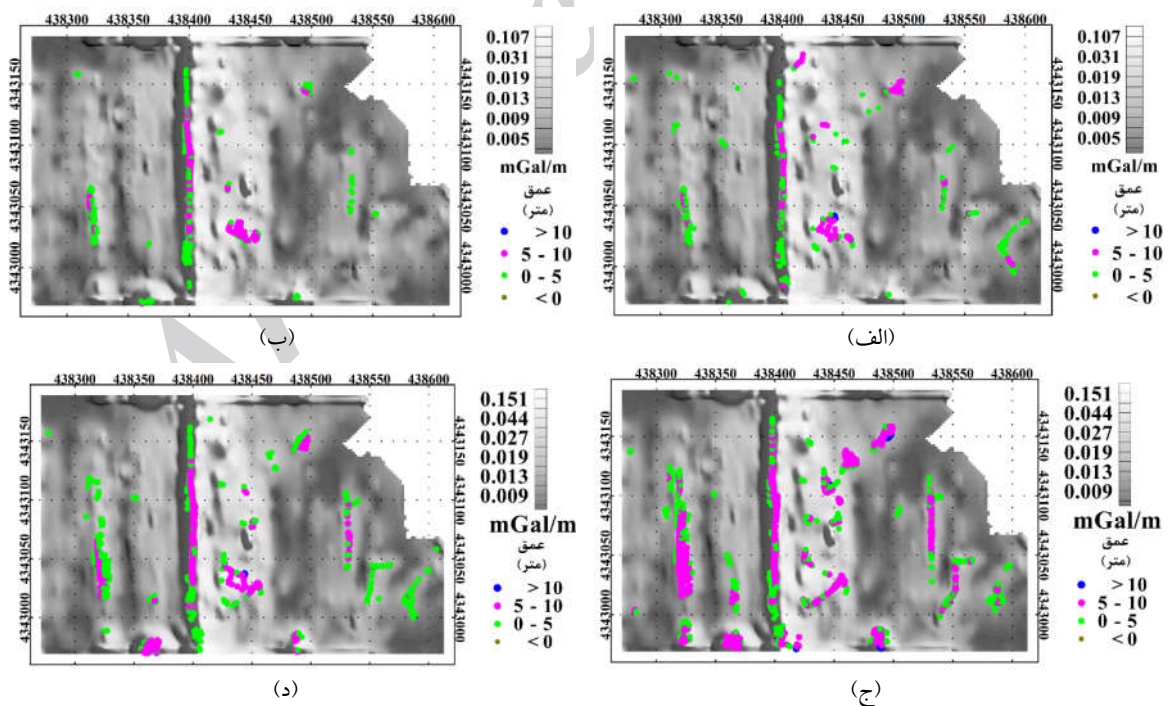
۴ داده‌های واقعی

کانسار منگنز صفو در فاصله حدود ۲۵ کیلومتری شمال شهرستان چالدران واقع است. این منطقه به لحاظ ساختاری و زمین‌شناسی در زون افیولیتی شمال باختر کشور (موسوم به افیولیت خوی) جای دارد. در افیولیت خوی نشانه‌هایی از کانه‌زایی یافت می‌شود که عموماً از نوع نهشته‌های منگنز، منگنز-آهن، آهن و منگنز-آهن-مس هستند. در منطقه صفو، انباشتگی منگنز در چند افق در درون شیل‌های آهکی پلاژیک قرمز رنگ، چرت و آهک پلاژیک روی داده است. در این منطقه برداشت گرانی در مستطیلی که گوشه منته‌الیه جنوب غربی آن به مختصات 438276 و 4342971 و گوشه شمال شرقی آن به مختصات 438609 و 4343187 در سیستم تصویر UTM قرار دارد، انجام شده است.

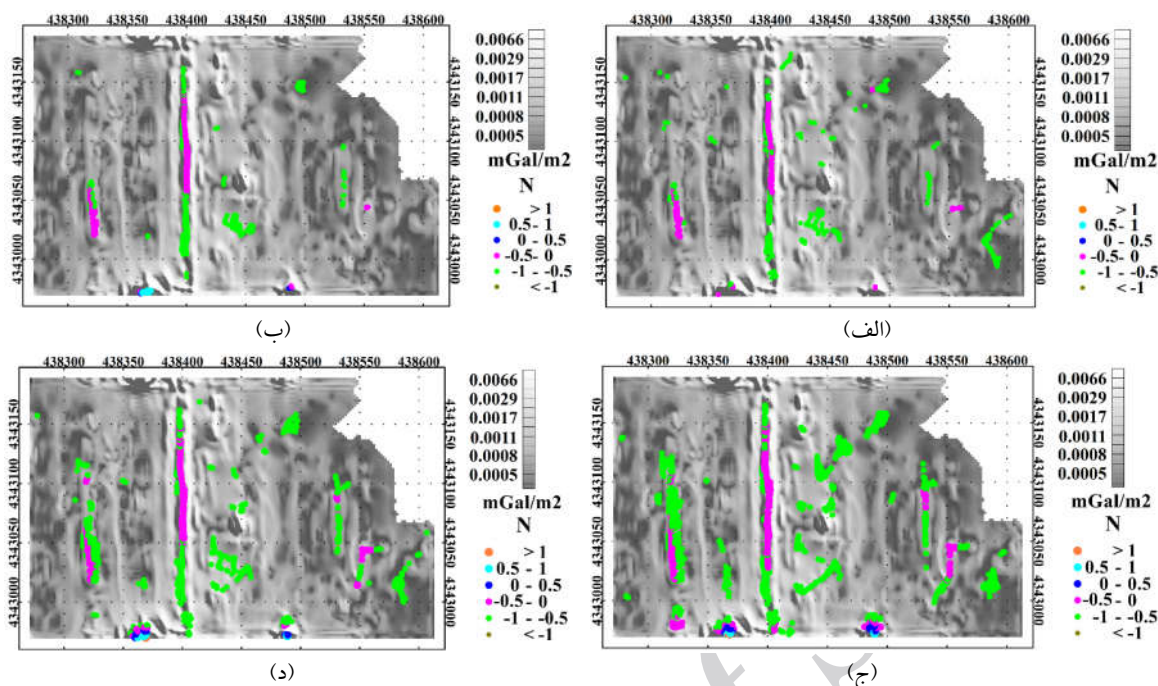
البته در این محدوده در گوشه شمال شرقی شبکه به علت عوارض توپوگرافی، داده گرانی کمتری برداشت شده است. شکل ۷-الف بی‌هنجاری باقیمانده را نشان می‌دهد که گسترش شمالی-جنوبی چشمه آنومالی به خوبی در این شکل مشهود است. شکل ۷-ب و ۷-ج



شکل ۷. (الف) آنومالی باقیمانده بر روی معدن منگیزی صفو. (ب) نقشه سیگنال تحلیلی جهتی در جهت Z (ج) نقشه تابع ED



شکل ۸. (الف) نتیجه تخمین عمق با استفاده از معادله (۱۸). تصویر پس‌زمینه سیگنال تحلیلی در جهت Z را نشان می‌دهد. (ب) نتیجه تخمین عمق با استفاده از حل هم‌زمان معادلات (۱۶)، (۱۷) و (۱۸). تصویر پس‌زمینه سیگنال تحلیلی در جهت Z را نشان می‌دهد. (ج) نتیجه تخمین عمق با استفاده از معادله (۲۰). تصویر پس‌زمینه تابع A_{xyz} را نشان می‌دهد. (د) نتیجه تخمین عمق با استفاده از معادله (۲۲). تصویر پس‌زمینه تابع A_{xyz} را نشان می‌دهد.



شکل ۹. (الف) نتیجه تخمین اندیس ساختاری با استفاده از معادله (۱۸). (ب) نتیجه تخمین اندیس ساختاری با استفاده از حل همزمان معادلات (۱۶)، (۱۷) و (۱۸). (ج) نتیجه تخمین اندیس ساختاری با استفاده از معادله (۲۰). (د) نتیجه تخمین عمق با استفاده از معادله (۲۲). تصویر پس‌زمینه تابع ED را نشان می‌دهد.

۵ نتیجه‌گیری

تحلیلی های جهتی در جهات x و y استفاده شد که به خوبی لبه چشمه های آنومالی را برجسته می‌نماید. بیشینه مقادیر سیگنال تحلیلی های جهتی در جهت z مستقیماً بر روی لبه چشمه های آنومالی قرار دارد اما به علت کشیدگی توابع سیگنال تحلیلی های جهتی در جهات x و y در این جهات بیشینه مقادیر آنها نیز از روی لبه انحراف دارد و موقعیت افقی به دست آمده از کاربرد معادلات اوپلر آنها قطعیت پایینی دارد. به همین جهت استفاده هم‌زمان از هر دو یا سه دامنه سیگنال تحلیلی های جهتی می‌تواند جواب های دقیق تری ارائه دهد.

استفاده از معادله اوپلر دامنه سیگنال تحلیلی های جهتی نسبت به روش استاندارد اوپلر دارای معایب و محاسنی است. در حضور چشمه های تداخلی روش استاندارد معادله اوپلر به علت استفاده از مشتقات مرتبه دوم و فرض تنها یک اندیس ساختاری برای کل چشمه های دخیل در

در این مقاله کاربرد معادله اوپلر دامنه سیگنال تحلیلی های جهتی در تعیین موقعیت و اندیس ساختاری چشمه های آنومالی گرانی مورد بررسی قرار گرفت. سیگنال تحلیلی های جهتی برحسب مؤلفه های تانسور گرادیان گرانی تعریف می‌شوند که ستون سوم این تانسور جفت تبدیل هیلبرت ستون اول و دوم است. ابتدا در حالت کلی اثبات شد که هر کدام از سیگنال تحلیلی های جهتی در جهات x ، y و z در معادله اوپلر صدق می‌کنند و سپس با استفاده از ترکیبات آنها دو معادله جدید نتیجه شد که در تعیین موقعیت و نوع چشمه مستقیماً بر روی آن نسبت به استفاده منفرد از هر کدام از سیگنال تحلیلی های جهتی موفق تر است. همچنین می‌توان از سیگنال تحلیلی های جهتی به منظور تشخیص لبه های اجسام استفاده کرد. در این مورد از تابعی بر اساس مشتقات قائم سیگنال

- Debeglia, N., and Coppel, J., 1997, Automatic 3-D interpretation of potential field data using analytic signal derivatives: *Geophysics*, **62**(1), 87-96.
- Ma, G., 2014, The application of extended Euler deconvolution method in the interpretation of potential field data: *Journal of Applied Geophysics*, **107**, 188-194.
- Ma, G., Huang, D., and Liu, C., 2013, Application of balanced edge detection filters to estimate the location parameters of the causative sources using potential field data: *Journal of Applied Geophysics*, **99**, 18-23.
- Mikhailov, V., Pajot, G., Diamant, M., and Price, A., 2007, Tensor deconvolution: A method to locate equivalent sources from full tensor gravity data: *Geophysics*, **72**(5), 161-169.
- Nabighian, M. N., and Hansen, R., 2001, Unification of Euler and Werner deconvolution in three dimensions via the generalized Hilbert transform: *Geophysics*, **66**(6), 1805-1810.
- Reid, A. B., Allsop, J., Granser, H., Millett, A. T., and Somerton, I., 1990, Magnetic interpretation in three dimensions using Euler deconvolution: *Geophysics*, **55**(1), 80-91.
- Reid, A. B., Ebbing, J., and Webb, S. J., 2012, Comment on 'A crustal thickness map of Africa derived from a global gravity field model using Euler deconvolution' by Getachew E. Tedla, M. van der Meijde, A. A. Nyblade and F. D. van der Meer: *Geophysical Journal International*, **189**(3), 1217-1222.
- Reid, A. B., Ebbing, J., and Webb, S. J., 2014, Avoidable Euler Errors—the use and abuse of Euler deconvolution applied to potential fields: *Geophysical Prospecting*, **62**(5), 1162-1168.
- Roest, W. R., Verhoef, J. and Pilkington, M., 1992, Magnetic interpretation using the 3D analytic signal: *Geophysics*, **57**(1), 116-125.
- Thompson, D., 1982, EULDPH: A new technique for making computer-assisted depth estimates from magnetic data: *Geophysics*, **47**(1), 31-37.
- Zhang, C., Mushayandebvu, M. F., Reid, A. B., Fairhead, J. D., and Odegard, M. E., 2000, Euler deconvolution of gravity tensor gradient data: *Geophysics*, **65**(2), 512-520.
- آنومالی نتایج به دست آمده دارای خطای بالاتر و قدرت تفکیک پایین تری نسبت به معادله اوایلر دامنه سیگنال تحلیلی های جهتی است. مزیت دیگر استفاده از معادله سیگنال تحلیلی های جهتی به دست آوردن اندیس ساختاری به صورت هم زمان با موقعیت چشمه است. به علت اینکه معادله اوایلر سیگنال تحلیلی های جهتی از مشتقات مرتبه سوم نسبت به معادله استاندارد آن استفاده می کند نسبت به سطح نوفه حساس تر است؛ بنابراین استفاده از روش های کاهش اثر نوفه مانند ادامه فراسو مفید است.
- روش توصیف شده در بالا بر روی مدلی مصنوعی در حضور چشمه های تداخلی و نوفه گوسی نسبتاً بالا امتحان شد. همچنین این روش بر روی معدن منگنزی صفو اعمال شد که نتایج به دست آمده موقعیت افقی، عمق (در حدود ۶ متر) و اندیس ساختاری را برای این منطقه نشان می دهد.

سپاسگزاری

نویسنده مقاله بر خود لازم می داند که از مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران بخش گرانی سنجی به منظور اجازه برای استفاده از داده های میدان گرانی منطقه صفو تشکر کند.

منابع

- Beiki, M., 2010, Analytic signals of gravity gradient tensor and their application to estimate source location: *Geophysics*, **75**(6), 159-174.
- Beiki, M., and Pedersen, L. B., 2010, Eigenvector analysis of gravity gradient tensor to locate geologic bodies: *Geophysics*, **75**(6), I37-I49.
- Blakely, R. J., and Simpson, R. W., 1986, Approximating edges of source bodies from magnetic or gravity anomalies: *Geophysics*, **51**(7), 1494-1498.

Application of the Euler deconvolution of directional analytic signal amplitudes in determination of location and type of gravity anomaly sources

Mohammad Barazesh^{1*}

¹*M. Sc., Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran*

(Received: 25 January 2017, Accepted: 13 May 2017)

Summary

The components of Gravity Gradient Tensor (GGT) is used for second-order derivatives of the gravitational potential field in the directions x , y and z in a Cartesian coordinate system. The third column of the gravity gradient tensor is Hilbert transform pairs of the first and the second columns. Many methods have been designed to estimate the depth, the horizontal position and the type of the sources from gravity gradient tensor components. Often, these methods are used derivatives of potential field data or their compounds in directions x , y , and z . Standard Euler deconvolution method is an approach in the interpretation of potential field data. It is able to locate the sources and to estimate the regional parameters with the assumption of the structural index. This approach is an automated method that has seen rapid development in recent years. The result of this method closely related to the precision of the assumed structural index parameter, and the accuracy is reduced in the presence of interference sources. Euler deconvolution of the directional analytic signal amplitudes is one of many methods to eliminate this problem. It is shown that the components of the gravity vector satisfy Euler's equation. Thus, it is proved that the amplitudes of directional analytic signal are homogenous and by putting in Euler's equation can estimate the location and the structural index of the gravity anomalies. In addition, two new equations were obtained from the combination of directional analytic signal amplitudes that is very effective in locating and estimating the structural index of gravity sources.

This paper was examined the application of Euler's equation of the directional analytic signal amplitudes to determine the location and the structural index of gravity anomaly sources. First, it is proved that each of directional analytic signal amplitudes in directions x , y , and z satisfy Euler's equation. Second, using the combination of directional analytic signal amplitudes derived two new equations that is more successful in determining the location (horizontal positions and depth) and source type (structural index) directly over the edges of gravity anomaly sources. The maxima of analytic signal amplitude in the z - direction place directly on the edge of the anomaly sources, but the maxima of analytic signal amplitude in the x - and y - directions deviate from the edges. That is why the simultaneous use of two or three-directional analytic signal amplitude can provide more accurate solutions.

The method described above was tested on the synthetic model in the presence of relatively high level Gaussian noise and interference sources. Finally, the method was applied to the Safoo manganese ore and obtained horizontal position, depth (~6 m) and structural index. MATLAB software was used to apply the above-mentioned methods.

Keywords: Euler deconvolution, directional analytic signal amplitudes, gravity gradient tensor

*Corresponding author: