

## نقش هموارسازی اثرات توپوگرافی - ایزوستازی بر آنومالی جاذبی

مهدی گلی<sup>۱\*</sup>، و عبدالحسین موسوی الکاظمی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> استادیار، دانشکده عمران دانشگاه شاهرود، سمنان، ایران

<sup>۲</sup> مربی، گروه مهندسی نقشه برداری، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۰۵/۰۸، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۲/۲۶)

### چکیده

اثر جاذبی توپوگرافی یک مؤلفه عمده در تغییرات شتاب ثقل است که نقش عمده‌ای در مطالعه میدان ثقل زمین در ژئودزی و ژئوفیزیک دارد. حذف این اثر یک گام مهم در مدل‌سازی محلی میدان ثقل زمین و اکتشافات ژئوفیزیکی است. با حذف اثر توپوگرافی و نرم شدن سیگنال آنومالی جاذبه امکان تقریب با دقت بهتر این سیگنال فراهم می‌شود. این مطالعه به نقش اثرات توپوگرافی و ایزوستازی در نرم کردن سیگنال آنومالی جاذبی می‌پردازد. در این راستا مدل‌های مختلف آنومالی جاذبی نظیر هوای آزاد، بوگه، مدل‌های ایزوستازی پرات، ایری و وینینگ مینر-موریتز (VMM) مورد بررسی و مقایسه قرار می‌گیرد. از آنجا که توپوگرافی بخش عمده تغییرات طول‌موج‌های کوتاه میدان جاذبی را در بر می‌گیرد، انتظار می‌رود آنومالی‌های بوگه نسبت به آنومالی هوای آزاد نرم‌تر باشند. برای بررسی نقش اضافه شدن اثر جبران ایزوستازی، آنومالی‌های دو مدل ایده‌آل پرات و ایری به همراه مدل موهو تعیین شده از مدل وینینگ مینر-موریتز با بوگه مقایسه می‌شود. تحلیل عددی روی داده‌های گرانی زمینی منطقه کوهستانی کلرادو در کشور امریکا انجام گرفت. تحلیل طیفی دو بعدی کمترین مربعات برای بررسی نرمی سیگنال‌های هوای آزاد، بوگه و پرات، ایری و VMM به کار برده شد. نتایج نشان می‌دهد مدل‌های ایزوستازی نقشی در حذف فرکانس‌های بالای میدان نسبت به مدل بوگه ندارند. بر این اساس هموارسازی مدل‌های ایزوستازی شامل طول‌موج‌های بزرگ‌تر از ۵۰ کیلومتر است. مدل ایزوستازی VMM نرم‌ترین سیگنال را نسبت به سایر بی‌هنجاری‌های دیگر ایجاد می‌کند.

**واژه‌های کلیدی:** آنومالی جاذبی، اثر توپوگرافی-ایزوستازی، وینینگ-مینر-موریتز، هموارسازی

## ۱ مقدمه

اثر جاذبی توپوگرافی به عنوان یکی از مؤلفه‌های مهم میدان ثقل زمین، نقش عمده‌ای در محاسبات ژئودزی فیزیکی و ژئوفیزیک ایفا می‌کند. در ژئودزی فیزیکی مدل‌سازی اثرات جاذبی توپوگرافی (اجرام بالای ژئوئید) به منظور ایجاد فضای هارمونیک در حل مسائل مقدار مرز ژئودتیکی انجام می‌شود. در فضای هارمونیک امکان انتقال فرسو مشاهدات از سطح زمین بروی ژئوئید مهیا می‌شود (سانسو و سیدریس، ۲۰۱۷). علاوه بر این حذف اثر جاذبی توپوگرافی باعث هموار شدن سیگنال آنومالی جاذبی می‌شود. این امر خطای تقریب و مدل‌سازی را کاهش می‌دهد. برای مثال، پیش‌بینی آنومالی جاذبی با دقت بالاتری انجام می‌شود و به پایداری بیشتر مسئله انتقال فرسو کمک می‌کند (گلی و همکاران، ۱۳۹۱). در ژئوفیزیک حذف اثر توپوگرافی به کشف بهتر بی‌هنجاری چگالی برای تعیین ساختارهای زیرسطحی کمک می‌کند (هاینز، ۲۰۱۳).

بار اجرام بالای ژئوئید کم‌وبیش توسط مکانیسمی موسوم به ایزوستازی جبران می‌شود. از حدود ۱۵۰ سال گذشته تا کنون مدل‌های جبران ایزوستازی مختلفی نظیر ایری و پرات پیشنهاد و روابط ریاضی آنها تکمیل شده است. سه مدل اصلی ایزوستازی شامل ایری-هیزکانن، پرات-هایفورد و وینینگ-مینز تا کنون در مطالعات مختلفی به کار گرفته شده‌اند (واتس، ۲۰۰۱). تعادل ایزوستازی در بخش‌های مختلف زمین ممکن است نزدیک به یکی از سه مدل فوق یا ترکیبی از آنها باشد. طبق تعریف، آنومالی جاذبی ایزوستازی از حذف اثرات توپوگرافی و جبران اثرات ایزوستازی به دست می‌آید.

در مدل‌سازی میدان ثقل زمین، با حذف اثر توپوگرافی، تعادل ایزوستازی زمین به هم می‌خورد. این امر باعث تغییر شدید تابعک‌های میدان ثقل زمین از جمله ژئوئید می‌شود. این مؤلفه را اثر غیرمستقیم می‌گویند.

برداشتن توپوگرافی بدون در نظر گرفتن جبران ایزوستازی، باعث تغییر ارتفاعی ژئوئید تا چند صد متر می‌شود. از آنجایی که بزرگی اثر غیرمستقیم، خطای محاسبه آن را افزایش می‌دهد، لذا هدف اصلی از مدل‌سازی اثر ایزوستازی در ژئودزی، کاهش اثر غیرمستقیم است.

بی‌هنجاری هوای آزاد، واقعی‌ترین مدل بی‌هنجاری ایزوستازی است. این بی‌هنجاری دارای کمترین اثر غیرمستقیم است و به آسانی محاسبه می‌شود. با این وجود، این بی‌هنجاری با توپوگرافی تغییر می‌کند و نرم نیست. اغلب فرکانس‌های بالای میدان جاذبه ناشی از اثر جاذبی توپوگرافی نقاط نزدیک (کمتر از چند ده کیلومتر) است (مخلوف و ایلک، ۲۰۰۸). اما اثر ایزوستازی بیشتر شامل مؤلفه‌های منطقه‌ای متناظر با طول‌موج‌های متوسط میدان ثقل زمین می‌شود (هایسکانن و موریتس، ۱۹۶۷). لذا با اعمال اثر توپوگرافی و ایزوستازی سیگنال بی‌هنجاری جاذبه نرم‌تر شود. مارتینک (۱۹۹۶) از تحلیل طیفی پروفیل‌های یک‌بعدی نشان داد که مقادیر آنومالی جاذبی ایزوستازی نسبت به هلمرت و هوای آزاد نرم‌تر هستند. در مطالعه گوتل و رومل (۲۰۰۹) اثر هموارسازی دو مدل ایری و پرات را در مقیاس منطقه‌ای و جهانی بررسی کردند. بر اساس نتایج آنها هموارسازی ایری در مناطق کوهستانی مدل ایزوستازی و مدل چرت در مناطق پست و اقیانوسی اثر هموارسازی بیشتری بر آنومالی‌های هوای آزاد دارد. اسحق و باقرندی (۲۰۱۱) از آنومالی‌های ایزوستازی متناظر با مدل پوسته به دست آمده با تئوری وینینگ-مینز-مورتیز، در انتقال رو به پایین داده‌های گرادیمتری گوس استفاده کردند. این مطالعه نشان داد که استفاده از این مدل اثر مثبت ناچیزی بر نرمی گرادیمان‌های حاصل از ماهواره گوس دارد.

هدف از انجام این مطالعه، بررسی نقش اثر توپوگرافی و ایزوستازی بر هموارسازی سیگنال آنومالی جاذبی است.

که  $\psi$  فاصله کروی است. همچنین  $d\Omega' = \cos \theta' d\theta' d\lambda'$ .

در رابطه (۱) محدوده انتگرال گیری تمام ارتفاعات توپوگرافی در سطح زمین است و دانسته در راستای شعاعی و جانبی تغییر می کند؛ اما در این مطالعه از تغییرات شعاعی و جانبی چگالی پوسته صرف نظر می شود. همچنین با توجه به اینکه توپوگرافی اجرام نزدیک، فرکانس های بالای میدان را ایجاد می کنند و هدف این مطالعه بررسی اثر هموارسازی توپوگرافی است، همه محاسبات تا شعاع  $\psi_0 = 1.5^\circ$  رابر ۱۶۷ کیلومتر (زون هایفورد) انجام می شود. با فرض ثابت بودن چگالی، انتگرال (۱) روی مؤلفه شعاعی دارای جواب تحلیلی است. لذا:

(۲)

$$A^T(r, \Omega) = -G\rho_0 \iint_{\psi < \psi_0} K(r, \psi, r') \Big|_{r'=R}^{R+H} d\Omega',$$

که کرنل  $K$  از رابطه:

$$K(r, \psi, r') = \int_{r'} \tilde{L}(r, \psi, r') dr' \\ = \frac{(r'^2 + 3r^2) + \cos \psi (1 - 6rr' \cos^2 \psi)}{L} \\ + r(3 \cos^2 \psi - 1) \ln(r' - r \cos \psi + L), \quad (3)$$

محاسبه می شود (هک و سایتز، ۲۰۰۷). خطای استفاده از تقریب کروی در محاسبه اثرات توپوگرافی به جای تقریب بیضوی ناچیز است (گلی و نجفی علمداری، ۱۳۹۳).

با حذف اثر جاذبی توپوگرافی از آنومالی هوای آزاد، آنومالی بوگه به دست می آید:

$$\Delta g^B = \Delta g^{FA} - A^T. \quad (4)$$

در محاسبه آنومالی جاذبی بوگه اثر توپوگرافی،  $A^T$  را به دو مؤلفه پوسته بوگه و اثر ناهمواری توپوگرافی تبدیل می کنند:

برای این منظور پس از حذف اثر توپوگرافی بر آنومالی های هوای آزاد، آنومالی بوگه به دست می آید. مطالعه هموارسازی اثر توپوگرافی از تحلیل محتوای فرکانس آنومالی های بوگه کامل با آنومالی های هوای آزاد امکان پذیر است. برای مطالعه نقش اثر جبران ایزوستازی سه مدل پرات-هایفورد، ایری-هیزکانن و وینینگ مینز-مورتیز با آنومالی جاذبی بوگه کامل و هوای آزاد مقایسه می شود. این مطالعه سعی دارد به سؤالات زیر پاسخ دهد:

- آیا آنومالی های ایزوستازی از آنومالی های بوگه نرم تر هستند؟
- محدوده فرکانسی اثر جاذبی اجرام ایزوستازی چیست؟
- مدل های واقعی ایزوستازی نظیر وینینگ-مینز-مورتیز چه اثری بر هموارسازی میدان نسبت به مدل های ایده آل نظیر ایری-هیزکانن و پرات-هایفورد دارند؟

## ۲ حذف اثر توپوگرافی

در تقریب کروی، اثر جاذبی توپوگرافی بر شتاب ثقل، اثر جاذبی همه اجرام بالای ژئوئید است (مارتینک، ۱۹۹۸):

$$A^T(r, \Omega) = -G \iint_{\Omega} \int_{r'=R}^{R+H'} \rho(r', \Omega') \tilde{L}(r, \psi, r') dr' d\Omega', \quad (1)$$

که  $\Omega = (\theta, \lambda)$  مختصات مسطحاتی کروی، شعاع ژئوسنتریک نقطه محاسبه،  $H$  و  $H'$  به ترتیب ارتفاع ارتومتریک نقطه محاسبه و انتگرال گیری، شعاع متوسط ژئوئید،  $G$  ثابت گرانش،  $\rho$  دانسیته و  $L = r'^2 \frac{\partial L^{-1}}{\partial r}$  فاصله اقلیدسی بین دو نقطه محاسباتی و انتگرال گیری است.

$$L = \sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \theta \cos \psi}.$$

آنومالی ایزوستازی،  $\Delta g^I$ ، از کم کردن اثر جاذبی توپوگرافی و جبران اثرات جاذبی ریشه توپوگرافی به دست می‌آید:

$$\Delta g^I = \Delta g^{FA} - A^T + A^I, \quad (7)$$

که  $A^I$  شتاب جاذبی جبران توپوگرافی است. در حالت کلی شتاب جاذبی ایزوستازی از رابطه (۸) محاسبه می‌شود.

$$A^I(r, \Omega) = -G \iint_{\Omega} \rho^c(\Omega') \int_{r'=R-D(\theta', \lambda')}^R \tilde{L}(r, \psi, r') dr' d\Omega'. \quad (8)$$

هریک از دو مدل پرات و ایری یکی از دو پارامتر چگالی  $\rho^c(\Omega')$  و عمق  $D(\Omega')$  را فرض کرده و با فرض آن پارامتر دیگر را با شرط شناوری پوسته روی گوشته محاسبه می‌کنند.

### ۳-۱ اثر جاذبی مدل پرات-هایفورد

در مدل ایزوستازی پرات-هایفورد، ضخامت پوسته زمین ثابت فرض می‌شود. لذا جبران توپوگرافی از تغییرات چگالی در زیر کوهستان‌ها (ریشه) برقرار می‌شود (شکل ۱). فرض عمده دیگر این مدل این است که جبران اثر توپوگرافی به صورت محلی و برای همه نقاط برقرار است. در این مدل پوسته زمین به صورت ستون‌های مجزا از هم در نظر گرفته می‌شود. با فرض ثابت بودن عمق پوسته برای همه نقاط، رابطه (۸) به رابطه (۹) تبدیل می‌شود (رومل و همکاران، ۱۹۸۸):

$$A^P(r, \Omega) = -G \iint_{\Omega'} \int_{r'=R-D}^R \tilde{L}(r, \psi, r') dr' d\Omega', \quad (9)$$

$D$  عمق متوسط پوسته از سطح ژئوئید است که معمولاً عددی در حدود ۳۰-۶۰ کیلومتر فرض می‌شود. در شکل ۱ از اعمال شرط تعادل برای تمام ستون‌ها می‌توان چگالی

$$A^T(r, \Omega) = A^B + A^r \\ = -G \rho_0 \iint_{\psi < \psi_0} K(r, \psi, r') \Big|_{r'=R}^{R+H} d\Omega' - G \rho_0 \iint_{\psi < \psi_0} K(r, \psi, r') \Big|_{r'=R+H}^{R+H'} d\Omega', \quad (5)$$

$A^B$  شتاب جاذبی ناشی از یک پوسته کروی محدود (عرقچین کروی) است که از رابطه زیر به دست می‌آید (هک و سائیز، ۲۰۰۷).

$$A^B(H, \psi) = -G \rho_0 \int_0^{2\pi} \int_0^{\psi_0} \int_R^{R+H} \tilde{L}(r, \psi, r') \sin \psi' dr' d\psi' d\alpha. \quad (6)$$

جواب انتگرال فوق در پیوست آمده است.

### ۳ اثر ایزوستازی

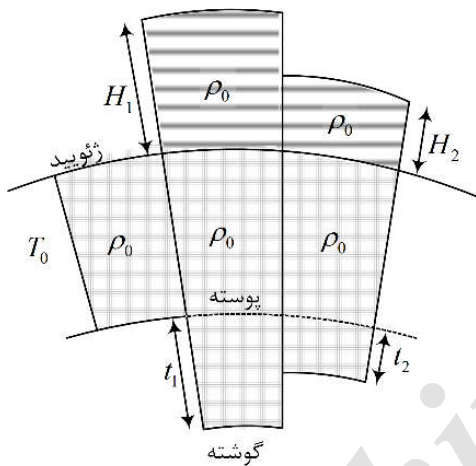
حذف اثر توپوگرافی تغییرات زیادی بر کمیت‌های میدان ثقل زمین از جمله شتاب ثقل و ارتفاع ژئوئید دارد. این تغییرات اغلب با یک مکانیسم در زیر توپوگرافی متعادل می‌شود. دو مدل مشهور و ایده‌آل پرات و ایری برای بیان نحوه تعادل ایزوستازی تا کنون بارها از سوی محققین مختلف در مدل‌سازی میدان ثقل زمین به کار گرفته شده است (اسحق و باقربندی، ۲۰۱۱؛ ایپوه و همکاران، ۲۰۱۶؛ کوهن، ۲۰۰۳). در مدل پرات تعادل با تغییر دانسیته پوسته و در مدل ایری تعادل از طریق ریشه توپوگرافی تأمین می‌شود. در هر دو مدل مذکور تعادل ایزوستازی به‌طور محلی برقرار می‌شوند. مدل منطقه‌ای وینینگ مینز نیز حالت پیوسته از مدل محلی ایری است که اثر توپوگرافی را به صورت منطقه‌ای و با در نظر گرفتن مقاومت خمشی پوسته جبران می‌کند (عبدالمتعال، ۱۹۹۲). بر اساس مدل وینینگ مینز تنها کوهستان‌های بزرگ تحت جرم زیاد دارای ریشه هستند. ارتفاعات با وسعت محلی (کمتر از ۱۰۰ کیلومتر) تحت تأثیر مقاومت خمشی پوسته، دارای ریشه نیستند (تورگه و مولر، ۲۰۱۲).

ستون با ارتفاع  $H$  را به دست آورد. با فرض زمین کروی چگالی پوسته با ارتفاع  $H$  برابر است با (کوهن، ۲۰۰۳):

$$\rho^p = \frac{D}{H+D} \left( 1 + \frac{H}{R} + \frac{2H(H-D)}{3R^2} \right) \rho_0 \quad (10)$$

$$A^A(r, \Omega) = -G\Delta\rho \iint_{\Omega'} \int_{r'=R-T_0-t}^{R-T_0} \tilde{L}(r, \psi, r') dr' d\Omega' \quad (12)$$

است. همانند مدل پرات این مدل نیز پوسته را به صورت گسسته و تعادل را برای هر نقطه به طور مستقل از سایر نقاط در نظر می گیرد.



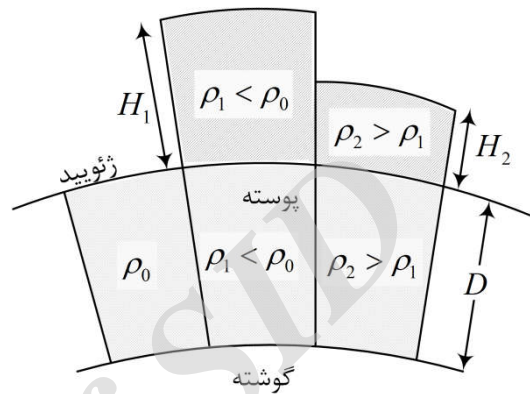
شکل ۲. مدل ایزوستازی ایری.

### ۳-۳ مدل ایزوتاسی VMM

موریتز (۱۹۹۰) با شرط صفر شدن آنومالی جاذبی ایزوستازی در سطح زمین، عمق پوسته زمین را به دست آورد و تئوری مدل وینینگ-میتز-موریتز را بنیان نهاد. او مسئله معکوس مدل ایزوستازی وینینگ-میتز را با تقریب کروی حل کرد. روابط کروی تا ترم مرتبه دوم، این مدل توسط شوبرگ (۲۰۰۹) به فرم زیر توسعه داده شد:

$$T = T_0 + \frac{2R\Delta g^B}{\Upsilon} + \frac{R}{4\pi\Upsilon} \iint_{\Omega'} H(\psi) \Delta g^B(\Omega') d\Omega' \quad (13)$$

شکل ۱. مدل ایزوستازی پرات.



شکل ۱. مدل ایزوستازی پرات.

### ۳-۲ اثر جاذبی مدل ایری - هیزکانن

در مدل ایزوستازی فرض می شود پوسته زمین با چگالی ثابت روی گوشته با چگالی بیشتر شناور است (شکل ۲). با فرض ثابت بودن چگالی، ضخامت پوسته در ارتفاعات بیشتر از دریاهاست. با اعمال شرط تعادل پوسته در گوشته می توان ریشه توپوگرافی به ارتفاع  $H$  را به دست آورد (کوهن، ۲۰۰۳):

$$(11)$$

$$t = \left( \frac{R}{R-T} \right)^2 \frac{\rho_0}{\Delta\rho} H \left[ 1 + \left( \frac{H}{R} \right) + \left( \frac{H}{R} \right) \left( \frac{R}{R-T} \right)^3 \frac{\rho_0}{\Delta\rho} \right],$$

که  $T_0$  ضخامت نرمال پوسته (ضخامت مربوط به سطح دریا) و  $\Delta\rho$  اختلاف چگالی گوشته و پوسته است. با فرض چگالی متوسط پوسته برابر  $\rho_0 = 2670 \text{ kg/m}^3$  و چگالی متوسط گوشته برابر  $\rho_m = 3270 \text{ kg/m}^3$

از روش عددی، اثرات اجرام ناحیه بسیار نزدیک تا شعاع ۱۵ دقیقه از مدل ارتفاعی رقومی (DEM) با گام ۹۰ متر، اثر اجرام ناحیه نزدیک تا شعاع یک درجه از DEM با گام ۳۰ ثانیه و اثر اجرام نواحی دور تا شعاع ۱/۵ درجه با DEM با گام ۵ دقیقه محاسبه شد. از آنجایی که اثر جاذبی اجرام منطبق دوردست، تأثیری بر طول موج‌های کوتاه ندارند، محاسبات تا زون هایفورد (۱/۵ درجه معادل ۱۶۷ کیلومتر) محدود شده است. در هر سه ناحیه ذکر شده از نسخه دوم مدل‌های رقومی ارتفاعی SRTM استفاده شده است.

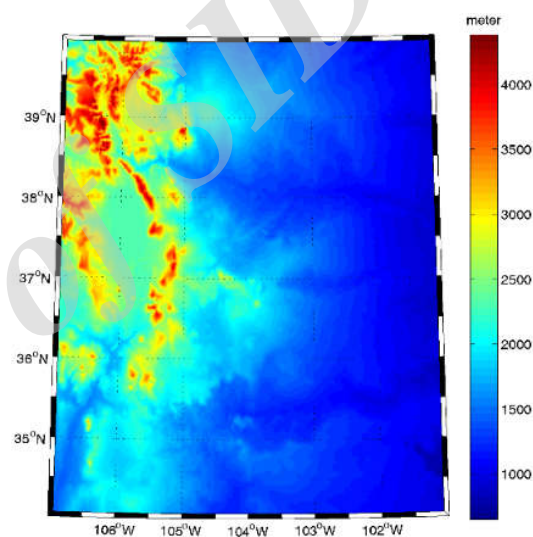
برای تعیین اثر جریان ایزوستازی در روش VMM، تعیین عمق موهو از نرم‌افزار MohoIso.m استفاده شد (باقریندی، ۲۰۱۲). ورودی‌های این نرم‌افزار عمق متوسط موهو، یک مدل ژئوپتانسیل از درجه و مرتبه بالا و یک مدل ارتفاعی هارمونیک است. در این مطالعه عمق متوسط موهو برابر ۳۰ کیلومتر، مدل ژئوپتانسیل EGM08 تا درجه و مرتبه ۲۱۹۰ و ضرایب هارمونیک توپوگرافی زمین، DTM2006 به کار گرفته شد. خروجی این نرم‌افزار عمق موهو در منطقه آزمون با گام ۱ دقیقه است. محاسبات نشان داد که با توجه به تغییرات کم موهو، استفاده از گام‌های کوچک‌تر از ۱ دقیقه تأثیری در نتایج عددی آنومالی‌های VMM ندارد.

جدول ۱. پارامترهای آماری بی‌هنجاری‌های جاذبی مختلف. واحد میلی‌گال.

anomaly	min	max	mean	SD
	-70.22	212.095	5.983	35.308
	-345.028	-83.571	-193.9	60.105
	-81.629	23.719	-34.992	14.38
	-128.959	-5.375	-56.745	16.475
	-200.176	-74.385	-129.35	14.802

در جدول ۱ پارامترهای آماری آنومالی‌های هوای آزاد، بوگه کامل، پرات و ایری و VMM آمده است. اگر

که  $Y = 4\pi GR\Delta\rho$  و  $(\psi) = \csc\frac{\psi}{2} + \ln\left(1 + \csc\frac{\psi}{2}\right)$  است.  $T_0$  نیز متوسط جهانی عمق موهو و  $\Delta g^B$  آنومالی بوگه کروی است. با استفاده از رابطه (۱۳) می‌توان عمق موهو را در یک منطقه تعیین کرد. با معلوم بودن عمق موهو، شتاب جاذبی متناظر با مدل ایزوستازی از رابطه (۱۲) به دست می‌آید. با این تفاوت که حد پایین انتگرال روی مؤلفه شعاعی، برابر  $r' = R - T'$  محاسبه می‌شود.  $T$  عمق موهو است که از رابطه (۱۳) محاسبه می‌شود.



min=644, max=4400, mean=1787.7, STD=754m

شکل ۳. توپوگرافی منطقه آزمون.

#### ۴ محاسبات عددی

##### ۴-۱ محاسبه آنومالی بوگه و ایزوستازی

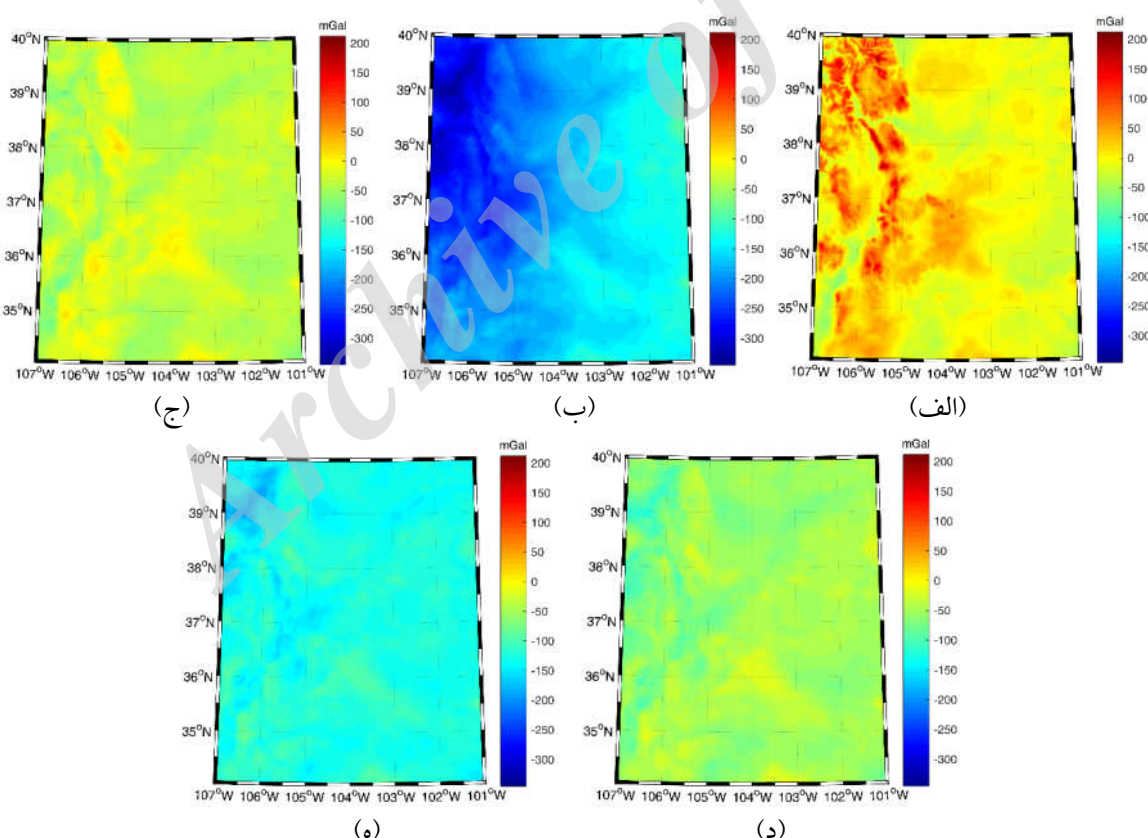
محاسبات عددی در این مطالعه، در منطقه کوهستانی واقع در کلرادو آمریکا محدود به  $101^\circ < \lambda < 107^\circ$  و  $34^\circ < \lambda < 40^\circ$  انجام می‌شود. حدود ۲۷۰۰۰ داده آنومالی جاذبی هوای آزاد با تراکم متوسط ۲ دقیقه در این منطقه در دسترس است. شکل ۳ وضعیت توپوگرافی منطقه آزمون را نشان می‌دهد. آنومالی‌های جاذبی بوگه، پرات-هایفورد و ایری-هیزکانن از روابط انتگرالی ارائه شده در فصل قبل محاسبه شدند. برای انتگرال‌های مربوطه

طیفی مورد استفاده قرار می‌گیرد. این روش نیاز به داده‌ها با فواصل نمونه‌برداری منظم دارد. درحالی‌که داده‌های گراویتی منطقه آزمون دارای توزیع منظم نیستند. هرچند امکان منظم‌سازی داده‌ها با درون‌یابی وجود دارد، اما استفاده از درون‌یابی با فیلتر کردن فرکانس‌های بالا، محتوای فرکانس سیگنال اصلی را تغییر داده و نتایج ممکن است اعتبار نداشته باشند. برای این منظور، در این مطالعه از روش تحلیل طیفی دوبعدی کمترین جهت بررسی سهم فرکانس‌های بالا در سیگنال‌های آنومالی انتخاب شد. تحلیل طیفی کمترین مربعات (LSSA) از برازش توابع پایه مثلثاتی سینوسی و کسینوسی برای برآورد دامنه فرکانس‌های مختلف، استفاده می‌کند (نیکخو، ۱۳۸۷):

تنها انحراف معیار را معیار نرمی داده‌ها در نظر بگیریم، آنومالی‌های VMM و بوگه کامل به ترتیب نرم‌ترین و خشن‌ترین سیگنال‌ها به نظر می‌رسند. با این وجود می‌دانیم سیگنال بی‌هنجاری بوگه از هوای آزاد نرم‌تر است. لذا نمی‌توان محتوای فرکانسی یک سیگنال را با یک عدد نشان داد. مقایسه تغییرات این آنومالی‌ها که در شکل ۴ ترسیم شده است نیز مؤید همین نکته است. برای مقایسه بهتر، در همه شکل‌ها بازه رنگی یکسان ترسیم شده‌اند.

#### ۲-۴ تحلیل طیفی کمترین مربعات دو بعدی

روش مناسب برای بررسی اثر توپوگرافی و ایزوستازی در نرمی آنومالی‌های هوای آزاد تحلیل طیفی آنومالی‌های مذکور است. به‌طور معمول تبدیل فوریه برای تحلیل



شکل ۴. (الف) آنومالی جاذبی هوای آزاد، (ب) آنومالی جاذبی بوگه، (ج) آنومالی جاذبی پرات-هایفورد، (د) آنومالی جاذبی ایر-هیزکانن، (ه) آنومالی جاذبی VMM.

باند و تفکیک فرکانسی قابل استخراج از داده‌ها وابسته به محدوده و تراکم آنهاست. بیشترین و کمترین درجه هارمونیک کروی قابل استخراج از داده‌ها با تراکم متوسط  $\Delta\varphi, \lambda$  و گستره  $D_{\varphi, \lambda}$  برابر است با (رکسر و هیرت، ۲۰۱۵):

$$l_{\min} = \frac{180^\circ}{D_{\varphi, \lambda}} - 0.5, l_{\max} = \frac{180^\circ}{\Delta\varphi, \lambda} - 0.5, \quad (18)$$

که واحد تراکم و گستره داده‌ها بر حسب درجه است. محدوده داده‌ها در هر دو راستای برابر ۶ درجه و متوسط فاصله داده‌ها برابر ۲.۲ دقیقه کمائی است. لذا این داده‌ها درجات ۳۰ تا ۴۹۰۹ از هارمونیک‌های کروی را پوشش می‌دهند. فرکانس معادل این هارمونیک‌ها را از رابطه تقریبی (لاپرایز، ۱۹۹۲)

$$f = \frac{n}{40000}. \quad (19)$$

به دست می‌آید که ۴۰۰۰۰ محیط تقریبی زمین،  $n$  درجه هارمونیک کروی و  $f$  فرکانس است. بر این اساس محدوده فرکانس قابل کشف از داده‌های فوق در بازه  $0.7 < f_{x,y} < 12.5$  میلی‌هرتز قرار دارد. یکی از مزیت‌های استفاده از LSSA امکان آزمون معنی‌دار بودن پیک‌های فرکانسی به دست آمده از رابطه (۱۵) است. با انتخاب سطح اطمینان  $\alpha\%$  (۱- $\alpha$ )، فرکانس‌های معنی‌دار در رابطه

$$S(\omega_i^x, \omega_j^y) > \left(1 + \frac{df}{2} F_{df, 4; \alpha}\right)^{-1}. \quad (20)$$

صدق می‌کنند (نیکخو، ۱۳۸۷). در این رابطه  $df = n - 4$  درجه آزادی و  $n$  تعداد داده‌هاست. بدیهی است فرکانس‌هایی که دامنه آنها رابطه فوق را تأمین نکنند، سهمی در سیگنال نخواهند داشت.

$$\Delta g(x, y) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m + b_{ij} \cos \omega_i^x \sin \omega_j^y + c_{ij} \sin \omega_i^x \cos \omega_j^y + d_{ij} \cos \omega_i^x \cos \omega_j^y, \quad (14)$$

که  $\omega^x$  و  $\omega^y$  فرکانس در جهت  $x$  و  $y$  و  $(a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij})$  دامنه‌های توابع پایه هستند. طیف تبدیل کمترین مربعات از رابطه (۱۵) محاسبه می‌شود (همان مرجع)

$$S(\omega_i^x, \omega_j^y) = \frac{f' p(\omega_i^x, \omega_j^y)}{f' f}, \quad (15)$$

که علامت (') بیانگر ترانواده ماتریس یا بردار است. همچنین  $f$  بردار داده‌ها (با فواصل دلخواه) و بردار  $p$  برابر است با  $p = A(A'A)^{-1}A'f$  است.  $A$ ، ماتریس ضرایب، مشتق رابطه (۱۴) نسبت به دامنه‌های مجهول به ازای تمام  $k$  مشاهده است:

$$A = \left[ \frac{\partial \Delta g}{\partial a_{ij}}, \frac{\partial \Delta g}{\partial b_{ij}}, \frac{\partial \Delta g}{\partial c_{ij}}, \frac{\partial \Delta g}{\partial d_{ij}} \right]_{k \times 4}. \quad (16)$$

مهم‌ترین ویژگی روش کمترین مربعات عدم نیاز به داده‌های منظم، امکان برآورد دقت مؤلفه‌ها و برآورد هم‌زمان ترند است. در تحلیل طیفی فوق همانند از سیستم مختصات محلی کارترین (نزدیک به سیستم مختصات محلی ژئودتیکی) با تقریب صفحه‌ای استفاده می‌شود. معادلات این تبدیل عبارت است از (شوارتز و همکاران، ۱۹۹۰):

$$x = R(\lambda - \lambda_0) \cos \varphi, y = R(\varphi - \varphi_0), \quad (17)$$

که  $(\varphi_0, \lambda_0)$  مختصات مرکز نقاط است. در این سیستم مختصات  $y$  به سمت شمال ژئودتیکی و محور  $x$  عمود بر آن در راستای شرق است.



بالا بسیار به هم نزدیک است. برای مقایسه دقیق ترمی توان طیف‌های دوبعدی را با متوسط‌گیری آزمون‌تی به طیف یک‌بعدی تبدیل کرد (Error! Unknown switch argument. شکل ۶). بر اساس این شکل، آنومالی‌های VMM و پرات به ترتیب دارای پیک‌ها با دامنه کمترین و بیشترین نسبت به سایر آنومالی‌های دیگر هستند. خط افقی در این شکل فرکانس‌های معنی‌دار با سطح اطمینان ۹۵٪ را نشان می‌دهد. این خط نشان می‌دهد اغلب فرکانس‌های تخمین زده شده از نظر آماری معنی‌دار هستند. نتیجه کلی شکل ۶، عدم تأثیر اثرات ایزوستازی (همه مدل‌های مختلف) بر فرکانس‌های بالای سیگنال آنومالی جاذبه است.

برای بررسی اثر اجرام توپوگرافی-ایزوستازی در طول‌موج‌های متوسط ۱۰ تا ۵۰ کیلومتر آنومالی جاذبه، متناظر با فرکانس‌های ۰/۰۵۴ تا ۰/۰۰۹ میلی‌هرتز، بعد از حذف طول‌موج‌های بزرگ‌تر از ۵۰ کیلومتر، تحلیل LSSA دو بعدی انجام شد. شکل ۷ طیف یک‌بعدی آنومالی مختلف که از متوسط‌گیری آزمون‌تی طیف دوبعدی به دست آمده است، نشان می‌دهد. بر اساس این شکل آنومالی‌های VMM همچنان در بیشتر بازه‌های فرکانسی دارای دامنه‌های کوچک‌تری هستند. آنومالی‌های بوگه در بازه فرکانسی حدود ۰/۰۱۵ تا ۰/۰۴ میلی‌هرتز معادل با طول‌موج‌های حدود ۱۵ تا ۳۰ کیلومتر پیک‌های بزرگ‌تری نسبت به سایر آنومالی‌ها دارد. برای بررسی اثر طول‌موج‌های بلند توپوگرافی-ایزوستازی، ابتدا اثر طول‌موج‌های بزرگ‌تر از ۱۰۰ کیلومتر از داده‌ها فیلتر می‌شود. شکل ۸ طیف یک‌بعدی آنومالی‌های مختلف برای طول‌موج‌هایی بین ۵۰ تا ۱۰۰ کیلومتر را نشان می‌دهد. در این شکل آنومالی بوگه دارای یک پیک با دامنه بزرگ‌تر نسبت به سایر آنومالی‌هاست. این مسئله بیانگر جبران اثر توپوگرافی در طول‌موج‌های بالاتر از ۵۰

برای بررسی محدوده اثر فرکانسی مؤلفه‌های توپوگرافی و ایزوستازی، بهتر است اثر سایر فرکانس‌ها از داده‌ها برداشته شود. یک روش ساده و کارا برای داده‌ها با پراکندگی نامنظم، فیلتر گوسین در فضای مکان است. فیلتر گوسی روی کره به صورت

$$\Delta g_L(\phi, \lambda) = \frac{1}{4\pi} \iint W_G(\psi) \Delta g(\phi', \lambda') ds', \quad (21)$$

با تابع وزن  $W_G(\psi) = \frac{2ae^{-a(1-\cos\psi)}}{1-e^{-2a}}$  تعریف می‌شود (جکلی، ۱۹۸۱). پارامتر  $a > 0$  کنترل‌کننده فرکانس‌های خروجی صافی گوسی است. پارامتر  $a$  برای فیلتر کردن فرکانس‌های متناظر با شعاع  $r$  برابر است با (دواراجو، ۲۰۱۵)

$$a(\psi_0) = \frac{\ln(2)}{1 - \cos \frac{r}{R}}. \quad (22)$$

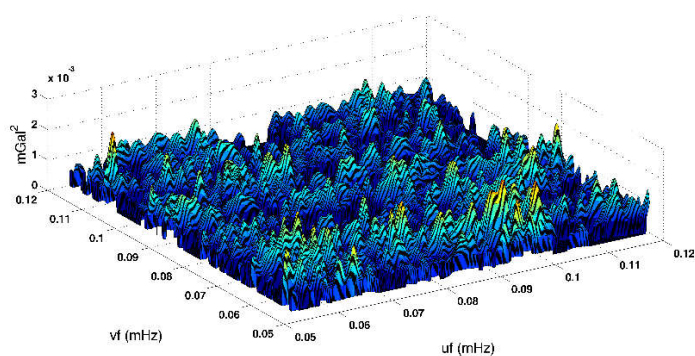
در حالت گسسته انتگرال (۲۱) به رابطه زیر تبدیل می‌شود.

$$\Delta g_L(\phi_i, \lambda_i) = \frac{\sum_{j=1}^n W_G(\psi_{ij}) \Delta g_j}{\sum_{j=1}^n W_G(\psi_{ij})}, \quad (23)$$

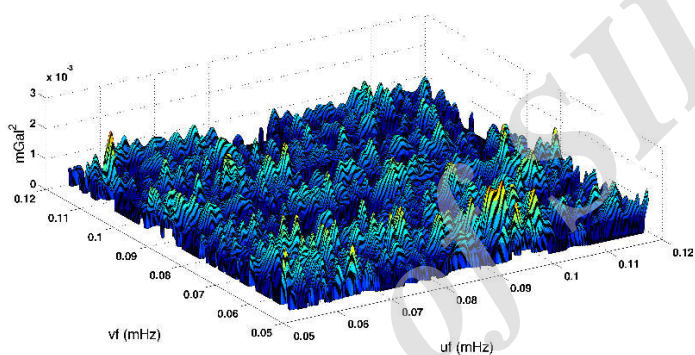
که  $n$  تعداد همه مشاهدات است. رابطه فوق یک میانگین‌گیر یوزن‌دار با تابع وزن گوسی است. برای بررسی اثر محلی توپوگرافی-ایزوستازی ابتدا اثر طول‌موج‌های بزرگ‌تر از ۱۰ کیلومتر با فیلتر گوسی برداشته شد (شکل ۵).

شکل ۵ شکل طیف دوبعدی سیگنال باقی‌مانده (پس از حذف ترند با شعاع ۱۰ کیلومتر) را نشان می‌دهد. این شکل شامل فرکانس‌های ۰/۰۵۴ تا ۰/۰۱۲ میلی‌هرتز معادل با طول‌موج‌های حدود ۵ تا ۱۰ کیلومتر است. توجه داریم که متوسط فاصله داده‌ها حدود ۵ کیلومتر است که امکان بررسی طول‌موج‌های کوچک‌تر آن میسر نیست. بر اساس شکل ۵ رفتار طیفی همه آنومالی‌ها در بازه فرکانس‌های

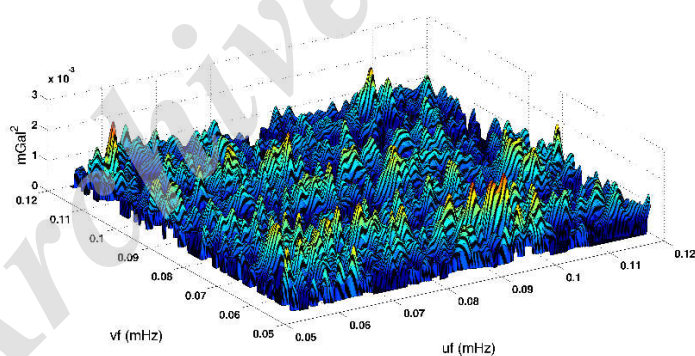
کیلومتر است. به عبارت دیگر، اثرات ایزوستازی در طول موج‌های کمتر از ۵۰ کیلومتر معادل با درجه



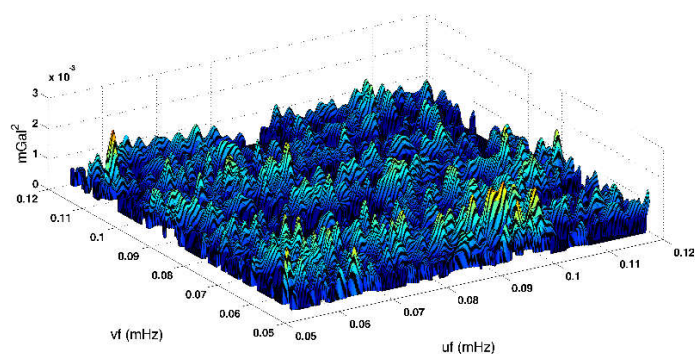
بوگه



ایری



پرات



VMM

شکل ۵. طیف دو بعدی آنومالی‌های باقیمانده. شعاع فیلتر گوسی برابر ۱۰ کیلومتر.

شکل ۸. تصاویر طیف دو بعدی آنومالی‌های مختلف بر روی یک بعد. اثر طول‌موج‌های بزرگ‌تر از ۱۰۰ کیلومتر فیلتر شده‌اند. هارمونیک بیشتر ۳۶۰ دیده نمی‌شوند. نتایج عددی فوق با نتایج مطالعه گوتل و رومل (۲۰۰۹) همخوانی دارد. بر اساس این مطالعه مدل ایری نسبت به پرات در مناطق کوهستانی دارای اثر هموارسازی بیشتری است. البته مطالعه آنها به درجه ۳۶۰ محدود بود. این امر نیز توسط شکل‌های ۷ و ۸ تأیید می‌شود.

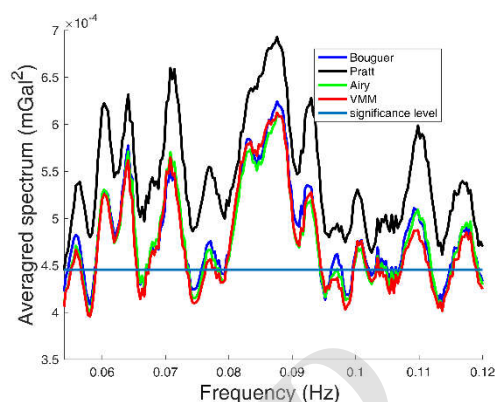
### ۵ نتیجه‌گیری

اثر جاذبی اجرام توپوگرافی و مدل‌های ایزوستازی جبران پرات، ایری و VMM بروی داده‌های جاذبی زمینی در منطقه کلرادوی امریکا محاسبه شد. محاسبات عددی با انتگرال‌گیری عددی و با تقریب کروی روی مدل‌های ارتفاعی رقومی انجام گرفت. مقایسه آنومالی‌های هوای آزاد و سایر آنومالی‌ها نشان می‌دهد که اثرات توپوگرافی-ایزوستازی نقش مهمی در تضعیف فرکانس‌های متوسط و بالای میدان ثقل دارند. آنومالی‌های هوای آزاد کورولیشن زیادی با ارتفاع داشته و حاوی فرکانس‌های بالای زیاد و در نتیجه نامناسب برای کاربردهای تقریب میدان ثقل هستند.

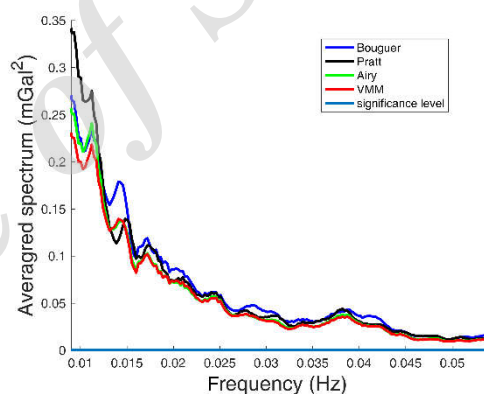
با اعمال فیلتر گوسی با شعاع‌های ۱۰، ۵۰ و ۱۰۰ کیلومتر در فضای مکان و انجام تحلیل طیفی کمترین مربعات دوبعدی بروی آنومالی‌های باقیمانده، نتایج زیر در پاسخ به سؤالات مطرح شده در مقدمه حاصل شد:

- مدل ایزوستازی VMM بین مدل‌های به کار گرفته شده هموارترین سیگنال در همه فرکانس‌های محلی و منطقه‌ای را تولید می‌کند.

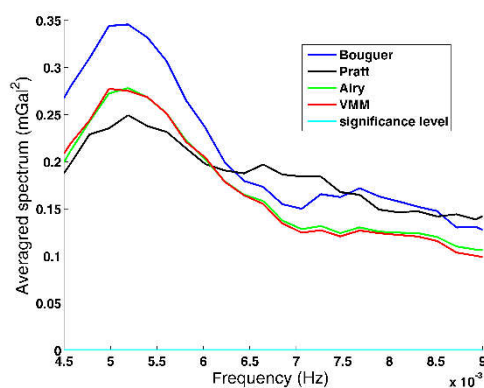
- مدل‌های ایزوستازی پرات، ایری و VMM نتایج تقریباً یکسانی در هموارسازی فرکانس‌های محلی دارند. مدل پرات با اختلاف ناچیزی دارای بیشترین دامنه است.



شکل ۶. تصاویر طیف دو بعدی آنومالی‌های مختلف بر روی یک بعد. اثر طول‌موج‌های بزرگ‌تر از ۱۰ کیلومتر فیلتر شده‌اند.



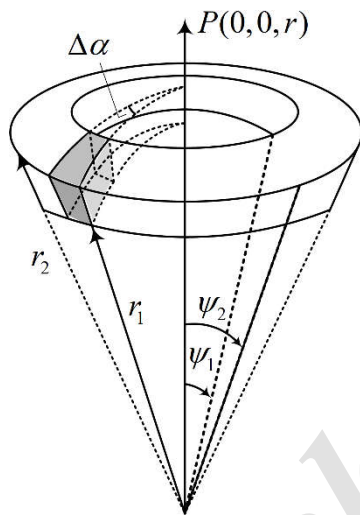
شکل ۷. تصویر طیف دو بعدی آنومالی‌های مختلف بر روی یک بعد. اثر طول‌موج‌های بزرگ‌تر از ۵۰ کیلومتر فیلتر شده‌اند.



- Interpretation: *Geofizicheskiy Zhurnal*, **38**, 137-151.
- Eshagh, M., and Bagherbandi, M., 2011, Smoothing impact of isostatic crustal thickness models on local integral inversion of satellite gravity gradiometry data: *Acta Geophysica*, **59**, 891-906.
- Göttl, F., and Rummel, R., 2009, A Geodetic View on Isostatic Models: *Pure and Applied Geophysics*, **166**, 1247-1260.
- Heck, B., and Seitz, K., 2007, A comparison of the tesseroid, prism and point-mass approaches for mass reductions in gravity field modelling: *Journal of Geodesy*.
- Heiskanen, W. H., and Moritz, H., 1967, *Physical Geodesy*, W. H., Freeman and Co., San Francisco.
- Hinze, W. J., 2003, Bouguer reduction density, why 2.67?: *Geophysics*, **68**, 1559-1560.
- Jekeli, C., 1981, *Alternative Methods to Smooth the Earth's Gravity Field* Ohio State University, Columbus, OH, United States.
- Kuhn, M., 2003, Geoid determination with density hypotheses from isostatic models and geological information: *Journal of Geodesy*, **77**, 50-65
- Laprise, R., 1992, The resolution of global spectral models: *Bulletin of the American Meteorological Society*, **73**, 1453-1454.
- Makhloof, A., Ilk, and K. H., 2008, Effects of topographic-isostatic masses on gravitational functionals at the Earth's surface and at airborne and satellite altitudes: *Journal of Geodesy*, **82**, 93-111.
- Martinec, Z., 1996, Stability investigations of a discrete downward continuation problem for geoid determination in the Canadian Rocky Mountains: *Journal of Geodesy*, **70**, 805-828.
- Moritz, H., 1990, The inverse Vening Meinesz problem in isostasy: *Geophysical Journal International*, **102**, 733-738.
- Rexer, M., and Hirt, C., 2015, Spectral analysis of the Earth's topographic potential via 2D-DFT: a new data-based degree variance model to degree 90,000: *Journal of Geodesy*, **89**, 887-909.
- Rummel, R., Rapp, R. H., Sünkel, H., and Tscherning, C. C., 1988, Comparisons of global topographic/isostatic models to the Earth's observed gravity field: Ohio state University, Columbus.
- Sansò, F., Sideris, and M. G., 2017, The Downward Continuation Approach: A Long-Lasting Misunderstanding in Physical Interpretation: *Geofizicheskiy Zhurnal*, **38**, 137-151.
- Eshagh, M., and Bagherbandi, M., 2011, Smoothing impact of isostatic crustal thickness models on local integral inversion of satellite gravity gradiometry data: *Acta Geophysica*, **59**, 891-906.
- Göttl, F., and Rummel, R., 2009, A Geodetic View on Isostatic Models: *Pure and Applied Geophysics*, **166**, 1247-1260.
- Heck, B., and Seitz, K., 2007, A comparison of the tesseroid, prism and point-mass approaches for mass reductions in gravity field modelling: *Journal of Geodesy*.
- Heiskanen, W. H., and Moritz, H., 1967, *Physical Geodesy*, W. H., Freeman and Co., San Francisco.
- Hinze, W. J., 2003, Bouguer reduction density, why 2.67?: *Geophysics*, **68**, 1559-1560.
- Jekeli, C., 1981, *Alternative Methods to Smooth the Earth's Gravity Field* Ohio State University, Columbus, OH, United States.
- Kuhn, M., 2003, Geoid determination with density hypotheses from isostatic models and geological information: *Journal of Geodesy*, **77**, 50-65
- Laprise, R., 1992, The resolution of global spectral models: *Bulletin of the American Meteorological Society*, **73**, 1453-1454.
- Makhloof, A., Ilk, and K. H., 2008, Effects of topographic-isostatic masses on gravitational functionals at the Earth's surface and at airborne and satellite altitudes: *Journal of Geodesy*, **82**, 93-111.
- Martinec, Z., 1996, Stability investigations of a discrete downward continuation problem for geoid determination in the Canadian Rocky Mountains: *Journal of Geodesy*, **70**, 805-828.
- Moritz, H., 1990, The inverse Vening Meinesz problem in isostasy: *Geophysical Journal International*, **102**, 733-738.
- Rexer, M., and Hirt, C., 2015, Spectral analysis of the Earth's topographic potential via 2D-DFT: a new data-based degree variance model to degree 90,000: *Journal of Geodesy*, **89**, 887-909.
- Rummel, R., Rapp, R. H., Sünkel, H., and Tscherning, C. C., 1988, Comparisons of global topographic/isostatic models to the Earth's observed gravity field: Ohio state University, Columbus.
- Sansò, F., Sideris, and M. G., 2017, The Downward Continuation Approach: A Long-Lasting Misunderstanding in Physical Interpretation: *Geofizicheskiy Zhurnal*, **38**, 137-151.
- اعمال مدل‌های ایزوستازی نقشه‌ای در هموارسازی محلی میدان ثقل ندارند. آنومالی‌های بوگه به اندازه آنومالی‌های ایزوستازی نرم هستند.
- محدوده اثر هموارسازی مدل‌های ایزوستازی طول‌موج‌های بزرگ‌تر از ۵۰ کیلومتر است. از این‌رو استفاده از آنومالی‌های ایزوستازی تأثیری در بهبود تقریب محلی میدان ثقل ندارند. البته این مدل‌ها دارای اثرات غیرمستقیم کوچکی هستند که از نظر حل مسائل GBVP مهم است.
- منابع**
- گلی، م.، و نجفی علمداری، م.، ۲۰۱۴، تقریب بیضوی اثرات توپوگرافی در مدل‌سازی میدان گرانی زمین: *فیزیک زمین و فضا*، **۴۰**، ۱۱۳-۱۲۴.
- گلی، م.، نجفی علمداری، م.، و ونیچک، پ.، ۲۰۱۲، انتقال رو به پایین بی‌هنجاری‌های گرانی هلمرت برای تعیین دقیق ژئوئید در ایران: *فیزیک زمین و فضا*، **۳۸**، ۹۹-۱۰۹.
- نیکخو، م.، ۱۳۸۷، تعیین دقیق ژئوئید با استفاده از مدل جهانی جاذبه و تلفیق آن با انواع دتاهای مستقل موجود: *دانشکده مهندسی ژئودزی و ژئوماتیک*، دانشگاه صنعتی خواجه‌نصیرالدین طوسی، تهران، ایران.
- Abd-Elmotaal, H., 1992, Gravity anomalies based on the Vening Meinesz isostatic model and their statistical behaviour.
- Bagherbandi, M., 2012, MohoIso, A MATLAB program to determine crustal thickness by an isostatic and a global gravitational model: *Computers and Geosciences*, **44**, 177-183.
- Devaraju, B., 2015, Understanding filtering on the sphere: experiences from filtering GRACE data: *Institute of Geodesy (GIS) University of Stuttgart*.
- Epuh, E. E., Olaleye, J. B., and Omogunloye, O. G., 2016, Gongola Basin Geoid Determination using Isostatic Models and Seismic Reflection Data and Geophysical

که

$$B(r, r_1, r_2, \psi) = \left\{ \begin{aligned} &-\frac{1}{3}r^{-2}L^3 + L(r-r't)r^{-1} \\ &-\frac{1}{2}Lt^2 + \frac{1}{2}t(r'-rt)(r-r't)L \\ &+ rt(1-t^2)\ln(L+r'-rt) \\ &r^2t(1-t^2)\frac{r-(L+r')\cos\psi}{2L(L-r'-rt)} \end{aligned} \right\}_{r'=r_1}^{r_2}$$

که  $t = \cos\psi$ .

شکل پ-۱. هندسه یک عرقچین کروی

Geodesy, in: Sansò, F., Sideris, M.G. (Eds.), Geodetic Boundary Value Problem: the Equivalence between Molodensky's and Helmert's Solutions. Springer International Publishing, Cham, 39-46.

Schwarz, K. P., Sideris, M. G., and Forsberg, R., 1990, The use of FFT techniques in physical geodesy: Geophysical Journal International, **100**, 485-514.

Sjöberg, L., 2009, Solving Vening Meinesz-Moritz inverse problem in isostasy: Geophysical Journal International, **179**, 1527-1536.

Torge, W., and Müller, J., 2012, Geodesy.

Watts, A. B., 2001, Isostasy and Flexure of the Lithosphere: Cambridge University Press.

### پیوست

شتاب جاذبی پوسته کروی تا شعاع  $\psi_0 < \psi < 0$ ، در نقطه  $P$  به ارتفاع  $h$ ، متناظر با شتاب جاذبی ناشی از یک عرق چین کروی است (شکل پ-۱). با انتخاب سیستم مختصات قطبی به مرکزیت نقطه  $P$  شتاب جاذبی محدود به شعاع  $\psi_1 < \psi < \psi_2$  و به ارتفاع  $r_1 = r_2$  در نقطه  $P(0,0,r)$  برابر است با

$$A^B(H, \psi_1, \psi_2) = G\rho_0 \int_0^{2\pi} \int_{\psi_1}^{\psi_2} \int_R^R$$

از حل انتگرال فوق برای شتاب جاذبی فوق داریم

(هک و سایتز، ۲۰۰۷):

$$A^B(H, \psi_1, \psi_2) =$$

## The role of topographic - isostatic effects on smoothing of the gravity anomaly

Mehdi Goli<sup>1\*</sup>, and Hossein Moosavi Alkazemi<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Assistant Professor, Faculty of Civil Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran

<sup>2</sup>Instructor, Division of Geomatics, Faculty of Civil Engineering and Transportation, University of Isfahan, Isfahan, Iran

(Received: 30 July 2017, Accepted: 16 May 2018)

### Summary

The gravity field effects of topography-isostatic masses are one of the most source variations in gravity observations. The removal of the gravitational effect of topography on gravity anomaly is the important task in geodesy and geophysics. In geodesy, the topographical effect is used to make a harmonic gravity space in solving the GBVP. In geophysics, the topographic effect is applied to better detection of anomalous subsurface densities. In addition, in the removing of the topographic effect, the reduced signal is so smooth that it provides the perdition or approximation with higher accuracy.

The removal effect of topography mass will produce a large effect on potential and gravity so called indirect effect. This implies that the effect of topography is compensated by an isostasy mechanism. Therefore, far two well-known ideal models, i.e., Pratt and Airy, were frequently used in local and regional gravity field modeling. Naturally, the effect of isostatic mass is related to the medium wavelength corresponded to the regional scale such as 100 km. The present study aimed to evaluate the various topographic/isostatic models success in smoothing gravity anomaly signal. In addition, the Veining Meinesz-Moritz (VMM) model and Bouguer anomalies are compared with Pratt and Airy. It is tried to find an answer for the three following questions: 1- Are the isostatic anomalies smoother than Bouguer ones? 2- What is the wavelength of the gravitational effect of isostatic masses? 3- Does the VMM isostatic model succeed in smoothing gravity anomalies with respect to ideal models of Pratt and Airy?

To answer these questions, the numerical assessment was done on about 27000 points observed gravity in Colorado, USA. The topographic and isostatic effects are evaluated by the numerical integration using the 90 meters SRTM DEM. The VMM isostatic effect is computed with respect to Moho, computed by gravity inversion using Sjoberg's method. The global gravity model, EGM08 and the harmonic topography model, DTM2006 are used to the computation of the Moho depth in the test area.

2D Least square spectral analysis (LSSA) method was used for a detailed examination of the calculated signal anomalies smoothness. For better detection of high frequencies, first, wavelengths greater than different radius 10, 100 and 200 km are filtered out from the data using a Gaussian filter in the spatial domain. The LSSA spectrum of reduced signals indicates that Pratt and Airy models compared to the Bouguer have more oscillations in high frequencies. Besides, the spectral content of Bouguer and VMM signals are very similar in high frequency. The results show that the isostasy has no effect on the local smoothness of the Bouguer gravity anomaly signal. Moreover, the numerical results indicate that the gravitational effect of all isostatic models does not affect the wavelength below 50 km

**Keywords:** gravity anomaly, topographic-isostatic effect, Veining Meinesz-Moritz, smoothness

\*Corresponding author:

goli@shahroodut.ac.ir