

وارون‌سازی سه‌بعدی داده‌های گرانی ناهمواری سنگ بستر دشت امان آباد با استفاده از انتگرال‌های نوع کوشی

نازنین محمدی^۱، سید هانی متولی عنبران^{۲*} و وحید ابراهیم زاده اردستانی^۳

^۱ دانشجوی کارشناس ارشد، گروه فیزیک زمین، موسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران، تهران، ایران

^۲ استادیار، گروه فیزیک زمین، موسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران، تهران، ایران

^۳ استاد، گروه فیزیک زمین، موسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران، تهران، ایران

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۱۲/۱۱، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۶/۱۶)

چکیده

داده‌های گرانی‌سنجی برای بررسی ساختارهای زمین‌شناسی مانند توپوگرافی سنگ بستر در محیط‌های رسوبی مستعد منابع هیدروکربنی و آب‌های زیرزمینی به کار می‌روند. استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی تصادفی با توجه به وابستگی نداشتن شدید نتایج به مدل اولیه و نیز نیاز نداشتن به مشتقات در محاسبات، با استقبال زیادی روبه‌رو است. با این حال، وارون‌سازی غیرخطی سه‌بعدی داده‌های گرانی‌سنجی با استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی سراسری تصادفی، فرایندی زمان‌بر است. در این پژوهش، در فرایند وارون‌سازی تصادفی داده‌های گرانی برای تصویرسازی سطح سنگ بستر در حوضه‌های رسوبی، از انتگرال نوع کوشی سه‌بعدی به‌عنوان تابع پیشرو سریع استفاده شده است. در ابتدا، صحت و کارایی زمانی الگوریتم در مقایسه با روش‌های حجمی مرسوم (مجموعه بلوک‌های راست‌گوشه) روی مدل‌های مصنوعی آزمایش شده است. برای نشان دادن قابلیت‌های روش در فرایند وارون، الگوریتم ژنتیک با مقادیر بهینه پارامترها روی داده‌های گرانی مصنوعی و واقعی حوضه رسوبی با چگالی ثابت پیاده‌سازی شده است. نتایج مدل‌های شبیه‌سازی شده در بخش مدل‌های پیشرو نشان می‌دهد زمان لازم برای محاسبات انتگرال کوشی، در مقایسه با انتگرال‌های حجمی که با دو روش مختلف مدل‌سازی پیشرو انجام شده‌اند، به ترتیب ۱۵ و ۵۰ مرتبه کمتر است. مختصات کران‌های انتگرال در روش اول، رئوس مکعب و در روش دوم مرکز وجه‌ها است. روش به کاررفته برای وارون‌سازی داده‌های واقعی، عمق تقریبی سنگ بستر حوضه آبرفتی امان آباد (اراک) را حداکثر ۱۵۰ متر برآورد کرده است. براساس نتایج داده‌های حفاری، بیشینه عمق سنگ بستر ۱۴۰ متر است. مطالعات پیشین، عمق‌های کمتر از ۲۰۰ متر را گزارش کرده‌اند که با نتایج این تحقیق سازگار است.

واژه‌های کلیدی: انتگرال نوع کوشی سه‌بعدی، مدل‌سازی سه‌بعدی، الگوریتم ژنتیک، دشت امان آباد

۱ مقدمه

بستر را شبکه‌بندی می‌کند که جایگزینی برای مجموعه منشورها در کل حجم رسوبات است. این رویکرد در مقایسه با انتگرال‌های حجمی، براساس عبارت‌های ریاضی ساده تعریف شده است.

وارون‌سازی داده‌های گرانی با استفاده از الگوریتم ژنتیک انجام شده است و به دلیل یکتا نبودن مسئله گرانی، از قید هموارساز در فرایند وارون استفاده می‌شود. برای این منظور، پارامترهای الگوریتم ژنتیک شامل جمعیت اولیه پارامترهای مدل، بیشینه تعداد نسل‌ها (تکرارها)، عملگرهای تقاطع (crossover) و جهش (mutation) و همچنین پارامتر هموارساز با سعی و خطا تعیین و پارامترهای بهینه حاصل از آزمایش مدل‌های مصنوعی، برای وارون داده‌های گرانی حوضه آبرفتی امان‌آباد (اراک) استفاده می‌شوند. وارون‌سازی با هدف بازسازی عمق سنگ بستر به‌عنوان سطح اساس برای حضور آب زیرزمینی انجام شده است.

۲ روش تحقیق

۲-۱- انتگرال نوع کوشی سه‌بعدی

انتگرال نوع کوشی سه‌بعدی به شیوه‌های مختلفی نمایش داده شده است (بیتساز، ۱۹۹۵؛ نیکولاید، ۱۹۹۸ و زدانوف، ۱۹۸۸). در این تحقیق، روش زدانوف (۱۹۸۸) براساس توابع دلتا در دستگاه مختصات دکارتی دنبال می‌شود. انتگرال نوع کوشی سه‌بعدی به صورت زیر بیان شده است (زدانوف، ۱۹۸۸):

(۱)

$$C^s(\mathbf{r}', \bar{\varphi}) = \frac{-1}{4\pi} \iint_S [(n \cdot \bar{\varphi}) \text{grad} \frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} + (n \times \bar{\varphi}) \times \text{grad} \frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}] ds$$

که S مرز سطحی حجم بسته (D) ، n بردار یکه نرمال به سمت خارج سطح، $\bar{\varphi} = \text{grad}h$ بردار چگالی روی سطح و \mathbf{r}' و \mathbf{r} به ترتیب بردار شعاعی موقعیت نقاط انتگرال‌گیری و مشاهده‌ای نسبت به مبدأ مختصات هستند.

در مطالعه داده‌های گرانی سنجی برای بررسی ساختارهای زمین‌شناسی مانند توپوگرافی سنگ بستر در محیط‌های رسوبی مستعد منابع هیدروکربنی و آب‌های زیرزمینی، ضخامت رسوبات (عمق سنگ بستر) با روش‌های بهینه‌سازی قابل‌بازسازی است. از جمله این روش‌ها، الگوریتم‌های بهینه‌سازی سراسری تصادفی هستند که برای مدل‌سازی وارون داده‌های گرانی استفاده شده‌اند (برای مثال، ژانگ و همکاران، ۲۰۰۴؛ مونتسنوس و همکاران، ۲۰۰۵؛ پالرو و همکاران، ۲۰۱۵ و ۲۰۱۷ و جاماسب و همکاران، ۲۰۱۷ و ۲۰۱۸). این روش‌های جستجو سرعت محاسبات پایینی دارند، اما در یافتن کمینه سراسری، موفق‌تر از الگوریتم‌های محلی عمل می‌کنند (هاوپت و هاوپت، ۲۰۰۴). در این روش‌ها، فرایند بهینه‌سازی به مدل اولیه فرض‌شده وابستگی شدید ندارد و به مشتقات تابع هزینه نیازی نیست (سن و استوفا، ۲۰۱۳). در فرایند وارون‌سازی با استفاده از الگوریتم تصادفی، تابع پیشرو به دفعات زیاد فراخوانی می‌شود؛ بنابراین مدل پیشرو به‌دست‌آمده از رویکرد رایج که حجم رسوبات را به مجموعه‌ای از منشورهای راست‌گوشه عمودی کنار هم چیده‌شده تقسیم می‌کند (گالاردو-دلاگو و همکاران، ۲۰۰۳)، نیازمند زمان بسیار زیادی برای محاسبات است. به‌کارگیری انتگرال‌های حجمی مرسوم به‌ویژه برای وارون تصادفی سه‌بعدی، مسئله‌ای بحث‌برانگیز است. در این پژوهش، انتگرال نوع کوشی سه‌بعدی (3D Cauchy-type integral) به‌عنوان تابع پیشرو سریع با هدف سرعت بخشیدن به فرایند وارون‌سازی تصادفی داده‌های گرانی، برای تعیین عمق سه‌بعدی سنگ بستر \mathbf{r}' حوضه رسوبی با چگالی ثابت به‌کاررفته است. کای و زدانوف (۲۰۱۵)، الف و ب) این رویکرد کارآمد را برای مدل‌سازی میدان‌های پتانسیل (گرانی و مغناطیس) معرفی کردند. انتگرال نوع کوشی، برخلاف رویکردهای مرسوم، تنها سطح سنگ

$$g(r') = \begin{cases} C^s(r', \frac{4\pi}{3} G\rho_0 r) & , r' \in C\bar{D} \quad \text{(الف)} \\ -\frac{4\pi}{3} G\rho_0 r' + C^s(r', \frac{4\pi}{3} G\rho_0 r) & , r' \in D \quad \text{(ب)} \end{cases} \quad (3)$$

ممکن است منبع بی هنجاری گرانی، ساختارهای زمین شناسی مانند: سطح توپوگرافی، مرز ناپیوستگی ها یا سطح سنگ بستر در محیط های رسوبی باشد. برای چنین سطوحی که تباین چگالی دارند، میدان گرانش در نقاط خارج توزیع جرم با بسط مرز حوضه در رابطه ۳-الف به بی نهایت به دست می آید (زدانوف، ۱۹۸۸). در شکل ۱ مدل حوضه رسوبی با مرزهای منبسط Γ (سطح سنگ بستر) و P (سطح مرجع هموار افقی) نشان داده شده است. معادله های این سطوح به صورت زیر بیان شده اند:

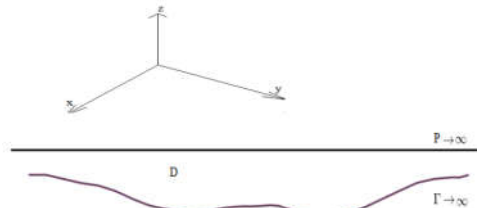
$$\Gamma: z = h(x, y) - H_0; \quad P: z = -H_0 \quad (4)$$

$h(x, y)$ ارتفاع صفحه افقی P نسبت به سطح Γ است و می تواند فاصله سطح تباین چگالی از سطح زمین فرض شود (کای و همکاران، ۲۰۱۸)، H_0 عمق صفحه ای مرجع عددی ثابت است. اثر گرانی حجم محصور بین این دو سطح در صفحه $x-y$ چنین است:

$$g(r') = 4\pi G\rho_0 C^f[r', (z + H_0) d_z] \quad (5)$$

به طور معمول، چگالی رسوبات از چگالی سنگ بستر کمتر است؛ بنابراین مقدار تباین چگالی سطح مقطع رسوبات و سنگ بستر در رابطه (۵) منفی در نظر گرفته می شود. شکل ماتریسی رابطه (۵) بیان ساده تری از میدان گرانش تعریف شده را به صورت انتگرال سطحی ارائه می دهد و کل مؤلفه های میدان گرانی در راستاهای x و y و z را می توان از آن به دست آورد

انتگرال نوع کوشی سه بعدی خارج سطح S میدان برداری لاپلاس است ($div C^s = 0, rot C^s = 0$)؛ بنابراین ابزاری قابل استفاده برای میدان های پتانسیل است (کای و همکاران، ۲۰۱۸).



شکل ۱. نمای دوبعدی حوضه رسوبی D با سطوح مرزی Γ سطح سنگ بستر و P سطح مرجع هموار افقی. صفحه $x-y$ به سطح محاسبه اثر گرانی اشاره دارد (برگرفته از کای و زدانوف (۲۰۱۵) با اندکی تغییر).

۲-۲ انتگرال سطحی میدان گرانش

در این بخش با استفاده از فرمول های پمپی (Pompei) که با استفاده از قضیه گاوس (Gauss theorem) برای میدان های پتانسیل به دست می آید (زدانوف، ۱۹۸۸) انتگرال حجمی میدان گرانش به انتگرال سطحی کوشی تبدیل می شود. حالت سه بعدی این فرمول برای توزیع جرم با چگالی ثابت چنین است (زدانوف، ۱۹۸۸):

$$\iint_S \left[\left(n \cdot \frac{4\pi}{3} G\rho_0 r \right) \text{grad} \frac{1}{|r-r'|} + \left(n \times \frac{4\pi}{3} G\rho_0 r \right) \times \text{grad} \frac{1}{|r-r'|} \right] ds - G \iiint_D \rho_0 \text{grad} \frac{1}{|r-r'|} dv = \begin{cases} \frac{4\pi}{3} G\rho_0 r' & , r' \in C\bar{D} \\ 0 & , r' \in D \end{cases} \quad (2)$$

که G ثابت جهانی گرانش و CD فضای خارج حجم D و مکمل $D+S$ است. در رابطه (۲)، انتگرال سطحی برابر با انتگرال کوشی و انتگرال حجمی، تعریف میدان گرانش است. با جابه جایی انتگرال سطحی به سمت راست تساوی، بردار میدان گرانش داخل و خارج توزیع جرم (حجم D) برحسب انتگرال های نوع کوشی به شکل زیر به دست می آید (زدانوف، ۱۹۸۸):

جایگزین بردار نرمال تعریف شده در انتگرال نوع کوشی (رابطه ۱) است. از رابطه (۶) واضح است که میدان گرانش برحسب انتگرال کوشی در مقایسه با روش‌های انتگرال‌گیری مرسوم که جملات لگاریتمی و مثلثاتی را شامل می‌شوند (ناجی و همکاران، ۲۰۰۰ و گالاردو دلاگو و همکاران، ۲۰۰۳)، عبارت‌های ساده ریاضی را دربردارد. برای مدل‌سازی عددی، زدانوف و لیو (۲۰۱۳) دو نوع تقسیم‌بندی مستطیلی و مثلثی برای سطح انتگرال‌گیری در نظر گرفتند. در شبکه‌بندی مستطیلی، سطح سنگ بستر به مجموعه‌ای مستطیل (N_m) با ابعاد یکسان x و y تقسیم می‌شود. در این حالت مؤلفه z میدان گرانی به شکل زیر است:

$$g_z(r'_n) = -G\rho_0 \sum_{k=1}^{N_m} \delta_{\gamma\eta} \frac{(r'_\eta)^{(k)} - r'_\eta^{(n)}}{|r^{(k)} - r'_n|^3} h^{(k)} b_\gamma \quad (7)$$

که $h^{(k)}$ و $r^{(k)}$ به مرکز مستطیل اشاره دارند.

(زدانوف و لیو، ۲۰۱۳؛ زدانوف و کای، ۲۰۱۳ و کای و زدانوف، ۲۰۱۷):

$$g_\alpha(r') = -G\rho_0 \iint_S \frac{r'_\eta - r'_\eta}{|r_k - r'_\eta|^3} b_\gamma dx dy; \quad (6)$$

در این رابطه، برحسب دلتای کرونکر تعریف شده و شکل کلی آن به صورت زیر است:

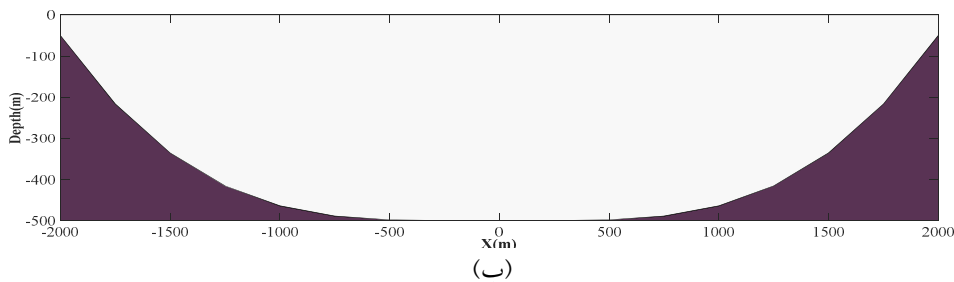
$$\Delta_{\alpha\gamma\eta} = \delta_{\alpha\eta}\delta_{\beta\gamma} + \delta_{\alpha\beta}\delta_{\gamma\eta} - \delta_{\alpha\gamma}\delta_{\beta\eta}; \delta_{\alpha\beta} = \begin{cases} 1 & \alpha=\beta \\ 0 & \alpha\neq\beta \end{cases}$$

از آنجا که n بردار نرمال رو به خارج سطح در نظر گرفته شده است، اگر محور مختصات z به سمت بالا باشد:

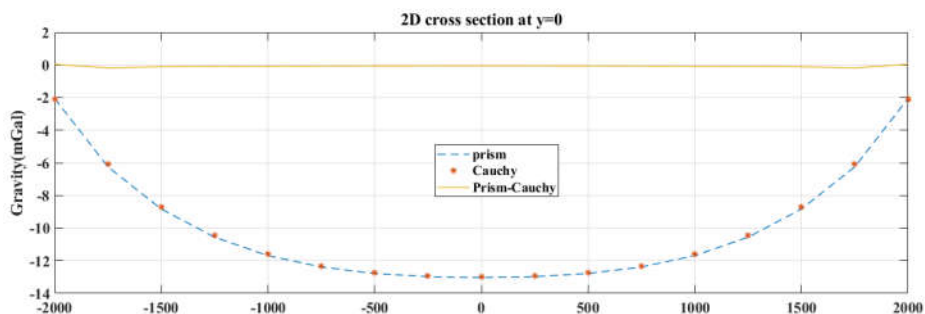
$$nds = \begin{bmatrix} -h_x(x,y) dx dy \\ -h_y(x,y) dx dy \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_x(x,y) dx dy \\ b_y(x,y) dx dy \\ b_z(x,y) dx dy \end{bmatrix}$$

بنابراین، b - مشتقات h نسبت به جهت‌های x و y و z

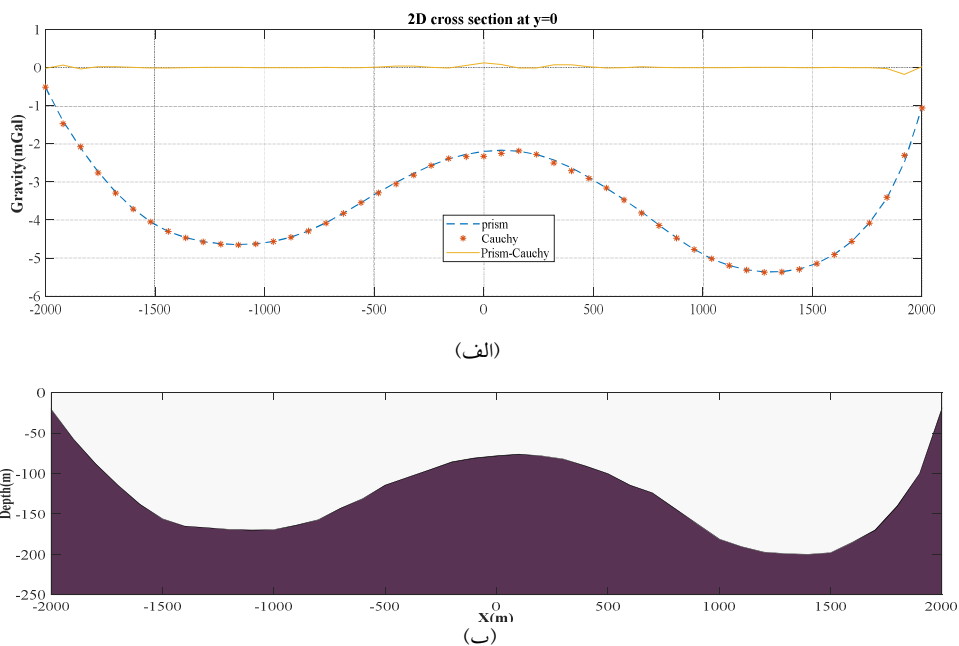
(الف)



(ب)



شکل ۱. مدل مصنوعی اول، حوضه رسوبی با تباین چگالی ثابت 1000 kg/m^3 (الف) بی‌هنجاری گرانی محاسبه شده با روش انتگرال کوشی (ستاره قرمز) و روش منشوری (خط چین آبی). خط زرد، اختلاف بی‌هنجاری گرانی محاسبه شده با دو روش را نشان می‌دهد. (ب) سطح مقطع نواحی با بیشترین عمق حوضه رسوبی سه بعدی.



شکل ۲. مدل مصنوعی دوم (پیچیده‌تر)، حوضه رسوبی با تباین چگالی ثابت 1000 kg/m^3 (الف) بی‌هنجاری گرانی محاسبه‌شده با روش انتگرال کوشی (ستاره قرمز) و روش منشوری (خط چین آبی). خط زرد، اختلاف بی‌هنجاری گرانی محاسبه‌شده با دو روش را نشان می‌دهد. (ب) سطح مقطع نواحی با بیشترین عمق حوضه رسوبی سه‌بعدی

شده است. همچنین محاسبات روی مدل‌های مصنوعی واقعی‌تر و پیچیده‌تر با فرض اختلاف چگالی یکسان با مدل قبلی انجام شده است (شکل ۳). در این مدل، سنگ بستر با دو فرورفتگی در عمق‌های 170 m و 200 m به مربع‌هایی با ابعاد $100 \text{ m} \times 100 \text{ m}$ تقسیم و فواصل نقاط اندازه‌گیری بی‌هنجاری گرانی 80 m فرض شده است.

همان‌طور که از شکل‌های ۲ و ۳ پیداست، انتگرال سطحی کوشی و انتگرال حجمی برآورد یکسانی از مقادیر بی‌هنجاری گرانی دارند. میانگین اختلاف دو روش برای مدل اول و دوم به ترتیب برابر با $0/09$ و $0/03$ میلی‌گال است که این مقدار در بخش‌های میانی و عمیق حوضه‌های رسوبی مورد مطالعه کمتر است. انتگرال حجمی با دو روش مختلف مدل‌سازی پیشرو پیاده‌سازی شده است؛ در روش اول کران‌های انتگرال، هشت رأس مکعب هستند (ناجی و همکاران، ۲۰۰۰)، در حالی که در

۳ مدل مصنوعی

۱-۳ مدل‌سازی پیشرو

در این بخش، توانایی روش انتگرال نوع کوشی برای محاسبه بی‌هنجاری گرانی ناشی از دو مدل حوضه رسوبی همگن آزمایش می‌شود. برای این منظور، نتایج روش انتگرال کوشی با روش مرسوم مدل‌سازی سه‌بعدی مقایسه می‌شود. در روش مرسوم، از انتگرال‌های حجمی شامل مجموعه‌ای از منشورهای راست گوشه عمودی استفاده می‌شود.

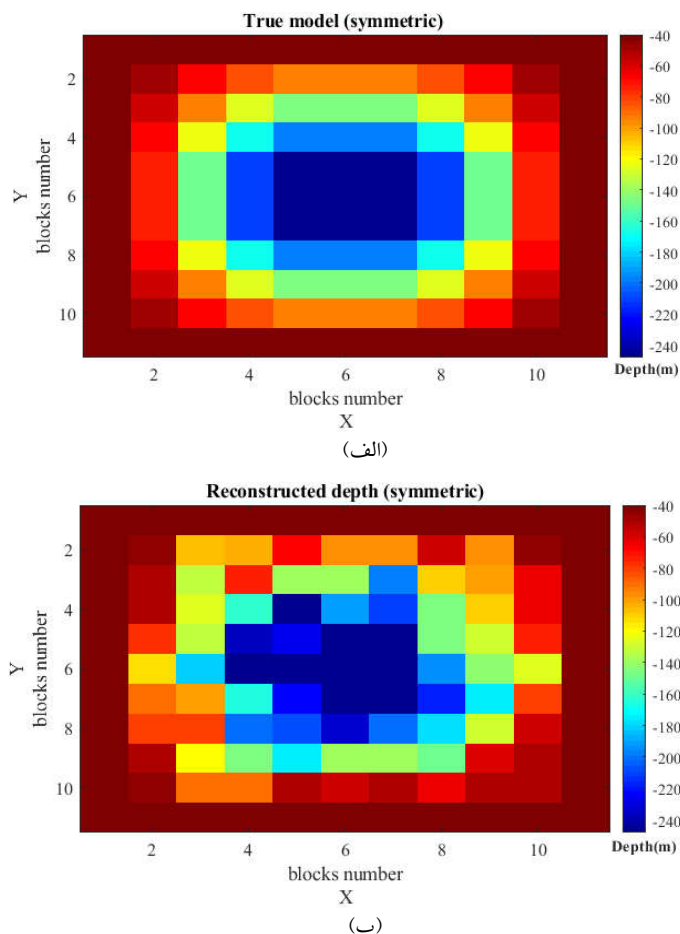
شکل ۲ ساختاری متقارن از حوضه رسوبی با بیشینه عمق 500 m و اختلاف چگالی 1000 kg/m^3 بر متر مکعبی با زمینه را نشان می‌دهد. با تقسیم‌بندی سطح سنگ بستر به مربع‌هایی به ابعاد $250 \text{ m} \times 250 \text{ m}$ ، بی‌هنجاری گرانی مشاهده‌ای در سطح زمین روی شبکه‌ای با ابعاد $4 \text{ km} \times 4 \text{ km}$ و فواصل نقاط اندازه‌گیری 250 m محاسبه

هاویت، ۲۰۰۴). الگوریتم ژنتیک، یک الگوریتم بهینه‌سازی تصادفی سراسری است که از نظریه تکامل در طبیعت الهام گرفته شده و یک فرایند تکرار است. در ابتدا، جمعیت اولیه‌ای از افراد، که هر یک آرایه‌ای از متغیرهای مسئله هستند، به‌طور اتفاقی (random) ایجاد می‌شود. اندازه جمعیت، تعداد افراد فضای جستجو است که ثابت می‌ماند و عملکرد الگوریتم را تحت تأثیر قرار می‌دهد. اندازه جمعیت بزرگ با کاوش بخش بزرگی از فضای جستجو، از همگرایی زودرس آن جلوگیری می‌کند (گرفنست، ۱۹۸۶). هر مرحله تکامل یا تکرار،

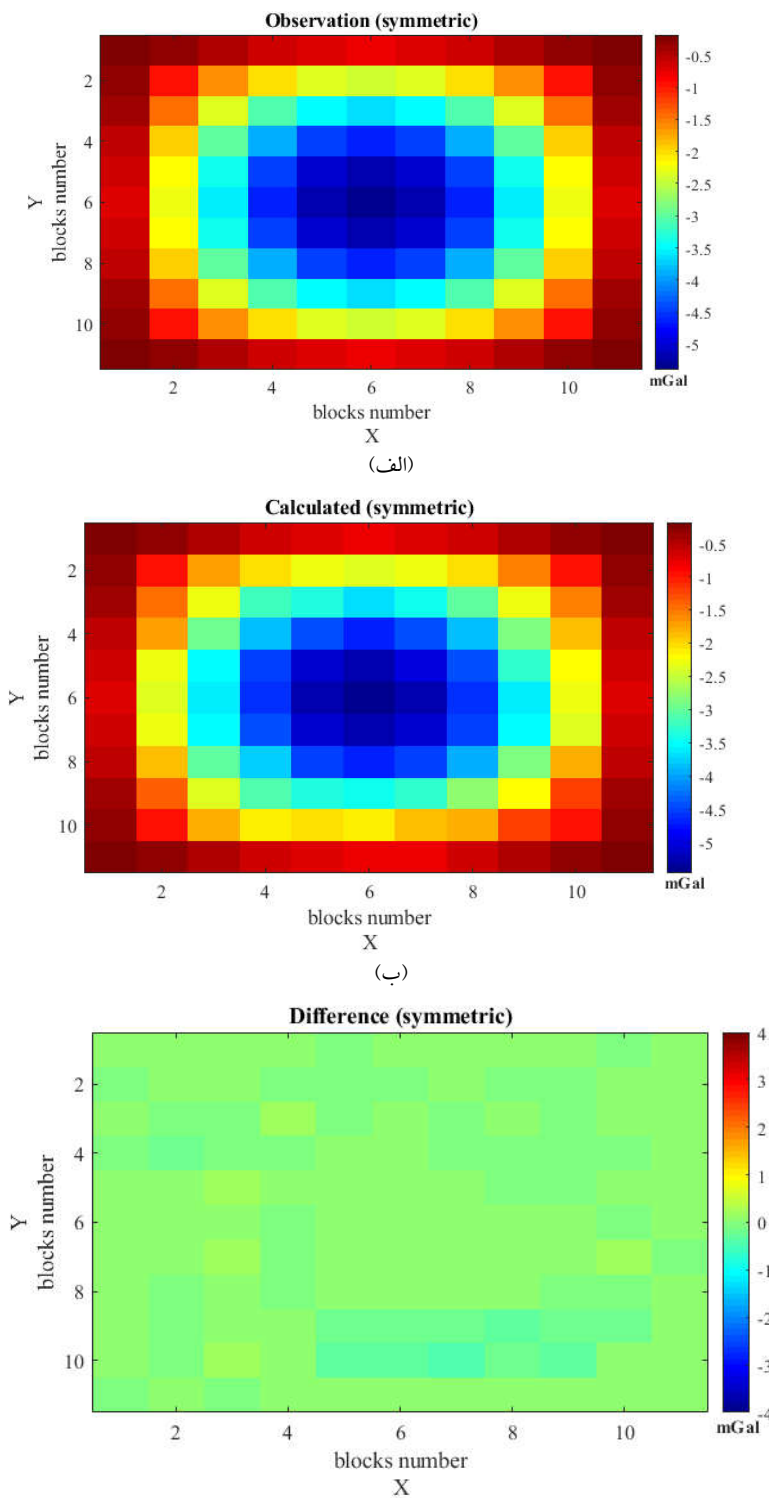
روش دوم، مختصات مرکز وجه‌های مکعب، حدود انتگرال هستند (گالاردو-دلاگو و همکاران، ۲۰۰۳). نتایج اندازه‌گیری زمان محاسبات مدل (شکل ۳) نشان می‌دهد انتگرال کوشی بی‌هنجاری گرانی را به نسبت‌های زمانی ۱۵ و ۵۰ مرتبه سریع‌تر از انتگرال‌های حجمی محاسبه می‌کند.

۲-۳ مدل‌سازی وارون

الگوریتم‌های بهینه‌سازی تصادفی با اعمال عملگرهایی به جمعیت حاضر (راه‌حل‌های ممکن)، الگوریتم را به سمت راه‌حل بهینه (کمینه سراسری) سوق می‌دهند (هاویت و



شکل ۳. نمای بالایی (الف) مدل حوضه رسوبی سه‌بعدی با بیشینه عمق ۲۵۰ متر در مرکز مدل (ب) مدل حوضه بازسازی شده. محورهای X و Y تعداد بلوک-بندی در هر راستا را نشان می‌دهند.



شکل ۴. نمای بالایی بی‌هنجاری گرانی (میلی‌گال) (الف) مشاهده‌ای (ب) محاسبه‌ای (ج) اختلاف بین مشاهده‌ای و محاسبه‌ای. محوره‌های X و Y نشان‌دهنده تعداد بلوک‌بندی در هر راستا هستند.

شکل ۴-الف با ابعاد $1250 m \times 1250 m$ شامل ۱۲۱ مدل پارامتر است که با بیشینه عمق $250 m$ در مرکز

جدول ۱. بهترین مقادیر پارامترهای الگوریتم ژنتیک براساس کمینه مقدار عدم برازش داده‌ها.

جهش (%)	تقاطع (%)	عدم برازش (mGal) داده‌ها
۱	۵۰	۱/۱۸
	۶۰	۱/۲۴
	۷۰	۱/۵۵
	۸۰	۱/۰۸
	۹۰	۱/۰۷
۶	۵۰	۱/۳۱
	۶۰	۱/۱۰
	۷۰	۱/۱۲
	۸۰	۱/۱۶
	۹۰	۱/۰۵
۱۰	۵۰	۰/۹۵
	۶۰	۱/۱۲
	۷۰	۱/۲۱
	۸۰	۱/۰۶
	۹۰	۰/۹۱
۲۰	۵۰	۱/۱۷
	۶۰	۱/۲۳
	۷۰	۰/۹۹
	۸۰	۰/۸۴
	۹۰	۱/۰۶
۳۰	۵۰	۱/۰۹
	۶۰	۱/۲۵
	۷۰	۱/۱۸
	۸۰	۰/۹۸
	۹۰	۰/۹۶
۴۰	۵۰	۱/۲۲
	۶۰	۱/۳۲
	۷۰	۱/۱۵
	۸۰	۱/۳۳
	۹۰	۱/۰۷

یک نسل نامیده می‌شود و بیشینه نسل، شرط پایان تکرار الگوریتم است. در شکل‌گیری یک نسل جدید، اعضای جمعیت براساس میزان شایستگی انتخاب می‌شوند. برای الگوریتم ژنتیک، عملگر تقاطع با یک احتمال بین دو فرد انتخاب شده به‌عنوان والد اعمال می‌شود و دو فرد جدید به وجود می‌آید. عملگر جهش برای جلوگیری از همگرایی زودرس الگوریتم، به‌صورت اتفاقی با یک احتمال موجب تغییراتی در افراد می‌شود و الگوریتم را به اکتشاف نقاط جدیدی از فضای جستجو وادار می‌کند (هاوپی و هاوپی، ۲۰۰۴). در این بخش، عمق حوضه رسوبی با استفاده از الگوریتم ژنتیک تخمین زده می‌شود. با توجه به تابع پیشرو (انتگرال نوع کوشی)، در فرایند وارون مقادیر (k) ، پارامترهای مدل (پارامترهای مجهول) جستجو می‌شوند. الگوریتم ژنتیک، تابع هزینه تعریف شده زیر در نرم دوم را کمینه می‌کند:

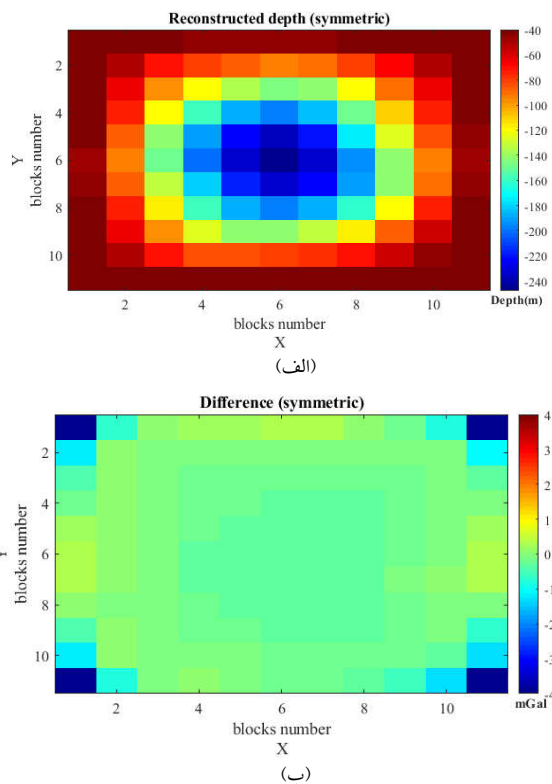
$$\varphi(z) = \sum_{i=1}^{N_m} (g_i^{obs} - g_i^{calc})^2 + \lambda \sum_{j=1}^{M-1} (|h_{j+1} - h_j|)^2 \quad (8)$$

که پارامتر $\lambda (m^{-2})$ بین دو جمله عدم برازش داده‌ها (جمله اول) و جمله هموارسازی (جمله دوم) تعادل برقرار می‌کند.

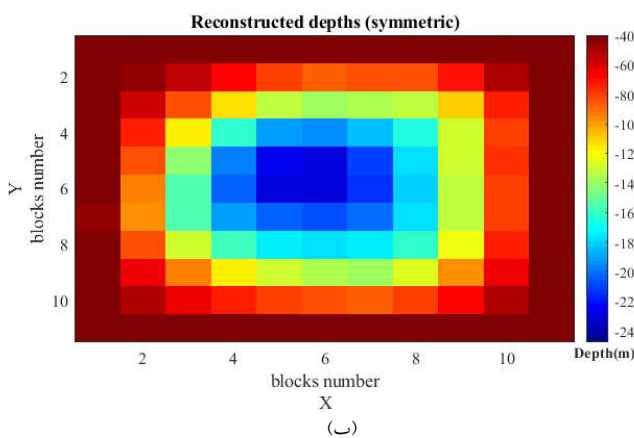
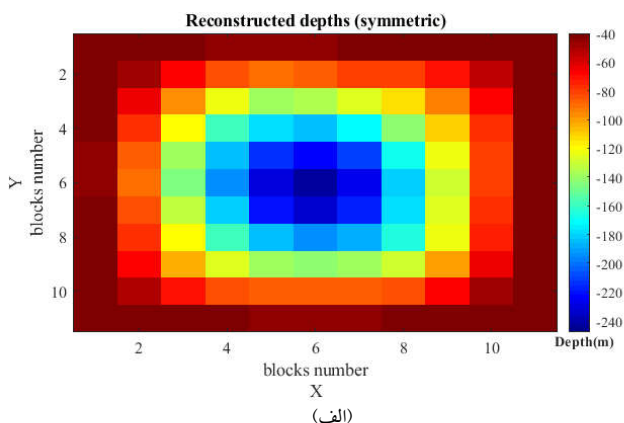
در این مطالعه، پارامترهای الگوریتم ژنتیک شامل اندازه جمعیت اولیه، بیشینه نسل و عملگرهای تقاطع و جهش به‌طور تجربی تعیین می‌شوند و شیوه کدگذاری حقیقی الگوریتم اجرا می‌شود. مونتسینوس و همکاران (۲۰۰۵) الگوریتم ژنتیک را با در نظر گرفتن اندازه جمعیت کمینه پیرو فرمول ریوز (۱۹۹۳ و ۲۰۰۳) اجرا کردند، اما این رویکرد تنها برای حالتی کاربرد دارد که افراد جمعیت به‌صورت رشته‌ای از ارقام صفر و یک کدگذاری شوند. مدل‌های مصنوعی آزمایش شده حوضه‌های رسوبی مشابه مدل‌های ارائه شده در بخش مدل‌سازی پیشرو هستند. همچنین با تعیین تعداد یکسان نقاط مشاهده‌ای و پارامترهای مدل، مسئله وارون به‌طور دقیق تعیین شده (even-determined) در نظر گرفته شده است.

با مقادیر احتمال بهینه ۲۰ و ۸۰ درصد نشان داده است. همچنین با در نظر گرفتن این پارامترها یعنی جمعیت ۱۲۱۰، بیشینه نسل ۷۰۰، احتمال تقاطع ۸۰ درصد و احتمال جهش ۲۰ درصد، فرایند وارون‌سازی برای یافتن مقدار بهینه ضریب هموارساز تکرار شده است تا مدل بازسازی شده با بیشترین دقت براساس RMS (خطای میانگین) به دست‌آید (جدول ۲). نتایج جدول ۲ نشان می‌دهد ضریب هموارساز در فاصله ۰/۰۰۵ تا ۰/۰۱۵ جواب‌های پایداری را بازسازی می‌کند (شکل ۴-ب). بی‌هنجاری گرانی مشاهده‌ای و محاسبه‌ای به ترتیب در شکل‌های ۵-الف و ۵-ب نشان داده شده است که مقدار کم اختلاف بین آنها، تطابقی خوب ($RMS=0.1 \text{ mGal}$) را آشکار می‌کند (شکل ۵-ج).

حوضه قرار گرفته است. الگوریتم با یک جمعیت اولیه، فضای جستجو را با مرزهای مشخص اکتشاف و بهره برداری می‌کند. این مرزها برای مدل مورد بررسی، فاصله ۰/۳۵۰- فرض شده است که شامل پارامترهای مدل است. نخست، مقدار بهینه اندازه جمعیت اولیه به ازای مقادیر احتمال تقاطع بین ۵۰ تا ۹۰ درصد و جهش ۱ تا ۴۰ درصد تعیین شده است به طوری که معیار سنجش همگرایی جمعیت به کمینه، مقدار عدم برازش داده‌ها در رابطه (۸) است. نتایج بیش از ۴۰۰ اجرای مختلف نشان داده است که در نهایت، الگوریتم با اندازه جمعیت اولیه ۱۰ برابر تعداد پارامترها (۱۲۱۰) و بیشینه نسل ۷۰۰ قادر است عدم برازش داده‌ها را به کمتر از ۲ میلی‌گال کاهش دهد (جدول ۱). مقادیر عدم برازش به دست‌آمده برای داده‌ها در جدول ۱، عملگرهای جهش و تقاطع را به ترتیب



شکل ۵. نمای بالایی (الف) عمق بازسازی شده برحسب متر (ب) اختلاف بین داده‌های مشاهده‌ای و محاسبه‌ای برحسب میلی‌گال با اعمال فیلتر گوسین. محورهای X و Y تعداد بلوک‌بندی در هر راستا را نشان می‌دهند.



شکل ۶. نمای بالایی عمق بازسازی شده برحسب متر با اعمال فیلتر گاوسین از داده‌های گرانی آغشته به نوفه (الف) ۲ درصد (ب) ۵ درصد. محورهای X و Y تعداد بلوک‌بندی در هر راستا را نشان می‌دهند.

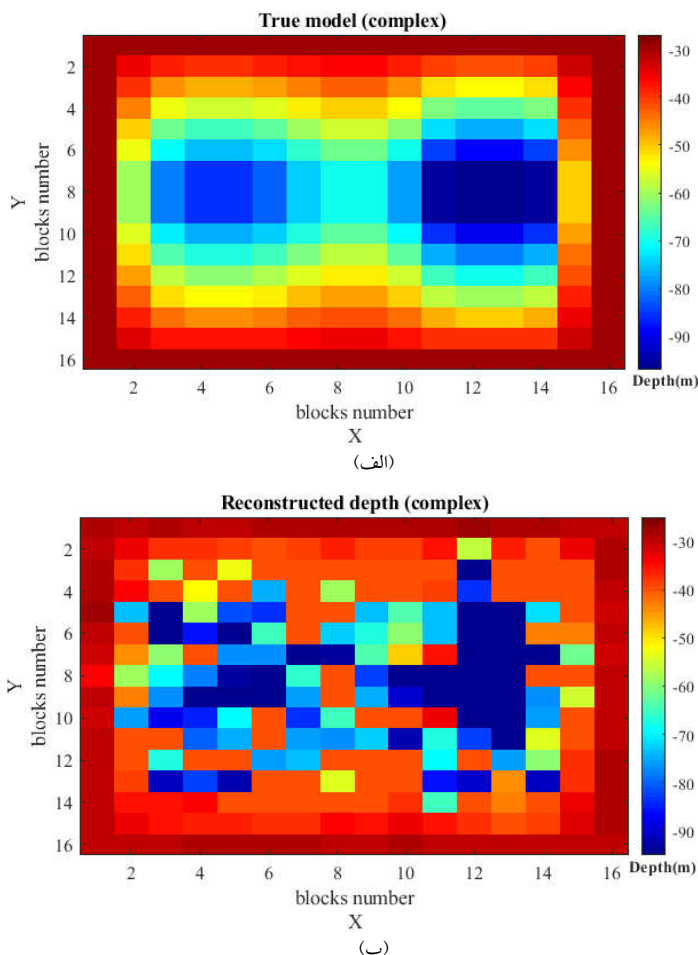
(convolution) نقاط سیگنال ورودی و کرنل گوسی، اثر هموارکنندگی دارد. عامل تأثیرگذار بر میزان هموارسازی یعنی اندازه کرنل، 11×11 انتخاب شده است. نتایج، عمق سطح سنگ بستر را با پایداری زیاد و RMS حدود ۱۰ متر برآورد کرده است (شکل ۶-الف). با این حال، مقدار عدم برآزش داده‌ها در لبه‌های مدل (شکل ۶-ب)، اغلب ناشی از فرض ناپیوستگی فضای فیزیکی است. برای حذف این اثرها در فرایند وارون داده‌های واقعی می‌توان لبه‌های منطقه مورد مطالعه را بسط داد (جاماسب و همکاران، ۲۰۱۷).

داده‌های گرانی‌سنجی معمولاً مقداری نوفه دارند؛ از این رو، عمق‌های مدل برای داده‌های گرانی آغشته به

جدول ۲. بهترین مقادیر ضریب هموارساز در فرایند وارون براساس مقادیر قابل قبول RMS مدل

ضریب هموارساز (m^{-2})	RMS مدل (m)
۰/۰۰۱	۳۹
۰/۰۰۵	۲۱
۰/۰۰۸	۲۰
۰/۰۱	۲۱
۰/۰۱۵	۲۵
۰/۰۲	۶۸

برای به دست آوردن عمق‌های پایدارتر، فیلتر گاوسین به عمق محاسبه‌ای اعمال شده است (موجیکا و بساری، ۲۰۱۶). فیلتر پایین‌گذر گاوسین با جمع کردن هم‌امیخت

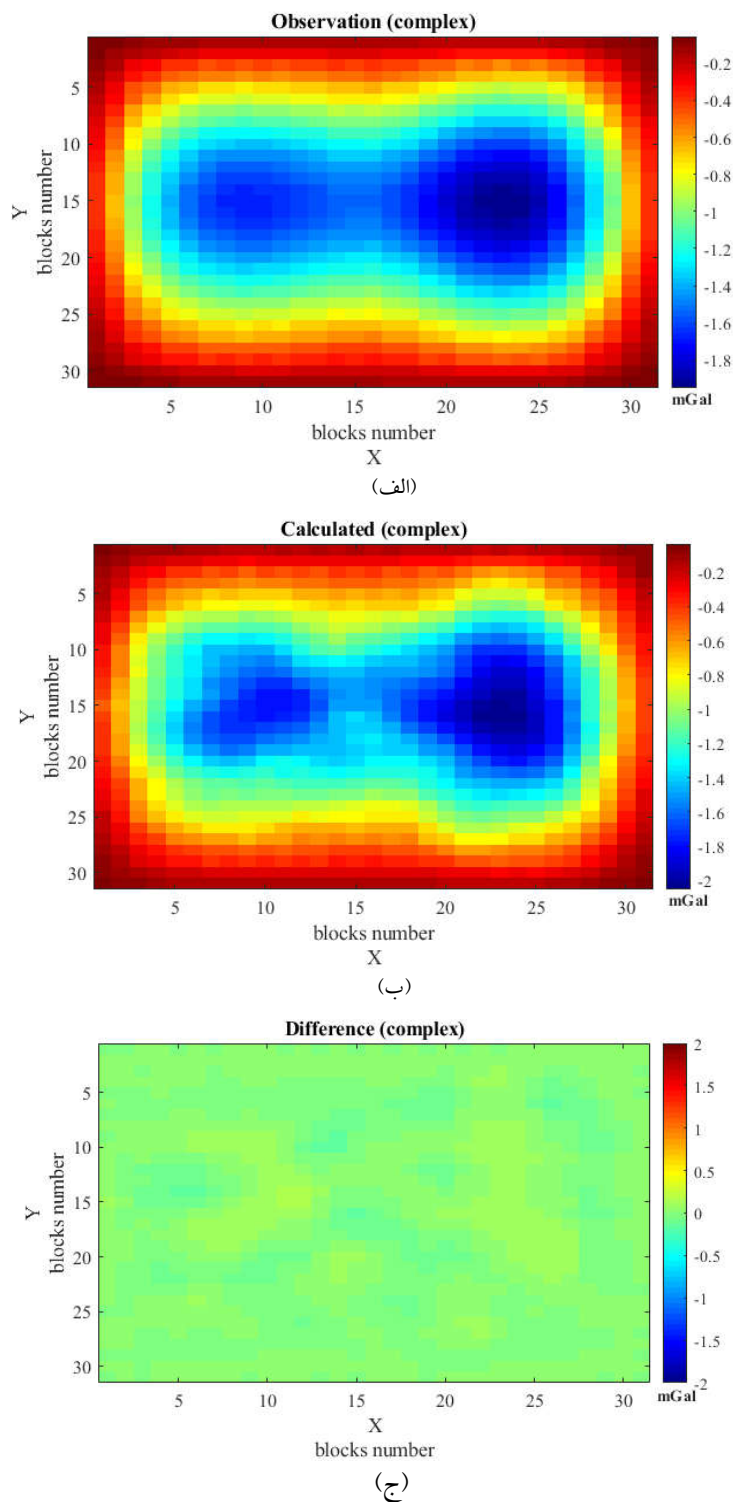


شکل ۷. نمای بالایی (الف) مدل حوضه رسوبی سه‌بعدی پیچیده با بیشینه عمق ۱۰۰ متر و ۸۵ متر در دو طرف مدل (ب) مدل حوضه بازسازی‌شده. محورهای X و Y تعداد بلوک‌بندی در هر راستا را نشان می‌دهند.

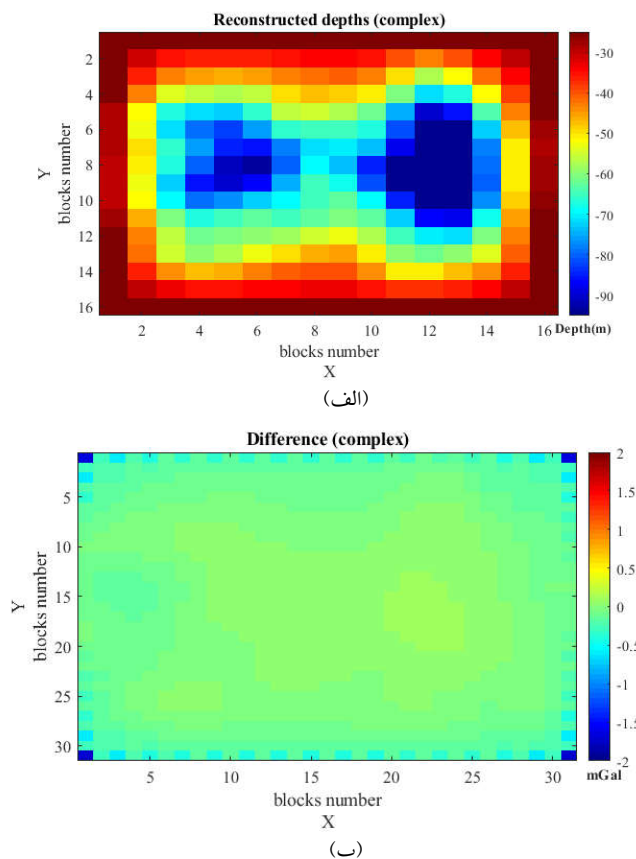
هموارساز ۰/۰۰۸، تعداد ۲۵۶ مدل پارامتر را وارون کرده است. شکل ۸-ب نتایج وارون‌سازی را نشان می‌دهد. شکل ۹ مقادیر داده‌های مشاهده‌ای، محاسبه‌ای و اختلاف آنها ($RMS=0.04 \text{ mGal}$) را نمایش می‌دهد. هموارسازی سطح تباين چگالی اندازه‌گیری شده با اعمال فیلتر گوسین، مدل نهایی را با RMS برابر با ۵ متر بازسازی کرده است (شکل ۱۰-الف). اختلاف داده‌های مشاهده‌ای و محاسبه‌ای عمق‌های فیلترشده، عدم قطعیت در لبه‌های مدل را نشان می‌دهد (شکل ۱۰-ب).

نوفه سفید گوسی ۲ و ۵ درصد محاسبه شده است. در هر دو وارون‌سازی، الگوریتم به‌خوبی قادر به بازسازی سطح سنگ بستر است (شکل ۷).

داده‌های حاصل از سطح تباين چگالی واقعی‌تر با مقادیر بیشینه عمق 100 m و 85 m در حوضه رسوبی با ابعاد $900 \text{ m} \times 900 \text{ m}$ وارون‌سازی شده است (شکل ۸-الف). الگوریتم ژنتیک در فضای جستجو با مرزهای $0.200/-$ و با مقادیر بهینه به‌دست‌آمده یعنی اندازه جمعیتی برابر با ۲۵۶۰، بیشینه نسل ۷۰۰، عملگر تقاطع با احتمال ۸۰ درصد، عملگر جهش ۲۰ درصد و ضریب



شکل ۸ نمای بالایی بی هنجاری گرانی برحسب میلی‌گال (الف) مشاهده‌ای (ب) محاسبه‌ای (ج) اختلاف بین بی‌هنجاری گرانی مشاهده‌ای و محاسبه‌ای. محورهای X و Y تعداد بلوک‌بندی در هر راستا را نشان می‌دهند.



شکل ۹. نمای بالایی مدل پیچیده با اعمال فیلتر گوسین (الف) عمق بازسازی‌شده برحسب متر (ب) اختلاف بین داده‌های مشاهده‌ای و محاسبه‌ای برحسب میلی‌گال. محورهای X و Y تعداد بلوک‌بندی در هر راستا را نشان می‌دهند.

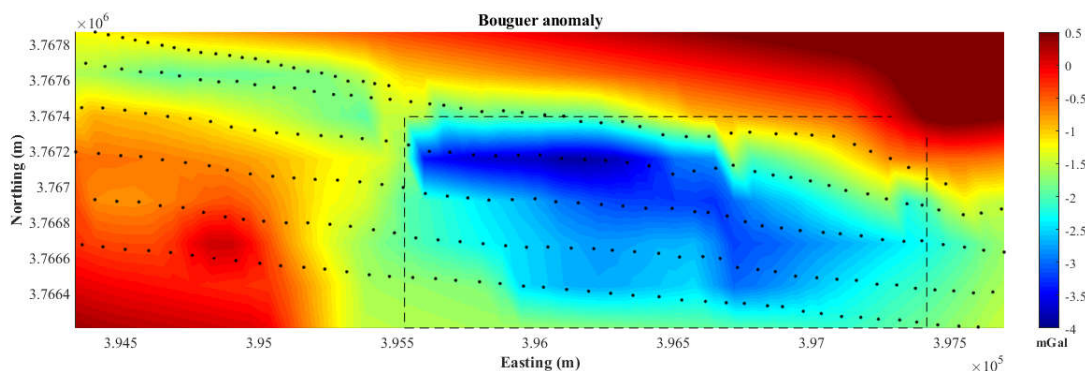
۴ مدل‌سازی داده‌های واقعی

بخش اصلی دشت امان‌آباد در منطقه سنندج-سیرجان در رشته کوه‌های زاگرس ایران واقع شده است. بیشتر سنگ‌های این منطقه، اسلیت‌های آهکی مربوط به کرتاسه هستند. شکل ساختاری اصلی منطقه از تکرار طاق‌دیس‌ها و ناودیس‌ها تشکیل شده است. طاق‌دیس‌ها موجب انباشته شدن آبرفت و درز و شکستگی‌های موجود شده و ناحیه را مستعد منابع آب زیرزمینی کرده‌اند (میرزایی و یوسفی راد، ۱۳۸۵).

در شکل ۱۱ بی‌هنجاری گرانی بوگه شبکه‌بندی‌شده همراه با ۲۴۶ ایستگاه اندازه‌گیری داده (نقاط مشکی) نشان داده شده است. در این پژوهش، بخشی از داده‌ها در

ناحیه‌ای به ابعاد $11187 m \times 1890 m$ و فواصل نقاط شبکه‌ای $70 m \times 237 m$ وارون‌سازی شده است (شکل ۱۱، مستطیل خط‌چین). بی‌هنجاری گرانی اندازه‌گیری‌شده، ناشی از اثر گرانش مجموعه‌ای ناهمگن از ساختارهای زمین‌شناسی با مقیاس و عمق‌های مختلف است؛ بنابراین با جدایش اثرهای ناحیه‌ای، بی‌هنجاری گرانی باقیمانده از رایج‌ترین روش یعنی برازش چند-جمله‌ای درجه یک محاسبه شده است.

با توجه به اطلاعات سنگ‌شناسی چاه‌های حفاری‌شده، تباین چگالی رسوبات با سنگ بستر زیرین $500 kg/m^3$ - اندازه‌گیری شده است (کریمی آرا و همکاران، ۲۰۱۷). با فرض ثابت ماندن چگالی، مسئله وارون فرامعین (-over-

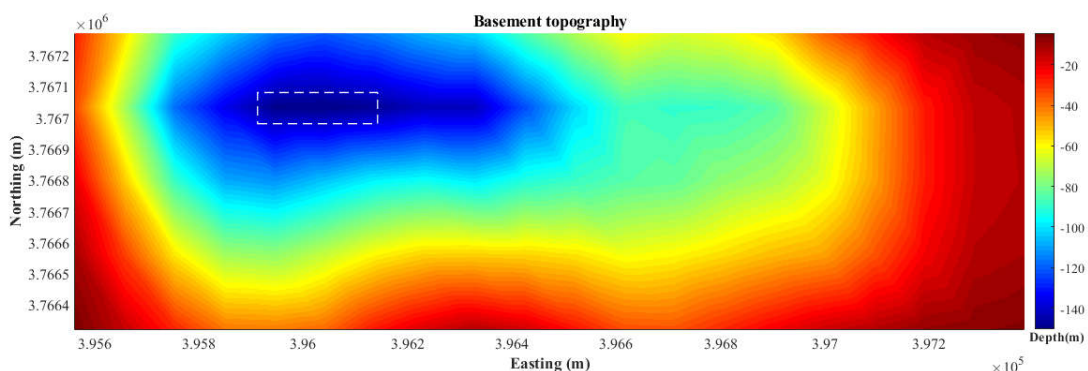


شکل ۱۰. نمای بالایی بی‌هنجاری گرانی بوگه شبکه‌بندی شده (میلی‌گال) حوضه آبرفتی امان‌آباد. نقاط مشکی، ایستگاه‌های برداشت داده گرانی (۲۴۶ ایستگاه) و مستطیل خط‌چین، ناحیه مورد مطالعه در این پژوهش را نشان می‌دهد.

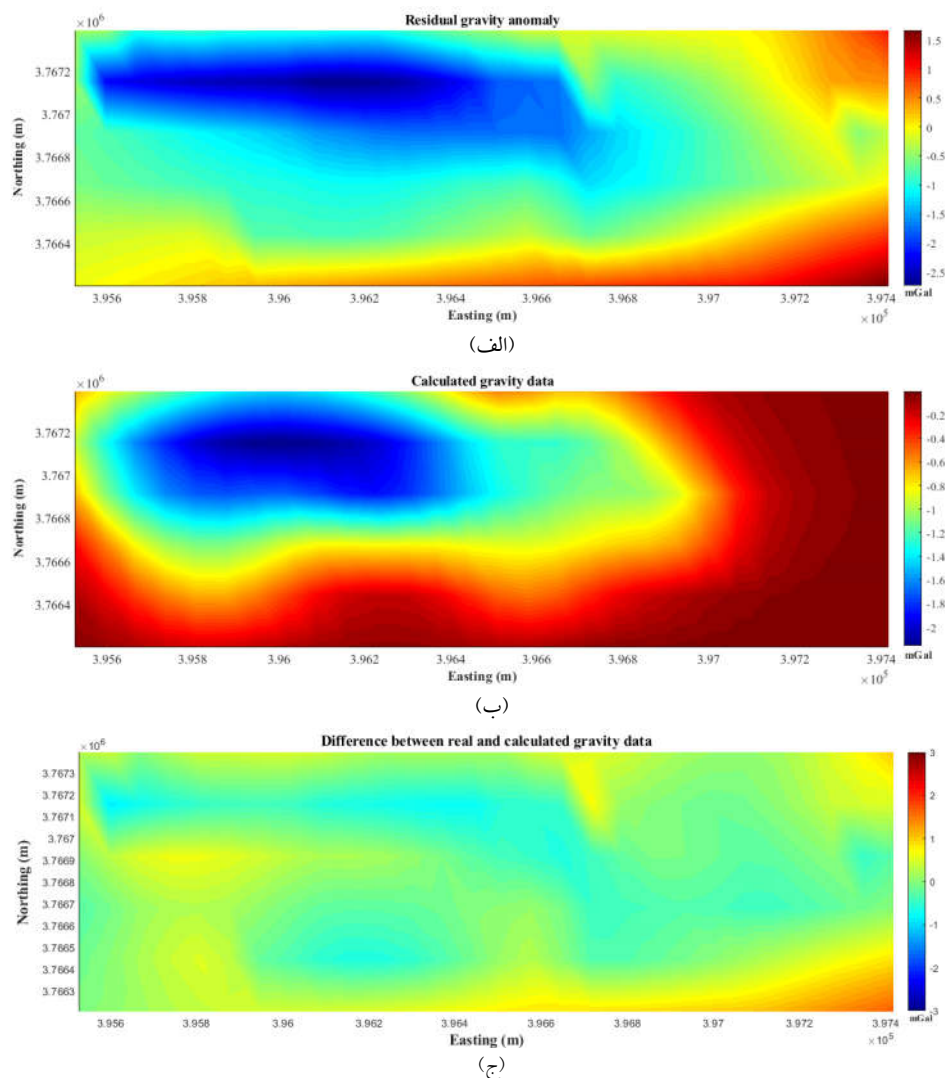
گرانی بوگه باقیمانده (شکل ۱۳-الف)، واضح است عمق‌های محاسبه‌شده از وارون داده‌های باقیمانده، مطابقت خوبی با روند تغییرات بی‌هنجاری واقعی دارند به طوری که در مختصات متناظر با بیشترین بی‌هنجاری گرانی منفی، بیشترین ضخامت رسوبات با مقدار تقریبی ۱۵۰ متر تخمین زده شده است. در شکل ۱۳ بی‌هنجاری گرانی مشاهده‌ای، بی‌هنجاری ناشی از عمق‌های بازسازی شده و اختلاف بین آنها، تطابق مناسبی را نشان می‌دهد. در مطالعات گرانی‌سنجی پیشین این ناحیه، کریمی‌آرا و همکاران (۲۰۱۷) با وارون‌سازی دوبعدی داده‌های گرانی در طول مقطعی منطبق بر پیشینه

determined) برای ۱۶۸ داده گرانی شبکه‌بندی و ۱۰۰ پارامتر عمق حل شده است. الگوریتم ژنتیک با مقادیر بهینه پارامترها که از آزمایش‌های مدل مصنوعی به دست آمده و شامل جمعیت اولیه ۱۰۰۰، پیشینه نسل ۷۰۰، مقدار تقاطع با احتمال ۸۰ درصد، جهش با احتمال ۲۰ درصد و ضریب هموارساز ۰/۰۰۸ است، در فضای جستجو با حدود مرزی $[0, -300]$ اجرا شده است.

شکل ۱۲ توپوگرافی سه‌بعدی سنگ بستر بازسازی شده را نشان می‌دهد که با اعمال فیلتر گوسین به مدل خروجی حاصل از الگوریتم ژنتیک به دست آمده است. با مقایسه نقشه‌های توپوگرافی سنگ بستر (شکل ۱۲) و بی‌هنجاری



شکل ۱۱. نمای بالایی مدل بازسازی شده توپوگرافی سه‌بعدی سنگ بستر حوضه مورد مطالعه (متر). مستطیل خط‌چین، نواحی با بیشترین عمق تقریبی ۱۵۰ متر (آبی پررنگ) و لبه‌های مدل، کمترین عمق یعنی ۴ متر (قرمز پررنگ) را نشان می‌دهند.



شکل ۱۲. نمای بالایی بی‌هنجاری گرانی برحسب میلی‌گال (الف) بی‌هنجاری باقیمانده (مشاهده‌ای) (ب) بی‌هنجاری محاسبه‌ای (ج) اختلاف بین بی‌هنجاری‌های مشاهده‌ای و محاسبه‌ای. این اختلاف در قسمت‌های مختلف مدل تقریباً یکسان است.

۵ نتیجه‌گیری

بی‌هنجاری منفی، ضخامت آبرفت را کمتر از ۲۰۰ متر ارزیابی کردند. در مطالعه دیگر، با استفاده از وارون داده‌های درون‌یابی شده، سطح سه‌بعدی سنگ بستر با بیشینه عمق ۱۲۰ متر برآورد شده است (داودی و همکاران، ۱۳۹۵). این در حالی است که داده حفاری، عمق سنگ بستر را در مجاورت بخش‌های با بیشترین گرانی منفی (نواحی عمیق)، ۱۴۰ متر گزارش می‌کند (کریمی‌آرا و همکاران، ۲۰۱۷).

در این پژوهش، وارون‌سازی داده‌های گرانی‌سنجی جهت تخمین هندسه سه‌بعدی سنگ بستر در محیط‌های رسوبی با استفاده از الگوریتم ژنتیک و با به‌کارگیری تابع پیشرو سریع انتگرال نوع کوشی اجرا شد. مدل‌سازی پیشرو، کاهش شایان توجه زمان محاسبات را نسبت به روش مرسوم منشورهای راست‌گوشه نشان می‌دهد؛ بنابراین انتگرال نوع کوشی علاوه‌براینکه داده‌های گرانی را با دقت مناسبی شبیه‌سازی می‌کند، کارایی زمانی کافی را

Cai, H., Xiong, B., and Zhu, Y., 2018, 3D Modeling and Inversion of Gravity in Exploration. Intech Open Limited.

Gallardo-Delgado, L. A., Perez-Flores, M. A., and Gomez-Trevino, E., 2003, A versatile algorithm for joint 3D inversion of gravity and magnetic data. *Geophysics* **68**(3), 249-259.

Grefenstette, J., 1986, Optimization of control parameters for genetic algorithms. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* **16**(1), 122-128.

Haupt, R. L., and Haupt, S. E., 2004, Practical genetic algorithms, Second edition: John Willy & Sons.

Jamasb, A., Motavalli-Anbaran, S. H., and Zeyen, H., 2017, Non-linear stochastic inversion of gravity data via quantum-behaved particle swarm optimization: application to Eurasia-Arabia collision zone (Zagros, Iran). *Geophysical Prospecting* **65**(1), 274-294.

Jamasb, A., Motavalli-Anbaran, S. H., and Ghasemi, K., 2018, A novel hybrid algorithm of particle swarm optimization and evolution strategies for geophysical non-linear inverse problems-. *Pure and Applied Geophysics* **176**(4), 1601-1613.

Karimiara, A., Mirzaei, M., Babaei, M., 2017, Inversion of gravity data by constrained nonlinear optimization based on programming techniques for mapping bedrock topography. *Journal of the Earth and Space Physics* **43**(4), 27-45.

Mojica, F., and Bassarej, A., 2016, A hybrid fast 3D inversion algorithm of gravity data for basement relief: 68th Annual International Meeting, SEG.

Montesions, F., Arnoso, J., and Vieira, R., 2005, Using a genetic algorithm for 3-D inversion of gravity data in Fuerteventura (Canary Island). *International Journal of Geoscience* **94**, 301-316.

Nagy, D., Papp, G., and Benedek, J., 2000, The gravitational potential and its derivatives for the prism. *Journal of Geodesy* **74**, 552-560.

Nicolaide, A., 1998, Three-dimensional analog of the Cauchy integral formula for solving magnetic field problems. *IEEE Transactions on Magnetism* **34**(3), 608-612.

Pallero, J., Fernández-Martínez, J. L., Bonvalot, S., and Fudym, O., 2015, Gravity inversion and uncertainty assessment of basement relief via Particle Swarm Optimization. *Journal of Applied Geophysics* **116**, 180-191.

Pallero J., Fernández-Martínez, J. L., Bonvalot S., and Fudym, O., 2017, 3D gravity inversion

برای استفاده در الگوریتم‌های سراسری و تصادفی جهت محاسبات سریع مربوط به مسائل سه‌بعدی دارد. الگوریتم ژنتیک براساس عملگر پیشرو انتگرال نوع کوشی در دو حالت داده‌های مصنوعی بدون نوفه و آغشته به نوفه ۲ و ۵ درصد با افزودن عملگرهای هموارساز، مدل حوضه رسوبی را به‌خوبی بازسازی کرده است. عمق‌های محاسبه‌شده از وارون داده‌های واقعی، مطابقت خوبی با روند بی‌هنجاری گرانی مشاهده‌ای دارند و احتمال حضور آبخوان در نواحی با عمق سنگ بستر ۱۵۰ متری وجود دارد. نتایج این تحقیق با مطالعات پیشین و داده‌های حفاری سازگار است.

منابع

داودی، ح.، صفری، ع. و ابراهیم زاده اردستانی، و.، ۱۳۹۵، وارون‌سازی داده‌های گرانی به کمک روش تبرید شبیه‌سازی‌شده (مطالعه موردی- منطقه امان‌آباد اراک): نشریه علمی- پژوهشی علوم و فنون نقشه‌برداری، ۱۶(۱).

میرزایی، م. و یوسفی راد، م.، ۱۳۸۵، گزارش مدل ریاضی دشت‌امان آباد، سازمان مدیریت و برنامه‌ریزی استان مرکزی، ۱۷۸ ص.

Bitsadze, A. V., 1995, Integral Equation First Kind: World Scientific Publishing Co., Pte. Ltd.

Cai, H., and Zhdanov, M., 2015a, Application of Cauchy-type integrals in developing effective methods for depth to basement inversion of gravity and gravity gradiometry. *Geophysics* **80**(2), G81-G94.

Cai, H., and Zhdanov, M., 2015b, Modeling and inversion of magnetic anomalies caused by sediment-basement interface using three-dimensional Cauchy-type integrals. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters* **12**(3), 477-481.

Cai, H., and Zhdanov, M., 2017, Joint inversion of gravity and magnetotelluric data for depth to basement estimation *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters* **14**(8), 1228-1232.

- and uncertainty assessment of basement relief via Particle Swarm Optimization. *Journal of Applied Geophysics* **139**, 338-350.
- Reeves, C. R., 1993, Using genetic algorithms with small populations: in Proceedings of 5th international conference on genetic algorithms, University of Illinois at Urbana-Champaign, Morgan Kaufmann Publishers.
- Reeves, C., 2003, Genetic algorithms: in Handbook of Metaheuristics (pp. 55-82), Springer US. Sen, M. K., and Stoffa, P. L., 2013, Global optimization methods in geophysical inversion: Cambridge University Press.
- Zhang, J., Wang, C. Y., Shi, Y., Cai, Y., Chi, W. C., Dreger, D., Cheng, W. B., and Yuan, Y. H., 2004, Three-dimensional crustal structure in central Taiwan from gravity inversion with a parallel genetic algorithm. *Geophysics* **69**(4), 917-924.
- Zhdanov, M., 1988, Integral transforms in geophysics: Springer-Verlag.
- Zhdanov, M., and Cai, H., 2013, Inversion of gravity and gravity gradiometry data for density constant surfaces using Cauchy-types integrals: 83rd Annual International Meeting, SEG.
- Zhdanov, M., and X., Liu, 2013, 3D Cauchy-type integrals for terrain correction of gravity and gradiometry data. *Geophysical Journal International* **194**, 249-268.

Three-dimensional inversion of gravity data of basement relief of Aman-Abad Plain using Cauchy type integrals

Nazanin Mohammadi¹, Seyed-Hani Motavalli-Anbaran^{2*} and Vahid Ebrahimzadeh Ardestani³

¹ MSc, Student Earth physics Department, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

² Assistant Professor, Earth Physics Department, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

³ Professor, Earth Physics Department, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

(Received: 2 March 2019, Accepted: 7 September 2019)

Summary

Gravity surveying is applied for studying geological structures, for example, basement topography underneath the sediment loads. In potential areas for hydrocarbon and groundwater resources, depth of basement can be estimated using different optimization methods, including stochastic global optimization algorithms. These methods include many functions call of the forward function, so usual forward approaches that discrete the sediment volume into a set of right rectangular prisms need too much computational time. This can be controversial issue while implementing three-dimensional stochastic inversion. In this study, 3D Cauchy-type integral as a fast forward function is applied to accelerate the gravity inversion for 3D determination of the depth to basement. Cai and Zhdanov (2015a,b) introduced this effective approach for potential fields modeling. This method in modeling the sediment-basement interface not only replaces all prisms of conventional volume approach with a gridded basement, but also uses simple mathematical terms in comparison with customary prismatic methods which include trigonometric and logarithmic expressions. Synthetic forward modeling of both of our realistic basin models assesses the validity of the forward operator. Evaluation time for one of the model basins based on the Cauchy-type integral in comparison with the prismatic method which was carried out by two different techniques of forward modeling, is 15 and 50 order lower. Implementing genetic algorithm on the gravity data, the depth of the basement was recovered. The misfit of our data achieved by the algorithm with initial population equal to 10 times of total number of parameters and carrying 700 generations, was lower than 2 mGal. Optimal values were obtained as 80% and 20% for crossover and mutation, respectively. In addition, due to the non-uniqueness of the gravity problem, the genetic algorithm uses a smoothing constraint. By fixing the optimal parameters of genetic algorithm, the optimization process is repeated to find the optimal value for the smoothing factor yielding the most accurate model based on the RMS of the reconstructed model. Results show that a smoothing factor between 0.005-0.015, reconstructs stable solutions. Besides, applying a Gaussian filter, a smoothing filter with the kernel size equal to 11×11 to the calculated depths, achieves more stable evaluations. Noisy synthetic and noise-free gravity data were inverted for one symmetric basin and the algorithm has been able to successfully reconstruct the basement. The case study area is the Aman-Abad alluvial plain (Iran) which its main parts are located in the Sanandaj-Sirjan zone in the Zagros Mountains of Iran. The suitable parameters of the genetic algorithm are found by synthetic tests to invert real gravity data to image the interface of the impermeable layer groundwater. The most common polynomial regression, i.e., degree 1 is applied to calculate residual gravity anomaly. Reconstructed depths from residual gravity anomaly match properly with gravity anomaly trend. Deep parts of the basement (as impermeable surface) have been estimated about 150m which it looks promising for groundwater resources. According to the previous gravity studies, the calculated maximum thickness of sediment is lower than 200 m and the well data specified depth of the basement is 140 m.

Keywords: 3D Cauchy-type integral, 3D modeling, Genetic algorithm, Aman-Abad plain

*Corresponding author:

motavalli@ut.ac.ir