

## مقایسه توابع مختلف برای تخمین سطح زیر منحنی شیردهی در بخش‌های مختلف شیردهی گاو هلشتاین در دوره‌های شیردهی اول و دوم با استفاده از رکوردهای روزانه

آزاده بوستان<sup>۱\*</sup>، محمد مرادی شهربابک<sup>۲</sup> و اردشیر نجاتی جواری<sup>۳</sup>  
۱، ۲، ۳، دانشجوی دکتری، استاد و دانشیار، پردیس کشاورزی و منابع طبیعی دانشگاه تهران  
(تاریخ دریافت: ۸۷/۱۰/۱۵-تاریخ تصویب: ۸۸/۱۱/۵)

### چکیده

در این مطالعه، رکوردهای تولید شیر روزانه سال‌های ۱۳۸۳-۱۳۸۵ یک گاوداری در استان تهران مربوط به ۱۴۲ گاو در دوره شیردهی اول و ۱۴۰ گاو در دوره شیردهی دوم، مورد استفاده قرار گرفت. در این گاوداری تولید واقعی هر گاو در هر روز و متعاقباً تولید واقعی هر دام در هر بخش دوره شیردهی موجود بود و مقایسه توابع با معیاری جدید (مربعات خطای برآورد سطح زیر منحنی) امکانپذیر بود. در این تحقیق ۵ تابع گامای ناقص، رگرسیون چندجمله‌ای، چندجمله‌ای معکوس، ولمینک و لگاریتمی مختلط در ماه‌های مختلف دوره شیردهی و این ۵ تابع با تابع لژاندر مرتبه سوم، برای کل دوره شیردهی (۳۰۵ روز) مورد مقایسه قرار گرفتند. رتبه توابع و معنی‌دار بودن تفاوت رتبه‌ها برای کم بودن مربعات خطا توسط آزمون کواد مشخص شد. در دوره شیردهی اول، تابع گامای ناقص در ماه‌های ۱، ۲، ۴، ۵، ۸ و ۹، تابع رگرسیون چندجمله‌ای در ماه‌های ۳ و ۶، تابع لگاریتمی مختلط در ماه ۷ و تابع ولمینک در ماه ۱۰ رتبه اول را در برآورد سطح زیر منحنی داشت. در دوره شیردهی دوم، تابع گامای ناقص در ماه‌های ۱، ۴، ۵، ۶ و ۹، تابع لگاریتمی مختلط در ماه‌های ۷ و ۸، تابع ولمینک در ماه‌های ۳ و ۱۰ و تابع رگرسیون چندجمله‌ای در ماه ۲ رتبه اول را در برآورد سطح زیر منحنی داشت. برای کل دوره شیردهی تابع گامای ناقص در برآورد سطح زیر منحنی رتبه اول را در هر دو دوره شیردهی داشت. البته از بین توابع به کار رفته در این تحقیق، در دوره شیردهی اول تفاوت تابع گامای ناقص با توابع رگرسیون چندجمله‌ای و لژاندر مرتبه سوم و در دوره شیردهی دوم تفاوت این تابع با تابع رگرسیون چندجمله‌ای معنی‌دار بود.

**واژه‌های کلیدی:** گاوهای هلشتاین، منحنی شیردهی، برازش تابع، مربعات خطا، آزمون کواد.

### مقدمه

شیردهی گاو معمولاً دارای یک مرحله افزایشی و یک مرحله کاهش می‌باشد. معمولاً شیب مرحله افزایشی بیشتر از شیب مرحله کاهش می‌باشد. به طور کلی سرعت افزایش تولید شیر در مرحله افزایشی، شیب

نمودار روند تولید شیر در طول دوره شیردهی را منحنی شیردهی گویند که عبارت از توصیف نموداری رابطه بین تغییرات تولید شیر و زمان می‌باشد. منحنی

توصیف‌کننده منحنی شیردهی استفاده کرد (Macciotta et al., 2005).

همچنین برای شبیه‌سازی سیستم پرورش گاو شیری، از تابع منحنی شیردهی، می‌توان استفاده نمود (Ferris et al., 1985).

به طور کلی توابعی برای توصیف منحنی شیردهی ارائه شده است که تشخیص بهترین تابع برای مطالعه منحنی شیردهی دام‌ها به نظر لازم می‌آید.

Papajcsik & Bodero (1988) بیست تابع ریاضی مختلف را برای تشریح منحنی شیردهی گاوهای مناطق نیمه گرمسیری به کار بردند که در این میان توابع گامای ناقص و چندجمله‌ای معکوس، با توابع به کار رفته در تحقیق حاضر یکسان بود. این محققین به این نتیجه رسیدند که تابع گامای ناقص بهتر از سایر توابع، منحنی شیردهی گاو را توصیف می‌کند.

در این تحقیق ۵ تابع گامای ناقص، رگرسیون چندجمله‌ای، چندجمله‌ای معکوس، ولمینک و لگاریتمی مختلط برای تخمین سطح زیر منحنی شیردهی در ماه‌های مختلف دوره شیردهی و این ۵ تابع با تابع لژاندر مرتبه سوم، برای تخمین سطح زیر منحنی شیردهی در کل دوره شیردهی (۳۰۵ روز) مورد مقایسه قرار گرفتند.

## مواد و روش‌ها

### داده‌ها

در این تحقیق از رکوردهای روزانه تولید شیر و داده‌های مربوط به شماره دوره شیردهی، تاریخ زایش، سقط و تاریخ خشکی گاوهای یک گاوداری گاو هلشتاین در استان تهران که در دوره شیردهی اول و دوم بودند و در سالهای ۱۳۸۵-۱۳۸۳ با استفاده از سیستم شیردوشی اتوماتیک جمع‌آوری و در رایانه ثبت و نگهداری شده بود، استفاده شد. لازم به ذکر است که در این گاوداری رکوردهای شیردهی برای هر دام به طور جداگانه و روزانه جمع‌آوری می‌شد، بنابراین تولید شیر واقعی در هر مرحله دوره شیردهی برای هر دام قابل محاسبه بود و مقایسه توابع مختلف با استفاده از معیاری جدید (مربعات خطا که توضیح داده خواهد شد) ممکن بود.

دوره‌های شیردهی که در آنها سقط انجام شده بود و

مرحله کاهشی و ارتفاع منحنی در زمان اوج تولید، میزان کل شیر تولیدی یک دوره شیردهی را تعیین می‌کنند (Schmidt et al., 1988).

منحنی شیردهی گاو را می‌توان به دو نوع استاندارد و غیراستاندارد طبقه‌بندی نمود. منحنی شیردهی استاندارد، دارای یک شیب افزایشی، اوج تولید و یک شیب کاهشی می‌باشد.

منحنی‌هایی که بعد از برازش تابع گامای ناقص دارای مقادیری مثبت برای پارامترهای  $a$ ،  $b$  و  $c$  باشند، استاندارد هستند و اگر هر کدام از این پارامترها، مقداری منفی داشته باشد، منحنی از نوع غیراستاندارد می‌باشد. مثلاً اگر پارامتر  $b$ ، دارای مقداری مثبت و پارامتر  $c$ ، دارای مقداری منفی باشد، منحنی پیوسته در حال افزایش است و فاز کاهشی ندارد، در حالیکه اگر  $b$  دارای مقدار منفی و  $c$  دارای مقدار مثبت باشد، منحنی پیوسته در حال کاهش است (Macciotta et al., 2005).

از دیدگاه دیگر (با استفاده از علامت پارامترهای مدل رگرسیون چندجمله‌ای) می‌توان منحنی‌های شیردهی را به دو دسته محدب-مقعر-محدب و مقعر-محدب-مقعر، طبقه‌بندی نمود که در گروه اول تولید شیر در بخش ابتدایی افزایش، سپس کاهش و بعد از آن مجدداً افزایش می‌یابد و سپس تا پایان شیردهی تولید شیر کاهش می‌یابد؛ در گروه دوم ابتدا تولید کاهش، سپس افزایش، بعد از آن دوباره کاهش و سپس افزایش می‌یابد و بعد تا پایان شیردهی تولید کاهش می‌یابد (Macciotta et al., 2005).

مطالعه منحنی شیردهی هر گاو به طور جداگانه و منحنی شیردهی گله به دلایل مختلف حائز اهمیت است. از تابع توصیف‌کننده منحنی شیردهی می‌توان برای انتخاب و برنامه‌های اصلاح نژادی استفاده نمود (Brown et al., 1977). به عنوان مثال منحنی شیردهی گاوها تنوع زیادی دارد و گاودارها منحنی با تداوم شیردهی بالاتر (منحنی تخت‌تر) را ترجیح می‌دهند، با استفاده از تابع منحنی شیردهی می‌توان پارامترهای ژنتیکی منحنی شیردهی را تخمین زد و به انتخاب جهت تغییر شکل منحنی به شکل دلخواه پرداخت و همین‌طور در مدل‌های روز آزمون برای تعیین ارزش اصلاحی دام‌ها برای تولید شیر می‌توان از توابع

۱۴۰ گاو در دوره شیردهی دوم مورد استفاده قرار گرفت. خلاصه آماری داده‌ها در جدول ۱ نشان داده شده است.

همینطور دوره‌های شیردهی که رکوردهای روزآزمون آنها از ۷ رکورد کمتر بود، از فایل داده‌ها حذف شد و در نهایت رکوردهای ۱۴۲ گاو در دوره شیردهی اول و

جدول ۱- تعداد دام‌ها و میانگین ( $\pm$  انحراف معیار) تولید شیر ماهیانه (kg) در هر یک از دوره‌های شیردهی

دوره شیردهی	تعداد	ماه	اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم	ششم	هفتم	هشتم	نهم	دهم
اول	۱۴۲		۲۶/۸±۷	۳۵/۳±۷/۷	۳۳/۲±۷/۱	۳۴/۸±۶/۵	۳۴/۶±۶/۹	۳۴/۶±۷/۳	۳۳/۲±۶/۷	۳۲/۹±۷/۱	۳۱/۸±۶/۳	۳۰/۶±۶/۴
دوم	۱۴۰		۳۶/۳±۹/۰	۴۳/۶±۹/۲	۴۱/۷±۷/۷	۴۱/۰±۸/۳	۳۹/۶±۸/۳	۳۷/۳±۷/۸	۳۴/۸±۷/۳	۳۳/۳±۸/۳	۳۱/۳±۷/۸	۳۰/۶±۸/۳

که پارامترهای این تابع توجیه بیولوژیکی داشته، هر یک از پارامترها نشان‌دهنده بخش خاصی از منحنی شیردهی می‌باشد. دلیل دیگر برای استفاده از این تابع اینست که تابع غیر خطی است ولی با تبدیل لگاریتمی، خطی می‌شود. ضمناً با استفاده از این تابع، تولید در اوج دوره شیردهی، تداوم شیردهی و زمان اوج تولید به سادگی برآورد می‌شود. شکل ریاضی این تابع به صورت زیر است:

$$y_t = at^b e^{-ct}$$

در این تابع:

a: پارامتری مربوط به سطح تولید

b: پارامتری در رابطه با شیب مرحله افزایشی

c: شیب مرحله کاهش

t: روز شیردهی

$y_t$ : میزان تولید شیر در روز شیردهی t می‌باشد (Papajcsik & Boder, 1988; Vargas et al., 1999; Olori et al., 1999)

شکل خطی تابع به صورت زیر است:

$$\ln(y_t) = \ln(a) + b \ln(t) - ct$$

تابع لگاریتمی مختلط (Macciotta et al. 2004)<sup>۴</sup>

شکل ریاضی این تابع به صورت زیر است:

$$y_t = a + bt^{0.5} + c \ln(t)$$

در این تابع:

$y_t$ : تولید در روز شیردهی

a و b و c پارامترهای تابع هستند (Olori et al., 1999).

تابع رگرسیون چندجمله‌ای<sup>۵</sup>

شکل ریاضی این تابع به صورت زیر است:

توابع مورد استفاده

تابع ولمینک<sup>۱</sup>

شکل ریاضی این تابع به صورت زیر است:

$$y_t = a + bt + ce^{-t^{0.5}}$$

در این فرمول:

a: پارامتری مربوط به سطح تولید

b: شیب کاهش تولید بعد از اوج شیردهی

c: شیب افزایشی تولید قبل از اوج شیردهی

t: روز شیردهی و  $y_t$  تولید در روز t می‌باشد (Olori et al., 1999; Vargas et al., 1999).

تابع چندجمله‌ای لژاندر مرتبه سوم<sup>۲</sup>

شکل ریاضی این تابع به این صورت است (Jakobsen et al., 2002):

$$y_t = 0.7071a_0 + a_1p_1 + a_2p_2 + a_3p_3$$

که در این تابع:

$\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$  و  $\alpha_3$  ضرایب فرمول هستند و  $p_1, p_2$  و  $p_3$

متغیرهایی وابسته به روز شیردهی هستند که به صورت زیر محاسبه می‌شوند (Mrode, 2005):

$$p_1 = 1.2247(t)$$

$$p_2 = 2.3717(t^2) - 0.7906$$

$$p_3 = 4.6771(t^3) - 2.8067(t)$$

در این فرمول‌ها t نشان‌دهنده روز شیردهی می‌باشد.

تابع گامای ناقص<sup>۳</sup>

در مطالعات منحنی شیردهی به چند دلیل از این

تابع به شکل وسیعی استفاده می‌شود. یک دلیل اینست

4. Mixed log function

5. Polynomial regression function

1. Wilmlink function

2. Third order legendre polynomial function

3. Incomplete gama function

بررسی قرار گرفتند. مربعات خطای تخمین سطح زیر منحنی، برای مقایسه عملکرد توابع مختلف برای برآورد سطح زیر منحنی در مرحله‌های مختلف دوره شیردهی استفاده شده است. فرمول مورد استفاده برای محاسبه مربع خطا به صورت زیر می‌باشد:

$$SE = (O - E)^2$$

در این فرمول،  $SE$  نشان‌دهنده مربع خطا،  $E$  نشان‌دهنده میزان تولید برآورد شده توسط هر تابع برای هر دام در هر بخش از دوره شیردهی و  $O$  نشان‌دهنده میزان تولید واقعی برای هر دام در همان مرحله از دوره شیردهی می‌باشد.  $(O - E)^2$  برای هر دام و برای هر تابع به طور جداگانه محاسبه می‌شد.

قابل ذکر است که در ماه‌های مختلف شیردهی توابع گامای ناقص، رگرسیون چندجمله‌ای، چندجمله‌ای معکوس، ولمینک و لگاریتمی مختلط و در کل دوره شیردهی توابع گامای ناقص، رگرسیون چندجمله‌ای، چندجمله‌ای معکوس، ولمینک، لگاریتمی مختلط و لژاندر مرتبه سوم مورد مقایسه قرار گرفتند.

از آزمون ناپارامتری کواد برای رتبه‌بندی و تشخیص معنی‌داری تفاوت رتبه توابع استفاده شد ( $P < 0.05$ ). انجام این آزمون از این نظر اهمیت داشت که بدانیم تفاوت کدامیک از توابع به حدی است که بتوان گفت معنی‌دار است و چنانچه این تحقیق در گله دیگر انجام شود، باز هم این تفاوت حاصل می‌شود. آزمون کواد یک آزمون ناپارامتری است که هم‌ارز آنالیز واریانس کلاسیک بلوک‌های کامل تصادفی می‌باشد (Conover, 1980; Vargas et al., 1999). در این تحقیق هر دام به عنوان یک بلوک تصادفی در نظر گرفته شد. تیمارها، توابع مختلف به کار رفته در تحقیق برای برآورد تولید در هر یک از بخش‌های دوره شیردهی بودند و معیار مطلوبیت تیمارها (هر یک از توابع) کم بودن مربع خطا در نظر گرفته شد.

## نتایج و بحث

در شکل‌های ۱ و ۲ منحنی شیردهی میانگین گله بر اساس تولید برآورد شده توسط توابع گامای ناقص، رگرسیون چندجمله‌ای، چندجمله‌ای معکوس، ولمینک و لگاریتمی مختلط و هم‌منظور رکوردهای واقعی به ترتیب در دوره‌های شیردهی اول و دوم نشان داده شده است.

$$y_t = a + b\left(\frac{t}{305}\right) + c\left(\frac{t}{305}\right)^2 + d \ln\left(\frac{305}{t}\right) + k\left(\ln\left(\frac{305}{t}\right)\right)^2$$

در این تابع:

$t$ : روز شیردهی

$a$ : پارامتری در رابطه با اوج تولید

$b, c$ : پارامترهایی در ارتباط با شیب مرحله کاهش

منحنی

$d, k$ : پارامترهایی در ارتباط با شیب مرحله افزایش

منحنی می‌باشند (Ali & Schaeffer, 1987; Macciotta et al., 2005).

## تابع چندجمله‌ای معکوس<sup>۱</sup>

از این تابع نیز به طور گسترده در بررسی منحنی شیردهی استفاده می‌شود. شکل ریاضی این تابع به صورت زیر است:

$$y_t^{-1} = a + bt^{-1} + ct$$

پارامترهای این تابع نیز مانند تابع گامای ناقص دارای توجیه بیولوژیکی می‌باشد.  $a$  پارامتر مرتبط با شدت افزایش تولید تا اوج تولید،  $b$  پارامتر مرتبط با متوسط شیب منحنی و  $c$  پارامتر مربوط به شدت کاهش بعد از اوج تولید می‌باشد (Papajcsik & Bodero, 1988; Olori et al., 1999).

## برازش<sup>۲</sup> توابع

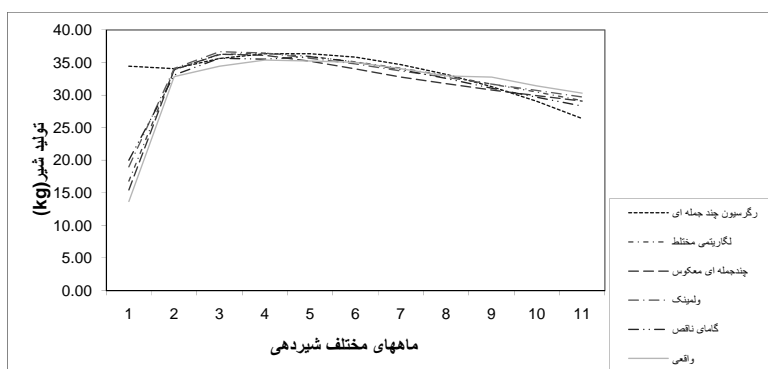
برای هر تابع برنامه‌ای به زبان ویژوال بیسیک تهیه شد. روش کار این برنامه‌ها به این صورت بود که شماره دام، روز شیردهی و رکوردهای روز آزمون تولید شیر، از فایل ورودی برنامه خوانده می‌شد و بعد از انجام محاسبات، پارامترهای مربوط به هر تابع، ضریب تعیین، برآورد تولید شیر در هر یک از مرحله‌های دوره شیردهی توسط آن تابع به همراه شماره دام در فایل خروجی ثبت می‌شد. در این برنامه‌ها، هر یک از توابع برای هر دام، جداگانه برازش داده می‌شد و بنابراین برآورد تولید در هر یک از مرحله‌های دوره شیردهی برای هر دام و برای هر تابع به طور جداگانه امکانپذیر بود.

## معیار مقایسه توابع

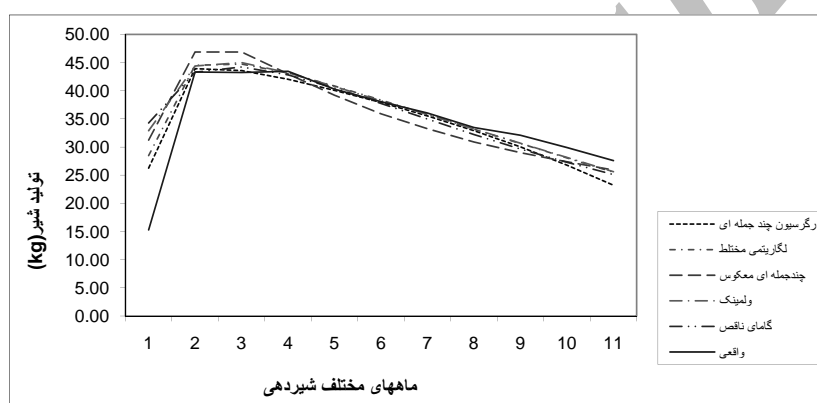
### مربعات خطای تخمین سطح زیر منحنی

در این تحقیق، توابع از نظر قدرت برآورد سطح زیر منحنی در مرحله‌های مختلف دوره شیردهی مورد

1. Inverse polynomial function  
2. Fitting



شکل ۱- منحنی شیردهی میانگین گله بر اساس برآورد توابع و همینطور بر اساس رکوردهای واقعی در دوره شیردهی اول



شکل ۲- منحنی شیردهی میانگین گله بر اساس برآورد توابع و همینطور بر اساس رکوردهای واقعی در دوره شیردهی دوم

دوره شیردهی تا حد زیادی بیشتر از مقدار واقعی برآورد می‌کند و در انتهای دوره شیردهی تا حد زیادی کمتر از مقدار واقعی برآورد می‌کند.

Grossman & Koops (1987) برای توصیف منحنی شیردهی گاو از تابع گامای ناقص استفاده کردند و گزارش کردند که تابع گامای ناقص تولید را بین روزهای ۳۰ تا ۱۱۰، بیش از مقدار واقعی و بین روزهای ۱۳۰ تا ۲۵۰ کمتر از مقدار واقعی برآورد می‌کند. در این تحقیق نیز تابع گامای ناقص تولید را در ابتدای دوره شیردهی تا حدی بیشتر و در انتهای دوره شیردهی تا حدی کمتر از مقدار واقعی برآورد نمود.

Druet et al. (2003) تابع ولمینک و چندجمله‌ای معکوس را برای توصیف منحنی شیردهی گاو به کار بردند. این محققین دریافتند که این دو تابع تولید را قبل از اوج شیردهی بیشتر از مقدار واقعی برآورد

همانطور که مشاهده می‌شود، در دوره شیردهی اول همه توابع در ابتدای دوره شیردهی تولید (سطح زیر منحنی) را بیش از مقدار واقعی برآورد می‌کنند ولی از بین آنها تابع رگرسیون چندجمله‌ای میانگین تولید را در ابتدای دوره شیردهی تا حد زیادی بیشتر از مقدار واقعی برآورد می‌کند. در انتهای دوره شیردهی همه توابع تولید (سطح زیر منحنی) را کمتر از مقدار واقعی برآورد می‌کنند ولی از بین آنها تابع چندجمله‌ای معکوس در ماه‌های ۶-۹ تولید را تا حد زیادی کمتر از مقدار واقعی برآورد می‌کند.

در دوره شیردهی دوم تقریباً تمام توابع میانگین تولید (سطح زیر منحنی) را در ابتدای دوره شیردهی بیش از مقدار واقعی و در انتهای دوره شیردهی کمتر از مقدار واقعی برآورد می‌کنند ولی از بین آنها تابع چندجمله‌ای معکوس، میانگین تولید را در ماه‌های ۲-۵

دوم را دارند تفاوت معنی‌داری ندارد ( $P < 0.05$ ).  
و در دوره شیردهی دوم در ماه‌های اول تا دهم به ترتیب توابع گامای ناقص، رگرسیون چندجمله‌ای، ولمینک، گامای ناقص، گامای ناقص، لگاریتمی مختلط، لگاریتمی مختلط، گامای ناقص و ولمینک رتبه اول را در برآورد سطح زیر منحنی داشته‌اند. البته در تمام موارد عملکرد توابعی که دارای رتبه اول هستند با عملکرد توابعی که دارای رتبه دوم هستند (به ترتیب با توابع ولمینک، لگاریتمی مختلط، لگاریتمی مختلط، لگاریتمی مختلط، رگرسیون چندجمله‌ای، ولمینک، لگاریتمی مختلط، لگاریتمی مختلط، گامای ناقص و چندجمله‌ای معکوس به ترتیب در ماه‌های اول تا دهم شیردهی) تفاوت معنی‌داری ندارد ( $P < 0.05$ ).

می‌کنند. با توجه به نمودارهای فوق می‌توان گفت این نتیجه با نتایج تحقیق حاضر مطابقت دارد.  
در جداول ۲ و ۳ رتبه‌بندی و معنی‌داری تفاوت توابع در ماه‌های مختلف در دوره‌های شیردهی اول و دوم نشان داده شده است. در جدول ۴ رتبه‌بندی و معنی‌داری تفاوت توابع در کل شیردهی (۳۰۵ روز) در دوره‌های شیردهی اول و دوم نشان داده شده است. همانطور که در مشاهده می‌شود، در دوره شیردهی اول، در ماه‌های اول تا دهم به ترتیب توابع گامای ناقص، گامای ناقص، رگرسیون چندجمله‌ای، گامای ناقص، گامای ناقص، رگرسیون چندجمله‌ای، لگاریتمی مختلط، گامای ناقص، گامای ناقص و ولمینک رتبه اول را در برآورد تولید داشته‌اند که در همه ماه‌های دوره شیردهی به جز ماه دوم و نهم عملکرد این توابع با توابعی که رتبه

جدول ۲- رتبه‌بندی توابع مختلف در دوره‌های شیردهی اول و دوم در فواصل

روزهای ۱۲۶-۱۵۵ و ۹۶-۱۲۵، ۶۶-۹۵، ۳۶-۶۵، ۵-۳۵

دوره شیردهی	تابع	روزهای ۵-۳۵	روزهای ۳۶-۶۵	روزهای ۶۶-۹۵	روزهای ۹۶-۱۲۵	روزهای ۱۲۶-۱۵۵
۱	گامای ناقص	۱ <sup>a</sup>	۱ <sup>a</sup>	۳ <sup>ab</sup>	۱ <sup>a</sup>	۱ <sup>a</sup>
۱	چندجمله‌ای معکوس	۲ <sup>b</sup>	۵ <sup>c</sup>	۳ <sup>a</sup>	۳ <sup>a</sup>	۳ <sup>a</sup>
۱	ولمینک	۳ <sup>c</sup>	۵ <sup>b</sup>	۴ <sup>bc</sup>	۲ <sup>a</sup>	۲ <sup>a</sup>
۱	لگاریتمی مختلط	۴ <sup>c</sup>	۳ <sup>a</sup>	۳ <sup>b</sup>	۴ <sup>ab</sup>	۴ <sup>a</sup>
۱	رگرسیون چندجمله‌ای	۵ <sup>d</sup>	۲ <sup>a</sup>	۱ <sup>a</sup>	۵ <sup>b</sup>	۵ <sup>a</sup>
۲	گامای ناقص	۱ <sup>a</sup>	۴ <sup>b</sup>	۴ <sup>b</sup>	۱ <sup>a</sup>	۱ <sup>a</sup>
۲	ولمینک	۲ <sup>a</sup>	۳ <sup>ab</sup>	۱ <sup>a</sup>	۳ <sup>a</sup>	۳ <sup>a</sup>
۲	لگاریتمی مختلط	۳ <sup>a</sup>	۲ <sup>a</sup>	۳ <sup>a</sup>	۴ <sup>a</sup>	۴ <sup>a</sup>
۲	چندجمله‌ای معکوس	۴ <sup>b</sup>	۵ <sup>c</sup>	۵ <sup>c</sup>	۵ <sup>a</sup>	۵ <sup>a</sup>
۲	رگرسیون چندجمله‌ای	۵ <sup>c</sup>	۱ <sup>a</sup>	۳ <sup>ab</sup>	۴ <sup>a</sup>	۲ <sup>a</sup>

حروف غیر مشابه نشان‌دهنده تفاوت معنی‌دار می‌باشد ( $p < 0.05$ ).

جدول ۳- رتبه‌بندی توابع مختلف در دوره‌های شیردهی اول و دوم در فواصل

روزهای ۱۵۶-۱۸۵، ۱۸۶-۲۱۵، ۲۱۶-۲۴۵، ۲۴۶-۲۷۵ و ۲۷۶-۳۰۵

دوره شیردهی	تابع	روزهای ۱۵۶-۱۸۵	روزهای ۱۸۶-۲۱۵	روزهای ۲۱۶-۲۴۵	روزهای ۲۴۶-۲۷۵	روزهای ۲۷۶-۳۰۵
۱	گامای ناقص	۳ <sup>a</sup>	۴ <sup>ab</sup>	۱ <sup>a</sup>	۱ <sup>a</sup>	۴ <sup>a</sup>
۱	چندجمله‌ای معکوس	۵ <sup>b</sup>	۵ <sup>b</sup>	۵ <sup>b</sup>	۲ <sup>b</sup>	۳ <sup>a</sup>
۱	ولمینک	۴ <sup>ab</sup>	۳ <sup>a</sup>	۲ <sup>a</sup>	۴ <sup>c</sup>	۱ <sup>a</sup>
۱	لگاریتمی مختلط	۲ <sup>a</sup>	۱ <sup>a</sup>	۳ <sup>ab</sup>	۳ <sup>b</sup>	۲ <sup>a</sup>
۱	رگرسیون چندجمله‌ای	۱ <sup>a</sup>	۲ <sup>a</sup>	۴ <sup>b</sup>	۵ <sup>c</sup>	۵ <sup>b</sup>
۲	گامای ناقص	۱ <sup>a</sup>	۴ <sup>b</sup>	۴ <sup>b</sup>	۱ <sup>a</sup>	۴ <sup>b</sup>
۲	ولمینک	۲ <sup>a</sup>	۲ <sup>a</sup>	۲ <sup>a</sup>	۴ <sup>b</sup>	۱ <sup>a</sup>
۲	لگاریتمی مختلط	۴ <sup>a</sup>	۱ <sup>a</sup>	۱ <sup>a</sup>	۲ <sup>a</sup>	۳ <sup>a</sup>
۲	چندجمله‌ای معکوس	۵ <sup>b</sup>	۵ <sup>c</sup>	۵ <sup>c</sup>	۳ <sup>ab</sup>	۲ <sup>a</sup>
۲	رگرسیون چندجمله‌ای	۳ <sup>a</sup>	۳ <sup>a</sup>	۳ <sup>a</sup>	۵ <sup>c</sup>	۵ <sup>c</sup>

حروف غیر مشابه نشان‌دهنده تفاوت معنی‌دار می‌باشد ( $p < 0.05$ ).

جدول ۴- رتبه‌بندی توابع مختلف در دوره‌های شیردهی اول و دوم در کل دوره شیردهی (۳۰۵ روز)

رتبه	دوره شیردهی	تابع	رتبه	دوره شیردهی	تابع
۱ <sup>a</sup>	۲	گامای ناقص	۱ <sup>a</sup>	۱	گامای ناقص
۲ <sup>ab</sup>	۲	لگاریتمی مختلط	۲ <sup>a</sup>	۱	لگاریتمی مختلط
۳ <sup>ab</sup>	۲	ولمینک	۳ <sup>a</sup>	۱	چندجمله‌ای معکوس
۴ <sup>ab</sup>	۲	لژاندر مرتبه سوم	۴ <sup>a</sup>	۱	ولمینک
۵ <sup>ab</sup>	۲	چندجمله‌ای معکوس	۵ <sup>b</sup>	۱	لژاندر مرتبه سوم
۶ <sup>b</sup>	۲	رگرسیون چندجمله‌ای	۶ <sup>b</sup>	۱	رگرسیون چندجمله‌ای

حروف غیر مشابه نشان‌دهنده تفاوت معنی‌دار می‌باشد ( $p < 0.05$ ).

سطح زیر منحنی در بخش خاصی از دوره شیردهی دارند، می‌توان از نتایج جداول ۲ و ۳ برای انتخاب تابع مناسب جهت تخمین سطح زیر منحنی شیردهی در بخش مورد نظر استفاده نمود. چنانچه در مطالعه‌ای، شبیه‌سازی کل منحنی شیردهی و یا تخمین سطح زیر منحنی شیردهی در کل دوره (۳۰۵ روز) مورد نظر باشد، برای دوره شیردهی اول همانطور که در جدول ۴ آمده است، توابع گامای ناقص، لگاریتمی مختلط، چندجمله‌ای معکوس و ولمینک تفاوت معنی‌داری با یکدیگر ندارند و می‌توان هر یک از این توابع را بر اساس سهولت استفاده در شرایط تحقیق مورد نظر انتخاب نمود ولی تفاوت این توابع با توابع لژاندر مرتبه سوم و رگرسیون چندجمله‌ای کاملاً معنی‌دار است و استفاده از این دو تابع در دوره شیردهی اول قابل توصیه نیست. برای دوره شیردهی دوم، از بین توابع مورد استفاده تنها تفاوت تابع گامای ناقص با رگرسیون چندجمله‌ای معنی‌دار است، بنابراین چنانچه بر اساس شرایط، استفاده از یکی از این دو تابع مورد نظر باشد استفاده از تابع گامای ناقص توصیه می‌شود.

### سپاسگزاری

از مدیر عامل محترم شرکت دام اصیل و کارکنان آن شرکت به خاطر در اختیار قرار دادن داده‌ها و اطلاعات مورد نیاز سپاسگزاری می‌شود.

در کل دوره شیردهی تابع گامای ناقص سطح زیر منحنی (تولید ۳۰۵ روز) را بهتر از سایر توابع تخمین زده است (البته در دوره شیردهی اول این تفاوت با همه توابع به جز رگرسیون چندجمله‌ای و لژاندر مرتبه سوم و در دوره شیردهی دوم این تفاوت با همه توابع به جز رگرسیون چندجمله‌ای معنی‌دار نیست). Papajcsik & Bodero (1988) چند تابع ریاضی مختلف را برای تشریح منحنی شیردهی گاو به کار بردند که در این میان توابع گامای ناقص و چندجمله‌ای معکوس، با توابع به کار رفته در تحقیق حاضر یکسان بودند. این محققین به این نتیجه رسیدند که تابع گامای ناقص بهتر از تابع چندجمله‌ای معکوس، منحنی شیردهی گاو را توصیف می‌کند. این نتیجه در دوره شیردهی اول با نتایج این تحقیق کاملاً مطابقت دارد. در دوره شیردهی دوم نیز در این تحقیق تابع گامای ناقص بهتر از تابع چندجمله‌ای معکوس در توصیف منحنی شیردهی گاو عمل کرده است اما این تفاوت معنی‌دار نیست. تفاوت اندک در نتایج این دو تحقیق می‌تواند به این علت باشد که تحقیق Papajcsik & Bodero (1988) در سطح گله و برای مقایسه توابع برای توصیف منحنی شیردهی گله انجام شده است ولی تحقیق حاضر در سطح گاو انجام شده است.

به طور کلی با توجه به نتایج ارائه شده فوق، می‌توان پیشنهاد نمود که در بعضی مطالعات که نیاز به شبیه‌سازی بخشی از منحنی شیردهی گاو و یا تخمین

### REFERENCES

1. Ali, T. E. & Schaeffer, L. R. (1987). Accounting for covariances among test day milk yields in dairy cows. *J. Dairy Sci*, 67, 637-644.
2. Brown, C. A., Chandler, P. T. & Holter, J. B. (1977). Development of predictive equations for milk yield and dry matter intake in lactation cows. *J. Dairy Sci*, 60, 1739-1754.
3. Conover, W. J. (1980). Practical nonparametric statistics. (2<sup>nd</sup> ed.). New York: John Wiley & Sons.
4. Druet, T., Jaffrezic, F., Boichard, D. & Ducrocq, V. (2003). Modeling lactation curve parameters for first

- lactation test day records of French Holstein cows. *J. Dairy Sci.*, 86, 2480-2490.
5. Ferris, T.A., Mao, I. L. & Anderson, C. R. (1985). Selection for lactation curve and milk yield in dairy cattle, *J. Dairy Sci.*, 68, 1438-1448.
  6. Grossman, M. & Koops, W. J. (1987). Multiphasic analysis of lactation curve in dairy cattle. *J. Dairy Sci.*, 71, 1598-1608.
  7. Jakobsen, J. H., Madsen, P., Jensen, J., Pedersen, J., Christensen, L. G. & Sorensen, D. A. (2002). Genetic parameters for milk production and persistency for Danish Holsteins estimated in random regression models using REML. *J. Dairy Sci.*, 85, 1607-1616.
  8. Macciotta, N. P. P., Vicario, D. & Cappio-Borlino, A. (2005). Detection of different shapes of lactation curve for milk yield in dairy cattle by empirical mathematical models. *J. Dairy Sci.*, 88, 1178-1191.
  9. Macciotta, N. P. P., Vicario, D., Corrado Di Maura & Cappio-Borliao, A. (2004). A multivariate approach to modeling shapes of individual lactation curves in cattle. *J. Dairy Sci.*, 87, 1092-1098.
  10. Mrode, R. A. (2005). Linear models for the prediction of animal breeding values. second edition. CBI publishing. USA. Pp. 344.
  11. Olori, V. E., Brotherstone, S., Hill, W. G. & McGuirk, B. J. (1999). Fit of standard models of the lactation curve to weekly records of milk production of cows in a single herd. *Livest. Prod. Sci.*, 58, 55-63.
  12. Papajcsik, I. A. & Boderó, J. (1988). Modeling lactation curves of Friesian cows in a subtropical climate. *Anim. Prod.*, 47, 201-207.
  13. Schmidt, G. H., Van Vleck, L. D. & Hutjens, M. F. (1988). Principles of dairy science. (2<sup>nd</sup> ed.). Prentice-Hall. Englewood Cliffs, New Jersey.
  14. Vargas, B., Koops, W. J., Herrero, M. & Van Arendonk, J. A. M. (1999). Modeling extended lactations of dairy cows. *J. Dairy Sci.*, 83, 1371-1380.

Archive of SID