Iranian Journal of lrrigation and Drainage
No. 2, Vol. 7, Summer 2013, p. 146-158

نشریه آبیاری و زهکشی ایران
شماره۲، جلد۷، تابستان ۱۳۹۲، ص. ۱۵۸-۱۴۶

محاسبه تحلیلی نشت از اراضی ماندابی به نهرهای زهکشی با استفاده از نگاشت همدیس

علی افروزی[۱،*]، امیر حسین ناظمی[۲]، سید علی اشرف صدرالدینی[۳] و اصغر رنجبری[۴]

چکیده

زهکشی در کشاورزی اهمیت بالایی دارد و بدون آن کشاورزی پایدار ممکن نیست. در صورتی که اراضی کشاورزی به صورت طبیعی زهکشی نشوند ایجاد زهکشی مصنوعی از الزامات کشاورزی می‌باشد. حفر نهرهای زهکشی یکی از روش‌های مرسوم به منظور زهکشی مصنوعی می‌باشد. بررسی روابط جریان آب به سمت انهار زهکشی از جمله مسائل مورد علاقه محققان فن زهکشی است. در این تحقیق، راه‌حل تحلیلی برای محاسبه نشت ماندگار آب از اراضی ماندابی به نهرهای زهکشی ارائه شده است. این نهرها با مقاطع مستطیلی و فواصل برابر از یکدیگر، در محیط خاکی همگن و هم‌روند در بالای یک لایه غیر قابل نفوذ به صورت موازی با یکدیگر در خاک حفر شده‌اند. به منظور استخراج روابط دبی و سرعت، ابتدا پلان‌های هدوگراف و پتانسیل مختلط با توجه به شرایط مرزی پلان فیزیکی رسم و سپس رابطه‌های نگاشت همدیس پلان‌های فیزیکی و هدوگراف بر روی پلان کمکی با استفاده از تبدیل شوارتز-کریستوفل معلوم شدند. از قاعده زنجیری برای یافتن رابطه بین پلان پتانسیل مختلط و پلان کمکی استفاده شد. با این روش می‌توان دبی و سرعت نشتی را محاسبه و در طراحی انهار زهکشی استفاده نمود. نتایج این تحلیل نشان داد که اختلاف سرعت نشت در سطح ماندابی در مجاورت نهر نسبت به فاصله وسط بین دو نهر بسیار بالا است که در نتیجه آن، آبشویی در زمین به طور غیر یکنواخت صورت می‌گیرد.

واژه های کلیدی: تبدیل شوارتز-کریستوفل، حل تحلیلی، زهکشی، نشت، نگاشت همدیس، نهر

مقدمه

از الزامات یک کشاورزی پایدار وجود یک شبکه زهکشی با عملکرد مطلوب است. زهکشی می‌بایست تعادل رطوبت و نمک را در خاک برقرار نموده و آب مازاد را از زمین زراعی خارج کند. حفر نهرهای زهکشی یکی از روش‌های مرسوم زهکشی می‌باشد. پژوهشگران فن زهکشی همواره سعی نموده‌اند با ارائه مدل‌هایی، به تحلیل نشت آب به انهار زهکشی بپردازند. استفاده از تحلیل‌های ریاضی یکی از قدرتمندترین ابزارهایی است که کمک شایان توجهی به متخصصین زهکشی کرده تا این مسئله را مورد بررسی قرار دهند.

در خصوص تحلیل‌های صورت گرفته در زمینه نشت آب به زهکش می‌توان به تحقیقات انجام یافته توسط Aronovici and Donnan (1946)، Donnan (1946)، Kirkham and van Bavel (1948)، Kirkham (1950, 1958, 1960, 1965 and 1966)، van Schilfgaarde et al. (1956)، Fukuda (1957)، Warrick ،Luthin (1966)، Kirkham and Powers (1964)، and Kirkham (1969)، Youngs (1975, 1982 and 1992)، Sharma et al. (1991)، Ilyinsky and Kacimov (1992)، Barua and Tiwari (1995, 1966a and 1966b)، Kacimov and Obnosov (2002 and 2006)، Bereslavskii (2006 and 2008)، Kacimov (2006)، Römkens و Chahar and Vadodaria (2011) اشاره کرد.

Youngs (1994) و Chahar and Vadodaria (2008a and 2008b) مسئله نشت از زمین ماندابی به یک نهر زهکشی را با استفاده از نگاشت همدیس مورد بررسی قرار دادند. از محدودیت‌های تحلیل Youngs (1994) می‌توان به در نظر گرفتن تنها یک نهر زهکشی که عرض آن ناچیز و تهی از آب می‌باشد اشاره کرد. در نظر نگرفتن تأثیر عمق لایه غیر قابل نفوذ بر جریان نشت به نهر زهکشی محدودیتی است که در تحلیل Chahar and Vadodaria (2008a and 2008b) وجود دارد. مقاله حاضر توسعه‌ای بر این دو تحقیق می‌باشد که محدودیت‌های اشاره شده در آن وجود ندارد.

هدف تحقیق حاضر ارائه یک راه حل تحلیلی برای بررسی جریان نشت آب از یک سطح ماندابی به نهرهای زهکشی است. در این تحقیق از نگاشت همدیس پلان‌های فیزیکی و هدوگراف بر روی پلان کمکی استفاده شده و روابطی برای محاسبه دبی نشت یافته به

۱- دانش‌آموخته کارشناسی ارشد آبیاری و زهکشی دانشگاه تبریز
(* - نویسنده مسئول: E-mail: a.afruzi@gmail.com)
۲و۳- به ترتیب استاد و دانشیار گروه مهندسی آب دانشکده کشاورزی دانشگاه تبریز
۴- استادیار دانشکده ریاضی دانشگاه تبریز

نهر زهکشی، سرعت نشت ورودی در سطح ماندابی و سرعت نشت در روی خط تقارن بین دو نهر مجاور ارائه شده است.

حل تحلیلی

به اجمال مفاهیم اساسی در این تحلیل بدین ترتیب است که پتانسیل مختلط $w=\phi+i\psi$ در نظر گرفته می‌شود که در آن ϕ پتانسیل سرعت (m^2/s) که برابر با منفی بار آبی کل در هدایت هیدرولیکی به اضافه مقداری ثابت است و ψ تابع جریان (m^2/s) که در طول یک خط جریان مقداری ثابت است. اگر پلان فیزیکی مسئله را $z=x+iy$ تعریف کنیم، که در آن x و y محورهای مختصاتی و i عدد موهومی می‌باشد، آنگاه می‌توان با توجه به قانون دارسی، سرعت در جهت محورهای مختصاتی x و y را به ترتیب برابر با $u=\partial\phi/\partial x$ و $v=\partial\phi/\partial y$ به دست آورد. تبدیل ناحیه جریان از صفحه $z=x+iy$ به $W=dw/dz=u-iv$ هدوگراف سرعت نامیده می‌شود (Harr, 1962). هدوگراف سرعت را می‌توان به همراه نگاشت همدیس مورد استفاده قرار داد تا یک حل دقیق تحلیلی برای مسائل با مرز آزاد پیدا کرد. شکل a-۱ الگویی از جریان نشت ماندگار به سمت نهرهای زهکشی را نشان می‌دهد. در این شکل فرض شده است که عمق ماندابی بر روی سطح خاک ناچیز است و بر الگوی نشت آب به نهر تأثیر نمی‌گذارد. رژیم جریان آب به سمت زهکش‌ها ماندگار و سرعت جریان آب در نیمرخ خاک در حدی است که قانون دارسی دارای اعتبار است. با توجه به اینکه طول نهرهای زهکشی به طور معناداری زیاد است می‌توان فرض کرد که جریان به سمت نهرهای زهکشی دوبعدی و در صفحه قائم می‌باشد. ضریب هدایت هیدرولیکی خاک همگن و هم‌روند است. جریان مستقیم آب از سطح خاک به نهر زهکشی وجود ندارد و از ورود جریانات سطحی به داخل نهر زهکشی به وسیله پشته‌هایی که عرض آن‌ها بسیار ناچیز است جلوگیری می‌شود. با توجه به تقارن در شکل a-۱ روابط برای نیمی از ناحیه جریان استخراج می‌شود و سپس این روابط برای کل نیمرخ خاک قابل بسط خواهند بود. در این شکل ناحیه مورد بررسی چند ضلعی $ABB'CDEE'FGA$ می‌باشد. پلان هدوگراف با توجه به مراحل استاندارد Harr (1962)، Polubarinova-Kochina (1962) و Strack (1989) در شکل b-۱ رسم شده است. پلان پتانسیل مختلط با توجه به این که در طول خط AG پتانسیل سرعت صفر در نظر گرفته می‌شود در شکل c-۱ رسم شده است.

نگاشت پلان‌ها

با استفاده از تبدیل شوارتز-کریستوفل (Harr, 1962; Polubarinova-Kochina, 1962) نگاشت پلان فیزیکی z بر روی پلان کمکی ζ به صورت زیر به دست آمد:

$$z=M_1\int_1^{\zeta}\frac{dt}{\sqrt{t-1}\sqrt{t+\alpha}\sqrt{t+\beta}\sqrt{t+\delta}\sqrt{t}}+N_1 \qquad (۱)$$

در رابطه فوق و سایر روابط t متغیر مجازی است، α، β و δ پارامترهای کمکی نگاشت می‌باشند، M_1 و N_1 ثابت‌های انتگرال‌گیری می‌باشند. متغیر مجازی متغیری است اختیاری که به طور موقت در نگاشت استفاده می‌شود. با جای‌گذاری دو نقطه $A(z=0;\zeta=1)$ و $C(z=-iH_0;\ \zeta=+\infty)$ در رابطه (۱) و پس از حل هم‌زمان و ساده سازی، M_1 و N_1 معلوم شدند و رابطه زیر به دست آمد:

$$z=\frac{-iH_0}{I_1}\int_1^{\zeta}\frac{dt}{\sqrt{t-1}\sqrt{t+\alpha}\sqrt{t+\beta}\sqrt{t+\delta}\sqrt{t}} \qquad (۲)$$

که در رابطه فوق I_1 به صورت زیر است:

$$I_1=\int_1^{+\infty}\frac{dt}{\sqrt{(t-1)(t+\alpha)(t+\beta)(t+\delta)t}} \qquad (۳)$$

انتگرال‌هایی چون (۳) را انتگرال هایپر بیضوی می‌نامند. Byrd and Friedman (1971) اظهار می‌دارند که برای بررسی این انتگرال‌ها بهتر است از روش‌های حل عددی بهره برد.

از نگاشت پلان هدوگراف بر روی پلان کمکی با استفاده از تبدیل شوارتز-کریستوفل رابطه زیر حاصل شد:

$$\frac{dw}{dz}=M_2\int_{-\delta}^{\zeta}\frac{(\theta-t)(t+\gamma)\,dt}{(\eta-t)\sqrt{t-1}\sqrt{t+\beta}\sqrt{t+\delta}}+N_2 \qquad (۴)$$

دو ثابت انتگرال M_2 و N_2 از جای‌گذاری دو نقطه $A(dw/dz=ik;\zeta=1)$ و $F(dw/dz=0;\zeta=-\delta)$ در رابطه فوق معلوم شدند و پس از حل هم‌زمان و ساده سازی، رابطه زیر به دست آمد:

$$\frac{dw}{dz}=\frac{-k}{I_2}\int_{-\delta}^{\zeta}\frac{(\theta-t)(t+\gamma)dt}{(\eta-t)\sqrt{t-1}\sqrt{t+\beta}\sqrt{t+\delta}} \qquad (۵)$$

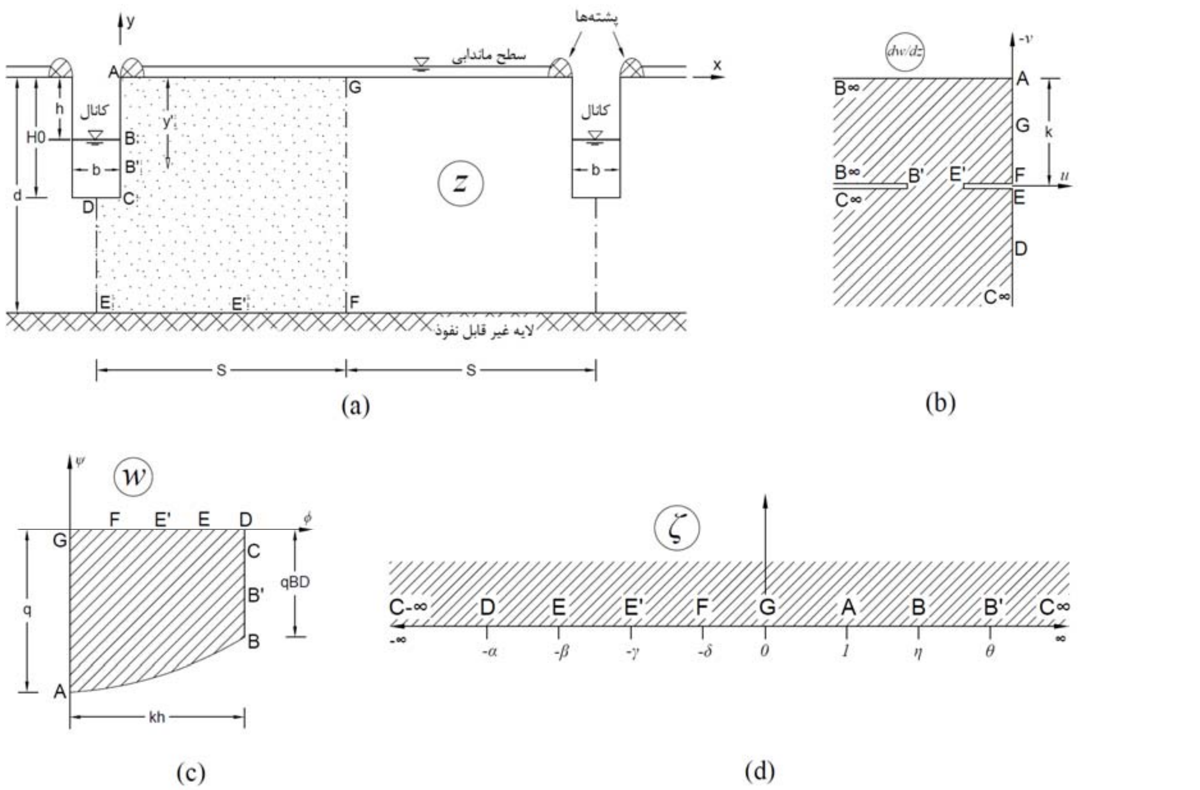
که در رابطه فوق γ، η و θ متغیرهای کمکی و k هدایت هیدرولیکی اشباع خاک می‌باشند. I_2 به صورت زیر است و حل آن در رابطه (۲۳) پیوست ارائه شده است.

$$I_2=\int_{-\delta}^{1}\frac{(\theta-t)(t+\gamma)\,dt}{(\eta-t)\sqrt{(1-t)(t+\beta)(t+\delta)}} \qquad (۶)$$

با توجه به قاعده زنجیری در ریاضیات داریم:

$$\frac{dw}{d\zeta}=\frac{dw}{dz}\frac{dz}{d\zeta} \qquad (۷)$$

با مشتق‌گیری از رابطه (۲) $dz/d\zeta$ معلوم می‌شود و dw/dz از رابطه (۵) معلوم است. جای‌گذاری $dz/d\zeta$ و dw/dz در رابطه (۷) و انتگرال‌گیری از آن و استفاده از نقطه $G\ (w=0;\ \zeta=0)$ برای محاسبه ثابت انتگرال رابطه زیر را به دست داد:



شکل ۱- پلان‌های مورد نیاز برای تحلیل زهکشی زمین ماندابی؛ (a) پلان فیزیکی مسئله؛ (b) پلان هدوگراف؛ (c) پلان پتانسیل مختلط؛ (d) پلان کمکی

$$w = \frac{ikH_0}{I_1 I_2}\int_0^{\zeta} \frac{\int_{-\delta}^{\zeta}\frac{(\theta-t)(t+\gamma)}{(\eta-t)\sqrt{t-1}\sqrt{t+\beta}\sqrt{t+\delta}}dt}{\sqrt{\zeta-1}\sqrt{\zeta+\alpha}\sqrt{\zeta+\beta}\sqrt{\zeta+\delta}\sqrt{\zeta}}d\zeta \qquad (۸)$$

رابطه (۸) را می‌توان به صورت زیر باز نویسی نمود:

$$w = C_1\int_0^{\zeta} \frac{\int_{-\delta}^{\zeta}\frac{(\theta-t)(t+\gamma)dt}{(\eta-t)\sqrt{t-1}\sqrt{t+\beta}\sqrt{t+\delta}}}{\sqrt{\zeta-1}\sqrt{\zeta+\alpha}\sqrt{\zeta+\beta}\sqrt{\zeta+\delta}\sqrt{\zeta}}d\zeta + C_2 \qquad (۹)$$

با جای‌گذاری دو نقطه $G(w=0;\zeta=0)$ و $D(w=kh;\ \zeta=-\alpha)$ در رابطه فوق C_1 و C_2 معلوم شدند و رابطه (۹) به صورت زیر بازنویسی شد:

$$w = \frac{kh}{I_3}\int_0^{\zeta} \frac{\int_{-\delta}^{\zeta}\frac{(\theta-t)(t+\gamma)dt}{(\eta-t)\sqrt{t-1}\sqrt{t+\beta}\sqrt{t+\delta}}}{\sqrt{\zeta-1}\sqrt{\zeta+\alpha}\sqrt{\zeta+\beta}\sqrt{\zeta+\delta}\sqrt{\zeta}}d\zeta \qquad (۱۰)$$

I_3 در رابطه (۲۴) پیوست – الف ارائه شده است. برای اطلاع از جزئیات روابط نگاشت پلان‌ها و سایر قسمت‌هایی که در ادامه آمده است به افروزی (۱۳۹۰) مراجعه شود.

تعیین پارامترهای کمکی

پارامترهای کمکی α, β و δ به ابعاد نهر، عمق نیمرخ خاک و فاصله بین نهرها بستگی داشته و پارامترهای کمکی η, γ و θ علاوه بر این موارد، به عمق آب در نهر نیز بستگی دارند. این شش پارامتر کمکی در چهار مرحله قابل تعیین هستند. با جای‌گذاری نقاط $D(z=-b/2-iH_0;\ \zeta=-\alpha)$، $F(z=S-b/2-id;\ \zeta=-\delta)$، $G(z=S-b/2;\ \zeta=0)$ و $B(z=-ih;\ \zeta=\eta)$ در رابطه (۲) به ترتیب روابط زیر به دست آمدند.

$$\frac{d-H_0}{H_0} = \frac{1}{I_1}\int_{\beta}^{\alpha}\frac{dt}{\sqrt{(t+1)(\alpha-t)(t-\beta)(t-\delta)t}} \qquad (۱۱)$$

$$\frac{S}{H_0} = \frac{1}{I_1}\int_{\delta}^{\beta}\frac{dt}{\sqrt{(t+1)(\alpha-t)(\beta-t)(t-\delta)t}} \qquad (۱۲)$$

$$\frac{S-b/2}{H_0} = \frac{1}{I_1}\int_{0}^{1}\frac{dt}{\sqrt{(1-t)(t+\alpha)(t+\beta)(t+\delta)t}} \qquad (۱۳)$$

$$\frac{h}{H_0} = \frac{1}{I_1}\int_{1}^{\eta}\frac{dt}{\sqrt{(t-1)(t+\alpha)(t+\beta)(t+\delta)t}} \qquad (۱۴)$$

با حل هم زمان چهار رابطه فوق، مقادیر α، β، δ و η معلوم می‌شوند. برای حل هم‌زمان دستگاه معادلاتی غیر خطی فوق از

الگوریتم بهینه‌سازی جامعه مورچگـان پیوسـته اسـتفاده شـد. پـس از معلوم شدن پارامترهای کمکـی α، β، δ و η بـرای یـافتن γ و θ دو رابطه زیر به صورت هم‌زمان حل می‌شوند.

$$\int_{\delta}^{\gamma}\frac{(t+\theta)(\gamma-t)\,dt}{(t+\eta)\sqrt{(t+1)(\beta-t)(t-\delta)}} -\int_{\gamma}^{\beta}\frac{(t+\theta)(t-\gamma)\,dt}{(t+\eta)\sqrt{(t+1)(\beta-t)(t-\delta)}}=0 \quad (۱۵)$$

$$iI_3=I_2\int_{1}^{\eta}\frac{dt}{\sqrt{(t-1)(t+\alpha)(t+\beta)(t+\delta)t}} \quad (۱۶)$$

حل دو انتگرال ظاهر شده در رابطه (۱۵) به ترتیب در روابط (۳۱) و (۳۲) پیوست – الف آورده شده است.

سرعت نشت آب

بردار سرعت نشت آب به سـمت نهـر زهکشـی در طـول سـطح ماندابی و خط تقارن بین دو نهر مجـاور (بـه ترتیـب خطـوط AG و GF در شکل ۱–a) به صورت عمودی است و مؤلفه افقی سرعت در طول این دو خط صفر می‌باشد. بنابراین روی خطوط AG و GF، $u=0$ می‌باشد. با توجه به $dw/dz=u-iv$ و بـا اسـتفاده از رابطـه (۵)، رابطه زیر برای تعیین سرعت نشت بر روی این دو خط به دست آمد.

$$v=\frac{-k}{I_2}f_d(\zeta), \qquad -\delta<\zeta<1 \quad (۱۷)$$

که تعریف $f_d(\zeta)$ در رابطه (۲۹) آورده شده است. برای تعیـین سرعت نشت آب از رابطـه (۱۷) در هـر نقطـه روی دو خـط AG یـا GF ابتدا مقدار پارامتر کمکی (ζ) از رابطه‌های (۱۸) یا (۱۹) بـرای آن نقطه معلوم شده و سپس در رابطه (۱۷) جای‌گذاری می‌شود.

$$\frac{x}{H_0}=\frac{1}{I_1}\int_{\zeta}^{1}\frac{dt}{\sqrt{(1-t)(t+\alpha)(t+\beta)(t+\delta)t}}, \qquad 0<\zeta<1,\quad 0<x<S-b/2 \quad (۱۸)$$

$$\frac{y}{H_0}=\frac{-1}{I_1}\int_{\zeta}^{0}\frac{dt}{\sqrt{(1-t)(t+\alpha)(t+\beta)(t+\delta)(-t)}}, \qquad -\delta<\zeta<0,\quad -d<y<0 \quad (۱۹)$$

رابطه‌های (۱۸) و (۱۹) از رابطه (۲) بـه دسـت آمـده‌انـد و مقـدار پارامتر کمکـی ζ را بـه ترتیـب روی خطـوط AG و GF تعیـین می‌نمایند. مقدار سرعت در نقطه A که در آن $\zeta=1$ است با توجـه به رابطه (۱۷) برابر $v_A=-k$ به دست می‌آید.

دبی زهکشی

مقـدار دبـی زهکشـی شـده بـه نهـر از یـک طـرف نهـر q بـا جای‌گذاری $A\ (w=-iq;\ \zeta=1)$ در رابطه (۸) به دست آمد.

$$q=\frac{kH_0}{I_1I_2}\int_{0}^{1}\frac{f_d(\zeta)\,d\zeta}{\sqrt{(1-\zeta)(\zeta+\alpha)(\zeta+\beta)(\zeta+\delta)\zeta}} \quad (۲۰)$$

علاوه بر رابطه فوق که برای دبی نشتی به نهر زهکشی به دست آمد، با جای‌گذاری $A\ (w=-iq;\ \zeta=1)$ در (۱۰) رابطـه‌ی دومـی برای تعیین q به صورت زیر به دست آمد:

$$q=\frac{kh}{iI_3}\int_{0}^{1}\frac{f_d(\zeta)\,d\zeta}{\sqrt{(1-\zeta)(\zeta+\alpha)(\zeta+\beta)(\zeta+\delta)\zeta}} \quad (۲۱)$$

دو رابطه (۲۰) و (۲۱) هر دو مقدار دبی نشت به نهـر زهکشـی از یک طرف نهر را به دست می‌دهند. باتوجه به اینکه این دو رابطـه بـه طور مستقل از یکدیگر به دست آمده‌اند تنها در حالتی مقدار q از ایـن دو رابطه یکسان به دست می‌آید که فرآینـد تحلیـل مسـئله و تعیـین پارامترهـای کمکـی بـه درسـتی صـورت گرفتـه باشـد. اگـر مقـادیر پارامترهای کمکی با دقت پایین و یـا یکـی از پارامترهـا بـه صـورت اشتباه در معادله‌های (۲۰) و (۲۱) جـای‌گـذاری شـوند آنگـاه ایـن دو معادله مقادیر متفاوتی از دبی نشت به‌دست می‌دهند که نشان از وجود خطا و یا اشتباه در محاسبات می‌باشد.

دبی زهکشی از سطح نشتی و غیر نشتی نهر

دبـی ورودی بـه نهـر زهکشـی (q) را مـی‌تـوان بـه صـورت $q=q_{AB}+q_{BD}$ بیان کرد که q_{AB} دبی ورودی از سطح نشتی (دبی ورودی از بخش AB در شـکل ۱–a) و q_{BD} دبـی ورودی از سـطح غیر نشتی (دبی ورودی از بخش BD در شـکل ۱–a) مـی‌باشـد. بـا جای‌گذاری نقطه $B\left(w=kh-iq_{BD};\zeta=\eta\right)$ در رابطـه (۸)، رابطـه (۲۲) برای محاسبه مقدار q_{AB} به صورت زیر به دست آمد:

$$q_{AB}=\frac{kH_0}{I_1I_2}\int_{1}^{\eta}\frac{f_e(\zeta)\,d\zeta}{\sqrt{(\zeta-1)(\zeta+\alpha)(\zeta+\beta)(\zeta+\delta)\zeta}} \quad (۲۲)$$

که در آن $f_e(\zeta)$ در رابطه (۳۰) آورده شده است. توجه شود که رابطه (۲۲) تنها مقدار دبی از سطح نشتی روی دیواره عمودی نهـر را به دست می‌دهد و اگر نهر از آب خالی باشد، دبی نشت شـده از کـف نهر را در نظر نمی‌گیرد (اگرچه در نهر زهکشی خالی از آب، کف نهـر زهکشی سطح نشتی به حساب می‌آید). با توجه به روابط (۲۰)، (۲۲) و $q_{BD}=q-q_{AB}$ می‌توان دبی زهکشی از سطح غیر نشـتی q_{BD} را محاسبه نمود.

روند تحلیل را به طور خلاصه می‌تـوان اینگونـه بیـان نمـود کـه پلان‌های هدوگراف و پتانسیل مختلط با توجـه بـه شـرایط مـرزی در پلان فیزیکـی رسـم شـدند (شـکل ۱). سـپس بـا اسـتفاده از تبـدیل شوارتز–کریستوفل پلان فیزیکی مسئله بر روی پلان کمکی به طـور همدیس نگاشته شد (رابطه ۲) که در این نگاشت پارامترهای کمکـی ظاهر شدند که با توجه به شرایط مـرزی و رابطـه (۲) روابطـی بـرای تعیین این پارامترها ارائه شد. پـلان هـدوگراف بـا اسـتفاده از تبـدیل

شوارتز–کریستوفل بر روی پلان کمکی نگاشته شد (رابطه ۵) که از این نگاشت رابطه سرعت (رابطه ۱۷) بر روی سطح ماندابی و خط تقارن بین دو نهر به دست آمد. با استفاده از قاعده زنجیری و روابطی که از نگاشت پلان‌های فیزیکی و هدوگراف بر روی پلان کمکی به دست آمده بود رابطه (۸) و (۹) به دست آمدند که از این رابطه‌ها به ترتیب روابط (۲۰) و (۲۱) و سایر روابط دبی از سطح نشتی و غیر نشتی برای محاسبه دبی به دست آمدند.

مثال

زمینی با خاک همگن و هم‌روند با هدایت هیدرولیکی ۲/۵ متر بر روز و عمق لایه غیر قابل نفوذ ۶ متر، توسط انهار زهکشی موازی با یکدیگر با عرض ۰/۵ و عمق ۲ متر، عمق آب در نهر ۰/۸ متر و فواصل ۲۰ متر از یکدیگر زهکشی می‌شود. پارامترهای کمکی با توجه به ابعاد ارایه شده محاسبه شدند:

$$\alpha = 8.0942,\ \beta = 0.4820,\ \gamma = 0.2387,$$
$$\delta = 0.0287,\ \eta = 1.5333,\ \theta = 2.9328$$

سرعت نشت در هر نقطه در طول سطح ماندابی و خط تقارن بین دو نهر مجاور با استفاده از رابطه (۱۷) قابل تعیین است. به طور مثال سرعت در نقطه وسط فاصله دو زهکش، که در آن $\zeta_G = 0$ است، $v_G = -0.0858\ m/day$ می‌باشد. برای نقطه‌ای در سطح ماندابی که فاصله‌اش از لبه نهر ۲ متر می‌باشد، $\zeta = 0.4795$ است و مقدار سرعت $v = -0.6441\ m/day$ به دست آمد. مقدار پارامتر کمکی برای نقطه‌ای بر روی خط تقارن بین دو نهر مجاور که فاصله آن از لایه نفوذ ناپذیر ۴ متر می‌باشد $\zeta = -0.0073$ به دست آمد که با توجه به آن سرعت در این نقطه $v = 0.0732\ m/day$ به دست آمد.

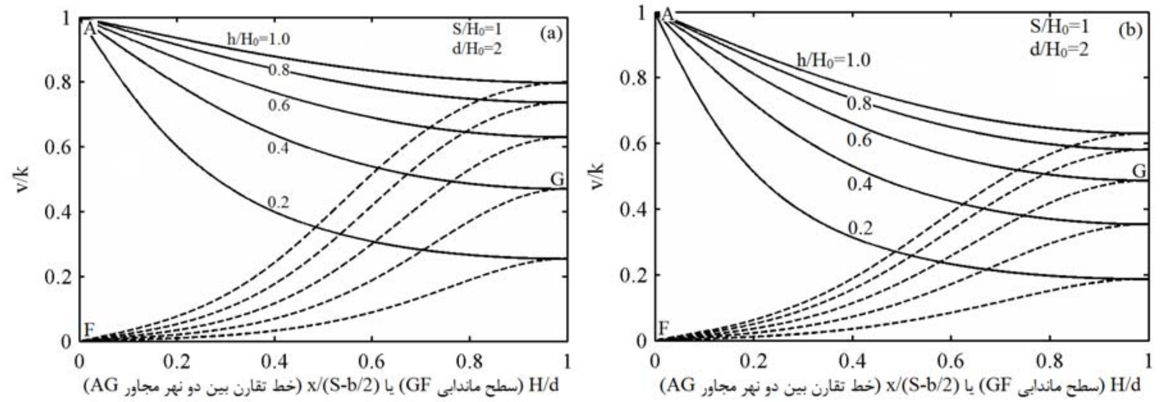
مقدار دبی نشت شده به نهر زهکش از یک طرف نهر با استفاده از رابطه (۲۰) $q = 2.1416\ m^3/day$ و همین دبی با توجه به رابطه (۲۱) برابر $q = 2.1416\ m^3/day$ برای یک متر طول نهر به دست آمد که نشان می‌دهد مقدار خطا در تعیین دبی 7×10^{-12} می‌باشد. کل دبی نشت شده به نهر زهکش از رابطه $Q = 2q$ قابل محاسبه است که مقدار آن برابر $Q = 4.2832\ m^3/day$ برای یک متر طول نهر به دست آمد. مقدار دبی از سطح نشتی $q_{AB} = 0.7367\ m^3/day$ و از سطح غیر نشتی $q_{BD} = 1.4049\ m^3/day$ برای یک متر طول نهر به دست آمد.

نتایج و بحث

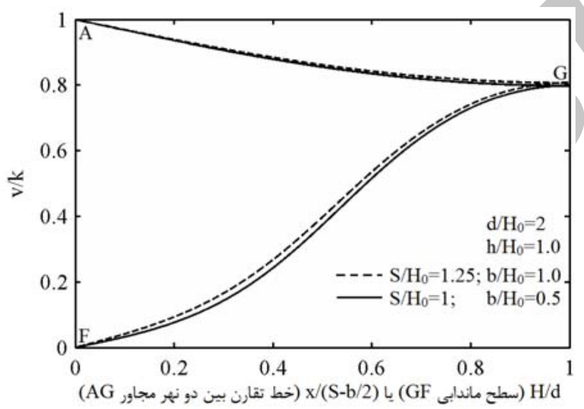
چگونگی توزیع سرعت نشت بر روی خطوط AG و GF (شکل a–۱) را با بررسی نمودارهای رسم شده در شکل‌های ۲، ۳، ۴ و ۵ می‌توان دریافت. در این شکل‌ها منظور از H فاصله هر نقطه دلخواه بر روی خط تقارن بین دو نهر مجاور از لایه غیر قابل نفوذ یا به عبارت دیگر $H = d + y$ می‌باشد. توزیع سرعت برای نسبت ابعاد فیزیکی معلوم و نهر خالی ($h/H_0=1.0$)، نهر ۲۰ درصد پر ($h/H_0=0.8$)، نهر ۴۰ درصد پر ($h/H_0=0.6$)، نهر ۶۰ درصد پر ($h/H_0=0.4$) و نهر ۸۰ درصد پر ($h/H_0=0.2$) رسم شده است. با توجه به این شکل‌ها، هرچه از لبه نهر (نقطه A) به سمت وسط دو نهر زهکش (نقطه G) حرکت نماییم، از سرعت نفوذ آب کاسته می‌شود.

با توجه به شکل ۲ می‌توان به بررسی تأثیر عرض نهر بر نحوه توزیع سرعت نشت ورودی در سطح ماندابی و خط تقارن بین دو نهر مجاور پرداخت. در این شکل مشاهده می‌شود که کاهش عرض نهر از $b/H_0 = 0.5$ به $b/H_0 = 0.05$ باعث می‌شود سرعت نشت در فاصله وسط دو نهر زهکشی (نقطه G در شکل a–۱) برای یک نهر خالی ($h/H_0 = 1.0$) از $v = 0.7983k$ به $v = 0.6309k$ کاهش پیدا کند. به عبارت دیگر ۲۱ درصد کاهش در سرعت دبی ایجاد شده است. این کاهش سرعت ناشی از دو دلیل می‌باشد؛ یکی اینکه کاهش عرض نهر باعث شده فاصله لبه نهر از وسط دو نهر زهکشی افزایش پیدا کند و هرچه فاصله از لبه نهر بیشتر باشد، به طور قطع سرعت نشت ورودی به سطح ماندابی و سرعت نشت در روی خط تقارن بین دو نهر مجاور کاهش پیدا می‌کند. جنبه دیگری که باعث این کاهش سرعت خواهد شد تأثیر عرض نهر زهکشی می‌باشد. این عامل در شکل ۳ توضیح داده شده است. دو دسته ابعاد فیزیکی در این شکل به نحوی انتخاب شده‌اند که فاصله نقطه میانی دو نهر از لبه‌های نهر با یکدیگر برابر باشند. به طوری که برای هر دو دسته ابعاد $S/H_0=1.25$، $b/H_0=1.0$ و $S/H_0=1$، $b/H_0=0.5$ در شکل ۳ فاصله نقطه وسط دو نهر زهکش از لبه نهر $S/H_0-(b/2)/H_0=0.75$ می‌باشد. بدین ترتیب در این شکل از دو عامل تأثیر گذار، تنها اثر عرض نهر زهکشی بر روی توزیع سرعت نشت مشاهده می‌شود. در شکل ۳ افزایش عرض نهر زهکشی از ۰/۵ به ۱ باعث شده است سرعت نشت در سطح ماندابی و خط تقارن بین دو نهر مجاور افزایش پیدا کند. این افزایش سرعت نشت به ویژه در خط تقارن بین دو نهر مجاور مشهودتر است.

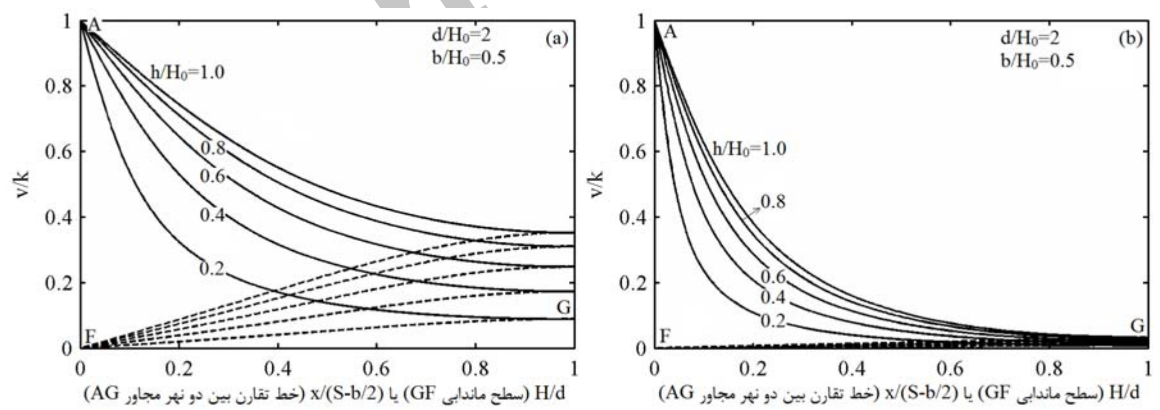
از شکل ۴ می‌توان دریافت که افزایش فاصله نهرها باعث می‌شود سرعت نشت در سطح ماندابی و خط تقارن بین دو نهر مجاور کاهش پیدا کند. به‌طوری که برای اگر نهر از آب تهی باشد افزایش مقدار S/H_0 از ۲ به ۵ باعث کاهش سرعت در نقطه میانی دو زهکش از $v=0.3523k$ به $v=0.0323k$ خواهد شد و به عبارت دیگر کاهش ۹۱ درصدی سرعت را به همراه خواهد داشت.



شکل ۲- تأثیر عرض نهر زهکشی بر توزیع سرعت نشت ورودی در سطح ماندابی (AG) و خط تقارن بین دو نهر مجاور (GF)؛ (a) $b/H_0 = 0.5$؛ (b) $b/H_0 = 0.05$

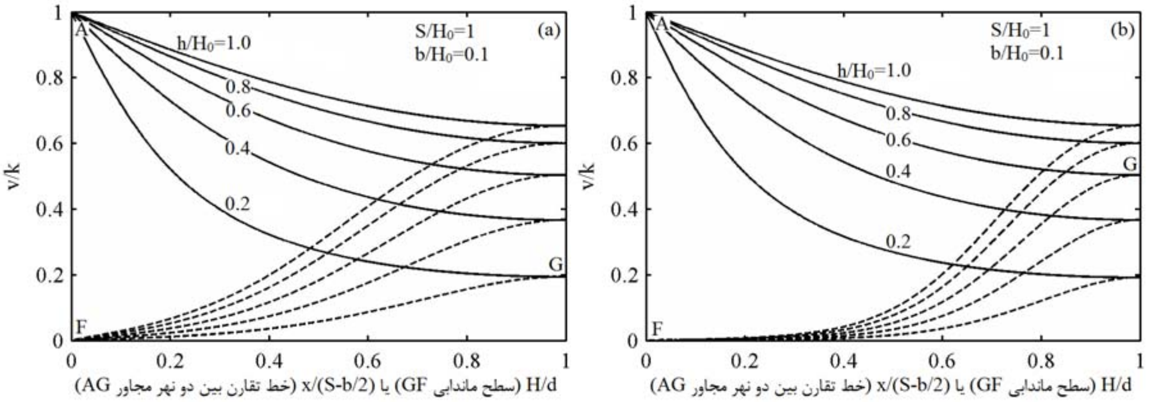


شکل ۳- تأثیر عرض نهر زهکشی بر توزیع سرعت نشت ورودی در سطح ماندابی (AG) و خط تقارن بین دو نهر مجاور (GF) در شرایطی که عامل موثر بر توزیع سرعت نشت تنها عرض نهر زهکشی باشد.



شکل ٤- تأثیر فاصله نهر بر توزیع سرعت نشت ورودی در سطح ماندابی (AG) و خط تقارن بین دو نهر مجاور (GF)؛ (a) $S/H_0=2$؛ (b) $S/H_0=5$

با توجه به شکل ۵ مشاهده شد که افزایش عمق لایه غیر قابل نفوذ از $d/H_0 = 2$ به $d/H_0 = 3$ باعث شده است توزیع سرعت نشت در خط تقارن بین دو نهر مجاور یکسان نباشد، بدین ترتیب که در منحنی‌ها با $d/H_0 = 3$ سرعت روی خط تقارن بین دو نهر مجاور ناگهانی‌تر از سرعت در نمودارهای $d/H_0 = 2$ افت می‌کند.



شکل ۵- تأثیر عمق لایه غیر قابل نفوذ بر توزیع سرعت نشت ورودی در سطح ماندابی (AG) و خط تقارن بین دو نهر مجاور (GF)؛ (a) $d/H_0=2$؛ (b) $d/H_0=3$

دبی نشتی به نهر زهکش

از شکل ۶ می‌توان دریافت افزایش فاصله نهرها از یکدیگر باعث افزایش مساحت زمین تحت زهکشی برای هر نهر زهکشی می‌شود و در نتیجه آن، دبی نشت شده به زهکش افزایش می‌یابد. اما باید توجه داشت که افزایش دبی نشتی در اثر افزایش فواصل نهرها تنها در فواصل کوچک نهرهای زهکشی به چشم می‌آید. به‌طوری که در فواصل متداول تأثیر تغییر در فاصله نهرها بر مقدار دبی چشمگیر نخواهد بود. به طور مثال در شکل ۶ اگر عمق نهر، H_0، برابر ۲ متر، هدایت هیدرولیکی اشباع خاک، k، ۲ متر در روز و نهر تهی از آب باشد اگر فاصله بین دو نهر زهکش، $2S$، از ۴ متر به ۵ متر افزایش پیدا کند مقدار دبی کل در طول واحد نهر، $2q$، از ۵/۷۰۴۸ به ۶/۴۹۱۲ متر مکعب در روز افزوده می‌شود (۱۴ درصد افزایش دبی) در حالی که برای همین ابعاد افزایش فاصله انهار از ۱۲ متر به ۴۰ متر باعث افزایش مقدار دبی در طول واحد نهر از ۸/۰۴۹۷ به ۸/۱۵۸۹ متر مکعب در روز (۱ درصد افزایش دبی) خواهد شد.

با توجه به شکل ۷ مشاهده می‌شود با افزایش عرض نهر زهکشی، دبی نشت شده به نهر زهکشی افزایش می‌یابد. در این شکل اگر عمق نهر، H_0، برابر ۲ متر، فاصله انهار از یکدیگر، $2S$، ۴۰ متر، هدایت هیدرولیکی اشباع خاک، k، ۲ متر در روز و نهر تهی از آب باشد، افزایش عرض نهر زهکشی از ۰/۱ متر به ۰/۵ متر باعث می‌شود مقدار دبی کل در طول واحد نهر، $2q$، از ۷/۷۷۱۶ به ۸/۱۵۸۹ متر مکعب در روز (۵ درصد) افزایش پیدا کند.

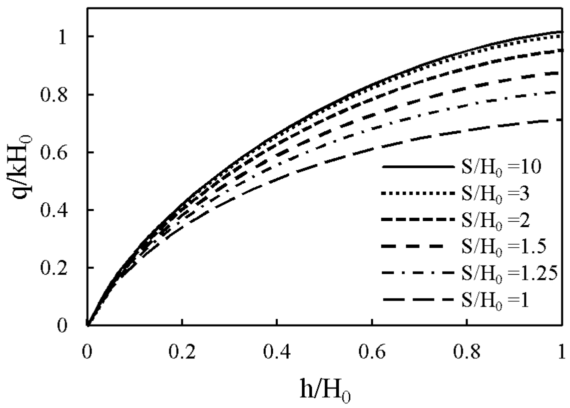
با توجه شکل ۸ مشاهده می‌شود که با افزایش عمق لایه غیر قابل نفوذ، دبی نشت شده به نهر زهکشی نیز افزایش می‌یابد. در این شکل اگر عمق نهر، H_0، برابر ۲ متر، فاصله انهار از یکدیگر، $2S$، ۴۰ متر، هدایت هیدرولیکی اشباع خاک، k، ۲ متر در روز و نهر تهی از آب باشد، افزایش عمق لایه غیرقابل نفوذ از ۴ متر به ۶ متر باعث می‌شود مقدار دبی کل در طول واحد نهر، $2q$، از ۸/۱۵۸۹ به ۸/۵۴۳۹ متر مکعب در روز (۵ درصد) افزایش پیدا کند.

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

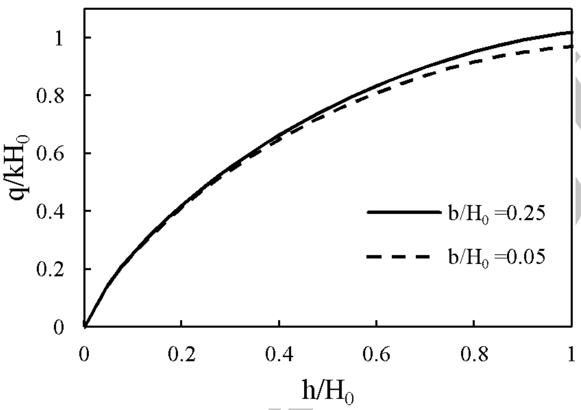
کنترل نمک و رطوبت خاک مزارع معمولاً به وسیله نهرها و یا لوله‌های زهکشی انجام می‌پذیرد، که هر کدام دارای مزایا و معایبی است. مهم‌ترین مزیت‌های انهار روباز زهکشی را می‌توان در ساخت آسان، هزینه اولیه پایین و قابلیت تخلیه دبی‌های زیاد آب دانست و از معایب مهم آن می‌توان به مختل نمودن عملیات کشاورزی، تلفات زمین، نیاز به نگهداری و تعمیر مرتب و پایداری ضعیف دیواره‌های نهر اشاره کرد (Luthin, 1966). با این حال در برخی شرایط، زهکشی به وسیله نهرها بر زهکشی به وسیله لوله ترجیح داده می‌شود.

تحلیل ارائه شده در این تحقیق، شرایط را مطابق شکل ۱-a در نظر می‌گیرد. این شرایط مرزی را می‌توان در دو حالت به واقعیت نزدیک دانست؛ اولین حالت در مزارعی است که به منظور احیاء و آبشویی غرقابی می‌شوند و حالت دیگر در مزارعی که به واسطه سیل غرقابی شده‌اند و آب روی مزرعه در مرحله اول توسط زهکشی سطحی تخلیه شده است. در مرحله بعد برای عمق‌های ماندابی کوچک، نهر به صورت زهکشی عمیق این آب را تخلیه می‌کند (Chahar and Vadodaria, 2008b).

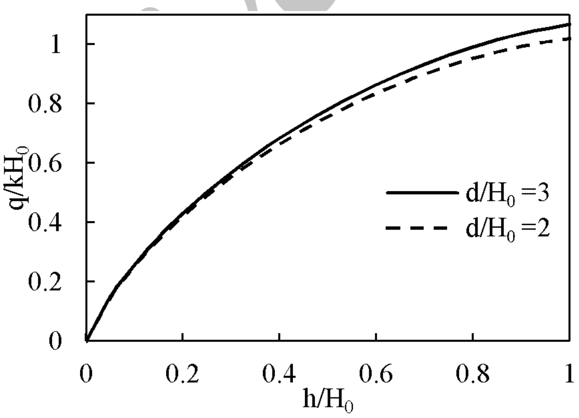
با توجه به شکل‌هایی که توزیع سرعت نشت ورودی در سطح ماندابی و خط تقارن بین دو نهر مجاور را نشان می‌دهند می‌توان دریافت که شستشوی خاک یکنواخت صورت نمی‌گیرد، بلکه عمده آب نشت شده به نهر از فواصل نزدیک به نهر نشت می‌کند.



شکل ٦- تأثیر فواصل مختلف بر دبی نشت شده به یک سمت نهر زهکشی. $d/H_0=2$ و $b/H_0=0.25$.



شکل ۷- تأثیر عرض نهر زهکش بر دبی نشت شده به نهر زهکشی. $S/H_0=10$ و $d/H_0=2$.



شکل ۸- تأثیر عمق لایه غیر قابل نفوذ بر دبی نشت شده به نهر زهکشی. $S/H_0=10$ $b/H_0=0.25$.

با افزایش فاصله نهرها سرعت نشت در سطح ماندابی و خط تقارن بین دو نهر مجاور کاهش پیدا می‌کند و اختلاف سرعت نشت ورودی در سطح ماندابی افزایش می‌یابد. این مسئله باعث خواهد شد که آبشویی در زمین با توجه به میزان اختلاف در توزیع سرعت نشت غیر یکنواخت صورت گیرد.

تحلیل حاضر با در نظر گرفتن فرضیاتی ارائه شده است که در استفاده از آن در شرایط میدانی می‌بایست به تطابق این فرضیات با شرایط مزرعه توجه داشت. هرچه شرایط حاکم در طبیعت با فرضیات در نظر گرفته شده در تحقیق مطابقت بیشتری داشته باشد، نتایج تحلیل با واقعیت نزدیکی بیشتری خواهد داشت و با اطمینان بیشتری می‌توان از آن‌ها در طراحی انهار زهکشی استفاده نمود.

در این تحلیل سطح مقطع در نظر گرفته شده مستطیلی شکل می‌باشد که این شکل سطح مقطع محدودیتی اساسی به حساب می‌آید. ارائه تحلیلی جدید که در آن سطح مقطع نهر زهکشی را

ذوزنقه‌ای شکل در نظر بگیرد این محدودیت را مرتفع خواهد کرد. با استفاده از نگاشت همدیس می‌توان برای سایر شکل‌های سطح مقطع نهر زهکشی روابط سرعت نشت و دبی را استخراج نمود.

پیوست – الف

انتگرال‌های ارائه شده در پیوست با توجه به Byrd and Friedman (1971) حل شده است. در حل این انتگرال‌ها $K(.)$، $E(.)$ و $\Pi(.,.)$ به ترتیب انتگرال‌های بیضوی کامل نوع اول، دوم و سوم و $F(.,.)$، $E(.,.)$ و $\Pi(.,.,.)$ به ترتیب انتگرال‌های بیضوی نوع اول، دوم و سوم می‌باشند، که در این روابط ظاهر شده‌اند. آرگومان‌های ورودی انتگرال‌های بیضوی مطابق با تعاریف ارائه و استفاده شده Byrd and Friedman (1971) می‌باشد.

در رابطه (۵) و سایر روابط، حل I_2 به صورت زیر است.

$$I_2=\frac{2(\gamma+\eta-\theta)K\left(\sqrt{\frac{1+\delta}{1+\beta}}\right)}{\sqrt{1+\beta}}-\frac{2\beta K\left(\sqrt{\frac{1+\delta}{1+\beta}}\right)}{\sqrt{1+\beta}}+\frac{2(\beta-\delta)E\left(\sqrt{\frac{1+\delta}{1+\beta}}\right)}{\left(1-\frac{1+\delta}{1+\beta}\right)\sqrt{1+\beta}}-\frac{2\left(\eta^2+\eta\gamma-\gamma\theta-\eta\theta\right)K\left(\sqrt{\frac{1+\delta}{1+\beta}}\right)}{(\beta+\eta)\sqrt{1+\beta}}-\frac{2\left(\eta^2+\eta\gamma-\gamma\theta-\eta\theta\right)(\beta-\delta)}{(\delta+\eta)(\beta+\eta)\sqrt{1+\beta}}\times\Pi\left(\frac{\beta+\eta+\beta\delta+\eta\delta}{\delta+\eta+\beta\delta+\eta\beta},\sqrt{\frac{1+\delta}{1+\beta}}\right) \quad (۲۳)$$

در رابطه (۱۰) و سایر روابط، I_3 به صورت است.

$$I_3=\int_0^{-\alpha}\frac{\int_{-\delta}^{\zeta}\frac{(\theta-t)(t+\gamma)}{(\eta-t)\sqrt{t-1}\sqrt{t+\beta}\sqrt{t+\delta}}dt}{\sqrt{\zeta-1}\sqrt{\zeta+\alpha}\sqrt{\zeta+\beta}\sqrt{\zeta+\delta}\sqrt{\zeta}}d\zeta \quad (۲۴)$$

با تغییر متغیر و تفکیک انتگرال I_3 به صورت زیر درآمد.

$$I_3=\frac{1}{i}\int_0^{\delta}\frac{f_a(\zeta)d\zeta}{\sqrt{(\zeta+1)(\alpha-\zeta)(\beta-\zeta)(\delta-\zeta)\zeta}}+\frac{1}{i}\int_{\delta}^{\beta}\frac{f_b(\zeta)d\zeta}{\sqrt{(\zeta+1)(\alpha-\zeta)(\beta-\zeta)(\zeta-\delta)\zeta}}+\frac{1}{i}\int_{\beta}^{\alpha}\frac{f_c(\zeta)d\zeta}{\sqrt{(\zeta+1)(\alpha-\zeta)(\zeta-\beta)(\zeta-\delta)\zeta}} \quad (۲۵)$$

در رابطه فوق $f_a(\zeta)$، $f_b(\zeta)$ و $f_c(\zeta)$ به صورت زیر می‌باشند:

$$f_a(\zeta)=\frac{2(\gamma+\eta-\theta)K\left(\sqrt{\frac{1+\delta}{1+\beta}}\right)}{\sqrt{1+\beta}}-\frac{2\beta K\left(\sqrt{\frac{1+\delta}{1+\beta}}\right)}{\sqrt{1+\beta}}-\frac{2(\gamma+\eta-\theta)F\left(\sqrt{\frac{\zeta+1}{\delta+1}},\sqrt{\frac{1+\delta}{1+\beta}}\right)}{\sqrt{1+\beta}}+\frac{2\beta F\left(\sqrt{\frac{\zeta+1}{\delta+1}},\sqrt{\frac{1+\delta}{1+\beta}}\right)}{\sqrt{1+\beta}}+\frac{2(1+\beta)E\left(\sqrt{\frac{1+\delta}{1+\beta}}\right)}{\sqrt{1+\beta}}-\frac{2(1+\beta)E\left(\sqrt{\frac{\zeta+1}{\delta+1}},\sqrt{\frac{1+\delta}{1+\beta}}\right)}{\sqrt{1+\beta}}+\frac{2\left(\theta\gamma-\eta\gamma+\eta\theta-\eta^2\right)\Pi\left(-\frac{\delta+1}{-1+\eta},\sqrt{\frac{1+\delta}{1+\beta}}\right)}{(\eta-1)\sqrt{1+\beta}}-\frac{2\left(\theta\gamma-\eta\gamma+\eta\theta-\eta^2\right)\Pi\left(\sqrt{\frac{\zeta+1}{\delta+1}},-\frac{\delta+1}{\eta-1},\sqrt{\frac{1+\delta}{1+\beta}}\right)}{(\eta-1)\sqrt{1+\beta}} \quad (۲۶)$$

$$f_b(\zeta)=\frac{2F\left(\sqrt{\frac{(\beta+1)(\zeta-\delta)}{(\beta-\delta)(\zeta+1)}},\sqrt{\frac{\beta-\delta}{\beta+1}}\right)}{\sqrt{\beta+1}}+\frac{2(\gamma+\eta-\theta)F\left(\sqrt{\frac{(\beta+1)(\zeta-\delta)}{(\beta-\delta)(\zeta+1)}},\sqrt{\frac{\beta-\delta}{\beta+1}}\right)}{\sqrt{\beta+1}}-\frac{2(\delta+1)\Pi\left(\sqrt{\frac{(\beta+1)(\zeta-\delta)}{(\beta-\delta)(\zeta+1)}},\frac{\beta-\delta}{\beta+1},\sqrt{\frac{\beta-\delta}{\beta+1}}\right)}{\sqrt{\beta+1}}+\frac{2\left(\theta\gamma-\eta\gamma+\eta\theta-\eta^2\right)F\left(\sqrt{\frac{(\beta+1)(\zeta-\delta)}{(\beta-\delta)(\zeta+1)}},\sqrt{\frac{\beta-\delta}{\beta+1}}\right)}{(\eta-1)\sqrt{\beta+1}}-\frac{2\left(\theta\gamma-\eta\gamma+\eta\theta-\eta^2\right)(\delta+1)}{(\eta-1)(\delta+\eta)\sqrt{\beta+1}}\times\Pi\left(\sqrt{\frac{(\beta+1)(\zeta-\delta)}{(\beta-\delta)(\zeta+1)}},\frac{\delta-\delta\eta-\beta+\eta\beta}{\beta\delta+\eta\beta+\delta+\eta},\sqrt{\frac{\beta-\delta}{\beta+1}}\right) \quad (۲۷)$$

$$f_c(\zeta)=\frac{2(\theta-\gamma-\eta)F\left(\sqrt{\frac{\zeta-\beta}{\zeta-\delta}},\sqrt{\frac{1+\delta}{1+\beta}}\right)}{\sqrt{\beta+1}}$$
$$+\frac{2\delta F\left(\sqrt{\frac{\zeta-\beta}{\zeta-\delta}},\sqrt{\frac{1+\delta}{1+\beta}}\right)}{\sqrt{\beta+1}}$$
$$+\frac{2(\beta-\delta)\Pi\left(\sqrt{\frac{\zeta-\beta}{\zeta-\delta}},1,\sqrt{\frac{1+\delta}{1+\beta}}\right)}{\sqrt{\beta+1}}$$
$$+\frac{2\left(-\theta\gamma+\eta\gamma-\eta\theta+\eta^2\right)F\left(\sqrt{\frac{\zeta-\beta}{\zeta-\delta}},\sqrt{\frac{1+\delta}{1+\beta}}\right)}{(\delta+\eta)\sqrt{\beta+1}}$$
$$-\frac{2\left(-\theta\gamma+\eta\gamma-\eta\theta+\eta^2\right)(\beta-\delta)}{(\delta+\eta)(\eta+\beta)\sqrt{\beta+1}}\times$$
$$\Pi\left(\sqrt{\frac{\zeta-\beta}{\zeta-\delta}},\frac{\delta+\eta}{\eta+\beta},\sqrt{\frac{1+\delta}{1+\beta}}\right) \quad (۲۸)$$

$f_d(\zeta)$ که در رابطه‌های (۱۷)، (۲۰) و (۲۱) آمده است، به صورت زیر تعریف می‌شود.

(۲۹)

$$f_d(\zeta)=\frac{2(\eta+\gamma-\theta)F\left(\sqrt{\frac{(1+\beta)(\zeta+\delta)}{(1+\delta)(\zeta+\beta)}},\sqrt{\frac{1+\delta}{1+\beta}}\right)}{\sqrt{1+\beta}}$$
$$-\frac{2\beta F\left(\sqrt{\frac{(1+\beta)(\zeta+\delta)}{(1+\delta)(\zeta+\beta)}},\sqrt{\frac{1+\delta}{1+\beta}}\right)}{\sqrt{1+\beta}}$$
$$+\frac{2(\beta-\delta)\Pi\left(\sqrt{\frac{(1+\beta)(\zeta+\delta)}{(1+\delta)(\zeta+\beta)}},\frac{1+\delta}{1+\beta},\sqrt{\frac{1+\delta}{1+\beta}}\right)}{\sqrt{1+\beta}}$$
$$-\frac{2\left(\eta^2+\eta\gamma-\theta\eta-\theta\gamma\right)F\left(\sqrt{\frac{(1+\beta)(\zeta+\delta)}{(1+\delta)(\zeta+\beta)}},\sqrt{\frac{1+\delta}{1+\beta}}\right)}{(\eta+\beta)\sqrt{1+\beta}}$$
$$-\frac{2\left(\eta^2+\eta\gamma-\theta\eta-\theta\gamma\right)(\beta-\delta)}{(\eta+\delta)(\eta+\beta)\sqrt{1+\beta}}\times$$
$$\Pi\left(\sqrt{\frac{(1+\beta)(\zeta+\delta)}{(1+\delta)(\zeta+\beta)}},\frac{\eta+\beta+\beta\delta+\eta\delta}{\eta+\delta+\beta\delta+\eta\beta},\sqrt{\frac{1+\delta}{1+\beta}}\right),$$
$$-\delta<\zeta<1$$

در رابطه (۲۲)، $f_e(\zeta)$ به صورت زیر است.

$$f_e(\zeta)=\frac{2(\gamma+\eta-\theta)F\left(\sqrt{\frac{\zeta-1}{\zeta+\delta}},\sqrt{\frac{\beta-\delta}{\beta+1}}\right)}{\sqrt{\beta+1}}$$
$$-\frac{2\delta F\left(\sqrt{\frac{\zeta-1}{\zeta+\delta}},\sqrt{\frac{\beta-\delta}{\beta+1}}\right)}{\sqrt{\beta+1}}$$
$$+\frac{2(\delta+1)\Pi\left(\sqrt{\frac{\zeta-1}{\zeta+\delta}},1,\sqrt{\frac{\beta-\delta}{\beta+1}}\right)}{\sqrt{\beta+1}}$$
$$+\frac{2\left(\theta\gamma+\eta\theta-\eta\gamma-\eta^2\right)F\left(\sqrt{\frac{\zeta-1}{\zeta+\delta}},\sqrt{\frac{\beta-\delta}{\beta+1}}\right)}{(\delta+\eta)\sqrt{\beta+1}}$$
$$+\frac{2\left(\theta\gamma+\eta\theta-\eta\gamma-\eta^2\right)(\delta+1)}{(\eta+\delta)(\eta-1)\sqrt{\beta+1}}\times$$
$$\Pi\left(\sqrt{\frac{\zeta-1}{\zeta+\delta}},\frac{\eta+\delta}{\eta-1},\sqrt{\frac{\beta-\delta}{\beta+1}}\right) \quad (۳۰)$$

حل دو انتگرال ارائه شده در رابطه (۱۵)، روابط زیر را به دست می‌دهد:

$$\int_{\delta}^{\gamma}\frac{(t+\theta)(\gamma-t)dt}{(t+\eta)\sqrt{(t+1)(\beta-t)(t-\delta)}}=$$
$$\frac{2F\left(\sqrt{\frac{(\beta+1)(\gamma-\delta)}{(\beta-\delta)(\gamma+1)}},\sqrt{\frac{\beta-\delta}{\beta+1}}\right)}{\sqrt{\beta+1}}$$
$$+\frac{2(\gamma-\theta+\eta)F\left(\sqrt{\frac{(\beta+1)(\gamma-\delta)}{(\beta-\delta)(\gamma+1)}},\sqrt{\frac{\beta-\delta}{\beta+1}}\right)}{\sqrt{\beta+1}}$$
$$-\frac{2(\delta+1)\Pi\left(\sqrt{\frac{(\beta+1)(\gamma-\delta)}{(\beta-\delta)(\gamma+1)}},\frac{\beta-\delta}{\beta+1},\sqrt{\frac{\beta-\delta}{\beta+1}}\right)}{\sqrt{\beta+1}} \quad (۳۱)$$
$$+\frac{2\left(\theta\gamma-\eta\gamma+\eta\theta-\eta^2\right)F\left(\sqrt{\frac{(\beta+1)(\gamma-\delta)}{(\beta-\delta)(\gamma+1)}},\sqrt{\frac{\beta-\delta}{\beta+1}}\right)}{(\eta-1)\sqrt{\beta+1}}$$
$$-\frac{2\left(\theta\gamma-\eta\gamma+\eta\theta-\eta^2\right)(\delta+1)}{(\delta+\eta)(\eta-1)\sqrt{\beta+1}}\times$$
$$\Pi\left(\sqrt{\frac{(\beta+1)(\gamma-\delta)}{(\beta-\delta)(\gamma+1)}},\frac{\delta-\eta\delta+\eta\beta-\beta}{\beta\delta+\eta\beta+\delta+\eta},\sqrt{\frac{\beta-\delta}{\beta+1}}\right)$$

(۳۲)

$$
\begin{aligned}
&\int_{\gamma}^{\beta}\frac{(t+\theta)(t-\gamma)\,dt}{(t+\eta)\sqrt{(t+1)(\beta-t)(t-\delta)}}=\\
&\frac{2(\theta-\gamma-\eta)K\left(\sqrt{\frac{\beta-\delta}{\beta+1}}\right)}{\sqrt{\beta+1}}-\frac{2K\left(\sqrt{\frac{\beta-\delta}{\beta+1}}\right)}{\sqrt{\beta+1}}\\
&-\frac{2(\theta-\gamma-\eta)F\left(\sqrt{\frac{(\beta+1)(\gamma-\delta)}{(\beta-\delta)(\gamma+1)}},\sqrt{\frac{\beta-\delta}{\beta+1}}\right)}{\sqrt{\beta+1}}\\
&+\frac{2(\delta+1)E\left(\sqrt{\frac{\beta-\delta}{\beta+1}}\right)}{\left(1-\frac{\beta-\delta}{\beta+1}\right)\sqrt{\beta+1}}+\frac{2F\left(\sqrt{\frac{(\beta+1)(\gamma-\delta)}{(\beta-\delta)(\gamma+1)}},\sqrt{\frac{\beta-\delta}{\beta+1}}\right)}{\sqrt{\beta+1}}\\
&+\frac{2\left(\eta\gamma-\theta\gamma-\eta\theta+\eta^{2}\right)K\left(\sqrt{\frac{\beta-\delta}{\beta+1}}\right)}{(\eta-1)\sqrt{\beta+1}}\\
&-\frac{2(\delta+1)\Pi\left(\sqrt{\frac{(\beta+1)(\gamma-\delta)}{(\beta-\delta)(\gamma+1)}},\frac{\beta-\delta}{\beta+1},\sqrt{\frac{\beta-\delta}{\beta+1}}\right)}{\sqrt{\beta+1}}\\
&-\frac{2\left(\eta\gamma-\theta\gamma-\eta\theta+\eta^{2}\right)F\left(\sqrt{\frac{(\beta+1)(\gamma-\delta)}{(\beta-\delta)(\gamma+1)}},\sqrt{\frac{\beta-\delta}{\beta+1}}\right)}{(\eta-1)\sqrt{\beta+1}}\\
&-\frac{2\left(\eta\gamma-\theta\gamma-\eta\theta+\eta^{2}\right)(\delta+1)}{(\delta+\eta)(\eta-1)\sqrt{\beta+1}}\times\\
&\qquad\Pi\left(\frac{\delta-\eta\delta+\eta\beta-\beta}{\beta\delta+\eta\beta+\delta+\eta},\sqrt{\frac{\beta-\delta}{\beta+1}}\right)\\
&+\frac{2\left(\eta\gamma-\theta\gamma-\eta\theta+\eta^{2}\right)(\delta+1)}{(\delta+\eta)(\eta-1)\sqrt{\beta+1}}\times\\
&\qquad\Pi\left(\sqrt{\frac{(\beta+1)(\gamma-\delta)}{(\beta-\delta)(\gamma+1)}},\frac{\delta-\eta\delta+\eta\beta-\beta}{\beta\delta+\eta\beta+\delta+\eta},\sqrt{\frac{\beta-\delta}{\beta+1}}\right)
\end{aligned}
$$

برای اطلاع بیشتر از جزئیات و نحوه دست‌یابی روابط ارائه شده در این تحقیق به افروزی (۱۳۹۰) مراجعه شود.

مراجع

افـروزی، علـی (۱۳۹۰)، حـل تحلیلـی نشـت از اراضـی مانـدابی بـه کانال‌های زهکشی، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تبریز.

Aronovici, V. S., and Donnan, W. W. (1946), Soil permeability as a criterion for drainage design, Trans. Am. Geophys. Union, 27 (1), 95-101.

Barua, G., and Tiwari, K. N. (1995), Analytical solutions of seepage into ditches from ponded fields, Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 121 (6), 396-404.

Barua, G., and Tiwari, K. N. (1996a), Ditch drainage theories for homogeneous anisotropic soil, Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 122 (5), 276-285.

Barua, G., and Tiwari, K. N. (1996b), Theories of ditch drainage in layered anisotropic soil, Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 122 (6), 321-330.

Bereslavskii, E. N. (2008), Application of the principle of symmetry to the solution of the slichter problem, Russian Mathematics (Iz. VUZ), 52 (2), 1-5.

Bereslavskii, E. N. (2006), Groundwater flow to a system of drainage canals, Water Resources, 33 (4), 417–420.

Byrd, P. F., and Friedman, M. D. (1971), handbook of elliptic integrals for engineers and scientists (Second Edition, Revised ed.). New York Heidelberg Berlin: Springer-Verlag.

Chahar, B. R., and Vadodaria, G. P. (2008a), Drainage of ponded surface by an array of ditches, Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 134 (6), 815-823.

Chahar, B. R., and Vadodaria, G. P. (2008b), steady subsurface drainage of homogeneous soils by ditches, Water management, 161 (6), 303-311.

Chahar, R., and Vadodaria, G. P. (2011), Steady subsurface drainage of ponded surface by an array of parallel ditches, Journal of Hydrologic Engineering, 1 (354), DOI: 10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0000518.

Donnan, W. W. (1946), Model tests of a tile-spacing formula. Proc. Soil Sci. Soc. of Am. (11), 131-136.

Fukuda, H. (1957), Underdrainage into ditches in soil overlying an impervious substratum, Trans. Am. Geophys. Union, 38, 730-739.

Harr, M. E. (1962), Groundwater and seepage. New York: McGraw-Hill.

Ilyinsky, N. B., and Kacimov, A. R. (1992), Analytical estimation of ground-water flow around cutoff walls and into intreceptor Trenches, Ground Water, 30 (6), 901-907.

Kacimov, A. R. (2006), Seepage to a drainage ditch and optimization of Its shape, Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 132 (6), 619-622.

Kacimov, A. R., and Obnosov, Y. V. (2002), Analytical determination of seeping soil slopes of a constant exit gradient, Z. Angew. Math. Mech. (ZAMM), 82 (6), 363-376.

Kacimov, A. R., and Obnosov, Y. V. (2006), Strip-focused phreatic surface flow driven by evaporation: Analytical solution by the Riesenkampf function, Advances in Water Resources, 29, 1565–1571.

Kirkham, D. (1960), Seepage into ditches from a plane water table overlying a gravel substratum, Journal of Geophysical Research, 65 (4), 1267-1272.

Kirkham, D. (1950), Seepage into ditches in the case of a plane water table and an impervious stratum, Trans. Am. Geophys. Union (31), 425-430.

Kirkham, D. (1965), Seepage of leaching water into

Irrigation and Drainage Engineering, 117 (2), 184-200.
Strack, O. D. (1989), Groundwater mechanics. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall.
van Schilfgaarde, J., Kirkham, D., and Frevert, R. K. (1956), Physical and mathematical theories of tile and ditch drainage and their usefulness in design, Iowa Agr. Exp. Sta. Res. Bull., 436, 667-706.
Warrick, A. W., and Kirkham, D. (1969), Two-dimensional seepage of ponded water to full ditch drains, Water Resources Research, 5 (3), 685-693.
Youngs, E. G. (1982), Calculations of ponded water drainage for flow regions of various geometries to demonstrate effect of disturbed soil-zone shape on drain performance, Journal of Agricultural Engineering Research, 27, 441-454.
Youngs, E. (1992), Patterns of steady groundwater movement in bounded unconfined aquifers, Journal of Hydrology, 131 (3), 239-253.
Youngs, E. (1994), Seepage to ditches from a ponded surface, Journal of Hydrology, 161 (3), 145-154.
Youngs, E. (1975), The effect of the depth of an impermeable barrier on water-table heights in drained homogeneous soils, Journal of Hydrology, 24, 283-290.
drainage ditches of unequal water level heights, Journal of Hydrology (3), 207-224.
Kirkham, D. (1958), Seepage of steady rainfall through soil into drains, Trans. Am. Geophys. Union, 39, 892-908.
Kirkham, D. (1966), Steady-state theories for land drainage, J. Irrig. Drain. Div. Proc., 92 (1), 19-39.
Kirkham, D., and Powers, W. (1964), An exact theory of seepage of steady rainfall into tile and ditch drained land of finite depth, 8th Int. Congr. for Soil Sci., II, pp. 39-44. Bucharest.
Kirkham, D., and Van Bavel, C. (1948), Theory of seepage into auger holes, Proc., Soil Sci. Soc. of Am. (J-1625), 75-81.
Luthin, J. N. (1966), Drainage engineering. New York: John Wiley & Sons.
Polubarinova-Kochina, P. Y. (1962), Theory of ground water movement. (J. M. Roger De Wiest, Trans.) Princeton, New Jersey: Princeton University Press.
Römkens, M. J. (2009), Estimating seepage and hydraulic potentials near incised ditches in a homogeneous, isotropic aquifer, Earth Surf. Process. Landforms, 34, 1903–1914.
Sharma, H. C., Chauhan, H. S., Kapoor, P. N., and Ram, S. (1991), Ditch drainage in layered soils, Journal of

تاریخ دریافت: ۹۱/۳/۲۳
تاریخ پذیرش: ۹۱/۱۲/۲۳

Iranian Journal of Irrigation and Drainage
No. 2, Vol. 7, Summer 2013, p. 146-158

نشریه آبیاری و زهکشی ایران
شماره۲، جلد۷، تابستان ۱۳۹۲، ص. ۱۵۸-۱۴۶

Analytical Computation of Seepage from Ponded Fields into Drainage Ditches Using Conformal Mapping

A. Afruzi[1,*], A. H. Nazemi[2], A. Sadraddini[3] and A. Ranjbari[4]

Abstract

Drainage of agricultural lands is very important and without drainage a sustainable agriculture isn't possible. In the absence of natural drainage in agricultural lands, artificial drainage is necessary. Construction of drainage ditches is one of the usual methods of artificial drainage. Study of the governing equations of flow to drainage systems is an interesting subject to researchers. In this study, an analytical solution for steady-state seepage of ponded water into drainage ditches is developed. The ditches are partly penetrating, parallel to each other and excavated by rectangular cross section in a homogeneous and isotropic soil layer. In order to derive the relevant equations of seepage quantities and velocities, first hodograph and complex potential planes were drawn with attention to the boundary conditions of physical plane; then the conformal mappings of physical and hodograph planes on auxiliary planes were found using Schwarz-Christoffel transformation. The chain rule was used to find the relation between complex potential plane and auxiliary plane. This method can be used to calculate the seepage quantities and velocities as well as ditches drainage designing. The results showed that near the ditches, seepage velocity along the ponded surface was very high as compared with that between the ditches, so leaching was non-uniform.

Key words: Analytical solution, Conformal mapping, Ditches, Drainage, Schwarz-Christoffel transformation, seepage.

1- Former Graduate Student of Water Engineering Dept., Irrigation and Drainage Engineer and University of Tabriz
(* - Corresponding Author Email: a.afruzi@gmail.com)
2,3- Prof. and Associate Prof. of Water Engineering Dept., Faculty of Agriculture, University of Tabriz
3- Assistant Prof. of Faculty of Mathematical Science, University of Tabriz