

## کاربرد مدل هیبریدی FEM-ACO در تعیین مکان‌های بهینه چاه‌های برداشت

ابوالفضل اکبرپور<sup>۱\*</sup>، محمدجواد زینلی<sup>۲</sup>، محمد ناظری تهرودی<sup>۳</sup>

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۱۰/۱۳ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۱۱/۱۶

### چکیده

در این مقاله، یک مدل هیبریدی بهینه‌سازی - شبیه‌سازی برای ارزیابی سیاست پمپاژ مطلوب در یک آبخوان مصنوعی استفاده شده است. در این مطالعه میزان افت سطح آب زیرزمینی در یک آبخوان آزاد فرضی به مساحت ۱/۵ کیلومترمربع و سه هدایت هیدرولیکی متفاوت با ضخامت ۱۰۰ متر و هم‌چنین تعداد ده حلقه چاه برداشت مورد بررسی قرار گرفت. جهت تخمین سطح آب زیرزمینی آبخوان از روش اجزای محدود و جهت بهینه‌سازی موقعیت چاه‌های برداشت از الگوریتم جامعه مورچگان استفاده شد و در نهایت مدل FEM-ACO ارائه گردید. موقعیت چاه‌های برداشتی با دبی مشخص به صورتی بهینه یابی می‌شود که میزان افت سطح آب زیرزمینی در آبخوان کمینه گردد. در این راستا تعداد مقادیر مختلف تعداد مورچه‌ها، تأثیر میزان تبخیر فرامان و تأثیر درصد نخبه‌های یک مجموعه از مورچه‌ها بر مقدار تابع هدف مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد که الگوریتم‌های مورچگان ترتیبی و الگوریتم مورچگان نخبه با عملکردی تقریباً یکسان بهترین عملکرد را در بین الگوریتم‌های مورچگان داشته‌اند و پس از آن‌ها، الگوریتم جامعه مورچگان و الگوریتم مورچگان بیشینه-کمینه در رتبه‌های بعدی قرار دارند. تمامی الگوریتم‌های مورچگان خیلی زود به همگرایی رسیدند که این همگرایی زودرس به یک بهینه سراسری مناسب را می‌توان به دلیل استفاده از قیود زنجیره‌ای دانست. در نهایت بعد از بررسی مدل ارائه شده، موقعیت مناسب چاه‌های برداشت مشخص گردید. هم‌چنین نتایج نشان داد که حداکثر افت آب آبخوان حدود ۲/۵ متر می‌باشد.

**واژه‌های کلیدی:** آبخوان آزاد، الگوریتم مورچگان، المان محدود، بهینه‌سازی، آب زیرزمینی، هدایت هیدرولیکی

### مقدمه

بیابان منفی آن‌ها، بهینه‌سازی برداشت آب کمک شایانی در وضعیت فعلی خواهد داشت که در مرحله اول نیاز به شناخت جریان زیرزمینی دارد. یکی از راه‌های رسیدن به شناخت جریان‌های زیرزمینی، استفاده از مدل‌های عددی وابسته به شبکه از جمله روش‌های المان محدود و تفاضل محدود برای حل معادلات حاکم بر جریان آب زیرزمینی است. اولین بار در سال ۱۹۳۳ به منظور مطالعه حرکت چپه آب به داخل آبخوان و همچنین اثر تغییر فواصل چاه‌ها در وضعیت آبخوان از یک مدل قیاسی ساده از نوع ورق هادی استفاده شد (Prickett., 1979). این روش‌ها معمولاً معادله حاکم بر جریان آب زیرزمینی در محیط اشباع را به وسیله گسسته‌سازی مسئله حل می‌کنند. به علت وجود این راه‌حل‌های گسسته، روش‌های درون‌یابی بسیاری برای محاسبه سرعت جریان، توسعه یافته‌اند. این روش‌ها تا حدودی به پیوستگی و رفتار یکنواخت مقادیر سرعت در گره‌ها یا وجه‌ها کمک می‌کنند، اما با این وجود پارامترها به صورت کامل نمی‌توانند خود را از شبکه مجزا کنند (Pokrajac and Lazic., 2002). روش المان تحلیلی، یک روش عددی برای مدل‌سازی جریان آب زیرزمینی است. این روش بر پایه اصول نظریه پتانسیل استوار بوده و مستقل از شبکه‌بندی می‌باشد. این روش یک برداشت ایده آل از مفهوم برهم‌نهی توابع خطی است، به این ترتیب که به

آب مهم‌ترین فاکتور لازم برای پیشرفت در آینده به شمار می‌رود. مسئله کمبود آب برای کشورهای چون ایران که دارای آب و هوای خشک و نیمه خشک می‌باشد، از دیرباز مطرح بوده و دسترسی به منابع آب جهت مصارف شرب، کشاورزی و صنعت اهمیت ویژه دارد. این اهمیت در مناطقی از ایران که وابستگی شدیدی به آب زیرزمینی دارند، بیشتر نیز می‌شود. منابع آب زیرزمینی در مناطق مختلف دنیا در بخش‌های مختلف از قبیل کشاورزی، محیط‌زیست، صنعت، آبیاری و غیره مورد استفاده قرار می‌گیرند. برای پاسخگویی به این خواسته‌ها و نیازهای آب، باید شیوه‌ای مطلوب انجام شود. که بدون محدودیت پمپاژ از یک آبخوان بتوان کاهش دائمی و غیرقابل برگشت آب زیرزمینی را جبران کرد (Famiglietti et al., 2011; Scanlon et al., 2010). با توجه به کاهش چشم‌گیر سفره‌های آب زیرزمینی و

۱- دانشیار گروه مهندسی عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه بیرجند، بیرجند  
۲- دانشجوی دکتری منابع آب، گروه علوم و مهندسی آب، دانشگاه بیرجند، بیرجند  
۳- دانشجوی دکتری منابع آب، گروه علوم و مهندسی آب، دانشگاه بیرجند، بیرجند  
(\*- نویسنده مسئول: Email: akbarpour@birjand.ac.ir)

فراشناختی در میان محققان برای به دست آوردن راه‌حل‌های نزدیک به بهینه برتر برای مسائل بهینه‌سازی در مقیاس بزرگ در مهندسی منابع آب می‌باشند. الگوریتم ژنتیک در بهینه‌سازی سیستم‌های جریان آب سطح آب زیرزمینی (Peralta et al., 2014)، طراحی مانیتورینگ آب زیرزمینی (Babbar-Sebens and Minsker., 2012) و مشکلات مدیریت آب‌های زیرزمینی ساحلی (Ketabchi and Ataie-Ashtiani., 2015) استفاده می‌شود. هدف مطالعه حاضر، تلفیق روش المان محدود و روش بهینه‌سازی الگوریتم مورچگان در مکان‌یابی بهینه موقعیت چاه‌های برداشت در جهت بهینه‌کردن مقدار و مکان برداشت آب در یک آبخوان مصنوعی می‌باشد.

## مواد و روش‌ها

### منطقه مورد مطالعه

در این مطالعه یک آبخوان فرضی به مساحت  $1/5$  کیلومتر مربع به شرح شکل (۱) در نظر گرفته شده است. این آبخوان فرضی به المان‌های مثلثی قائم‌الزاویه که هر ضلع قائمه آن  $0/1$  کیلومتر طول دارد تقسیم شده است و لذا تعداد اجزای مثلثی آن ۲۵۲ و تعداد گره‌های آن ۱۵۰ است. این آبخوان با سه ناحیه مختلف از نظر شرایط هیدرولیکی تعریف شده است به طوری که تعداد ۸۰ المان شمالی (ناحیه یک) هدایت هیدرولیکی برابر با  $11/5$  متر در روز، ۱۰۰ المان جنوبی (ناحیه دو) منطقه هدایت هیدرولیکی برابر با  $6/7$  متر در روز و تعداد ۷۲ المان شرقی (ناحیه سه) آبخوان هدایت هیدرولیکی برابر با  $8/2$  متر در روز را دارا می‌باشد. ضخامت این آبخوان برابر با ۱۰۰ متر است. آبخوان فرضی در نظر گرفته شده از سمت جنوب و شمال بدون تغذیه و تخلیه (مرز بدون جریان) می‌باشد. این آبخوان از سمت شرق تغذیه می‌شود و در قسمت غربی آبخوان نیز یک رودخانه وجود داشته که شرایط مرز با بار هیدرولیکی ثابت (با بار هیدرولیکی ۱۰۰ متر) را به وجود آورده است. دبی تغذیه از قسمت شرقی حوضه از هر گره برابر با دو مترمکعب بر روز می‌باشد.

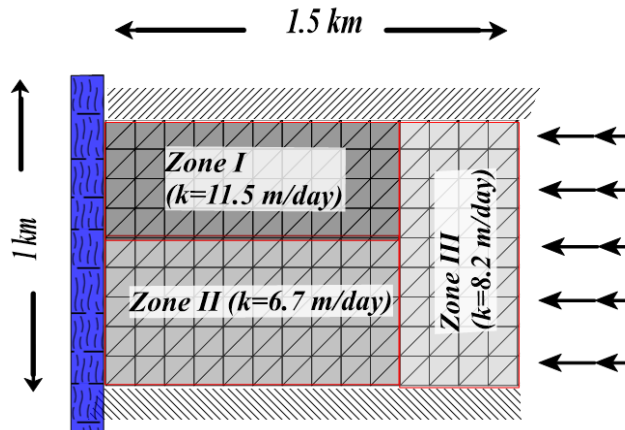
در این محدوده مطالعاتی چهار چاه پمپاژ وجود دارد که دبی پمپاژ آن‌ها به ترتیب  $0/167$ ،  $0/139$ ،  $0/112$  و  $0/084$  لیتر بر ثانیه می‌باشد و هر چاه پمپاژ یک ساعت در شبانه‌روز عمل پمپاژ را انجام می‌دهد. با توجه به ویژگی آبخوان فرضی، قبل از حل مسئله بهینه‌سازی و استفاده از الگوریتم‌های فرا ابتکاری، در ابتدا بایستی سطح آب زیرزمینی در این آبخوان فرضی برآورد شود که این کار با استفاده از روش اجزاء محدود انجام شده و نحوه واکنش آبخوان به شرایط تعریف شده در شکل (۲) ارائه گردیده است. این شکل سطح آب زیرزمینی بدون در نظر گرفتن هیچ چاه برداشتی را نشان می‌دهد. در ادامه این مسئله، الگوریتم‌های فرا ابتکاری بایستی موقعیت بهینه چهار چاه برداشت با دبی‌های پمپاژ متفاوت را به گونه‌ای بیابند که

جای برهم‌نهی چند تابع خطی، یک پردازنده صدها و یا هزاران تابع خطی را با هم جمع می‌کند (Craig and Rabideau., 2006). این ویژگی‌ها باعث شده روش المان تحلیلی بدون توجه به وسعت منطقه، جواب‌های دقیقی برای مناطق با مقیاس بزرگ تولید نماید. بسدو و دریس‌زاده (۲۰۰۵) از برنامه WhAEM 2000 که بر مبنای روش المان تحلیلی است برای محاسبه حریم حفاظتی چاه‌های دشت ارومیه استفاده نمودند (Badv. and Deriszadeh., 2005). استوارد و آلن (۲۰۱۳) به مدل‌سازی جریان آبخوان دشت‌های مرتفع ایالت کانزاس با استفاده از روش المان تحلیلی پرداختند و از الگوریتم اجتماع ذرات و لونبرگ-مارکوارت برای بهینه‌سازی نتایج استفاده نمودند (Steward and Allen., 2013). نتایج تحقیقات نشان داده است که کاهش سطح آب زیرزمینی و تخلیه بیش از حد در آبخوان می‌تواند منجر به کاهش کیفیت آب‌های زیرزمینی شود (Blaszyk and Gorski., 1981 and Al-Naeem., 2014) و نگرانی‌های بهداشتی شدید را دنبال خواهد داشت. علاوه بر آن کاهش سطح آب زیرزمینی می‌تواند مسیر جریان را نیز تغییر دهد. جنبش آب‌های زیرزمینی، جریان طبیعی را کاهش می‌دهد و باعث نفوذ آب شور می‌شود.

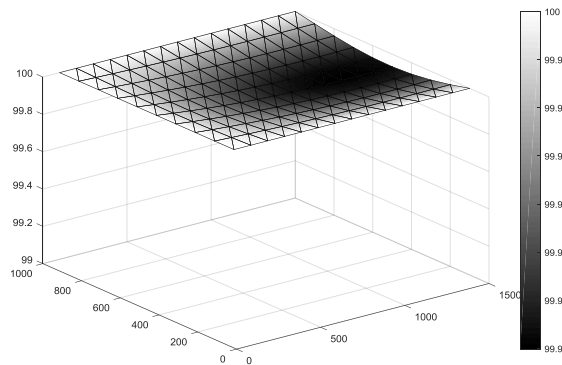
محققان معمولاً مدل‌های شبیه‌سازی-بهینه‌سازی را برای حل مشکلات پیچیده مدیریت منابع آب زیرزمینی اتخاذ می‌کنند. این مدل‌ها معمولاً برای ارزیابی راه‌حل معادلات دیفرانسیل مختلط که جریان آب‌های زیرزمینی را محاسبه می‌کند (Bear., 2012). همراه با یک مدل بهینه‌ساز است که به دنبال استراتژی بهینه می‌باشد (Ayvaz and Karahan., 2008 and Gaur et al., 2011). این بهینه‌سازی‌ها، حداکثر استفاده از پمپاژ، محدودیت‌های مناسب تخلیه مجاز در آبخوان، هزینه‌های کل پمپاژ و سایر عوامل محدودکننده را می‌تواند شامل شود. برنامه‌ریزی خطی (Ahlfeld and Baro-Montes., 2008; Ahlfeld and Heidari., 1994; Atwood and Gorelick., 1985; Mantoglou., 2003 and Willis., 1983) برنامه‌نویسی غیرخطی (Das and Datta., 2001; Mahar and Datta., 2000; Mantoglou and Papantoniou., 2008 and McKinney and Lin., 1992) و برنامه‌نویسی پویا (Wang and Shu., 2005 and Yu et al., 2012) از جمله روش‌های معمول برای بهینه‌سازی مسائل مربوط به آب‌های زیرزمینی می‌باشد. این روش‌ها نیاز به تابع هدف و محدودیت‌ها دارد (Wagner., 1995). با این حال، مسائل بهینه‌سازی آب‌های زیرزمینی شامل توابع هدف پیچیده مثل خطی با متغیرهای تصادفی گسسته مانند نرخ پمپاژ یا مکان‌های مناسب می‌باشد که به شدت وابسته به برآوردهای اولیه است (Ayvaz and Karahan., 2008)، در نتیجه چالش‌های بیشتری را برای کاربرد آن در مسائل مدیریت آب‌های زیرزمینی ایجاد می‌کند. الگوریتم‌های تکاملی نظیر الگوریتم ژنتیک، شبیه‌سازی و بهینه‌سازی کلونی مورچگان، بهینه‌سازان

زیرزمینی نایستی هیچگونه افتی را نشان دهد و بایستی در تمامی نقاط، سطح آب یکسان و برابر بار هیدرولیکی ۱۰۰ متر باشد. اما همان‌طور که در شکل (۲) ملاحظه می‌گردد در ابتدا سطح آب زیرزمینی میزان ناچیزی افت را نشان می‌دهد که مربوط به کد نویسی روش اجزای محدود و شرط تعریف شده برای حداقل اختلاف قابل قبول بین سطح آب زیرزمینی در گام قبل و گام فعلی می‌باشد.

میزان افت سطح آب زیرزمینی نسبت به سطحی که در شکل (۲) نشان داده شده است کمینه گردد. لازم به ذکر است که الگوریتم‌های به کار برده شده اجازه در نظر گرفتن چاه برداشت در گره‌های مرزی را ندارند. همچنین بایستی فاصله چاه‌های برداشت به اندازه‌ای باشد که شعاع تأثیر آن‌ها همپوشانی نداشته باشند. در ابتدا که هیچ برداشتی از آبخوان صورت نگرفته است سطح آب



شکل ۱- نمای شماتیک آبخوان فرضی مورد مطالعه



شکل ۲- نمای دو بعدی سطح آب زیرزمینی در منطقه مورد مطالعه

در این رابطه  $Z$  مقدار تابع هدف،  $N$  Node برابر با تعداد گره‌ها،  $H$  برابر با سطح اولیه آب زیرزمینی قبل از اعمال چاه‌های برداشت و  $\hat{H}$  نیز برابر با سطح ثانویه آب زیرزمینی بعد از اعمال چاه‌های برداشت می‌باشد.

#### معادله حاکم بر جریان

معادله حاکم بر جریان در یک آبخوان ناهمسانگرد ناهمگن دو بعدی به شرح زیر ارائه گردید (Bear., 2012):

#### تابع هدف

در این تحقیق پس از آن که چاه‌های برداشت در سطح آبخوان موقعیتی را اخذ کردند، سطح آب زیرزمینی در کلیه گره‌ها در آبخوان محاسبه می‌گردد. پس از آن با داشتن سطح اولیه آب زیرزمینی در آبخوان می‌توان اختلاف آن را با سطح محاسبه شده برآورد کرد. در واقع تابع هدف در این مطالعه، کمینه سازی اختلاف سطح آب زیرزمینی محاسبه شده با سطح اولیه در آبخوان می‌باشد که از رابطه (۱) قابل محاسبه است:

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^{N \text{ Node}} (H_i - \hat{H}_i) \quad (1)$$

برای دومحدوده زمانی  $t$  و  $t+\Delta t$  که  $\Delta t$  گام زمانی می‌باشد:

$$[G]\{h_i^{t+\Delta t}\} + \frac{1}{\Delta t}[P]\{h_i^{t+\Delta t} - h_i^t\} = \{F\} \quad (۶)$$

[G] ماتریس سختی، [P] ماتریس مجهولات و {F} بردار نیرو می‌باشد. هد اولیه آب زیرزمینی در آبخوان موجود بوده و هد آب در هر مرحله از زمان بعدی با حل معادلات فوق پیدا می‌شود.

### الگوریتم‌های مورچگان

وقتی مورچه‌ای به دنبال غذا می‌گردد، در طول مسیر حرکت خود، ماده بوداری به نام فرامان از خود به جای می‌گذارد که سایر مورچه‌هایی که به دنبال غذا هستند را تشویق به عبور از مسیری که خود آن را طی نموده، می‌نماید. در ابتدا مورچه‌ها در حال عبور از مسیری بین لانه و منبع غذایی هستند (شکل ۳-۱) هنگامی که مانعی بر سر راه مورچه‌ها قرار داده شود، به طوری که مسیر قبلی را مسدود شده و دو مسیر جدید که یکی نسبت به دیگری کوتاه‌تر است، ایجاد شود (شکل ۳-۲)؛ مورچه‌ها دو مسیر برای انتخاب دارند و در ابتدا هیچ فرامانی بر روی هیچ کدام از دو مسیر جدید وجود ندارد و لذا احتمال انتخاب هر دو مسیر، توسط مورچه‌ها یکسان می‌باشد؛ هر مورچه در ابتدا به طور تصادفی یکی از دو مسیر را برمی‌گزیند و در حین حرکت روی مسیر فرامان بر روی مسیر می‌ریزد (شکل ۳-۳). چون مسیر پایین مسیر کوتاه‌تری نسبت به مسیر بالایی بوده و مورچه‌های بیشتری از آن مسیر عبور نموده (تعداد دفعاتی که مورچه‌ها از مسیر پایین عبور نموده‌اند بیش‌تر از مسیر بالا بوده) غلظت فرامان در آن مسیر بیش‌تر بوده و از طرفی به دلیل وجود خاصیت تبخیرپذیری فرامان که باعث از بین رفتن تدریجی مسیرهای کم تردد و کم ترافیک می‌شود؛ پس از مدتی سیستم به حالت تعادل رسیده و تمامی مورچه‌ها از مسیر پایین رفت و آمد می‌کنند (شکل ۳-۴) و به این ترتیب کوتاه‌ترین مسیر بین لانه و منبع غذایی به وسیله مورچه‌ها کشف خواهد شد.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ T_x \frac{\partial h}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ T_y \frac{\partial h}{\partial y} \right] = \quad (۲)$$

$$S \frac{\partial h}{\partial t} + Q_w \delta(x - x_i)(y - y_i) - q$$

پس از اعمال شرایط اولیه:

$$h(x, y, 0) = h_0(x, y), x, y \in \Omega \quad (۳)$$

که شرایط مرزی به شرح زیر است:

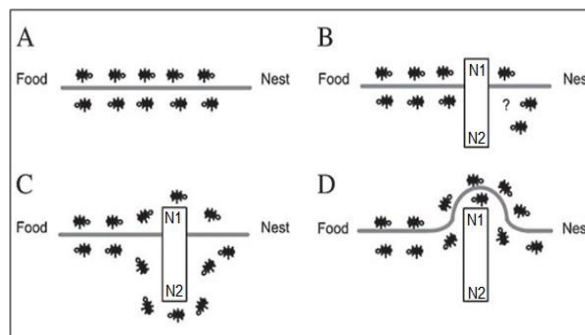
شرایط مرزی دیریکله (هد ثابت)

$$h(x, y, t) = h_1(x, y), x, y \in \partial\Omega_1 \quad (۴)$$

$$T \frac{\partial h}{\partial n} = q(x, y, t), x, y \in \partial\Omega_2 \quad (۵)$$

که در آن  $h(x, y, t)$  هد پیژومتریکی،  $T(x, y)$  برابر با قابلیت انتقال در امتداد محور اصلی دکارتی  $(m^2/day)$ ،  $S$  برابر با ضریب ذخیره،  $x$  و  $y$  برابر با مساحت فضای افقی  $(m)$ ،  $Q_w$  برابر با تغذیه یا تخلیه  $(m^3/day)$ ،  $t$  برابر با زمان برحسب روز،  $\Omega$  برابر با منطقه جریان،  $\partial\Omega$  برابر با مرز منطقه  $(\partial\Omega = \partial\Omega_1 \cup \partial\Omega_2)$ ،  $\frac{\partial}{\partial n}$  برابر با مشتق نرمال،  $h_0(x, y)$  برابر با هد اولیه در محدوده جریان  $(m)$ ،  $h_1(x, y, t)$  برابر با هد مرزی شناخته شده  $(m)$ ،  $q(x, y, t)$  برابر با نرخ جریان ورودی  $(m^3/day/m)$  و  $\delta$  عملگر دلتای دیریک می‌باشد و برابر با یک می‌باشد اگر  $x = x_i, y = y_i$  و ۰ در غیر این صورت.

روش اجزای محدود (FEM) یک روش عددی برای یافتن راه حل مناسب برای معادلات حاکم بر جریان آب زیرزمینی در حالت دیفرانسیل جزئی مرتبه اول و دوم می‌باشد. این یک سیستم معادلات همزمان را از طریق یک فرمول انتگرالی در هنگام حل آن مقدار متغیرهای میدان ناشناخته در مکان‌های گسسته و در دامنه خود توسعه می‌دهد. سیستم معادلات تولید شده توسط رابطه گالرکین را می‌توان به صورت زیر نشان داد (Wang and Anderson., 1995):



شکل ۳- حرکت مورچه‌ها بین لانه و منبع غذایی

دو پارامتر  $\alpha$  و  $\beta$  در رابطه (۸) جهت تنظیم وزن فرامان و اطلاعات کاوشی مورد استفاده قرار می‌گیرند. تنظیم این پارامترها می‌تواند باعث حرکت به سمت جواب‌های بهتر گردد. هدف از بهنگام‌سازی فرامان، تمرکز بیش‌تر فرآیند جست‌وجوی مورچه‌ها در یک منطقه مناسب از فضای جست‌وجو است که امید آن می‌رود با جست‌وجوی متمرکزتر در آن منطقه به جواب مطلوب‌تری برسیم. بهنگام‌سازی فرامان باعث تقویت بخشی از فضای جست‌وجو می‌شود که به نظر مناسب‌تر می‌رسد. در این صورت، سایر بخش‌های فضای جست‌وجو تضعیف می‌شود. راهکار اصلی برای این فرآیند، تقویت فرامان مسیره‌های انتخاب شده و سپس تخییر فرامان همه مسیره‌ها است که باعث کاهش میزان فرامان با یک شدت نسبی تعریف شده می‌گردد. به طور کلی شکل بهنگام‌سازی فرامان به صورت رابطه (۹) است:

$$\tau_{ij} \rightarrow (1-\rho) \cdot \tau_{ij} + \Delta_{ij} \quad \forall i, j \in [1, n] \quad (9)$$

که در این رابطه  $\rho \in [0, 1]$  پارامتری است که میزان از دست دادن فرامان را، در هر دوره تخییر نشان می‌دهد.  $\Delta_{ij}$  یک مقدار بهنگام‌سازی است که در صورتی که مسیر  $(i, j)$  توسط مورچه طی نشده باشد برابر صفر است. مقدار واقعی  $\Delta_{ij}$  و نیز راهکارهای اعمال آن کلید اصلی تفاوت بین الگوریتم‌های مختلف مورچه است.

### الگوریتم مورچگان نخبه

در الگوریتم مورچگان نخبه در هر تکرار تمامی مسیره‌ها روزآمد می‌شوند و فرامانی اضافی در بهترین مسیری که تا آن تکرار کشف شده است به وسیله  $\sigma$  مورچه نخبه نیز ریخته می‌شود. قانون روزآمد کردن فرامان در الگوریتم مورچگان نخبه به صورت رابطه (۱۰) می‌باشد:

$$\tau_{ij}(t+1) = \rho \tau_{ij}(t) + \Delta \tau_{ij}^{gb}(t) \quad (10)$$

در این رابطه  $\Delta \tau_{ij}^{gb}(t)$  فرامان اضافی ریخته شده در بهترین مسیر تا آن تکرار  $(s^{gb}(t))$  به وسیله  $\sigma$  مورچه نخبه می‌باشد.  $\Delta \tau_{ij}(t)$  تابعی از جواب‌های ساخته شده در تکرار  $t$  می‌باشد که به صورت رابطه (۱۱) بیان می‌گردد:

$$\Delta \tau_{ij}(t) = \sum_{k=1}^m \frac{R}{f(s_k(t))} I_{s_k(t)} \{(i, j)\} \quad (11)$$

در معادله فوق  $m$  تعداد مورچگان جامعه ACO یا تعداد جواب‌های تولید شده در هر تکرار می‌باشد.  $R$  مقدار ثابتی است که ضریب بازگشت فرامان (ضریب جبران فرامان) نامیده می‌شود.  $f$  تابع هدف و  $I_A\{a\}$  تابعی است که مقدار آن به ازای  $a \in A$  برابر با یک است و در غیر این صورت برابر با صفر می‌باشد. در این صورت فقط مورچگانی که از گزینه‌های تصمیم مورد نظر عبور کرده‌اند

مورچه‌های مصنوعی جهت ایجاد جواب‌هایی برای این مسئله از گره‌ای که طراحی شده، شروع کرده و گره بعدی را، جهت رسیدن به گره هدف انتخاب می‌نمایند. برای مثال در شکل فوق برای حرکت مورچه‌ها از لانه به سمت منبع غذایی گره‌های انتخابی مورچه‌ها لانه،  $N1$ ، غذا یا لانه،  $N2$ ، غذا می‌باشد. در طول فرآیند جست‌وجو و یا بعد از رسیدن به هدف نهایی، بسته به عملکرد مورچه، مسیر خود را با فرامان مصنوعی علامت‌گذاری کرده که بر تصمیم‌گیری مورچه‌های دیگر در ساختن گراف تاثیرگذار می‌باشد. جهت یافتن یک جواب خوب و نیز حفظ شباهت با فرآیند جست‌وجوی غذا در مورچه‌های واقعی، در این الگوریتم از فرامان مصنوعی استفاده می‌شود. رابطه (۷) احتمال انتخاب گره‌ای را به وسیله یک مورچه نشان می‌دهد؛ که در آن مقدار  $P_{ij}$ ، احتمال انتخاب گره  $j$  توسط مورچه‌ای است که به گره  $i$  رسیده است.

$$P_{ij} = \frac{\tau_{ij}}{\sum_{h \in S} \tau_{ij}} \quad (7)$$

همان‌طور که در رابطه (۷) مشاهده می‌شود، مقادیر بزرگ فرامان مسیر  $(i, j)$  باعث افزایش احتمال انتخاب آن مسیر می‌گردد که مشابه عملکرد مورچه‌های حقیقی است.  $\sum_{h \in S} \tau_{ij}$  نیز مجموع احتمال همه گزینه‌هایی که مورچه بعد از رسیدن به گره  $i$  می‌تواند انتخاب نماید. در بسیاری از مسائل علاوه بر فرامان، از یک هدایت‌کننده کاوشی نیز برای کمک به مورچه‌ها برای تصمیم‌گیری بهتر نیز استفاده می‌شود. به عنوان مثال در مسئله فروشنده دوره‌گرد که به این صورت تعریف می‌شود که یک فروشنده بایستی از یک شهر (که به تصادف انتخاب می‌شود) حرکت نموده و از همه شهرها یک و تنها یک مرتبه عبور نماید و در نهایت به شهر مبدأ باز گردد؛ میدانیم که اگر فروشنده در شهر  $i$  باشد و دو شهر  $j$  و  $k$  پیش روی او باشد احتمال انتخاب شهری که به شهر  $i$  نزدیک‌تر است بایستی بیشتر باشد. بنابراین کسر یک تقسیم بر فاصله دو شهر را می‌توان به عنوان هدایت‌گر کاوشی در معادله (۷) اعمال نمود و این معادله را به صورت معادله (۸) نوشت. اما در صورتی که هیچ پیش‌فرضی از مسئله نداشته باشیم می‌توان برای انتخاب مسیر از معادله (۷) استفاده نمود یا اینکه  $\eta$  که نشان دهنده هدایت‌کننده کاوشی است را برابر یک در نظر گرفت تا در معادله (۸) عنصری خنثی باشد.

$$P_{ij} = \frac{\tau_{ij}^{\alpha} \times \eta_{ij}^{\beta}}{\sum_{h \in S} \tau_{ih}^{\alpha} \times \eta_{ih}^{\beta}} \quad (8)$$

همان‌گونه که برای فرامان توضیح داده شد، مقادیر کاوشی بزرگ‌تر، سبب افزایش احتمال انتخاب یک مسیر مشخص می‌گردد.

می‌توانند به آن فرمان اضافه نمایند.

$$I_{s_l}(t) = \begin{cases} 1 & \text{اگر مسیر انتخاب شده مسیر بهترین تولید شده در تکرار } t \text{ ام باشد} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

### الگوریتم مورچگان پیشینه-کمینه

در الگوریتم مورچگان پیشینه-کمینه مرزهای دینامیکی برای شدت غلظت فرمان مسیره‌ها تعریف می‌شود؛ به گونه‌ای که غلظت فرمان همه مسیره‌ها در محدوده این مرز تعریف شده قرار بگیرد. که این امر جهت جلوگیری از پدیده همگرایی نابه‌هنگام یا همگرایی زودرس است (Hoos and Stützle., 2000). مرز بالایی فرمان در هر تکرار ( $\tau_{max}$ ) را به صورت فرمول (۱۲) محاسبه نمود:

$$\tau_{max} = \frac{1}{1 - \rho} \frac{\phi}{f(s^{gb}(t))} \quad (12)$$

که  $\rho$ ، ضریب تخبیر فرمان؛  $\phi$  ضریب جبران فرمان (معمولاً  $\phi = 1$ ) و  $f(s^{gb}(t))$  هزینه جواب بهینه در دوره  $t$  ام می‌باشد. مرز پایین فرمان ( $\tau_{min}$ )، نیز از فرمول (۱۳) محاسبه می‌گردد:

$$\tau_{min} = \frac{\tau_{max} (1 - \sqrt[n]{P_{best}})}{(avg - 1) \sqrt[n]{P_{best}}} \quad (13)$$

$P_{best}$  در فرمول فوق برابر است با احتمال این که بهترین جواب بهینه موضعی دوباره تکرار شود؛ avg برابر با میانگین تعداد موقعیت‌های موجود در هر نقطه تصمیم مسئله می‌باشد. فرمول به روزرسانی فرمان را می‌توان به صورت رابطه (۱۴) تعریف نمود.

$$\tau_{ij}(t+1) = \rho \tau_{ij}(t) + \Delta \tau_{ij}^{ib}(t) + \Delta \tau_{ij}^{gb}(t) I_N \left\{ \frac{t}{T_{gb}} \right\} \quad (14)$$

در انتهای هر تکرار فرمان بهترین مسیری که تا آن تکرار طی شده ( $s_l(t)$ ) اصلاح شده و فرمان این مسیر افزایش می‌یابد (جمله  $\Delta \tau_{ij}^{ib}(t)$  در رابطه (۱۵))، و نیز بعد از هر دوره زمانی  $T_{gb}$  فرمان مسیری که تا این تکرار بهترین جواب بهینه موضعی ( $s^{gb}(t)$ ) را تولید کرده است، به‌هنگام‌سازی کرده و فرمان آن مسیر افزایش داده می‌شود (جمله  $\Delta \tau_{ij}^{gb}(t)$  در فرمول (۱۴)). منظور از جمله

$$I_N \left\{ \frac{t}{T_{gb}} \right\}$$

در فرمول فوق این است که هرگاه مقدار  $\frac{t}{T_{gb}}$  عدد صحیح شود، مقدار این عبارت برابر عدد یک است و در بقیه موارد برابر صفر است. مقدار  $\Delta \tau_{ij}^{ib}(t)$  طبق رابطه (۱۵) محاسبه می‌شود:

$$\Delta \tau_{ij}^{ib}(t) = \frac{\phi}{f(s_l(t))} I_{s_l(t)} \{ (i, j) \} \quad (15)$$

که در این رابطه  $\phi$  ضریب جبران فرمان است که معمولاً برابر با یک است،  $s_l(t)$  بهترین جواب حاصله در دوره تکرار  $t$  ام و  $f(s_l(t))$  هزینه بهترین جواب حاصله در دوره تکرار  $t$  ام است.

### الگوریتم مورچگان ترتیبی

در الگوریتم سیستم مورچگان ترتیبی در انتهای هر تکرار  $\sigma$  مورچه نخبه، فرمان بهترین مسیر یافته شده تا آن تکرار را روزآمد می‌کند و  $\sigma - 1$  مورچه که در آن تکرار جواب‌های مناسب‌تری پیدا کرده‌اند، بر روی مسیره‌های خود با ضریبی متناسب با شماره مرغوبیت جواب، فرمان اضافی می‌ریزد (تمامی مورچه‌ها جز بدترین مورچه بر روی مسیر عبوری خود فرمان می‌ریزد). قانون روزآمد (به روز) کردن فرمان در الگوریتم سیستم مورچگان ترتیبی به صورت رابطه (۱۶) می‌باشد:

$$\tau_{ij}(t+1) = \rho \tau_{ij}(t) + \Delta \tau_{ij}^{rank}(t) \quad (16)$$

که در این رابطه  $\Delta \tau_{ij}^{rank}(t)$  بیانگر فرمان ریخته شده به وسیله مورچگان ترتیبی می‌باشد که با معادله (۱۷) نشان داده می‌شود:

$$\Delta \tau_{ij}^{rank}(t) = \sum_{k=1}^{\sigma-1} (\sigma - k) \frac{Q}{f(s_k(t))} I_{s_k(t)} \{ (i, j) \} \quad (17)$$

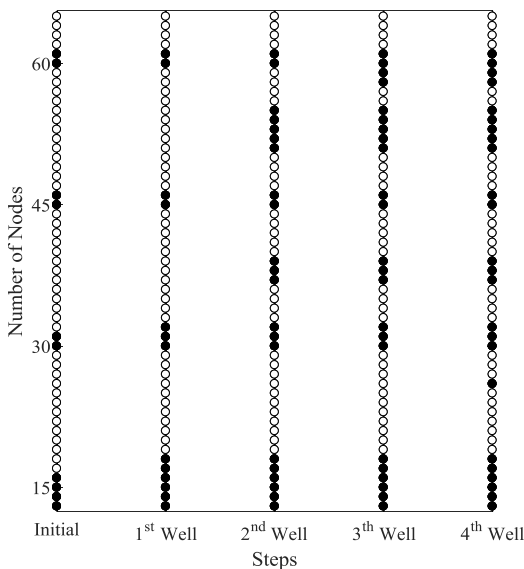
که در این رابطه  $s_k(t)$  مجموعه‌ای از گزینه‌های انتخاب شده به وسیله  $k$  امین مورچه ترتیبی در تکرار  $t$  می‌باشد. گزینه‌های انتخاب شده به وسیله  $k$  امین مورچه ترتیبی از  $\sigma - k$  فرمان اضافی دریافت می‌کنند. دو مزیت عمده فرمول بندی سیستم مورچگان ترتیبی نسبت به الگوریتم‌های مورچگان دیگر عبارتند از: ۱- به جای استفاده از تمامی مورچگان، تنها از مورچگان ترتیبی در فرمان‌ریزی استفاده می‌شود تا فقط اطلاعات مسیره‌های برتر محافظت به عمل آید. ۲- در فرمان‌ریزی مورچگان ترتیبی، اهمیت بیش‌تر به مورچگانی داده می‌شود که جواب‌های بهتری تولید نموده‌اند. به این ترتیب مسیره‌های برتر فرمان بیش‌تر دریافت می‌کنند.

### قیود زنجیره‌ای

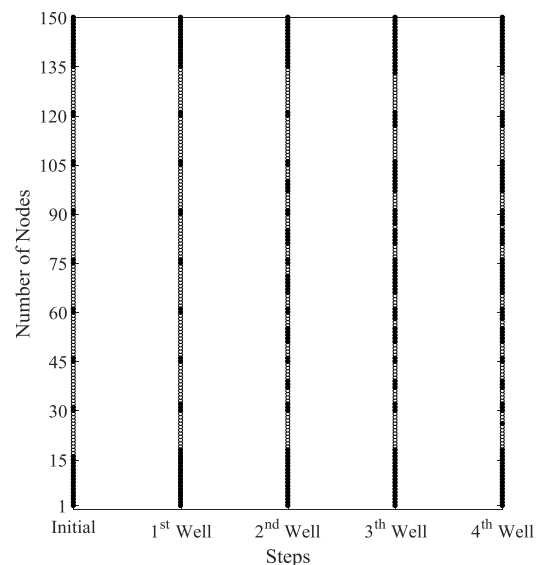
استفاده از الگوریتم مقید برای اولین بار در حل مسئله فروشنده دوره‌گرد و با ایجاد یک لیست ممنوعه برای هر شهر به کار گرفته شد. مسائل مقید سریالی مسائلی هستند که تصمیم در هر مرحله (متغیر تصمیم) به تصمیمات گرفته شده در مراحل قبل (متغیرهای تصمیم قبلی) وابسته است. به طور مثال در مسائل بهره‌برداری مخزن اصلی‌ترین قید مسئله، معادله پیوستگی است؛ که ماهیت این قید، یک قید سریالی است. این بدان معناست که متغیر حجم مخزن در هر گام زمانی به میزان متغیر حجم مخزن در گام زمانی قبل وابسته است و با مشخص بودن مقادیر و محدوده قیود متغیرها در گام زمانی قبل، می‌توان مقادیر و محدوده متغیرها در گام زمانی بعد را محاسبه نمود.

گرفته‌اند در مجموعه گره‌های قابل انتخاب باشند این گره به‌عنوان محل چاه برداشت دوم انتخاب می‌شود ولی در صورتی که حتی یکی از گره‌های واقع در حریم در مجموعه گره‌های قابل انتخاب نباشد، مورچه بایستی گره دیگری را به‌عنوان محل چاه برداشت انتخاب نماید و این عمل تا زمانی ادامه می‌یابد که یک گره به‌عنوان محل چاه انتخاب شود و تمام گره‌های واقع در حریم آن در مجموعه گره‌های قابل انتخاب قرار گیرند. ستون 2<sup>nd</sup> Well گره انتخاب و گره‌های واقع در حریم چاه برداشت دوم را نشان می‌دهد. همین عملی که برای انتخاب گره مربوط به چاه برداشت دوم انجام شد برای چاه‌های سوم و چهارم نیز انجام می‌گیرد تا مورچه آخرین ستون از گراف خود را تکمیل کرده باشد. شکل (۴-ب) نیز قسمتی از این مجموعه ۱۵۰ گره‌ای را نشان می‌دهد که چگونه در هر ستون از گراف تعدادی از مجموعه گره‌های قابل انتخاب کسر می‌شود. لازم به ذکر است، در این تحقیق نحوه تعیین حریم یک چاه به این صورت در نظر گرفته شده است که پس از قرار گرفتن چاه پمپاژ در یک گره، سطح آب زیرزمینی تعیین شود. سپس، این سطح آب با سطح اولیه آب زیرزمینی مقایسه شده و اختلاف آن‌ها در هر گره تعیین شود. حال گره‌هایی که در آن‌ها میزان اختلاف بزرگ‌تر یا مساوی با نیم متر است به‌عنوان گره‌های واقع در حریم چاه معرفی شوند. این عمل برای هر چهار چاه انجام شده و در هر مرحله تعدادی گره از مجموعه گره‌های قابل انتخاب حذف می‌شوند.

در این مسئله هر الگوریتم بایستی موقعیت چهار چاه برداشت را در آبخوان فرضی مشخص کند که با توجه به تابع هدف مقدار افت کلی آبخوان کمینه گردد. در این آبخوان فرضی که تعداد ۱۵۰ گره در آن در نظر گرفته شده است امکان انتخاب گره مرزی به‌عنوان محل حفر چاه برداشت وجود ندارد. بنابراین در همان گام اول این گره‌ها از مجموعه ۱۵۰ گره حذف می‌شوند. نمایش گراف مربوط به الگوریتم جامعه مورچگان و اعمال قیود زنجیره‌ای بر روی آن، تشریح نحوه کارکرد قیود زنجیره‌ای را آسان‌تر می‌کند. پس در گام اول گره‌های مرزی از مجموعه ۱۵۰ گره حذف می‌شوند گره‌های حذف شده در ستون Initial در شکل (۴-الف) ملاحظه می‌گردد. حال تعداد گره‌های قابل انتخاب با توجه به شکل آبخوان فرضی و تعداد گره‌های مرزی برابر ۱۰۴ گره خواهد بود. پس از آن مورچه اولین گره را به‌عنوان محل چاه برداشت انتخاب می‌کند و سپس گره‌هایی که تحت تأثیر این چاه قرار می‌گیرند مشخص شده و این گره‌ها به همراه گره محل چاه از مجموعه گره‌های شدنی حذف می‌شوند که در شکل (۴-الف) این گره‌ها به صورت دایره‌های تو پر در می‌آیند. ستون 1<sup>st</sup> Well نشان می‌دهد که چه گره‌هایی تحت تأثیر چاه برداشت قرار گرفته‌اند و این گره‌ها از حالت دایره‌های کوچک تو خالی به حالت دایره‌های تو پر بزرگ درآمده‌اند. پس از آن مورچه بایستی محل چاه برداشت دوم را مشخص نماید، نحوه انتخاب این گره بدین صورت است که ابتدا گره مربوط به چاه انتخاب شده و حریم آن مشخص می‌شود. حال اگر همه گره‌هایی که در حریم این چاه برداشت قرار



ب



الف

شکل ۴- الف) نحوه به کارگیری قیود زنجیره‌ای در مسئله بهینه‌سازی، ب) قسمتی از گراف شکل (۴-الف)

نتایج و بحث

مورچه‌ها کم باشد، تعداد مسیرهای زیادی وجود خواهد داشت که مورچه‌ای از آن‌ها عبور نکرده و این امر باعث می‌شود که جواب‌های بسیاری اصلاً مورد بررسی قرار نگیرند البته از طرف دیگر تعداد زیاد مورچه‌ها باعث افزایش مدت اجرای برنامه می‌شود که این امر نیز مناسب نخواهد بود. با توجه به گراف تعریف شده و همچنین به کارگیری قیود زنجیره‌ای تعداد ۲۰ مورچه، بهترین جواب با مقدار  $46/1423$  را تولید نموده است. در این الگوریتم پارامترهای  $\alpha$  و  $\beta$  برابر یک در نظر گرفته شدند. زیرا قبلاً گفته شد که بیشتر نسبت این دو پارامتر با هم اهمیت داشته تا مقدار آن‌ها؛ و از طرف دیگر چون هیچ پیش‌زمینه‌ای از این مسئله وجود نداشته و هدایت‌گر کاوشی ( $\eta$ ) برابر یک در نظر گرفته شده لذا هر مقداری برای پارامتر  $\beta$  در نظر گرفته شود هیچ تأثیری در مقدار هدایت‌گر کاوشی نداشته و به همین دلیل مقدار یک برای آن در نظر گرفته شد و به همین ترتیب برای پارامتر  $\alpha$  نیز مقدار یک در نظر گرفته شد.

همان‌طور که گفته شد گام اول برای حل یک مسئله بهینه‌سازی با استفاده از الگوریتم‌های مورچگان تعریف یک گراف مناسب است. با توجه به گسسته بودن مسئله حاضر، گراف به صورت آنچه در قسمت‌های قبل توضیح داده شد تعریف شده و همچنین قیود زنجیره‌ای برای این مسئله بهینه‌سازی به کار گرفته شد. علاوه بر تعیین گراف مناسب بایستی مقادیر مناسب برای پارامترهای الگوریتم نیز مشخص شود. در این الگوریتم، در کنار پارامترهای  $\alpha$  و  $\beta$  که مقادیر یک برای آن‌ها در نظر گرفته شد پارامتر دیگری به نام  $\rho$  وجود داشته که این پارامتر نیز از پارامترهای اصلی، الگوریتم جامعه مورچگان به حساب می‌آیند و تغییر در مقادیر این پارامتر و مقادیر تابع هدف حاصل از آن در جدول (۱) آورده شده است که نتایج حاصل نشان می‌دهد مقدار  $0/99$  برای ضریب  $\rho$  عملکرد الگوریتم را به نحو چشمگیری بهبود می‌بخشد. همچنین در جدول (۲) تغییر در تعداد مورچه‌ها آورده شده است و این جدول نشان می‌دهد که اگر تعداد

جدول ۱- تأثیر میزان تبخیر فرامان بر مقدار تابع هدف در الگوریتم جامعه مورچگان

| مقدار تابع هدف | تعداد تکرار | میزان تبخیر فرامان |
|----------------|-------------|--------------------|
| ۴۶/۹۸۹۴        | ۵۰          | ۰/۰۱               |
| ۵۱/۹۹۷۱        | ۵۰          | ۰/۰۵               |
| ۵۱/۹۳۶۱        | ۵۰          | ۰/۱                |
| ۷۰/۴۸۹۵        | ۵۰          | ۰/۹                |
| ۵۱/۸۵۴۷        | ۵۰          | ۰/۹۵               |
| ۴۶/۱۴۲۳        | ۵۰          | ۰/۹۹               |

جدول ۲- تأثیر تعداد مورچه‌ها بر مقدار تابع هدف در الگوریتم جامعه مورچگان

| مقدار تابع هدف | تعداد تکرار | تعداد مورچه |
|----------------|-------------|-------------|
| ۵۳/۷۹۴۵        | ۵۰          | ۵           |
| ۵۱/۸۵۴۷        | ۵۰          | ۱۰          |
| ۴۹/۸۰۳۴        | ۵۰          | ۱۵          |
| ۴۶/۱۴۲۳        | ۵۰          | ۲۰          |

دست آمد، برای الگوریتم مورچگان نخبه نیز به کار گرفته شد و تنها تعداد مورچه‌های نخبه، در این الگوریتم مورد بررسی قرار گرفت. نتایج مربوط به تعداد مورچه‌های نخبه در جدول (۳) ارائه شده است. همان‌طور که در این جدول ملاحظه می‌گردد زمانی که تعداد مورچه‌های نخبه  $0/3$  تعداد کل مورچه‌ها باشد بهترین جواب حاصل می‌گردد. همچنین نتایج حاصل از پنج مرتبه اجرای الگوریتم مورچگان نخبه در جدول (۳) آورده شده است. بهترین جواب به دست آمده در این پنج اجرا، مقدار  $41/3733$  در اجرای پنجم بوده است.

نحوه عملکرد الگوریتم جامعه مورچگان در شکل (۵) نشان داده شده است. در این شکل ملاحظه می‌گردد که الگوریتم جامعه مورچگان خیلی زود به تقریبی از جواب بهینه سراسری می‌رسد. همگرایی زودرس در الگوریتم‌های فرا ابتکاری همواره به‌عنوان یک نقطه ضعف برای الگوریتم‌ها شناخته شده است زیرا همگرایی زودرس همواره مترادف با به دام افتادن در نقاط بهینه موضعی بوده است.

الگوریتم مورچگان نخبه

مقادیر مناسبی که برای پارامترهای الگوریتم جامعه مورچگان به



جدول ۳- تأثیر درصد نخبه‌های یک مجموعه از مورچه‌ها بر مقدار تابع هدف

| تعداد مورچه | درصد نخبگان | مقدار تابع هدف |
|-------------|-------------|----------------|
| ۲۰          | ۰/۱         | ۵۰/۷۶۲۴        |
| ۲۰          | ۰/۲         | ۵۰/۲۴۵۲        |
| ۲۰          | ۰/۳         | ۴۱/۳۷۳۳        |
| ۲۰          | ۰/۴         | ۵۱/۰۵۴۳        |
| ۲۰          | ۰/۵         | ۵۵/۱۹۹۷        |

می‌ریزند و در الگوریتم مورچگان نخبه تنها مورچه‌های نخبه دارند که فرامان بیشتری بر روی مسیر عبوری خود بریزند و اما در الگوریتم مورچگان ترتیبی همه مورچه‌ها، جز برترین مورچه، حق دارند بر روی مسیر خود فرامان بریزند و میزان این فرامان متناسب با مقدار تابع هدف و البته به رتبه مورچه در کلونی بستگی دارد فرامان اضافه دریافتی را می‌توان کلید کارایی مناسب این الگوریتم در بین الگوریتم‌های مورچگان دانست البته سازگاری الگوریتم با مسئله را نیز نباید نادیده گرفت. نتایج حاصل از پنج مرتبه اجرای الگوریتم‌های مورچگان در جدول (۴) آورده شده است و میانگین، بهترین و بدترین مقدار تابع هدف در پنج مرتبه اجرای الگوریتم‌ها در جدول (۵) نشان داده شده است. جداول (۴) و (۵) نشان می‌دهد که الگوریتم‌های مورچگان ترتیبی و مورچگان نخبه با عملکردی تقریباً یکسان بهترین عملکرد را در بین الگوریتم‌های مورچگان داشته‌اند و پس از آن‌ها، الگوریتم جامعه مورچگان و الگوریتم مورچگان بیشینه-کمینه در رتبه‌های بعدی قرار دارند.

نکته قابل توجه دیگر عدم کارایی مناسب سیستم مورچگان بیشینه-کمینه است. زیرا این الگوریتم طی مکانیسم خاص خود و تعریف دو حد بالا و پایین برای میزان فرامان، اجازه همگرایی سریع الگوریتم مورچگان به بهینه‌های موضعی را نمی‌دهد به این ترتیب انتظار می‌رفت که کارایی این الگوریتم حداقل به اندازه الگوریتم‌های بهبودیافته مورچگان، نظیر الگوریتم مورچگان ترتیبی و نخبه باشد اما برخلاف انتظار این امر حاصل نشد. نحوه عملکرد الگوریتم‌های جامعه مورچگان، مورچگان ترتیبی، مورچگان بیشینه-کمینه و مورچگان نخبه در شکل (۵) نشان داده شده است. همان‌طور که در این شکل ملاحظه می‌گردد تمامی الگوریتم‌های مورچگان خیلی زود به همگرایی می‌رسند.

این همگرایی زودرس به یک بهینه سراسری مناسب را می‌توان به دلیل استفاده از قیود زنجیره‌ای دانست. همگرا شدن سریع الگوریتم مورچگان ترتیبی را می‌توان به‌عنوان یک نقطه قوت تلقی نمود زیرا این محل بهینه یافته شده در فضای جواب‌های شدنی را می‌توان بسیار نزدیک به محل بهینه سراسری دانست از این رو گفته می‌شود که تقریبی مناسب از بهینه سراسری را به دست داده است.

در این الگوریتم نیز همگرایی زودرس در شکل (۵) ملاحظه می‌گردد. همگرایی زودرس در الگوریتم‌های مورچگان را می‌توان در تبخیر سریع فرامان جست‌وجو کرد زیرا با در نظر گرفتن مقدار ۰/۹۹ برای پارامتر  $\alpha$  سریعاً فرامان از مسیرها تبخیر شده و این امر باعث می‌شود که احتمال انتخاب بسیاری از مسیرهایی که شاید مناسب بوده‌اند کم شود و به تبع آن مسیرهای مذکور انتخاب نشود اما ذکر این نکته الزامی است سعی و خطا برای تعیین میزان تبخیر فرامان نشان داده است که میزان ۰/۹۹ برای پارامتر  $\alpha$  بهترین عملکرد این الگوریتم را حاصل نموده است.

#### الگوریتم مورچگان بیشینه کمینه

با وجود این که در الگوریتم مورچگان بیشینه-کمینه دو محدوده بالا و پایین برای فرامان ریخته شده بر روی مسیرها در نظر گرفته می‌شود تا با این رویکرد از به دام افتادن در بهینه‌های موضعی دوری شود و به این ترتیب کارایی الگوریتم بهبود یابد اما در شکل (۵) همگرایی نابهنگام به خوبی مشهود است و دلیل این امر را می‌توان در تبخیر سریع فرامان جست‌وجو نمود. از طرف دیگر دلیل عملکرد نامناسب الگوریتم مورچگان بیشینه-کمینه نسبت به دیگر الگوریتم‌های مورچگانی که تاکنون مورد بررسی قرار گرفته‌اند را می‌توان این موضوع دانست که تبخیر سریع فرامان باعث کاهش احتمال انتخاب مسیرهای عبوری توسط مورچه‌ها شده و به این ترتیب مسیرهایی که توسط مورچه‌ها منتخب و غیرمنتخب تقریباً دارای فرامان یکسان بوده‌اند و از طرف دیگر چون فرامان ریخته شده در مسیر به یک بازه کوچک محدود می‌شود لذا باز هم احتمال انتخاب مسیرهای منتخب بالا نخواهد رفت و به همین ترتیب طی تکرارهای متوالی هیچ تفاوتی بین مسیرهای منتخب و غیر منتخب وجود نداشته و گویا مورچه‌ها در مسیرهای تصادفی و بدون توجه به دیگر اعضای کلونی به انتخاب مسیر پردازند.

#### الگوریتم مورچگان ترتیبی

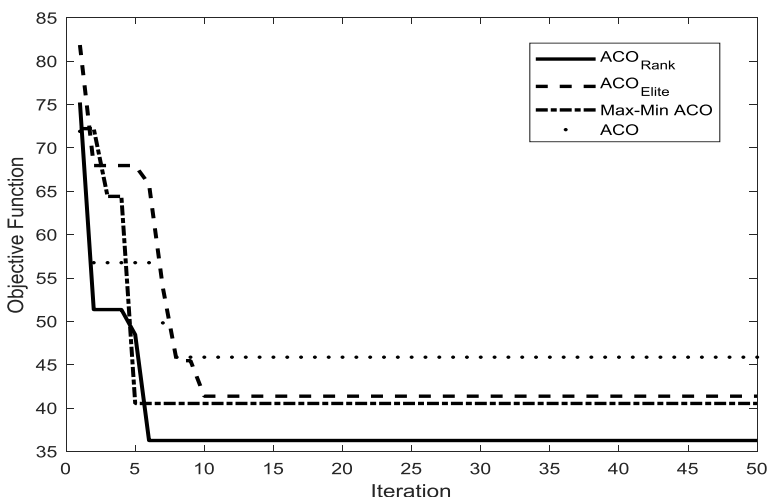
در الگوریتم جامعه مورچگان همه مورچه‌ها با توجه به مقدار تابع هدفی که محاسبه نموده‌اند بر روی مسیر عبوری خود فرامان

جدول ۴- نتایج حاصل از پنج مرتبه اجرای الگوریتم‌های مورچگان

| شماره اجرا  | ۱       | ۲       | ۳       | ۴       | ۵       |
|-------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| تعداد تکرار | ۵۰      | ۵۰      | ۵۰      | ۵۰      | ۵۰      |
| ACO Rank    | ۳۶/۲۶۲۳ | ۴۱/۹۴۷۸ | ۳۶/۷۱۷۸ | ۳۸/۰۴۵۳ | ۴۵/۱۹۸۴ |
| ACO elite   | ۴۱/۳۷۳۳ | ۴۲/۱۹۱۳ | ۴۴/۳۵۴۴ | ۴۳/۹۳۷۴ | ۴۰/۵۳۴۳ |
| ACO         | ۴۶/۱۴۲۳ | ۴۹/۸۱۸۳ | ۴۹/۴۹۲۷ | ۴۵/۸۶۸۴ | ۴۷/۴۶۵۷ |
| MMAS        | ۴۹/۲۱۲۰ | ۵۳/۸۱۳۶ | ۴۰/۵۳۴۳ | ۵۲/۸۰۰۵ | ۵۷/۶۴۸۳ |

جدول ۵- مشخصات آماری عملکرد الگوریتم‌های مورچگان در پنج مرتبه اجرا

| الگوریتم  | میانگین مقادیر تابع هدف | بهترین مقدار تابع هدف | بدترین مقدار تابع هدف |
|-----------|-------------------------|-----------------------|-----------------------|
| ACO Rank  | ۳۹/۶۳۴۳                 | ۳۶/۲۶۲۳               | ۴۵/۱۹۸۴               |
| ACO elite | ۴۲/۴۷۸۱                 | ۴۰/۵۳۴۳               | ۴۹/۴۷۶۵               |
| ACO       | ۴۷/۷۵۷۵                 | ۴۵/۸۶۸۴               | ۴۹/۴۹۲۷               |
| MMAS      | ۵۰/۸۰۲۶                 | ۴۰/۵۳۴۳               | ۵۷/۶۴۸۳               |



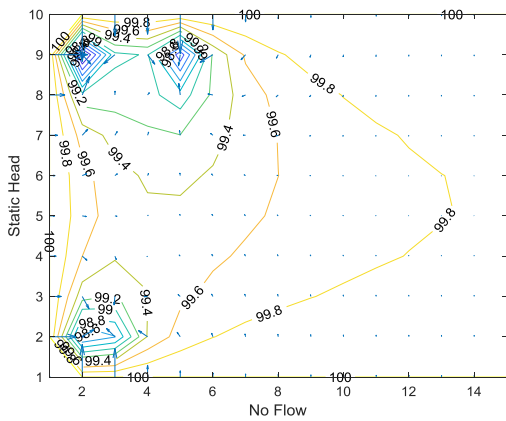
شکل ۵- نحوه عملکرد الگوریتم‌های ACO، ACORank، ACOElite و MMACO در حل مسئله بهینه‌سازی

هم قرار ندارند. در شکل (۶-ب) نیز خطوط پتانسیل (هم بار هیدرولیکی) و جهت جریان آب زیرزمینی نشان داده شده است. همان‌طور که در این شکل ملاحظه می‌گردد اضلاع غربی، شمالی و جنوبی دارای بار هیدرولیکی ثابت و برابر با صد متر هستند زیرا در ضلع غربی به دلیل وجود رودخانه بار هیدرولیکی ثابت بوده و مرز با بار هیدرولیکی ثابت وجود دارد و در مرزهای شمالی و جنوبی نیز مرز بدون جریان وجود داشته اما در مرز شرقی مرز با شرایط جریان ورودی ثابت بوده است. نتایج حاصل از درون یابی سطح آب زیرزمینی برای الگوریتم مورچگان تربیتی نیز در شکل (۶-ج) آورده شده است. همچنین گراف سه بعدی تغییرات آب و سطح آب زیرزمینی در هنگام برداشت از چاه‌های پمپاژ در شکل (۶-د) آورده

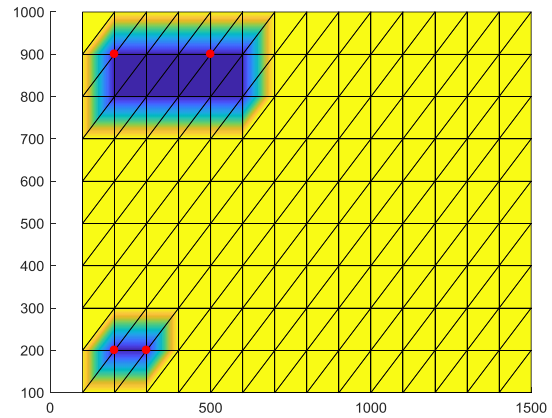
در شکل (۶-الف) محل هر چهار چاه برداشت در کنار هم و در یک شکل ارائه شده است. همچنین گره‌های واقع در حریم و گره‌هایی که در حریم قرار نگرفته‌اند مشخص هستند. شاید در این شکل به نظر آید دو چاهی که در ضلع جنوبی آبخوان قرار گرفته‌اند در حریم یکدیگر قرار دارند اما در حریم یکدیگر نیستند زیرا گره مشترکی که تحت تأثیر حریم این دو چاه باشد وجود ندارد. از طرف دیگر شبکه بندی آبخوان به گونه‌ای بوده است که هر دو گره مجاور، فاصله‌ای برابر با ۱۰۰ متر دارند و با توجه به این فاصله، هدایت هیدرولیکی ناحیه جنوبی آبخوان و دبی برداشتی از چاه‌های دو و چهار و مهم‌تر از همه عدم وجود گره مشترک که تحت تأثیر حریمی قرار گرفته باشد. می‌توان گفت که حریم این دو چاه هیچ‌گاه در تداخل با

حداکثر افت آب در آبخوان حدود ۲/۵ متر است.

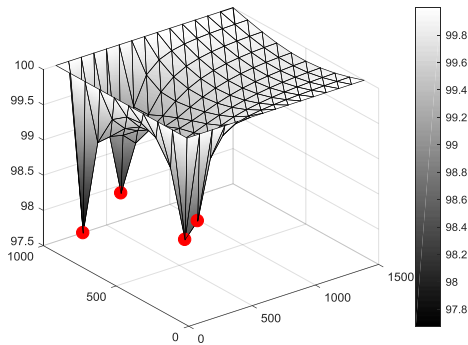
شده است. همان‌طور که در این شکل‌ها ملاحظه می‌گردد در انتها که سطح آب زیرزمینی افت پیدا کرده و شرایط آن به تعادل می‌رسد؛



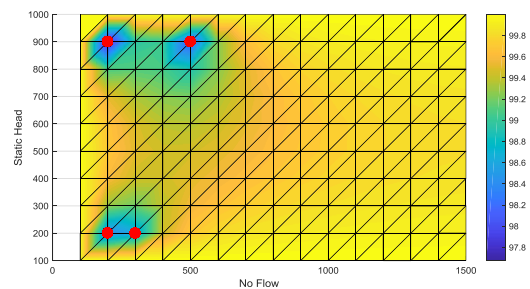
ب



الف



د



ج

شکل ۶- نمایی از آبخوان فرضی و محل بهینه چاه‌های برداشت

زیرزمینی با روش اجزای محدود تخمین زده شد. پس از آن چهار چاه برداشت با دبی‌های برداشت متفاوت در نظر گرفته شد که الگوریتم‌های فرا ابتکاری بایستی موقعیت این چاه‌ها را به گونه‌ای بهینه یابی می‌نمودند که میزان افت سطح آب زیرزمینی در کل این آبخوان نسبت به سطح اولیه کمترین مقدار را داشته باشد. در این تحقیق از چهار الگوریتم فرا ابتکاری استفاده شد که به ترتیب الگوریتم‌های جامعه مورچگان (ACO)، مورچگان نخبه (ACO Elite)، مورچگان بیشینه-کمینه (Max-Min ACO) و مورچگان ترتیبی (ACO Rank) بوده است. نتایج نشان داد همه الگوریتم‌ها توانایی تلفیق با روش اجزای محدود را دارند. الگوریتم‌های مورچگان ترتیبی و مورچگان نخبه در بین الگوریتم‌های مورچگان با میانگین مقادیر تابع هدف ۳۹/۶۳ و ۴۲/۴۸ کارایی بالایی در حل این مسئله بهینه‌سازی از خود نشان دادند؛ که دلیل آن را می‌توان در نحوه به روز رسانی فرمان در این دو الگوریتم جست‌وجو نمود. پس از این دو

## نتیجه‌گیری

در این تحقیق کارایی تلفیق روش اجزای محدود و الگوریتم‌های فرا ابتکاری در کمینه‌سازی میزان افت سطح آب زیرزمینی مورد بررسی قرار گرفت. برای این منظور یک آبخوان فرضی به مساحت یک و نیم کیلومتر مربع در نظر گرفته شد و به المان‌های مثلثی شکل تقسیم گردید که در آن تعداد المان‌ها برابر ۲۵۲ المان و تعداد گره‌ها ۱۵۰ بوده است. در این آبخوان که به صورت مستطیل شکل بوده در ضلع شرقی مقدار جریان ثابتی وارد آبخوان شده و لذا شرایط مرزی با جریان با ورودی معلوم بوده است در ضلع غربی یک رودخانه در نظر گرفته شد که شرایط مرزی با بار هیدرولیکی ثابت را به وجود آورد. در دو ضلع شمالی و جنوبی نیز شرایط به صورت مرز بدون جریان در نظر گرفته شد. پس از آن که ویژگی‌های آبخوان فرضی تعیین گردید بدون در نظر گرفتن هیچ چاه برداشتی سطح آب

- Blaszyk, T., Gorski, J., 1981. Ground-Water Quality Changes during Exploitation Groundwater. 19:28-33
- Chang, L.C., Shoemaker, C.A., Liu, P.L.F., 1992. Optimal time-varying pumping rates for groundwater remediation: Application of a constrained optimal control algorithm Water Resources Research. 28:3157-3173
- Craig, J., Rabideau, A., 2006. Finite element transport modeling using analytic element flow solutions Water resources research, 42
- Das, A., Datta, B., 2001. Application of optimisation techniques in groundwater quantity and quality management Sadhana. 26:293-316
- Famiglietti, J.S., Lo, M., Ho, S.L., Bethune, J., Anderson, K.J., Syed, T.H., ... & Rodell, M., 2011. Satellites measure recent rates of groundwater depletion in California's Central Valley. Geophysical Research Letters. 38(3).
- Gaur, S., Chahar., B.R., Graillot, D., 2011. Analytic elements method and particle swarm optimization based simulation-optimization model for groundwater management Journal of hydrology 402:217-227
- Gautam, D., Prajapati, R., 2014. Drawdown and dynamics of groundwater table in Kathmandu valley, Nepal The Open Hydrology Journal 8
- Hoos, H.H., Stützel, T., 2000. SATLIB: An online resource for research on SAT. Sat. 283-292.
- Ketabchi, H., Ataie-Ashtiani, B., 2015. Evolutionary algorithms for the optimal management of coastal groundwater: a comparative study toward future challenges Journal of Hydrology 520:193-213
- Mahar, P.S., Datta, B., 2000. Identification of pollution sources in transient groundwater systems Water Resources Management 14: 209-227
- Mantoglou, A., 2003. Pumping management of coastal aquifers using analytical models of saltwater intrusion Water resources research. 39
- Mantoglou, A., Papantoniou, M., 2008. Optimal design of pumping networks in coastal aquifers using sharp interface models Journal of hydrology. 361:52-63.
- McKinney, D., Lin, M., 1992. Design methodology for efficient aquifer remediation using pump and treat systems IN: Computational Methods in Water Resources IX 2
- Peralta, R.C., Forghani, A., Fayad, H., 2014. Multiobjective genetic algorithm conjunctive use optimization for production, cost, and energy with dynamic return flow Journal of Hydrology 511:776-785
- Pokrajac, D., Lazic, R., 2002. An efficient algorithm for high accuracy particle tracking in finite elements Advances in Water Resources. 25: 353-369
- الگوریتم، الگوریتم‌های جامعه مورچگان و الگوریتم مورچگان پیشینه‌کمیته به ترتیب با میانگین مقادیر تابع هدف ۴۷/۷۶ و ۵۰/۸۰ در رتبه‌های بعدی قرار گرفتند. همچنین نتایج نشان داد الگوریتم‌ها تمایل دارند که محل چاه‌های در نزدیکی ضلع شرقی که رودخانه وجود دارد (بار هیدرولیکی ثابت) انتخاب نمایند از طرفی دیگر تمایل دارند چاه‌هایی که دبی برداشتی از آن‌ها بیشتر است در قسمت‌هایی از آبخوان حفر شوند که میزان هدایت هیدرولیکی در آن‌ها کم بوده و به طبع میزان افت سطح آب زیرزمینی در آن‌ها کمتر است. این تمایل الگوریتم‌ها از آنجا ناشی می‌شود که تابع هدف به صورت کمیته‌سازی میزان افت سطح آبخوان تعریف شده است. موارد مذکور نشان از کارایی مناسب و سازگاری الگوریتم‌ها با مسئله بهینه‌سازی حاضر دارد.

### تشکر و قدردانی

این مقاله برگرفته از طرح تحقیقاتی مصوب دانشگاه بیرجند می‌باشد. از این رو نویسندگان مقاله از دانشگاه بیرجند به خاطر تأمین هزینه‌های مالی کمال تشکر را دارند.

### منابع

- Ahlfeld, D.P., Baro-Montes, G., 2008. Solving unconfined groundwater flow management problems with successive linear programming Journal of water resources planning and management. 134:404-412
- Ahlfeld, D.P., Heidari, M., 1994. Applications of optimal hydraulic control to ground-water systems Journal of Water Resources Planning and Management. 120: 350-365
- Al-Naem, A.A., 2014. Effect of excess pumping on groundwater salinity and water level in Hail region of Saudi Arabia Research Journal of Environmental Toxicology. 8:124
- Atwood, D.F., Gorelick, S.M., 1985. Hydraulic gradient control for groundwater contaminant removal Journal of Hydrology. 76:85-106
- Ayvaz, M.T., Karahan, H., 2008. A simulation/optimization model for the identification of unknown groundwater well locations and pumping rates Journal of Hydrology. 357:76-92
- Babbar-Sebens, M., Minsker, B.S., 2012. Interactive genetic algorithm with mixed initiative interaction for multi-criteria ground water monitoring design Applied Soft Computing. 12:182-195
- Badv, K., Deriszadeh, M., 2005. Wellhead protection area delineation using the analytic element method Water, Air, & Soil Pollution.161:39-54
- Bear, J., 2012. Hydraulics of groundwater. Courier Corporation,

- management model in western Daqing city. In: Proc. 7th National Congress on Hydrodynamics and 19th National Conf. on Hydrodynamics. 1157-1167
- Wang, H.F., Anderson, M.P., 1995. Introduction to groundwater modeling: finite difference and finite element methods. Academic Press,
- Willis, R. 1983. A unified approach to regional groundwater management Groundwater hydraulics. 392-407
- Yu, F., Lu, W., Li, P., Xin, X., Li, J., 2012. Dynamic optimal control for groundwater optimization management with covariates Journal of Hydroinformatics. 14:386-394
- Prickett, T.A., 1979. Ground-Water Computer Models—State of the Art Groundwater. 17:167-173
- Scanlon, B., Reedy, R., Gates, J., 2010. Effects of irrigated agroecosystems: 1. Quantity of soil water and groundwater in the southern High Plains, Texas Water Resources Research. 46
- Steward, D.R., Allen, A.J., 2013. The Analytic Element Method for rectangular gridded domains, benchmark comparisons and application to the High Plains Aquifer Advances in water resources. 60. pp.89-99
- Wagner, B.J., 1995. Recent advances in simulation-optimization groundwater management modeling Reviews of Geophysics 33:1021-1028
- Wang, H., Shu, Y.A., 2005. Study on ground water resources multi-objective dynamic programming

## Application of the FEM-ACO Hybrid Model in Determining the Optimum Locations for Pumping Wells

A. Akbarpour<sup>1\*</sup>, M. Javad Zeynali<sup>2</sup>, M. Nazeri Tahroudi<sup>2</sup>

Received: Jon.03, 2019

Accepted: Feb.05, 2019

### Abstract

In this paper, an optimization simulation hybrid model is used to evaluate the optimum pumping policy in an artificial aquifer. In this study, the groundwater level drop was investigated in a hypothetical free aquifer with a surface area of 1.5 square kilometers and three different hydraulic conductivity with a thickness of 100 meters, as well as ten pumping wells. In order to estimate the groundwater level of the aquifer, the finite element method was used and to optimize the position of the wells, used the algorithm of the ant colony and finally the FEM-ACO model was presented. The position of wells with a specific discharge is optimized to minimize groundwater level losses in the aquifer. In this regard, the number of different number of ants, the effect of Foramen evaporation and the effect of the elite percentage of an ant collection on the value of the objective function were investigated. The results showed that sequencer antler algorithms and elite ant anchor algorithms with almost identical performance have the best performance among the antler algorithms, and after that, the antler community algorithm and the max-minimal ant antler algorithm are in the next ranks. All of the ant colony algorithms arrived too quickly into convergence, which makes this early convergence a suitable global optimum due to the use of chain constraints. Finally, after considering the proposed model, the proper position of the wells was determined. The results also showed that the maximum water loss in the aquifer is about 2.5 m.

**Keywords:** Ant algorithm, Aquifer, Finite Element, Groundwater, Hydraulic conduction, Optimization

1 - Associate Professor, Department of Civil Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran

2 - Ph.D Candidate, Department of Water Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran

3- Ph.D Candidate, Department of Water Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran

(\* - Corresponding Author Email: akbarpour@birjand.ac.ir)