Iranian Journal of Irrigation and Drainage
No. 5, Vol. 13, Dec.-Jan. 2019, p. 1246-1256

نشریه آبیاری و زهکشی ایران
شماره۵، جلد ۱۳، آذر - دی ۱۳۹۸، ص. ۱۲۵۶-۱۲۴۶

شبیه سازی عددی تغذیه آب زیرزمینی از طریق چاه تزریق با روش بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین

فاطمه دولابی[۱]، ابوالفضل اکبرپور[۲*]، محمد اکبری[۳]، علی محتشمی[۴]

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۱/۱۹ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۴/۱۰

چکیده

آب به عنوان یکی از اساسی‌ترین نیازهای بشری از دیرباز مورد توجه و استفاده انسان بوده است. مصارف گوناگون آب همچون استفاده از آن در صنعت، کشاورزی و مصرف خانگی از یک سو و کمبود آن از سوی دیگر سبب بهره‌برداری از منابع آب زیرزمینی شده است. برداشت بی‌رویه از آبخوان‌ها در شرایط رخداد خشکسالی در دهه‌های اخیر سبب شده است تا منابع آب زیرزمینی با افت شدیدی روبه‌رو شود. تغذیه آبخوان‌ها از طریق تزریق چاه یکی از روش‌ها برای احیای منابع آب زیرزمینی قلمداد می‌شود. هدف اصلی در این مطالعه بررسی تاثیر چاه تزریق در تغذیه آبخوان آزاد با استفاده از روش عددی بدون شبکه پتروو-گالرکین محلی است. تابع تقریب و تابع وزن استفاده شده در این مطالعه تابع حداقل مربعات متحرک و کیوبیک اسپلاین می‌باشد. سطح آب زیرزمینی در حالت بهره‌برداری در شرایط غیرماندگار مدل‌سازی گردید. و نتایج حاصل از آن با روش تفاضل محدود، المان محدود و حل تحلیلی مقایسه شد. خطای کم روش بدون‌شبکه حاکی از دقت مطلوب این روش می‌باشد. سپس آبخوان در حالت تغذیه مدل‌سازی گردید و ارتفاع آب بالا آمده ناشی از آن مشخص شد. نهایتا تحلیل حساسیت بر روی پارامترهای ضریب انتقال، آبدهی ویژه و نرخ دبی برداشت صورت گرفت. سطح آب بالا آمده وابستگی بیشتری به پارامترهای ضریب انتقال و نرخ دبی نسبت به ضریب آبدهی ویژه دارد.

واژه‌های کلیدی: آبخوان آزاد، تغذیه آبخوان، روش عددی بدون المان

مقدمه

آب‌های زیرزمینی یکی از منابع حیاتی تامین آب مصرفی در رفع نیازمندی‌های جوامع بشری می‌باشد. با افزایش بی‌رویه جمعیت کشور و عدم توجه به چگونگی بهره‌برداری بهینه از آب‌های زیرزمینی، این منبع حیاتی را همانند سایر منابع، دستخوش تغییراتی کرده است. از این‌رو نیاز به مدیریت و مهندسی منابع آب زیرزمینی حائز اهمیت می‌باشد. محدودیت استفاده از آب‌های سطحی سبب شده است، که آب‌های زیرزمینی نقش مهمی در تامین آب مورد نیاز داشته باشد، استفاده مستمر از آب‌های زیرزمینی سبب افت آن می‌شود و می‌توان با استفاده درست از جریان‌های سطحی و سیلابی بستر مناسبی را برای ذخیره آب و تغذیه مصنوعی سفره‌های آب زیرزمینی فراهم نمود.

شبیه‌سازی آبخوان با استفاده از مدل‌های رایانه و ریاضی بهترین روش برای بررسی وضعیت آبخوان چه از نظر کمّی و چه از نظر کیفی می‌باشد. بدین منظور، برای حل معادلات آب‌های زیرزمینی در آبخوان‌هایی با هندسه نامنظم از روش‌های عددی استفاده می‌شود. روش عددی، به تنظیم، مطالعه و اعمال شیوه‌های تقریبی محاسباتی برای حل آن دسته از مسائل ریاضیات پیوسته می‌پردازد که با روش تحلیلی و دقیق قابل حل نیستند. مهم‌ترین مزایای روش‌های عددی در مقایسه با سایر روش‌ها را باید در توانایی مدلسازی آن‌ها در زمان کوتاه و همچنین قابلیت کاربرد آن برای مسائل متنوع دانست.

روش‌بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین یکی از روش‌های عددی است که برای تقریب متغیر میدان و نیز انتگرال‌گیری عددی معادلات سیستم نیازی به شبکه ندارد. روش‌های بدون شبکه، روش‌های جدیدی برای مدلسازی آب زیرزمینی می‌باشد و تاکنون مطالعات اندکی در این زمینه صورت گرفته است. به طوریکه متگانوکار و الدو به مدلسازی جریان آب زیرزمینی با استفاده از روش مرتب سازی

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی عمران گرایش مهندسی و مدیریت منابع آب، دانشگاه بیرجند
۲- دانشیار دانشکده فنی و مهندسی، گروه عمران، دانشگاه بیرجند
۳- استادیار دانشکده فنی مهندسی، گروه عمران، دانشگاه بیرجند
۴- دانشجوی دکتری عمران، مهندسی و مدیریت منابع آب دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان
(* - نویسنده مسئول: Email: akbarpour@birjand.ac.ir)

www.SID.ir

Archive of SID

نقاط[1] بر پایه توابع شعاعی چند ربعی[2] پرداختند. آن‌ها از یک آبخوان یک بعدی و دو آبخوان دو بعدی یکی با هندسه ساده و دیگری با هندسه نامنظم استفاده کردند. نهایتا نتایج خود را با نتایج حاصل از مدل المان‌های محدود مقایسه نمودند. نزدیکی مقادیر بدست آمده گواه دقت بالای این روش عددی بود (Mategaonkar & Eldho, 2011). کواریک و موزیک، برای مدلسازی کوپل معادله جریان آب زیرزمینی و معادله انتقال از روش بدون‌شبکه شعاعی[3] بر پایه معادلات انتگرالی و توابع شعاعی چند ربعی در یک آبخوان دو بعدی با هندسه ساده استفاده کردند و نتایج خود را با نتایج حل دقیق و روش‌های عددی دیگر مقایسه کردند (Kovarik and Muzik, 2013). سواتهی و الدیهو آب زیرزمینی را با استفاده از روش تقریب محلی پتروو- گالرکین و توابع شعاعی گوسی در حالت ماندگار و غیرماندگار مدل‌سازی نمودند و نتایج مدل‌سازی خود را با روش تفاضل محدود مقایسه نمودند(Swathi and Eldho, 2013; 2014). کولکارنی به شبیه‌سازی عددی تغذیه آب زیرزمینی از طریق چاه تزریق با استفاده از روش‌های تفاضل محدود[4] و اجزای محدود[5] پرداخت، و نتایج شبیه‌سازی خود را با مقدار تحلیلی آن مقایسه کرد (Kulkarni, 2015). قضا و همکاران با هدف بررسی اثر چاه تغذیه در کاهش افت با استفاده از روش تفاضل محدود اقدام نمودند. آن‌ها بر روی یک آبخوان واقع در عربستان به نام ساک مطالعات خود را انجام دادند. در این آبخوان ۳۴ حلقه چاه برداشت در آن حفر شده است. و در این پژوهش اثر ۶ چاه تزریق جهت کنترل میزان افت سطح آب زیرزمینی مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج مطالعه حاکی از آن بود که با ایجاد چاه تزریق به آبخوان میانگین افت در افق ۳۰ساله آینده تا ۳۰٪ کاهش خواهد داشت(Ghazaw et al. 2014). قبادیان و بهرامی (۱۳۹۵) به منظور بررسی کمّی و کیفی اجرای طرح تغذیه مصنوعی با استفاده از نرم افزار GMS[6] و با اتکا بر روش تفاضل محدود پرداختند. آن‌ها در این مطالعه به تخمین میزان بالاآمدگی آب در طی۵ ماه نمودند. نتایج مطالعه حاکی از آن است که بیشترین بالاآمدگی سطح آب زیرزمینی ۱۹ سانتیمتر و در فروردین ماه بوده است. محتشمی و همکاران در سال ۲۰۱۷ در دو پژوهشی متفاوت با استفاده از روش بدون‌شبکه محلی پتروو-گالرکین[7] به منظور تهیه مدل جریان آب زیرزمینی پرداختند. در این روش تابع تقریب حداقل مربعات متحرک[8] به عنوان تابع درونیاب و کیوبیک اسپیلاین به عنوان تابع وزن به‌کار می‌رفت، و در نهایت سطح آب زیرزمینی در دو حالت ماندگار و غیرماندگار برای آبخوان بیرجند محاسبه شد(Mohtashami et al. 2017a; 2017b). آن‌ها همچنین در مطالعه‌ای جدید حریم کمّی چاه‌ها را به کمک این روش عددی با دقت بالایی در دو آبخوان محصور و آزاد ترسیم کردند (محتشمی و همکاران، ۱۳۹۸).

هدف اصلی در این تحقیق تهیه مدل جریان آب زیرزمینی تحت تاثیر چاه تزریق می‌باشد. این مطالعه با حل معادله جریان آب زیرزمینی به کمک روش بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین بر روی یک آبخوان آزاد (یک نمونه استاندارد) در حالت غیرماندگار صورت گرفت. در این روش، تابع تقریب حداقل مربعات متحرک به عنوان تابع درونیاب و تابع کیوبیک اسپیلاین به عنوان تابع وزن به‌کار رفت. در نهایت سطح آب زیرزمینی تحت تاثیر چاه تزریق در حالت غیرماندگار برای نمونه استاندارد محاسبه شد و نتایج آن با نتایج حاصل از روش‌های اجزای محدود و تفاضل محدود مقایسه و همچنین تحلیل حساسیت مولفه‌های قابلیت انتقال و آبدهی ویژه مورد ارزیابی قرار گرفت.

مواد و روش‌ها

روش بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین

روش بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین توسط آتلوری و ژو (۱۹۹۸) برای حل معادله پتانسیل استفاده شد. هدف این روش حل معادلات حاکم در هر نقطه با استفاده از اطلاعات موجود در دامنه محلی نقاط است. این روش با اعمال معادله حاکم در هر نقطه و تجمیع مقادیر همه نقاط در دو ماتریس بار و سختی، مجهولات را محاسبه می‌کند. این روش در هیچ یک از مراحل پیش‌پردازش و پردازش، شبکه‌بندی را انجام نمی‌دهد. دو تابع مورد نیاز برای انجام محاسبات در این روش تابع تقریب و تابع وزن هستند که به ترتیب حداقل مربعات متحرک و اسپلاین نام دارند(Liu and Gu, 2005; Atluri and Zhu, 1998).

تابع حداقل مربعات متحرک

روشی ساده و موثر جهت تخمین پارامتر مجهول به کمک دیگر نقاط پخش شده در محدوده دامنه است(Beleytchco et al. 1994). با توجه به گستردگی استفاده از این تابع جهت تقریب‌سازی، نحوه تقریب سازی در ادامه توضیح داده می‌شود. هدف از این تابع، تقریب مقدار $\psi(x,t)$ در یک مکان و زمان مشخص است. بنابراین به ازای $x \in \Omega_x$ پارامتر مجهول $\psi^h(x,t)$ برای همه زمان‌ها توسط رابطه ۱ محاسبه می‌شود:

$$\Psi^h(x,t) = P^T(x)a(x,t) \qquad \forall x \in \Omega_x \qquad (۱)$$

که در آن $P^T(x)$ تک جمله‌ای‌های پایه است که درجه و تعداد

1- Point Collocation method
2- Quadratic Radial function
3- Radial Meshless method
4- Finite Difference method
5- Finite Element method
6- Groundwater Flow Modeling
7- Meshless local-Petrov Galerkin
8- Moving Least Squares Approximation Function

www.SID.ir

Archive of SID

تک جمله‌ای‌های مورد استفاده از مثلث خیام-پاسکال را نشان می‌دهد(Liu and Gu, 2005). همچنین $a(x,t)$ بردار ضرایب مجهول بوده که وابسته به مکان و زمان می‌باشد (Akbari et al. 2010). در مطالعه حاضر از تابع چند جمله‌ای درجه دو $P^T(x)=[1\ x\ y\ x^2\ xy\ y^2]$، با شش جمله استفاده شده است.

ضرایبی مجهول که در بردار $a(x,t)$ قرار گرفته‌اند با حداقل‌سازی نرم گسسته تابعی که در رابطه ۲ ذکر شده است بدست می‌آیند.

$$J\big(a(x,t)\big)=\sum_{I=1}^{N_d} W_I(x)\big[P^T(X_I)a(x,t)-\hat{\psi}_I(t)\big]^2 \qquad (۲)$$

که در آن $W_I(x)$ تابع وزن مرتبط با نقطه I است که برای همه نقاط این تابع در دامنه وزن مثبت می‌باشد ($W_I(x)>0$). همچنین X_I موقعیت نقطه I در ماتریس x هاست و N_d تعداد نقاط داخل دامنه Ω_x می‌باشد که شرط مثبت بودن تابع وزن را ارضا می‌کنند.

نهایتا بعد از انجام چندین ساده‌سازی ریاضی و جابه‌جایی روابط ۳ و ۴ استخراج می‌شوند:

$$\psi^h(x,t)=\sum_{I=1}^{N_d}\phi_I(x)\psi_I(t)=\Phi^T(x)\hat{\Psi}(t) \qquad (۳)$$

$$\psi^h(x,t)=\psi_I\neq\hat{\psi}_I(t),\quad x\in\Omega_x \qquad (۴)$$

که در آن:

$$\hat{\Psi}(t)=[\hat{\psi}_1(t)\ \hat{\psi}_1(t)\ \dots\ \hat{\psi}_{N_d}(t)]^2 \qquad (۵)$$

$$\Phi^T(x)=\big[\phi_1(x)\ \ \phi_2(x)\ \ \dots\ \ \phi_{N_d}(x)\big]=P^T(x)A^{-1}(x)B(x) \qquad (۶)$$

و ماتریس‌های A و B به ترتیب در روابط ۷ و ۸ تعریف می‌شوند.

$$A(x)=\sum_{I=1}^{N_d}W_IP(x_I)P^T(x_I) \qquad (۶)$$

$$B(x)=[W_1P(x_1)\ \ W_2P(x_2)\ \dots\ W_{N_d}P(x_{N_d}) \qquad (۷)$$

تابع وزن $W_I(x)$ از نوع اسپلاین درجه ۳ با دامنه مستطیلی است که توسط فرمول ۹ محاسبه می‌شود(Liu, 2002):

$$\mathrm{W}(\mathrm{x}-x_i)=W_i(x)=\begin{cases}\frac{2}{3}-4\bar{\mathrm{r}}_\mathrm{i}^2+4\bar{\mathrm{r}}_\mathrm{i}^3 & \bar{r}_i\le 0.5\\ \frac{4}{3}-4\bar{\mathrm{r}}_\mathrm{i}+4\bar{\mathrm{r}}_\mathrm{i}^2-\frac{4}{3}\bar{\mathrm{r}}_\mathrm{i}^3 & 0.5\le\bar{r}_i\le 1\\ 0 & \bar{r}_i\ge 1\end{cases} \qquad (۸)$$

درآن $\bar{r}_i=\frac{|x-x_i|}{r_w}$ فاصله نقطه I مکان $\boldsymbol{x_I}=\{x_I,y_I\}^T$ از نقطه $\boldsymbol{x}=\{x,y\}^T$ است و r_w اندازه ابعاد دامنه تابع وزن است(Akbari et al. 2010).

معادله حاکم بر جریان آب زیرزمینی در آبخوان آزاد

شکل کلی معادله حاکم بر جریان آب زیرزمینی در آبخوان آزاد در حالت غیرماندگار به صورت زیر می‌باشد(صادقی طبس و همکاران، ۱۳۹۴):

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k_xH\frac{\partial H}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k_yH\frac{\partial H}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k_zH\frac{\partial H}{\partial z}\right)=\frac{S_y\partial H}{\partial t}\pm R \qquad (۹)$$

که بعد از گسسته‌سازی به روش بدون شبکه پتروو-گالرکین به معادله ۱۱ تبدیل می‌شود:

$$\begin{aligned}(-2k\Big[\iint_\Omega\frac{\partial W_i}{\partial x}H^n\frac{\partial\emptyset}{\partial x}d\Omega&+\iint_\Omega\frac{\partial W_i}{\partial y}H^n\frac{\partial\emptyset}{\partial y}d\Omega\Big]\\&-2\iint_\Omega W_iS_y\left(\frac{H^{n+1}}{\Delta t}\right)d\Omega))\times H^{n+1}\\&=-2\iint_\Omega W_iS_y\left(\frac{H^n}{\Delta t}\right)d\Omega+2\iint_\Omega W_iRd\Omega\end{aligned} \qquad (۱۱)$$

در معادلات فوق k_x و k_y به ترتیب ضرایب هدایت هیدرولیکی در جهات افقی و عمودی است (متر بر روز)، H سطح آب زیرزمینی (متر)، R مولفه تغذیه کننده و یا تخلیه کننده، Sy آبدهی ویژه و $\emptyset$ و W به ترتیب تابع شکل و تابع وزن می‌باشند(محتشمی و همکاران، ۱۳۹۸). نهایتا پس از ساده‌سازی به یک دستگاه معادلات خطی $KU=F$ رسیده که پارامترهای آن در روابط ۱۲-۱۴ تعریف می‌شوند:

$$[K]=-2k\Big[\iint_\Omega\frac{\partial W_i}{\partial x}H^n\frac{\partial\emptyset}{\partial x}d\Omega+\iint_\Omega\frac{\partial W_i}{\partial y}H^n\frac{\partial\emptyset}{\partial y}d\Omega\Big]-2\iint_\Omega W_iS_y\left(\frac{1}{\Delta t}\right)d\Omega; \qquad (۱۲)$$

$$[U]=H^{n+1} \qquad (۱۲)$$

www.SID.ir

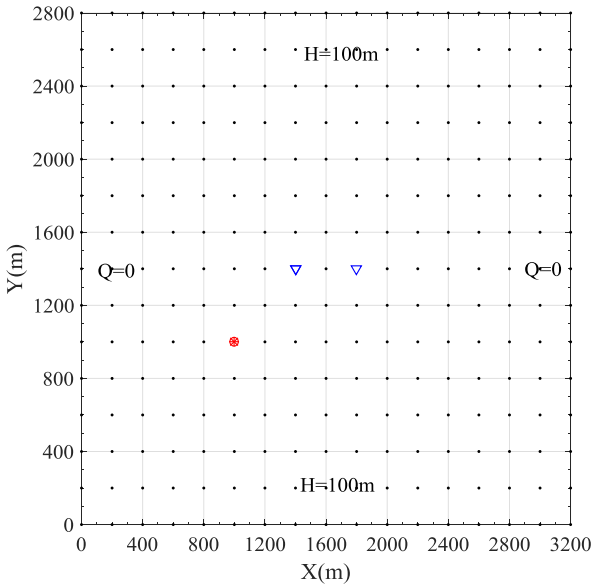
Archive of SID

$$[F] = -2\iint_{\Omega} W_i S_y \left(\frac{H^n}{\Delta t}\right) d\Omega + 2\iint_{\Omega} W_i R d\Omega; \qquad (۱۳)$$

در معادلات ۱۲-۱۴، K ماتریس سختی، U ماتریس مجهولات و F ماتریس بار است(Mohtashami et al. 2017b).

آبخوان استاندارد جهت بررسی دقت روش بدون شبکه

در این مطالعه به منظور بررسی دقت روش بدون شبکه از مقایسه افت سطح آب محاسبه شده و تحلیلی در اثر برداشت دو چاه پمپاژ استفاده شده است. از یک آبخوان آزاد مستطیلی، همگن، و همسان گرد با طول ۳۲۰۰ متر و عرض ۲۸۰۰ متر استفاده شده است (شکل۱). دو چاه پمپاژ (رنگ آبی) و یک چاه مشاهداتی (رنگ قرمز) به ترتیب در موقعیت‌های (۱۴۰۰,۱۴۰۰) ، (۱۸۰۰,۱۴۰۰) و (۱۰۰۰,۱۰۰۰) قرار گرفته است. ارتفاع سطح آب زیرزمینی اولیه در تمامی گره‌ها ۱۰۰ متر در نظر گرفته شده است (Kulkarni, 2015). همچنین مقدار سطح آب در مرزهای بالا، پایین و سمت راست ۱۰۰ متر می‌باشد و مرز سمت چپ هد ثابت با مقدار صفر در نظر گرفته شده است. مقدار دبی پمپاژ شده در چاه اول و دوم به ترتیب ۱۱۴۲/۸۵ و ۱۴۲۸/۵۷ متر مکعب بر روز، مدت زمان بهره‌برداری از چاه‌ها ۲۱۰ روز، قابلیت انتقال آبخوان ۸۸۵/۷۱ متر مربع بر روز و آبدهی ویژه ۰/۱۵ می‌باشد.



شکل ۱- آبخوان دو بعدی با دو چاه بهره‌برداری(با علامت مثلث) و یک چاه مشاهداتی(با علامت دایره)

به منظور حل معادله آب زیرزمینی به کمک روش بدون شبکه، تعداد ۲۵۵ نقطه با فواصل یکنواخت ۲۰۰ متری بر روی مرز و دامنه پراکنده شدند. هر نقطه اطلاعاتی از قبیل سطح آب اولیه، ضریب هدایت هیدرولیکی و ضریب آبدهی ویژه را در خود دارد که در کد فراخوانی شده و در محاسبات استفاده می‌شود. شکل ۱ نقاط پراکنده شده بر روی آبخوان را با علامت نقطه سیاه نشان می‌دهد. پس از ورود اطلاعات اولیه به مدل(مرحله پیش پردازش)، مرحله پردازش صورت می‌گیرد، در این مرحله، معادلات بر روی نقاط اعمال می‌شود و ماتریس‌های سختی و بار تشکیل می‌گردد، و نهایتا سطح آب زیرزمینی محاسبه می‌شود.

پس از مدلسازی و محاسبه سطح آب، افت سطح آب نیز نسبت به حالت اولیه محاسبه شد، این مقادیر در نقطه چاه مشاهداتی به منظور مقایسه با نتایج روش‌های حل تحلیلی و اجزاء محدود بدست آمد و در ستون پنجم جدول ۱ ذکر گردید. مقادیر بدست آمده از حل تحلیلی، تفاضل محدود و اجزاء محدود از مطالعه کولکارنی (۲۰۱۵) برگرفته شده است.

به منظور بررسی دقت روش‌های استفاده شده در مدلسازی جریان آب زیرزمینی نسبت به حل تحلیلی از سه معیار خطای، میانگین، مطلق میانگین و جذر میانگین مربعات استفاده می‌شود. جدول ۲ مقادیر بدست آمده خطا را برای همه روش‌ها نشان می‌دهد.

معیار خطای سوم اصلی ترین معیار جهت بررسی دقت روش‌هاست (Sadegh-Tabas et al. 2017). از مقایسه مقادیر خطای بدست آمده از روش بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین، با مقادیر خطای باقی روش‌های‌عددی، دقت بیشتر روش بدون شبکه به وضوح دیده می‌شود. در ادامه مقادیر افت به تفکیک روش‌ها بر روی شکل ۲ مشخص شده است. در این مقایسه مشخص شد در حالت

www.SID.ir

Archive of SID

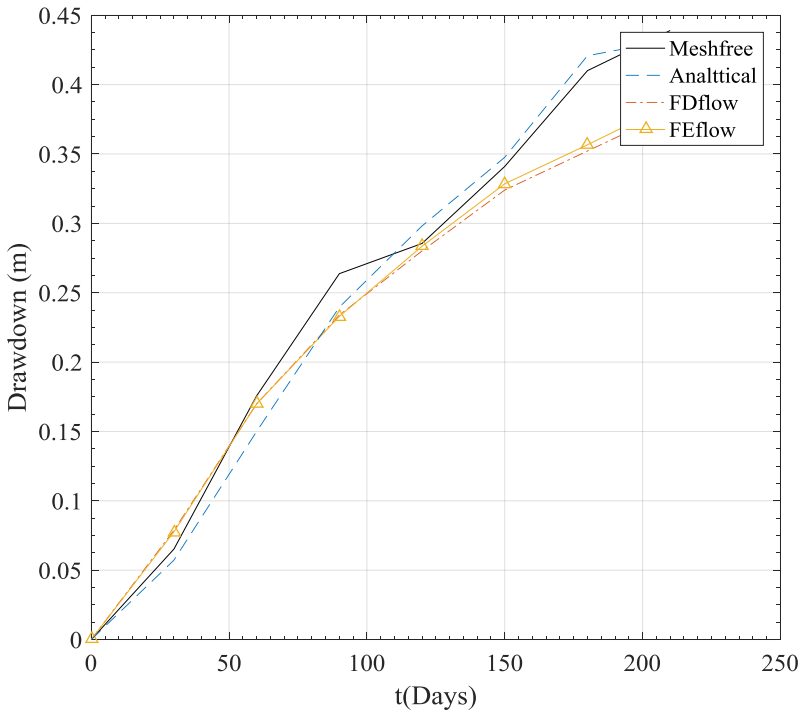
کلی افت بدست آمده در روش بدون شبکه به افت تحلیلی نزدیک‌تر می‌باشد. اگرچه که دقت روش المان محدود و تفاضل محدود در ابتدای آزمایش پمپاژ بسیار مطلوب می‌باشد (تا روز ۶۰م بعد از پمپاژ) و با گذشت زمان رفته رفته از دقت آن کم می‌شود. اما روش بدون‌شبکه تا انتهای زمان نسبت به دو روش دیگر از دقت بالاتری برخودار است.

جدول ۱- افت سطح آب زیرزمینی در روش بدون شبکه، حل تحلیلی، تفاضل محدود و المان محدود

گام زمانی (روز)	افت بدست آمده از حل تحلیلی(سانتی‌متر)	افت بدست آمده از تفاضل محدود (سانتی‌متر)	افت بدست آمده از المان محدود (سانتی‌متر)	افت بدست آمده از روش محلی پتروو-گالرکین (سانتی‌متر)
۰	۰	۰	۰	۰
۳۰	۵/۷۲	۷/۸۷	۷/۷۶	۶/۳۵
۶۰	۱۵	۱۶/۹	۱۶/۹	۱۷/۵۶
۹۰	۲۳/۹۶	۲۳/۳۸	۲۳/۲۸	۲۶/۳۷
۱۲۰	۲۹/۸۱	۲۸/۰۱	۲۸/۳۵	۲۸/۵۵
۱۵۰	۳۴/۷۶	۳۲/۴	۳۲/۸۵	۳۴/۱۰
۱۸۰	۴۲/۰۸	۳۵/۲۱	۳۵/۶۶	۴۱/۰۰
۲۱۰	۴۳/۲۰	۳۸/۰۲	۳۸/۵۸	۴۳/۹۰

جدول ۲ -محاسبه خطا میانگین، مطلق میانگین، جذر میانگین مربعات

	روش بدون شبکه	روش المان محدود	روش تفاضل محدود
خطای میانگین(متر)	-۰/۰۰۲۱	۰/۰۰۶۱	۰/۰۰۷۹
خطای مطلق میانگین(متر)	۰/۰۰۵۹	۰/۰۱۱۹	۰/۰۱۳۰
خطا جذر میانگین مربعات(متر)	۰/۰۱۰۲	۰/۰۲۱۹	۰/۰۲۳۹



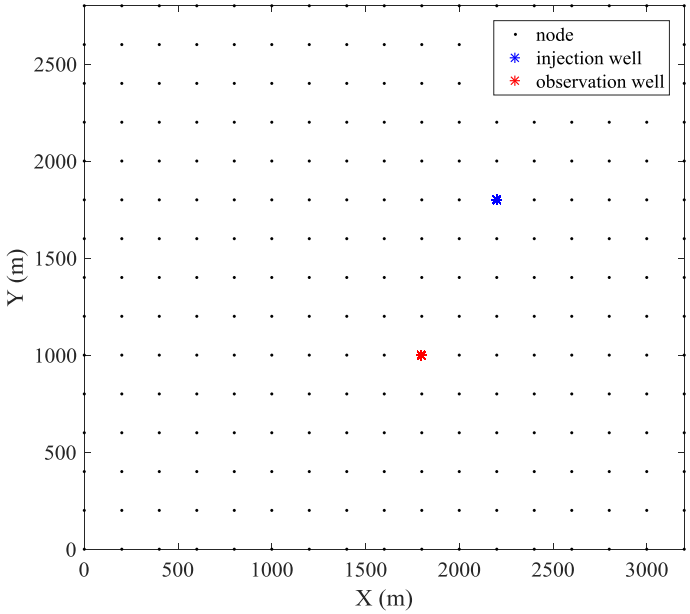
شکل ۲- مقایسه افت محاسباتی روش بدون شبکه و روش‌های حل تحلیلی، المان محدود، تفاضل محدود

www.SID.ir

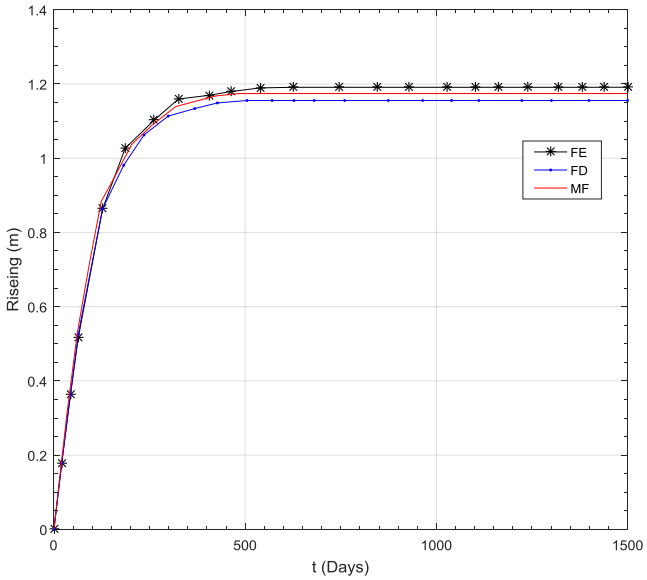
Archive of SID

آبخوان استاندارد جهت مدل‌سازی تغذیه به کمک روش بدون شبکه

بـه منظـور بررسـی توانـایی روش عـددی بـدون شـبکه محلـی پتروووگالرکین در مدل‌سازی آبخوان با چاه تزریق، فرض می‌شـود کـه یک چاه تزریق(رنگ آبی) بـا دبـی ۸۲۱۴/۲۸ متـر مکعـب بـر روز در موقعیـــت (۲۲۰۰,۱۸۰۰) قـــرار دارد. همچنـــین موقعیـــت چـــاه مشاهداتی(رنگ قرمز) در نقطه (۱۸۰۰,۱۰۰۰) می‌باشد. میزان آبـدهی ویژه ۰/۱ بوده و باقی شرایط همانند حالت قبـل مـی‌باشـد. شـکل ۳، نقاط پخش شده در آبخوان را نشان می‌دهد که به صورت یکنواخت و در فواصل ۲۰۰ متری از هم پخش شدند.



شکل۳- نمایش آبخوان و وضعیت چاه ها در حالت دوم



شکل٤- میزان بالاآمدگی آب در چاه مشاهداتی در چاه تزریق

نتایج و بحث

ارتفاع بالا آمده سطح آب زیرزمینی ناشی از اعمال چاه تزریـق در آبخوان در شکل ۴ آورده شده است. در این شکل در طـی ۱۵۰۰ روز میزان بالاآمدگی در چاه مشاهداتی ارائه شـده اسـت. حـداکثر میـزان

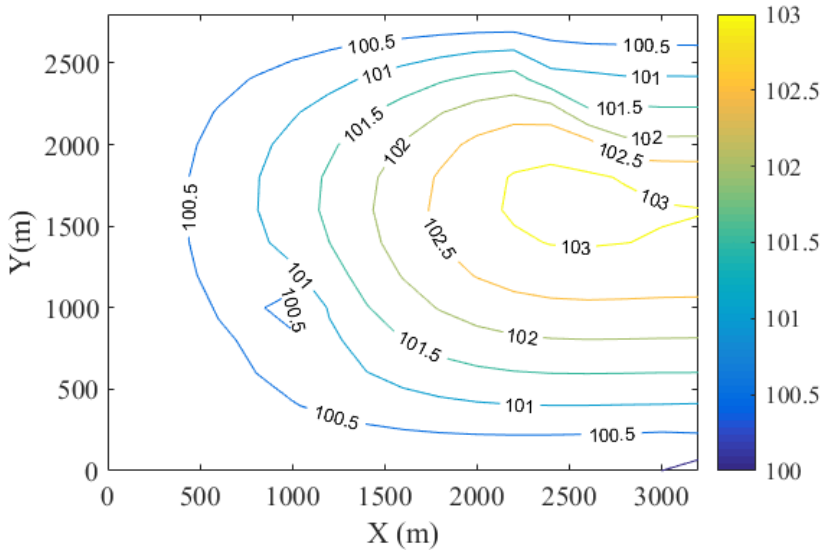
www.SID.ir

Archive of SID

بالاآمدگی سطح آب در روش بدون شبکه یک متر و ۸۰ سانتیمتر که نسبت به مقدار المان محدود کمتر، و تفاضل محدود بیشتر است.

با توجه به شکل ۴ سرعت بالا آمدن سطح آب در ۱۵۰ روز اول بسیار زیاد است به عبارت دیگر شیب نمودار در این ناحیه تند است.

بعد از گذشت ۱۵۰ روز مقدار بالا آمدگی سطح آب کمتر می‌شود و در نهایت به یک حالت تعادل می‌رسد. خطوط هم سطح آب زیرزمینی ناشی از اعمال چاه تزریق در شکل ۶ مشخص شده است. این خطوط آبخوان را بعد از گذشت ۳۰۰ روز از شروع تزریق میزان نشان می‌دهد.



شکل۵ - ارتفاع سطح آب زیرزمینی روش بدون شبکه پتروو-گالرکین

بیشترین میزان بالا آمدگی سطح آب، بدیهی است که اطراف چاه تزریق باشد و این مهم در شکل ۵ کاملا مشهود است، با فاصله گرفتن از چاه تزریق میزان بالاآمدگی کمتر می‌شود. بیشترین این مقدار ۱۰۳ متر بوده که در شکل ۶ با رنگ زرد به تصویر کشیده شده است.

تحلیل حساسیت پارامترهای مدل

ضریب انتقال، ضریب آبدهی ویژه و دبی چاه‌ها پارامترهایی هستند که تحلیل حساسیت بر روی آن صورت گرفته است. به منظور بررسی تحلیل حساسیت پارامتر قابلیت انتقال با تغییر آن و ثابت نگه داشتن باقی پارامترها به این صورت که مقدار قابلیت انتقال ٪۲۵+ تا ٪۲۵- نسبت به مقدار اولیه تغییر داده شد. در شکل ۶ به بررسی میزان بالا آمدگی سطح آب زیرزمینی تحت این شرایط پرداخته است. همانطور که در شکل ۶ مشخص است، در هر سه روش بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین، المان محدود و و تفاضل محدود با کاهش مقدار ضریب قابلیت انتقال، میزان بالاآمدگی سطح آب زیرزمینی افزایش یافته است.

برای تحلیل حساسیت پارامتر آبدهی ویژه با ثابت نگه داشتن دیگر پارامترها مقادیر ۰/۰۹، ۰,۱ و ۰,۳ برای آبدهی ویژه در نظر گرفته شد و نتایج حاصل از آن در میزان بالاآمدگی در شکل ۷ ارائه شده است.

در این حالت افزایش مقدار آبدهی ویژه تاثیر کمی بر روی مدل داشته است. و دلیل آن هم مقادیر کم این ضریب می‌باشد. به عنوان یک نتیجه‌گیری کلی در شکل۶ و ۷ می‌توان گفت در حالت کلی میزان حساسیت در بالاآمدگی آب درتغییرات قابلیت انتقال بیشتر از آبدهی ویژه است که این موضوع با یافته‌های مقاله کولکارنی(۲۰۱۵) در روش‌های تفاضل محدود و المان محدود هم‌خوانی دارد.

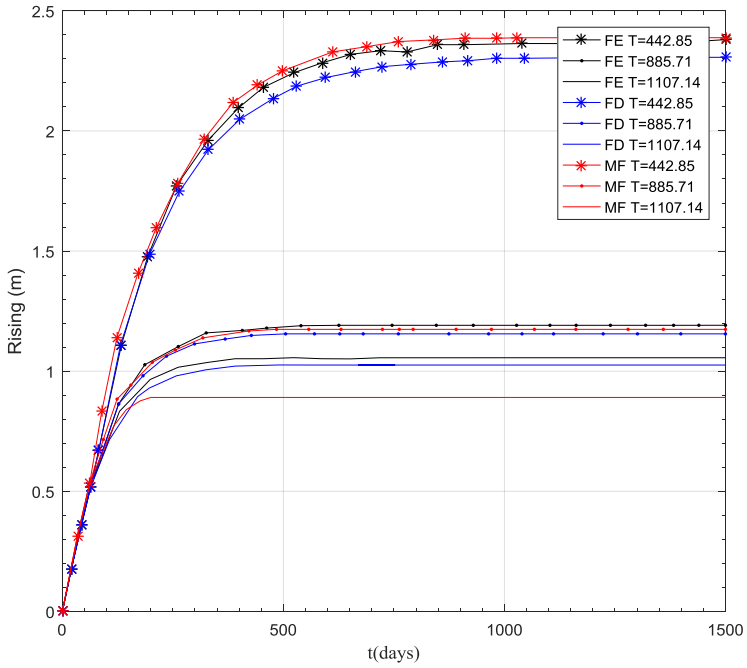
پارامتر سوم جهت تحلیل حساسیت اثر تغییر دبی در چاه تزریق است همانطور که انتظار می‌رفت همانند شکل ۸ در روش بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین و نتایج حاصل از روش تفاضل محدود و المان محدود با افزایش مقدار دبی مقدار بالا آمدگی سطح آب زیرزمینی افزایش یافته است.

نتیجه‌گیری

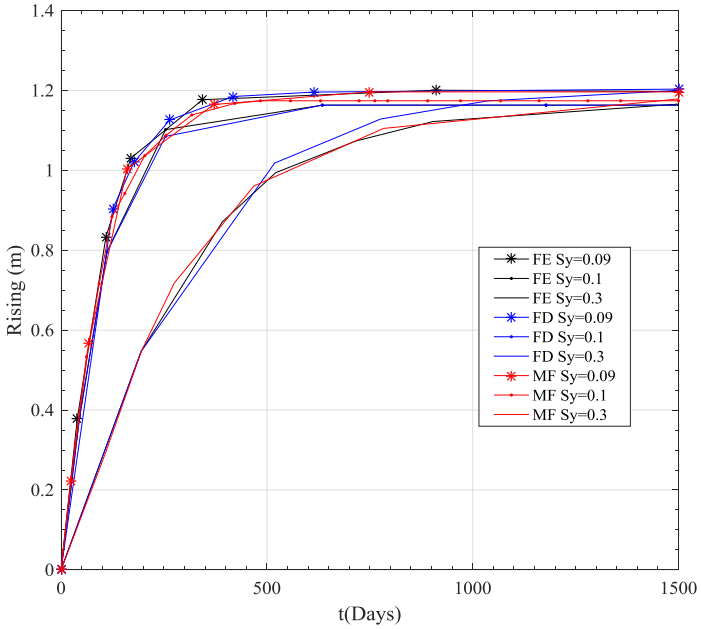
در این مطالعه برای مدلسازی تغذیه آب زیرزمینی در یک آبخوان آزاد بر روی یک نمونه استاندارد با روش عددی بدون‌شبکه پتروو-گالرکین محلی با استفاده از تابع وزن اسپیلاین و تابع تقریب حداقل مربعات متحرک در حالت غیرماندگار از نرم افزار متلب استفاده شده است.

www.SID.ir

Archive of SID



شکل٦-تاثیر قابلیت انتقال بر بالاآمدگی سطح آب زیرزمینی در روش بدون‌شبکه



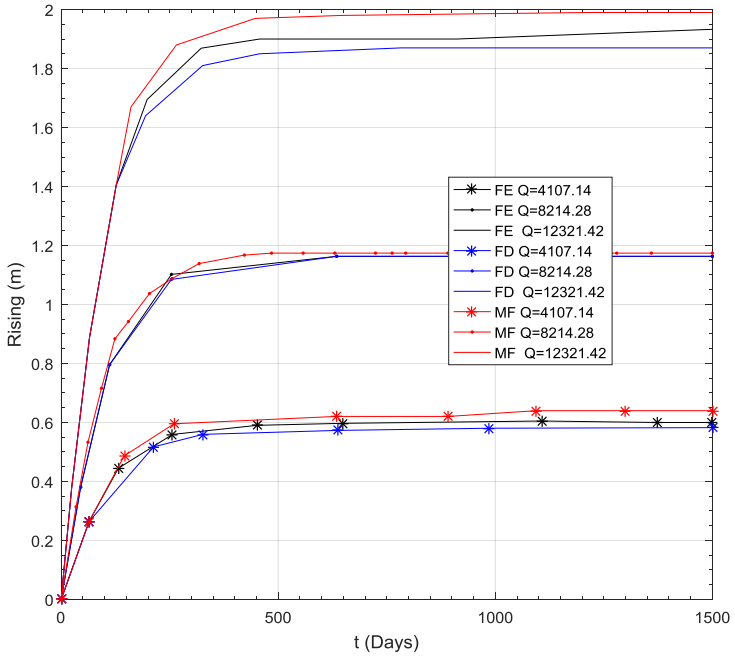
شکل۷- تاثیر آبدهی ویژه در بالاآمدگی سطح آب زیرزمینی

نتایج کار انجام شده با نتایج روش‌های عددی دیگر همچون تفاضل محدود و المان محدود مقایسه شد نتایج این مدلسازی حاکی از برتری این روش نسبت به دیگر روش‌ها بود. بعد از ایجاد هندسه مسئله و توزیع نقاط گرهی و در نظر گرفتن مقدار تغذیه به مدل و همچنین با در نظر گرفتن مقدار اولیه ۱۰۰ متر به عنوان سطح آب اولیه در حالت ناماندگار محاسبه گردید. در ابتدا به منظور بررسی عملکرد این روش سطح آب زیرزمینی در ۲۱۰ روز با گام‌های زمانی۳۰ روز محاسبه گردید. این سطح آب بدست آمده ابتدا با سطح آب داخل پیزومتر مقایسه شد. با مقایسه خطاهای بدست آمده مشخص شد روش بدون‌شبکه از دیگر روش‌ها از دقت مطلوب‌تری

www.SID.ir

Archive of SID

برخـوردار اسـت و پـایین بـودن میـزان خطـای آن در ایـن روش نشان‌دهنده قدرت این روش عددی می‌باشد. بعد بررسی عملکرد ایـن روش به تحلیل حساسیت پارامترهای مدل پرداخته شد. در حالت کلی مشخص شد نتایج کلی حاصـل از روش بـدون‌شـبکه بـا روش‌هـای تفاضل محدود و المان محدود همخوانی دارد و فقط تفـاوت نـاچیز در عملکرد آن‌ها وجود دارد که این نیز به دقت روش‌های عددی بستگی دارد.



شکل ۸- تاثیر دبی وارد شده به چاه تزریق در بالاآمدگی سطح آب زیرزمینی

منابع

قبادیان، ر. بهرامی، ز. "بررسی عددی اعمال سناریوهای کمی و کیفی بر آبخوان دشت خزل استان همدان با مدلهای MODFLOW و MT3DMS مرتـع و آبخیـزداری (منـابع طبیعـی ایـران)، ۱۳۹۵،(۴)۶۹، ص‌ص.۱۰۴۳-۱۰۶۲.

محتشـمی, ع.، هاشـمی منفـرد, آ., عزیزیـان, غ. و اکبرپـور، ا. ۱۳۹۸. تعیین حریم کمّی چاه‌ها به کمک مدل عددی بدون شبکهٔ محلی پتروو-گالرکین در آبخوان محصور و آزاد در شرایط غیـر مانـدگار (مطالعهٔ موردی: دشت بیرجند). مجله اکوهیدرولوژی, ۶(۱), ۲۳۹-۲۵۵.

صـادقی طـبس، ص.، اکبرپـور، ا.، پوررضـا بیلنـدی. م و صـمدی، ز. ۱۳۹۴. کـاربرد الگـوریتم فاختـه در واسـنجی پارامترهـای هیدرودینامیکی آبخوان با استفاده از مدل ریاضی. نشریه آبیاری و زهکشی ایران. ۹(۲). ۳۴۵-۳۵۶.

Akbari A, Bagri R, A, Bordas S. P. A and Rabczuk T. 2010. "Analysis of ThermoelasticWaves in a Two-Dimensional Functionally Graded Materials Domain by the Meshless Local Petrov-Galerkin (MLPG) Method," Computer Modeling in Engineering and Sciences, vol. 65, no. 1, pp. 27-74.

Atluri S. N.and Zhu T. A. 1998. "A new MEshless method (MLPG) approach in computational mechanics," computaional mechanics, vol. 22, no. 2, pp. 117-127.

Belytschko T, Lu Y. Y and Gu L. 1994. "Elements free Galerkin methods," International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 30, no. 2, pp. 229-256.

Ghazaw Y, Ghumman, M, Al-Salamah A. R and Khan Q. U. 2014. "Investigations of impact of recharge wells on groundwater in Buraydah by numerical modeling", Arabian Journal for Science and Engineering, vol. 39(2), pp. 713-724.

Kovarik K and Muzik J. 2013. "A meshless solution of two dimensional density-driven groundwater flow," Engineering Analysis with Boundary Elements, vol. 37, pp. 187-196.

Kulkarni N. H, "Numerical simulation of groundwater recharge from an injection well. 2015." International Journal of Water Resources and Environmental Engineering, vol. 7, no. 5, pp. 75-83.

Liu G, Mesh Free Methods: Moving Beyond the Finite Element Method, Boca Raton: CRC press. 2002.

Liu G. R and Gu Y T, An introduction to Meshfree Methods and Their Programming, Singapore:

www.SID.ir

Archive of SID

2017b. "Modeling of groundwater flow in unconfined aquifer in steady state with meshless local Petrov-Galerkin," Modares Mechanical Engineering, vol. 17, no. 2, pp. 393-403.

Swathi, B., and Eldho, T. I. 2013. Groundwater flow simulation in confined aquifers using meshless Local Petrov-Galerkin. ISH Journal of Hydraulic engineering.19.335-348.

Swathi, B., and Eldho, T. I. 2014. Groundwater flow simulation in unconfined aquifers using meshless local Petrov-Galerkin method. Engineering Analysis with Boundary Elements. 48.43-52.

Springer. 2005.

Mategaonkar M and Eldho T. I. 2011. "Simulation of groundwater flow in unconfined aquifer using meshfree point collocation method," Engineering Analysis with Boundary Elements, vol. 35, pp. 700-707.

Mohtashami, A, Akbarpour A. and Mollazadeh M. 2017a. "Development of two dimensional groundwater flow simulation model using meshless method based on MLS approximation function in unconfined aquifer in transient state," Journal of Hydroinformatics , vol. 19, no. 5, pp. 640-652.

Mohtashami, A, Akbarpour A. and Mollazadeh M.

www.SID.ir

Ar
Iranian Journal of Irrigation and Drainage
No. 5, Vol. 13, Dec.-Jan. 2019, p. 1246-1256

نشریه آبیاری و زهکشی ایران
شماره۵، جلد ۱۳، آذر - دی ۱۳۹۸، ص. ۱۲۵۶-۱۲۴۶

Numerical Simulation of Groundwater Recharge by Injection Wells with Using Meshless Local Petrov-Galerkin

F. Doulabi[1], A. Akbarpour[2]*, M. Akbari[3], A. Mohtashami[4]
Recived: Apr.08, 2019 Accepted: Jul.01, 2019

Abstract

Water is one of the most fundamentals demands of human society. Water consumption in industry, agriculture and household consumption, and also the lack of this source result in more extraction from groundwater sources. Irregular extraction from aquifers in dry condition of recent decades lead to significant drawdown in this sources. Recharging of the aquifer by injection wells is one of the solution for revival of the aquifers. The main purpose of this study is to investigate the effect of the injection well in recharging of the unconfined aquifer by using meshless local Petrov-Galerkin. The approximation and weight functions are moving least squares and cubic spline functions respectively. The groundwater table in unsteady extraction mode simulated. The achieved results compared with finite difference, finite element and analytical method. Small amount of error of meshless method indicated the suitable accuracy of this method. Then the aquifer simulated in recharge mode. The height of water rise in the aquifer because of injection well, computed. Finally sensitivity analysis carry out on transmission coefficient, specific yield and rate of flow parameters. The height of water has more dependency to transmission coefficient and rate of flow than specific yield.

Keywords: Meshfree method, Recharge of aquifer, Unconfined aquifer

1- M.Sc Student of Civil Engineering, Water Resources Management, University of Birjand. Birjand
2- Associate Professor of Civil Engineering Department, University of Birjand. Birjand
3- Assistant Professor of Civil Engineering Department, University of Birjand. Birjand
4- Ph.D. Student of Civil Engineering, Water Resources Management, University of Sistan and Baluchestan, Zahedan
(* - Corresponding Author Email: akbarpour@birjand.ac.ir)

www.SID.ir