

## بررسی هیدرولیک جریان شعاعی غیرداری در آبخوان‌های آزاد در شرایط ماندگار

محمد شایان نژاد<sup>۱</sup>، افسانه ابراهیمی<sup>۲\*</sup>

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۳/۲۷ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۶/۲۱

### چکیده

اعتبار قانون داری در محدوده جریان آرام است و برای جریان متلاطم بکار برده نمی‌شود. معادلات حاکم بر جریان‌های متلاطم با استفاده از روابط حاکم بر اصول هیدرودینامیک و اعمال اثر آشفتگی به دست می‌آیند. هدف از انجام این پژوهش استخراج رابطه بین دبی و پتانسیل هیدرولیکی در جریان شعاعی در آبخوان‌های آزاد در شرایط ماندگار می‌باشد. اساس این کار بر اساس مشتق کسری سرعت نسبت به گرادیان هیدرولیکی می‌باشد. جهت صحت سنجی معادلات استخراج شده از اطلاعات آزمایشگاهی تحقیقات قبلی استفاده شد. نیمرخ سطح آب در محیط‌های مختلف و به ازای دبی‌های متفاوت بر اساس قانون استخراج شده ترسیم و با نتایج مبتنی بر قانون داری مقایسه شد. نتایج نشان داد با افزایش دبی، بیشترین و کمترین افزایش در رقوم سطح آب نسبت به جریان داری به ترتیب ۱۰ و ۱/۴۸ درصد و با افزایش هدایت هیدرولیکی نیز بیشترین و کمترین افزایش در رقوم سطح آب به ترتیب ۱۹ و ۹/۸ درصد می‌باشد. به طور کلی با افزایش دبی و هدایت هیدرولیکی و همچنین افزایش هردو پارامتر، میزان اختلاف بین دو جریان داری و غیرداری در محاسبه رقوم سطح آب افزایش یافته است که در تمام حالات نیمرخ سطح آب در جریان غیرداری بالاتر از جریان داری است.

**واژه‌های کلیدی:** آبخوان آزاد، جریان غیرداری، محیط متخلخل، هیدرولیک

### مقدمه

جابه‌جایی - پراکندگی کلاسیک است، در حالت جریان غیریکنواخت ارائه داده‌اند که خروجی مدل، انطباق قابل قبولی با داده‌های مشاهداتی داشته و نتایج نشان داده که روش حل ارائه شده، روشی دقیق و قابل قبول در شبیه‌سازی انتقال ماده حل شده با استفاده از معادله جابه‌جایی - پراکندگی کسری در آبراهه‌های دارای پهنه ماندابی است. ژو و همکاران نیز در سال ۲۰۱۸ به بررسی جریان غیرداری کسری در محیط متخلخل پرداختند. نتایج نشان داد که مدل‌های مشتق کسری در محیط‌های با سرعت بالا و پایین توصیف بهتری از جریان غیرداری در محیط متخلخل دارند.

۲- روش‌های عددی که بصورت‌های تفاضل محدود و عناصر محدود است. بعنوان مثال مدل HYDRUS و مدل گالریکین جریان را براساس روش عناصر محدود و مدل MODFLOW جریان را براساس روش تفاضل محدود شبیه‌سازی می‌کنند. بطور مثال پژوهشگرانی چون جامعی و همکاران در سال ۱۳۹۸ در پژوهشی به ارائه مدل عددی گالریکین ناپیوسته IMPES برای مدل‌سازی آلاینده‌های زیرزمینی امتزاج ناپذیر با کمک روش لاکس-وندروف پرداختند. نتایج نشان داد که مدل مربوطه توانایی مطلوبی در مدل‌سازی آلاینده‌های زیرزمینی داشته و تطابق مطلوبی بین نتایج حاصل از مدل‌سازی با نتایج سایر پژوهشگران حاصل شده است. رئیسی و همکاران نیز در سال ۱۳۹۶ در پژوهشی به توسعه یک مدل عددی

منابع آب زیرزمینی نقشی مهم در پتانسیل ذخیره‌ای منابع آب در جهان دارند (جامعی و همکاران، ۱۳۹۸). آب‌های زیرزمینی همواره به عنوان یکی از مهم‌ترین ذخایر آب شیرین قابل استفاده مطرح بوده است. این منابع به طور عمده از طریق حفر چاه‌های عمیق و نیمه عمیق، چشمه‌ها و قنوات مورد بهره‌برداری قرار می‌گیرند (سعیدی و همکاران، ۱۳۹۵).

بطور کلی روش‌های بررسی جریان در محیط‌های متخلخل به دو دسته زیر تقسیم می‌شود:

۱- روش‌های تحلیلی که بر مبنای حل تحلیلی معادلات حاکم بر جریان در محیط‌های متخلخل استوار است، که از جمله این روش‌ها می‌توان به جریان غیرداری در محیط متخلخل اشاره کرد:

جعفری و همکاران در سال ۱۳۹۴ در پژوهشی با بهره‌گیری از روش‌های حل عددی مشتقات جزئی کسری، یک روش حل برای معادله جابه‌جایی پراکندگی کسری که حالت عمومی معادله

۱- دانشیار گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه صنعتی اصفهان، ایران  
۲- دانش‌آموخته کارشناسی ارشد گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه صنعتی اصفهان، ایران  
\* - نویسنده مسئول:  
(Email: af.ebrahimi@yahoo.com)

عرضی جریان صرف‌نظر نمود. از آنجایی که خطوط جریان مطلقاً موازی هم بوده و سطوح هم‌پتانسیل نیز مسطح و عمود بر جهت اصلی جریان می‌باشد؛ بنابراین سطوح هم‌پتانسیل نیز به‌نوبه خود با یکدیگر موازی خواهند شد.

پژوهشگران سعی کردند برای بررسی دقیق ویژگی‌های جریان از جنبه‌ی نظری روابطی را ارائه دهند که دربرگیرنده‌ی همه‌ی حالات جریان بوده و از نظر کاربرد ساده باشند. همه‌ی روابط ارائه‌شده در زمینه جریان درون محیط‌های متخلخل درشت‌دانه به‌صورت رابطه توانی یا یک قانون درجه دوم ارائه‌شده‌اند که در زیر به آن‌ها اشاره می‌شود:

**رابطه توانی:** این رابطه توسط میس باخ به شکل رابطه ۱ ارائه‌شده است:

$$\mathbf{i} = \mathbf{m}v^n \quad (1)$$

که در آن  $v$  میانگین سرعت جریان،  $(m/s)$ ،  $i$  گرادیان هیدرولیکی،  $m$  و  $n$  ضریب‌هایی هستند که تابعی از ویژگی‌های سیال و محیط متخلخل شامل دانه‌بندی، زبری، شکل و ... هستند.

**رابطه دو جمله‌ای:** این رابطه توسط فرشه‌ایمر به شکل رابطه ۲ ارائه‌شده است:

$$\mathbf{i} = a\mathbf{v} + b\mathbf{v}^2 \quad (2)$$

که در آن ضریب‌های  $a$  و  $b$  تابعی از خصوصیات فیزیکی محیط و خواص سیال هستند.

وارد با تحلیل ابعادی و احمد و سونادا نیز با قانون ناویه-استوکس نشان دادند که پارامترهای  $a$  و  $b$  را می‌توان به‌صورت رابطه‌هایی به شکل رابطه ۳ تعریف کرد (Ward., 1964, Ahmed and Sunada., 1969).

$$k = cd^2, b = \frac{c_w}{g\sqrt{k}}, a = \frac{v}{gk} \quad (3)$$

در این رابطه  $v$ ، ضریب لزجت سینماتیکی  $(m^2/s)$ ،  $k$  نفوذپذیری ذاتی مصالح،  $(m^2)$ ،  $g$ ، شتاب جاذبه  $(m/s^2)$ ،  $c_w$  برابر ضریب ثابتی است که تابعی از خصوصیات فیزیکی محیط، همچون شکل، اندازه ذرات و تخلخل آن‌ها است،  $c$  ثابت بی‌بعد مصالح و  $d$  پارامتر مشخصه طول  $(m)$  که بیانگر قطر مؤثر خلل و فرج است.

در سال 2014 صدقی اصل و همکاران با انجام مطالعاتی آزمایشگاهی به ارائه روابطی تحلیلی برای جریان داری و غیرداری پرداختند. ایشان در این تحقیق موفق به یافتن عمق نرمال جریان درون خاکریز و همچنین رابطه‌ی میان عمق نرمال و طول محیط

جدید بر مبنای گالرکین ناپوسته برای شبیه‌سازی تهاجم آب شور دریا به آبخوان‌های ساحلی پرداختند. نتایج ارزیابی و صحت‌سنجی مدل نشان داد که مدل مذکور دارای دقت بالایی بوده و همچنین در مکان‌هایی از دامنه حل که سرعت جریان بالاست، نشان داده شد این روش در مقایسه با برخی روش‌ها همانند تفاضل محدود نوسانات غیرفیزیکی از خود بروز نمی‌دهد. علاوه بر این نتایج نشان می‌دهد که این روش نسبت به روش‌های عددی دیگر هم چون روش احجام محدود پخش عددی کم تری را بروز می‌دهد.

داری در سال ۱۸۵۶ یک رابطه ساختاری برای جریان درون محیط‌های متخلخل ارائه نمود. این رابطه تا حال حاضر اعتبار خویش را در موارد خاص کاربردی حفظ نموده و از مقبولیت عمومی در بین مهندسان برخوردار بوده است. از آنجاکه قانون داری نشان‌دهنده ارتباط خطی بین گرادیان هیدرولیکی و سرعت جریان است، لذا ایرادهای متعددی بر این رابطه وارد است. مواردی چون یک‌بعدی بودن جریان، ریز بودن منافذ، اشباع و ماندگار بودن جریان درون محیط متخلخل و غیره شرایط لازم برای تصدیق قانون داری می‌باشند. در صورت عدول از شرایط ذکرشده، انحراف از آن شروع و جریان به فاز جدیدی که اصطلاحاً جریان غیرداری نامیده می‌شود، وارد می‌گردد. جریان درون محیط‌های متخلخل درشت‌دانه همچون بدنه سدهای سنگ‌ریز، فیلتر سدهای خاکی، گابیون‌ها، بستر رودخانه‌های درشت‌دانه، زهکش‌های سنگ‌ریز ناشی از حفر معادن و غیره به دلیل درشت بودن منافذ و بالا رفتن سرعت جریان و نیز غیرخطی شدن ارتباط بین گرادیان هیدرولیکی و سرعت از نوع غیرداری می‌باشد. جریان غیر داری طیف وسیعی از سازه‌های هیدرولیکی را در برمی‌گیرد و آگاهی از کمیت و کیفیت جریان در این‌گونه موارد بسیار مهم می‌باشد (انصاری و همکاران، ۱۳۹۱).

به‌طور کلی رابطه داری یک رابطه تجربی - تحلیلی است و تاکنون به‌طور گسترده‌ای مورد استفاده قرار گرفته است و رابطه اساسی جریان در محیط‌های مختلف به شمار می‌رود اما این قانون تحت شرایط خاصی صادق می‌باشد و چنانچه این شرایط تغییر کند قانون داری دیگر معتبر نمی‌باشد. شرایط برقراری قانون داری به شرح زیر است: جریان ماندگار باشد یعنی شدت جریان عبوری در واحد زمان ثابت باشد، سیال غیرقابل تراکم باشد، جریان ایزوترمال باشد یعنی دمای محیط با گذشت زمان ثابت باشد، محیط تغییر شکل ناپذیر باشد، سرعت جریان پایین باشد، جریان آرام باشد و محیط متخلخل ریزدانه بوده و به‌طور کلی سنگ‌ریز نباشد. از نقطه نظر تشابه با جریان آب در کانال‌های روباز، جریان درون محیط‌های متخلخل را این‌طور تعریف می‌نمایند: این جریان‌ها اصولاً یک‌بعدی با سطح آزاد و به شکل لوله جریان که ابعاد عرضی آن به‌متراب از طول لوله کوچک‌ترند و ممکن است مقطع عرضی این لوله به‌طور تدریجی با افزایش فاصله در طول جریان اصلی تغییر نماید می‌باشند. بدین ترتیب می‌توان از مؤلفه‌های

خاکریز به شرح زیر شدند (Sedghi-Asl et al., 2014).

### جریان غیرداری:

$$iL = [x(\xi_2) - x(\xi_1)] \times h_0 \quad (4)$$

$$x(\xi) = \frac{1}{\cos \theta} \left[ \xi + \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1-\xi}{1+\xi} \right) \right] \quad (5)$$

$$\xi = \frac{h}{h_0}, \xi_1 = \frac{h_1}{h_0}, \xi_2 = \frac{h_2}{h_0} \quad (6)$$

### جریان داری:

$$iL = [\psi(\eta_2) - x(\eta_1)] \times h_0 \quad (7)$$

$$\psi(\xi) = \frac{1}{\cos \theta} [\eta - \ln(1-\eta)] \quad (8)$$

$$\eta = \frac{h}{h_0}, \eta_1 = \frac{h_1}{h_0} \quad (9)$$

که در آن  $h_1$ ، عمق بالادست،  $h_2$ ، عمق پایین دست،  $h_0$ ، عمق نرمال،  $\theta$ ، زاویه‌ای که با افق می‌سازد،  $i$ ، شیب بستر و  $L$ ، طول بستر هستند.

صلاحی‌نیا در سال ۱۳۹۴ در یک تحقیق آزمایشگاهی به وسیله یک فلوم به طول، عرض و ارتفاع: ۲/۲، ۰/۴ و ۰/۸ متر پروفیل‌های نشست را برای سه نوع مصالح ریزدانه، درشت‌دانه و مخلوط و سه شیب بستر افق، ملایم و تند در حضور تغذیه سطحی بررسی نمودند. این مدل در حضور شیب بستر و بارش سطحی قادر به پاسخگویی روابط تحلیلی نبوده که علت آن کوچک بودن ابعاد فلوم گزارش گردید. در سال ۲۰۱۵ دی‌ناکسی مسئله‌ی مربوط به مرز آزاد جریان پایای دو بعدی نشست از سد مستطیلی که شامل به دست آوردن محل مرز آزاد جریان و یافتن میدان سرعت و شتاب می‌باشد را مورد بررسی قرار داد. وی در تحقیق خود به ارائه‌ی یک راه حل تحلیلی با استفاده از مدل تقریبی پرداخت. صدقی اصل و انصاری (۲۰۱۶) با توسعه فرضیات دوپوئی-فرشهایمر برای شرایط جریان غیرخطی به روابط جدیدی رسیدند که صحت نتایج آن روابط را با نتایج آزمایشگاهی مقایسه کردند و انطباق خوبی را گزارش کردند.

لی و همکاران با ارائه یک مقاله با استفاده از داده‌های پژوهشگران مختلف، به بررسی روابط موجود جریان در سدهای سنگ‌ریز پرداختند (Li et al., 1998). رابطه کلی بین هدایت هیدرولیکی و سرعت متوسط جریان برای جریان غیرداری از طریق قانون اصطکاک به دست می‌آید. بر همین اساس بین عدد رینولدز و فاکتور اصطکاکی رابطه‌ای وجود دارد که در منابع ارتباط بین این دو فاکتور مستقیماً به کمک داده‌های آزمایشگاهی به دست آمده است.

مک کورمودال و همکاران یک رابطه عمومی غیرداری برای محیط‌های متخلخل سنگریزه‌ای با توجه به قطر، توزیع و اندازه ذرات سنگریزه، زبری سطح، تخلخل و اثر دیواره ارائه دادند (Mc Corquodale et al., 1978). این قانون بی‌بعد بر اساس ۱۲۵۰ داده آزمایشگاهی به دست آمده از پرماتر با دامنه ذرات بین ۵۵ میلی‌متر تا ۷۹ میلی‌متر و نیز عدد رینولدز منفذی ( $Vd/nv$ ) متغیر بین ۰/۰۰۱ تا ۲۰۰۰ ارائه گردیده است. این قانون برای دو رژیم جریان ارائه شده است.

هر چند پژوهش‌های متعددی در زمینه جریان غیرداری انجام شده اما کماکان نیاز به پژوهش‌های بیشتر برای تشریح و تبیین خواص جریان وجود دارد. اهداف عمده‌ی این پژوهش عبارتند از ۱. ارائه شکل دیگری از جریان‌های غیرداری تحت عنوان جریان داری با مشتق کسری ۲. تحلیل رابطه ارائه شده و ۳. مقایسه جریان غیرداری با جریان داری می‌باشد.

### مواد و روش‌ها

قانون داری نشان‌دهنده رابطه خطی بین شیب هیدرولیکی و سرعت جریان آب است که معمولاً می‌تواند به صورت زیر بیان شود:

$$V = ki \quad (10)$$

در این رابطه:  $v$  سرعت جریان برحسب  $m/s$ ،  $k$  هدایت هیدرولیکی برحسب  $m/s$  و  $i$  شیب هیدرولیکی بدون بعد است.

با مشتق‌گیری از طرفین رابطه ۱۰ می‌توان شکل دیفرانسیلی قانون داری را به صورت زیر نوشت:

$$\frac{dv}{di} = k \quad (11)$$

$$\frac{d^2v}{di^2} = k \rightarrow V = k \times \frac{i^2}{2} \quad (12)$$

$$\frac{d^3v}{di^3} = k \rightarrow V = k \times \frac{i^3}{2 \times 3} \quad (13)$$

$$\frac{d^nv}{di^n} = k \rightarrow V = k \times \frac{i^n}{n!} \quad (14)$$

مشتق مرتبه اول تا  $n$  ام جریان داری را می‌توان به صورت بالا نشان داد.

در نتیجه جریان داری در رابطه (۱۰) می‌تواند به جریان داری وابسته به گرادیان از طریق مشتق سرعت جریان گسترش یابد که در آن تابع گاما تعمیم تابع فاکتوریل از مجموعه اعداد طبیعی به مجموعه اعداد حقیقی و مختلط است که به دو صورت زیر می‌توان تعریف کرد (روابط ۱۵ و ۱۶):

در رابطه‌ی اخیر  $h = \text{پتانسیل هیدرولیکی در حین پمپاژ و } H = \text{پتانسیل هیدرولیکی قبل از پمپاژ می‌باشد.}$

در این پژوهش با استفاده از رابطه داری (رابطه ۲۸) و با در نظر گرفتن دو مقدار  $0/1$  و  $0/2$  برای  $Q$  برحسب مترمکعب بر ثانیه و سپس در نظر گرفتن مقادیر ثابتی برای  $H$  و  $r_e$  و معادل گرفتن پارامترهای  $H = h_2$ ,  $r_e = r_1$  در دو قانون داری و غیرداری، پروفیل سطح آب به ازای مقادیر مختلف  $h$  و  $r$  ترسیم شد. با توجه به اینکه در محیط‌های متخلخل معمولی مثل خاک شنی هرچه خطوط جریان به چاه نزدیکتر می‌شود سرعت جریان افزایش می‌یابد و جریان از حالت داری دور می‌شود و در محیط‌های سنگریزه‌ای در کل مسیر بعلا درشتدانه بودن محیط متخلخل جریان غیرداری است، به همین علت در این پژوهش جهت شبیه‌سازی از  $r_e = 200 \text{ m}$  استفاده گردیده است.

$$Q = \frac{\pi K (h_2^2 - h_1^2)}{LN \left( \frac{r_2}{r_1} \right)} \quad (28)$$

در این رابطه  $Q$ : دبی چاه،  $k$ : ضریب نفوذپذیری،  $r_1, r_2$ : فاصله پیزومتر از مرکز چاه و  $h_1, h_2$ : بار هیدرولیکی در نقاط ۱ و ۲ است.

### نتایج

جهت صحت‌سنجی رابطه بدست آمده و مقایسه آن با رابطه داری از داده‌های آزمایشگاهی مربوط به صدقی اصل و همکاران (۲۰۱۴) استفاده گردید. صدقی اصل و همکاران در سال ۲۰۱۴ از یک ستون آزمایشگاهی برای مطالعه جریان با سرعت بالا از شش سائز مختلف سنگ گرد گوشه استفاده و از داده‌های تجربی بدست آمده برای ارزیابی اعتبار چهار معادله غیرداری استفاده کردند. قطر و طول ستون بسته‌بندی شده به ترتیب  $300$  میلی‌متر و  $1150$  میلی‌متر انتخاب شد.

$$L(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt \quad (15)$$

$$L(z) = (n-1)! \quad (16)$$

$$L(z) = (z-1) \quad (17)$$

اگر  $n$  عدد غیر صحیحی مثل  $\alpha$  باشد، رابطه ۱۷ به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{d^\alpha v}{di^\alpha} = k \quad (18)$$

$$v = \frac{k \times i^\alpha}{\Gamma(\alpha+1)} \quad (19)$$

جریان شعاعی غیرداری در سفره‌های آزاد در حالت ماندگار:

$$Q = AV \rightarrow Q = 2 \times \pi \times r \times h \times k \frac{\left( \frac{dh}{dr} \right)^\alpha}{\Gamma(\alpha+1)} \quad (20)$$

$$\frac{Q \times \Gamma(\alpha+1)}{2 \times \pi \times k} = h \times r \left( \frac{dh}{dr} \right)^\alpha \quad (21)$$

$$\int_{r_1}^{r_2} \frac{\left( \frac{Q \times \Gamma(\alpha+1)}{2 \times \pi \times K} \right)^{\frac{1}{\alpha}} dr}{r^{\frac{1}{\alpha}}} = \int_{h_1}^{h_2} h^{\frac{1}{\alpha}} \times dh \quad (22)$$

$$\left[ \frac{Q \times \Gamma(\alpha+1)}{2 \times \pi \times K} \right]^{\frac{1}{\alpha}} \times \frac{r_2^{\frac{-1}{\alpha+1}} - r_1^{\frac{-1}{\alpha+1}}}{\frac{-1}{\alpha+1}} = \frac{h_2^{\frac{1}{\alpha+1}} - h_1^{\frac{1}{\alpha+1}}}{\frac{1}{\alpha+1}} \quad (23)$$

$$\frac{1}{\alpha} + 1 = \frac{\alpha+1}{\alpha} = \frac{\alpha}{\alpha+1} \quad (24)$$

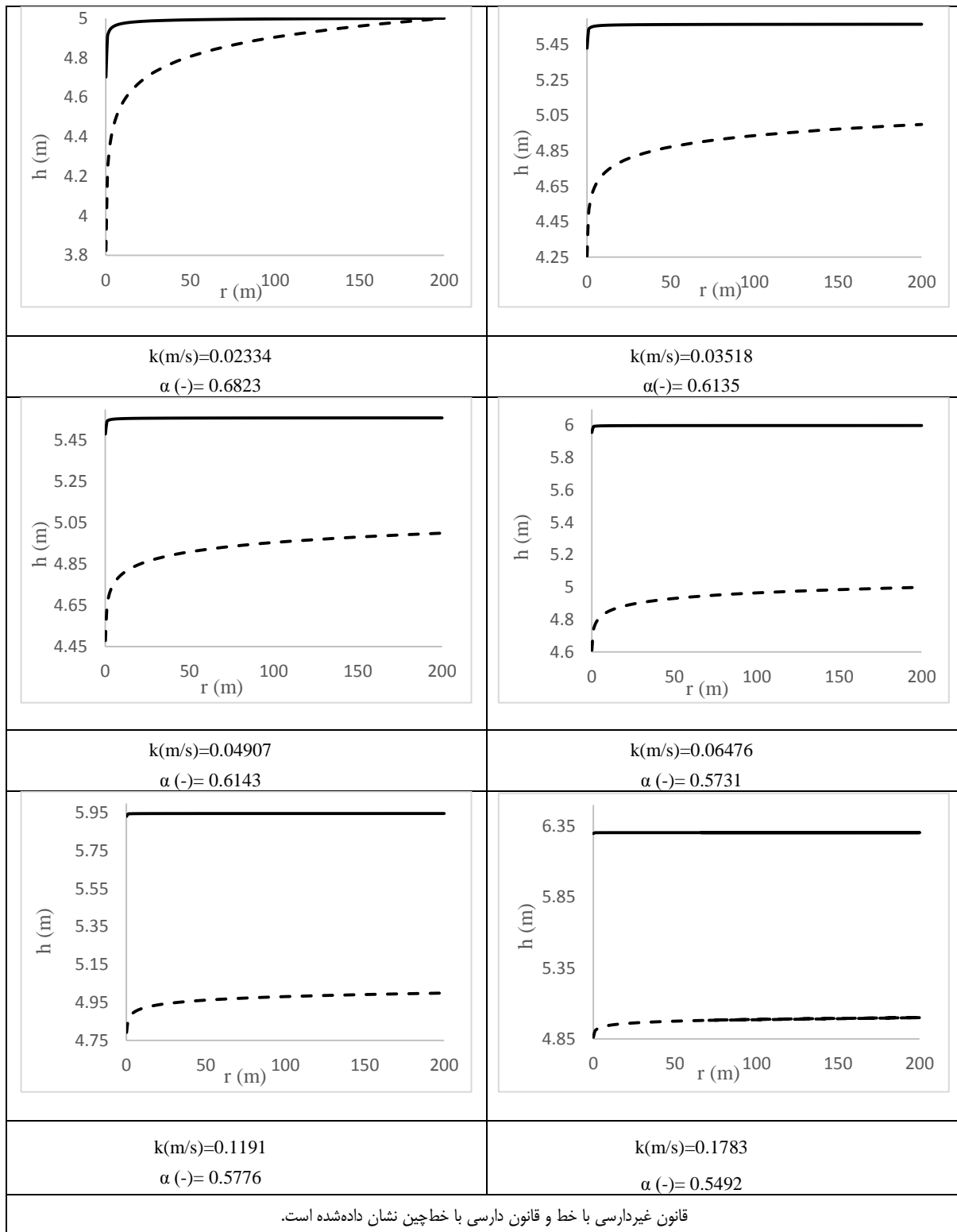
$$\left[ \frac{Q \times \Gamma(\alpha+1)}{2 \times \pi \times K} \right]^{\frac{1}{\alpha}} \times \frac{r_2^{\frac{-1}{\alpha+1}} - r_1^{\frac{-1}{\alpha+1}}}{\frac{-1}{\alpha+1}} = \frac{h_2^{\frac{1}{\alpha+1}} - h_1^{\frac{1}{\alpha+1}}}{\frac{1}{\alpha+1}} = \left[ \frac{\alpha-1}{\alpha+1} \times \frac{h_2^{\frac{1}{\alpha+1}} - h_1^{\frac{1}{\alpha+1}}}{r_2^{\frac{-1}{\alpha+1}} - r_1^{\frac{-1}{\alpha+1}}} \right] \times \frac{2 \times \pi \times K}{\Gamma(\alpha+1)} \quad (25)$$

$$H^{\frac{1}{\alpha+1}} - \left[ \frac{Q \times \Gamma(\alpha+1)}{2 \times \pi \times K} \right]^{\frac{1}{\alpha}} \left( \frac{\alpha+1}{\alpha-1} \right) \left( r_e^{\frac{-1}{\alpha+1}} - r^{\frac{-1}{\alpha+1}} \right) = h^{\frac{1}{\alpha+1}} \quad (26)$$

$$h = \left[ H^{\frac{1}{\alpha+1}} - \left( \frac{Q \times \Gamma(\alpha+1)}{2 \times \pi \times K} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \left( \frac{\alpha+1}{\alpha-1} \right) \left( r_e^{\frac{-1}{\alpha+1}} - r^{\frac{-1}{\alpha+1}} \right) \right]^{\frac{\alpha}{\alpha+1}} \quad (27)$$

جدول ۱- تعیین پارامترها برای مدل داری کسری بر اساس داده‌های تجربی در اندازه‌های مختلف ذرات

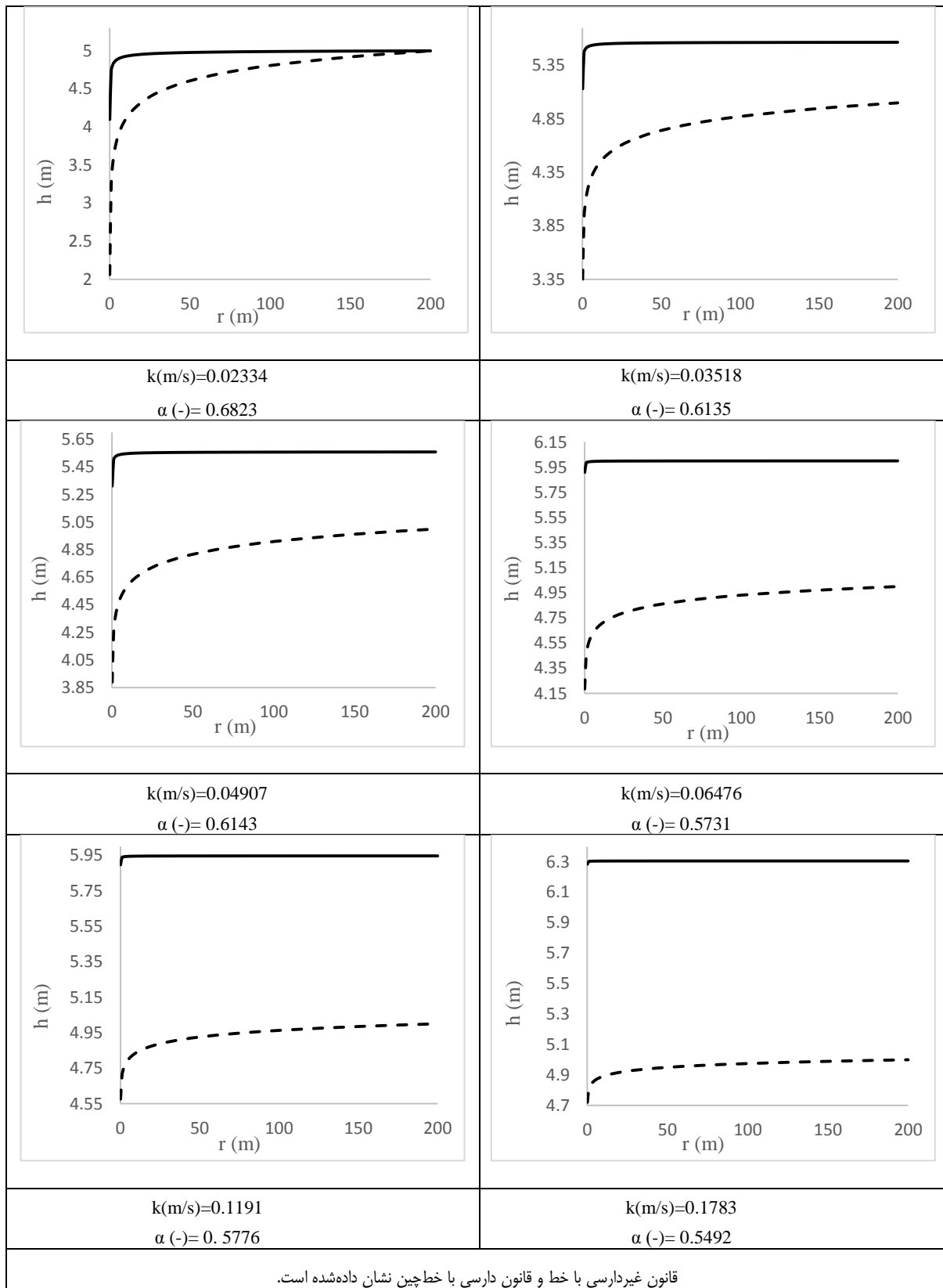
اندازه	مدل داری کسری		
	K(m/s)	$\alpha$	R <sup>2</sup>
۲/۸۳	۰/۰۲۳۳۴	۰/۶۸۲۳	۰/۹۹۹۴
۵/۵	۰/۰۳۵۱۸	۰/۶۱۳۵	۰/۹۹۹۶
۸/۷	۰/۰۴۹۰۷	۰/۶۱۴۳	۰/۹۹۹۵
۱۵/۶	۰/۰۶۴۷۶	۰/۵۷۳۱	۰/۹۹۹۲
۳۱/۱	۰/۱۱۹۱۰	۰/۵۷۷۶	۰/۹۹۹۶
۵۶/۸	۰/۱۷۸۳۰	۰/۵۴۹۲	۰/۹۹۹۷



شکل ۱- نیمرخ سطح آب در آبخوان آزاد برای قانون داریسی و غیرداریسی به ازای دبی ۱/۱ مترمکعب بر ثانیه و مقادیر مختلف هدایت هیدرولیکی

حداقل مربعات مناسب (LSF) تعیین شد (ژو و همکاران، ۲۰۱۸). نتایج در جدول ۱ ذکر شده است.

پارامترهای مدل غیرداریسی در رابطه ۲۵ با تجزیه و تحلیل داده‌های تجربی (صدقی اصل و همکاران، ۲۰۱۴) بر اساس روش



قانون غیرداری با خط و قانون داری با خطچین نشان داده شده است.

شکل ۲- نیمرخ سطح آب در آبخوان آزاد برای قانون داری و غیرداری به ازای دبی ۰/۲ مترمکعب بر ثانیه و مقادیر مختلف هدایت هیدرولیکی

پژوهش میزان این اختلاف به ازای مقادیر  $k$  برابر با  $۰/۰۲۳۳۴$ ،  $۰/۰۳۵۱۸$ ،  $۰/۰۴۹۰۷$ ،  $۰/۰۶۴۷۶$ ،  $۰/۱۱۹۱$  و  $۰/۱۷۸۳$  متر بر ثانیه به ترتیب  $۱۰$ ،  $۷$ ،  $۴/۶$ ،  $۳/۸$  و  $۱/۸۴$  درصد افزایش نسبت به قانون داری و همچنین تنها با تغییر میزان هدایت هیدرولیکی به ازای دبی  $۰/۱$  و  $۰/۲$  متر مکعب بر ثانیه نیز این مقادیر به ترتیب  $۱۹$  و  $۹/۸$  درصد افزایش نسبت به قانون داری یافته است که با افزایش میزان هدایت هیدرولیکی این اختلاف کاهش یافته که نشان دهنده نزدیک شدن جریان غیرداری به داری می‌باشد. به‌طور کلی با افزایش دبی و هدایت هیدرولیکی که در این پژوهش بررسی شد و همچنین افزایش هردو پارامتر، میزان این اختلاف بین دو مدل داری و غیرداری افزایش یافته است که بیشترین مقدار این اختلاف به ازای تغییر میزان هدایت هیدرولیکی و برای دبی  $۰/۱$  متر مکعب بر ثانیه و کمترین آن به ازای تغییر دبی و هدایت هیدرولیکی  $۰/۱۷۸۳$  می‌باشد که در تمام موارد پروفیل سطح آب در مدل داری پایین‌تر از مدل غیرداری بوده است.

### منابع

- انصاری، الف. ۱۳۹۱. مطالعه عددی و تحلیلی خط فریاتیگ درون زهکش های سنگریز، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه آزاد اسلامی واحد یاسوج، یاسوج.
- جامعی، م.، احمدیان فر، ا.، رئیسی عیسی آبادی، ع. ۱۳۹۸. ارائه مدل عددی گالرکین ناپیوسته IMPES برای مدل‌سازی آلاینده های زیرزمینی امتزاج ناپذیر با کمک روش لاکس-وندروف. نشریه پژوهش های حفاظت آب و خاک، ۲۶: ۲-۱، ۲۷.
- جعفری، م. ح.، مظاهری، م.، محمدولی سامانی، ج. ۱۳۹۶. مدل سازی عددی انتقال آلاینده در آبراهه های با پهنه ماندابی و جریان غیریکنواخت با استفاده از معادله جابه جایی-پراکنندگی کسری. نشریه آب و خاک، ۳۱: ۳-۳، ۶۸۹-۷۰۰.
- رئیس، ع.، غفوری، ح. ر.، رستمی، داوود. ۱۳۹۶. توسعه یک مدل عددی جدید بر مبنای گالرکین ناپیوسته برای شبیه سازی ته‌اجم آب شور دریا به آبخوان‌های ساحلی. نشریه پژوهش های حفاظت آب و خاک، ۲۴: ۴-۲۳-۴۱.
- سعیدی، ح.، اکبرپور، الف.، باغوند، الف.، نیک سخن، م. ح.، صادقی طبسی، ص. ۱۳۹۵. ارائه مدل شبیه ساز -بهینه ساز کمی و کیفی بهره برداری از آبخوان به منظور تعدیل غلظت آلاینده ها با استفاده از الگوریتم فاخته. نشریه پژوهش های حفاظت آب و خاک، ۲۳: ۵-۸۷-۱۰۳.

### دبی $۰/۱$ متر مکعب بر ثانیه برای دو قانون داری و غیرداری

نمودارهای ترسیمی برای دبی معادل  $۰/۱$  متر مکعب بر ثانیه برای دو قانون داری و غیرداری به ازای تمام مقادیر هدایت هیدرولیکی برحسب متر بر ثانیه در زیر نمایش داده شده است. همان‌طور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود در تمام مقادیر هدایت هیدرولیکی و به ازای دبی  $۰/۱$  متر مکعب بر ثانیه میزان  $h$  در قانون غیرداری بیشتر از قانون داری به دست آمد که کمترین میزان این اختلاف به ازای هدایت هیدرولیکی  $۰/۰۲۳۳۴$  به‌طور میانگین به میزان  $۴/۹۶$  متر برای قانون غیرداری و  $۴/۵۹$  متر برای قانون داری با اختلافی معادل  $۰/۳۷$  متر و بیشترین آن به ازای هدایت هیدرولیکی  $۰/۱۷۸۳$  به‌طور میانگین به میزان  $۶/۳۰$  متر برای قانون غیرداری و  $۴/۹۶$  متر برای قانون داری با اختلافی معادل  $۱/۳۵$  متر می‌باشد.

### دبی $۰/۲$ متر مکعب بر ثانیه برای دو قانون داری و غیرداری

نمودارهای ترسیمی برای دبی معادل  $۰/۲$  متر مکعب بر ثانیه برای دو قانون داری و غیرداری به ازای تمام مقادیر هدایت هیدرولیکی برحسب متر بر ثانیه در زیر نمایش داده شده است. همان‌طور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود در تمام مقادیر هدایت هیدرولیکی و به ازای دبی  $۰/۲$  متر مکعب بر ثانیه میزان  $h$  در قانون غیرداری بیشتر از قانون داری به دست آمد که کمترین میزان این اختلاف به ازای هدایت هیدرولیکی  $۰/۰۲۳۳۴$  به‌طور میانگین به میزان  $۴/۸۹$  متر برای قانون غیرداری و  $۴/۱۱$  متر برای قانون داری با اختلافی معادل  $۰/۷۸$  متر و بیشترین آن به ازای هدایت هیدرولیکی  $۰/۱۷۸۳$  به‌طور میانگین به میزان  $۶/۳۰$  متر برای قانون غیرداری و  $۴/۹۰$  متر برای قانون داری با اختلافی معادل  $۱/۴۰$  متر می‌باشد.

### نتیجه گیری

هدف از مطالعه حاضر توصیف یک رابطه برای سرعت بالا در جریان غیرداری با استفاده از مشتق کسری بود. نتیجه‌گیری‌ها نشان داد که مدل غیرداری ارائه شده در این پژوهش می‌تواند برای توصیف رفتار جریان غیرداری با سرعت بالا در محیط متخلخل مورد استفاده قرار گیرد. همچنین نتایج مقایسه داده‌های دو مدل داری و غیرداری نشان می‌دهد که اگر جریان غیرداری که در عمل اتفاق می‌افتد را داری فرض کنیم بین دو مدل داری و غیرداری به ازای تغییر میزان دبی و هدایت هیدرولیکی اختلاف وجود داشته که میزان آن با افزایش دبی افزایش می‌یابد بطوریکه به ازای تغییر دبی از  $۰/۱$  به  $۰/۲$  و ثابت نگه داشتن سایر پارامترها در این

- Sedghi-Asl, M., Rahimi, H., Farhoudi, J., Hoorfar, A., Hartmann, S. 2014a. One-Dimensional Fully Developed Turbulent Flow through Coarse Porous Medium. *Journal of Hydrologic Engineering*. (ASCE). 19. 7: 1491-1497.
- Sedghi-Asl, M., Rahimi, H., and Salehi, R. 2014. Non-Darcy flow of water through a packed column test. *Transport in Porous Media*. 101. 2: 215-227.
- Scheidegger, A. E. 1963. *The physics of flow through porous media*. University of Toronto Press, Toronto, Canada.
- Venkataraman, P., and Roma Mohan Rao, P. 2000. Validation of forchheimer's law for flow through porous Media with converging boundaries. *Journal of Hydraulic Engineering ASCE*. 126 .1: 63-71.
- Ward, J. C. 1964. Turbulent Flow in Porous Media, *Journal of Hydraulic Division*. ASCE. 95. 6:1-11.
- Zhou, H., and Yang. S. 2018. Fractional derivative approach to non-Darcian flow in porous media. *Journal of Hydrology*. 566: 910-918.
- صلاحی نیا، س. ۱۳۹۳. مطالعه آزمایشگاهی جریان زیر سطحی در شرایط تغذیه سطحی و تغییرات خاک، پایان نامه کارشناسی ارشد، گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه یاسوج، یاسوج.
- Ahmed, N., and Sunada, D. K. 1969. Nonlinear flow in porous media. *Journal Hydraulic Engineering*. ASCE. 95. 6: 1847-1857.
- Li, B., Garga, V. K., and Davies, M. H. 1998. Relationships for non-Darcy flow in rockfill. *Journal Hydraulic Engineering*. 124. 2: 206-212.
- Mc Corquodale, J. A., Hannoura, A., and Nasser, M. S. 1978. Hydraulic conductivity of rockfill. *Journal of Hydraulic Research*. 16. 2: 123-137.
- Salehi, R., Rahimi, H., and Omid, M. H. 2005. An Empirical study of turbulent flow through confined coarse porous media. *Iranian Journal of Agricultural Sciences*. 36. 2: 263 -271.
- Sedghi-Asl, M., Ansari, I. (2016). Adoption of Extended Dupuit- Forchheimer Assumptions to Non-Darcy Flow Problems. *Transport in Porous Media*. 113. 3: 457-468.



## Hydraulic Investigation of Non-Darcy Radial Flow in Unconfined Aquifers in Steady State

M. Shayannejad<sup>1</sup>, A. Ebrahimi<sup>2\*</sup>

Received: Jun.17, 2019

Accepted: Sept.12, 2019

### Abstract

Darcy's law is valid for laminar flow and its application is not recommended for turbulent flow. The turbulent flow equations are derived based on hydrodynamics principals with introducing turbulence effects. The purpose of this research is to derive the relationship between discharge and hydraulic potential in radial flow in unconfined aquifers under steady state. The basis of the relationship is fractional derivative approach of the velocity flow related to the hydraulic gradient. The previous study data was used for the verification of the derived equation. The profile of the water level was computed and plotted for different porous media with non-Darcy flow in unconfined aquifer for different discharges based on the extracted equation and compared with the results of the Darcy's law. The results showed with increasing the discharge values the highest and lowest increment of water level were 10 and 1.48% related to Darcy flow respectively. These values for increasing of hydraulic conductivity were 19 and 9.8% respectively. Overall, the difference between the Darcy and non Darcy flow in water level estimation increased with increasing discharge and hydraulic conductivity as well as the increase of both parameters, which water level was higher in Darcy flow than non Darcy flow in all water profile profiles.

**Keywords:** Hydraulic, Non-Darcy Flow, Porous media, Unconfined aquifer

1- Associate Professor, Department of Water Engineering, College of Agriculture, Isfahan University of Technology, Iran

2- Master of Science, Department of Water Engineering, College of Agriculture, Isfahan University of Technology, Iran  
(\*- Corresponding Author Email: af.ebrahimi@yahoo.com)