

تخمین سرعت نسبی پیشانی جریان غلیظ برای سیال پیرامون متحرک هم جهت با حرکت جریان غلیظ

مهوش منصوری هفشجانی^{۱*}، مهدی قمشی^۲، محمود شفاعی بجهستان^۳ و جواد احدیان^۴

^{۱*} - نویسنده مسئول، دانشجوی دکتری سازه‌های آبی دانشکده مهندسی علوم آب دانشگاه شهید چمران اهواز.

^۲ - استاد دانشکده مهندسی علوم آب دانشگاه شهید چمران اهواز.

^۳ - استاد دانشکده مهندسی علوم آب دانشگاه شهید چمران اهواز.

^۴ - دانشیار گروه سازه‌های آبی، دانشکده مهندسی علوم آب، دانشگاه شهید چمران اهواز.

تاریخ پذیرش: ۹۴/۱۰/۱۴

تاریخ دریافت: ۹۴/۷/۲۲

چکیده

جریان های غلیظ زمانی رخ می دهد که سیالی درون سیال دیگر با چگالی متفاوت حرکت کند. تحقیقات زیادی در زمینه بررسی جریان غلیظ هنگامی که سیال پیرامون ساکن است وجود دارد ولی در حالی که سیال پیرامون هم جهت با جریان غلیظ در جریان است مطالعاتی انجام نشده است، لذا این تحقیق با استفاده از یک مدل فیزیکی، فلومی به عرض ۳۵ سانتی متر، طول ۸/۸ متر و ارتفاع ۷۰ سانتی متر و در نظر گرفتن جریان غلیظ نمکی، سه دبی ورودی سیال پیرامون ۲، ۳ و ۴ لیتر بر ثانیه، سه دبی سیال غلیظ ۰/۵، ۱/۰ و ۱/۵ لیتر بر ثانیه، سه شیب ۰، ۱ و ۲ درصد و سه غلظت ۱۰، ۱۵ و ۲۰ گرم بر لیتر انجام شد. نتایج نشان داد که سرعت پیشانی تابعی از سرعت سیال پیرامون می باشد، لذا از سرعت نسبی پیشانی در تجزیه و تحلیل داده ها استفاده گردید. در نهایت یک رابطه به منظور تخمین سرعت نسبی پیشانی جریان غلیظ ارائه شد.

کلیدواژه ها: جریان غلیظ، سرعت نسبی پیشانی، سیال پیرامون، سیال غلیظ.

Estimation of Relative Head Velocity of Density Current When Ambient Water Flowing in Same Direction of Density Current

M. Mansouri Hafshejani^{1*}, M. Ghomeshi², M. Shafai Bejestan³ and J. Ahadian⁴

1* - Ph.D. Student, Water Sciences Engineering Faculty, Shahid Chamran University of Ahvaz, Iran.

2- Professor, Water Sciences Engineering Faculty, Shahid Chamran University of Ahvaz, Iran.

3- Professor, Water Sciences Engineering Faculty, Shahid Chamran University of Ahvaz, Iran.

4- Associate Professor, Faculty of Water Sciences Engineering, Shahid Chamran University of Ahvaz, Iran.

Received: 14 October 2015

Accepted: 4 January 2016

Abstract

Density current occurs when a fluid flowing through another fluid with different density. Lot of research can be found in the literature about density current, but in all of them one of the fluids is stationary. Since no study can be found about density current when fresh water is flowing in the same direction of density current, therefore in this research attempts are made to study this especial case with the aid of experimental flume. The experiments were conducted in a flume with 35 cm wide, 8.8 m long and 70 cm height. The dense fluid was salt water with discharges of 0.5, 1 and 1.5 L/s and the discharge of fresh water were equal to 2, 3 and 4 L/s. The concentrations of dense fluid were 10, 15 and 20 g/L, and the bed slop of the flume was 0, 1 and 2%. The results showed that the head velocity

is a function of the velocity of fresh water and therefore the relative head velocity is selected for further analyses. Finally, an equation is suggested to find relative head velocity.

Keywords: Density current, Relative head velocity, Ambient water, Dens fluid.

$$Fr_d = \frac{U}{\sqrt{g'h}} \quad (2)$$

در رابطه فوق U : سرعت متوسط، g' : شتاب ثقل موثر، h : ضخامت لایه جریان غلیظ و Fr_d : عدد فرود دنسیمتریک است. به طور کلی جریان غلیظ دارای یک پیشانی پیش‌رونده در داخل یک سیال پیرامون است. جریان در پیشانی غیردائمی بوده و نیروی محرک آن گرادیان فشار ناشی از اختلاف چگالی بین پیشانی و سیال پیرامون است (شکل ۱). در زمینه پیشروی جریان غلیظ تحقیقات متعددی از جمله گارسیا و پیرسون^(۱۹۹۶)، فتحی مقدم و همکاران^(۲۰۰۸)، موناگان و همکاران^(۲۰۰۹)، ژانگ و همکاران^(۲۰۱۰) صورت گرفته است.

پارامتر مهم در بررسی پیشانی جریان غلیظ، میزان سرعت پیشروی پیشانی می‌باشد. کولگان^(۱۹۵۷) تحقیقاتی بر روی چگونگی حرکت آب نمک در یک کانال بدون شیب انجام داد. نتایج تحقیقات وی در رابطه زیر ارائه شده است:

$$U_f = 0.7\sqrt{g'h_f} \quad (3)$$

که در آن U_f : سرعت رأس جریان، g' : شتاب ثقل موثر و h_f : ضخامت پیشانی جریان است. قمشی^(۱۹۹۵) در بررسی آزمایشگاهی در کانالی به طول ۴/۱ متر، عمق ۵۵ سانتی متر و عرض ۴۳ سانتی متر با شیب کف ثابت و برابر ۰/۰۰۶۳۵ و استفاده از جریان غلیظ رسوبی و جریان غلیظ آب نمک و نیز استفاده از داده‌های سایر محققین، برای سرعت رأس جریان رابطه زیر را به دست آورد:

$$U_f = 0.72\sqrt{g'h_f} \quad (4)$$

مقدمه

اگر یک سیال با چگالی معلوم وارد سیال با چگالی متفاوت شود، سیال وارد شونده به درون سیال دیگر را سیال غلیظ^۱ و سیال پذیرنده را سیال پیرامون^۲ می‌نامند. این نوع جریان ممکن است به سه حالت جریان زیرگذر^۳، جریان میان‌گذر^۴ یا جریان روگذر^۵ اتفاق بیفتد که وقوع هر یک از این حالت‌ها به اختلاف چگالی بین دو سیال بستگی دارد. این تفاوت چگالی‌ها ممکن است به وسیله درجه حرارت، مواد محلول و ماده معلق به وجود آید.

اگر چگالی جریان غلیظ ورودی کوچک‌تر از چگالی سیال پیرامون باشد جریان غلیظ به صورت روگذر حرکت خواهد کرد. اگر چگالی جریان غلیظ ورودی از چگالی سیال پیرامون بزرگ‌تر باشد به صورت زیرگذر حرکت خواهد کرد و اگر سیال پیرامون لایه بندی باشد جریان غلیظ به مقتضای چگالی اطراف آن و به صورت میان‌گذر حرکت خواهد کرد. جریان‌های غلیظ ایجاد شده در مخازن سدها اغلب از نوع جریان‌های زیر گذر می‌باشند. این گونه جریان‌ها دارای سه بخش اصلی پیشانی(رأس)، بدنه شکل (۱) و نقطه غوطه‌وری می‌باشند. اجزای مختلف جریان‌های غلیظ را نشان می‌دهد.

جریان‌های غلیظی که در فرآیندهای هیدرولیکی با آنها مواجه می‌شویم، معمولاً شامل یک اختلاف ناچیز در چگالی لایه‌های بالا و پایین بوده و نیروهای اینرسی و چگالی یکسان فرض می‌شود. به علاوه هنگامی که اختلاف چگالی کوچک باشد مایع بالایی یک تأثیر شناوری بزرگی روی سیال پایینی ایجاد کرده، گرانس مؤثر در لایه پایینی سیال که کاهش نیز یافته است، با رابطه زیر به صورت g' تعریف می‌گردد:

$$g' = g \frac{\rho_t - \rho_a}{\rho_a} \quad (1)$$

که در آن g : شتاب ثقل عمومی، ρ_t : جرم واحد حجم سیال غلیظ و ρ_a جرم مخصوص سیال پیرامون است. در جریان‌های غلیظ عدد فرود یک پارامتر کلیدی بوده به صورت ذیل اصلاح شده و به آن عدد فرود دنسیمتریک^۶ گفته می‌شود.

7 - Garcia and Parsons
8 - Fathi Moghadam *et al.*
9 - Monaghan *et al.*
10 - Zhang *et al.*
11 - Keulegan
12 - Ghomeshi

1 - Dense Fluid
2 - Ambient water
3 - Under flow
4 - Inter flow
5 - Over flow
6- Densimetric Froude number

منصوری هفشجانی و همکاران: تخمین سرعت نسبی پیشانی جریان غلیظ برای...

$$R^2 = \frac{(\sum_{i=1}^n X_{ip} X_{im})^2}{\sum_{i=1}^n X_{ip}^2 \sum_{i=1}^n X_{im}^2} \quad (13)$$

$$\% \text{Error} = \frac{\sum_{i=1}^n |(X_{ip} - X_{im})|}{\sum_{i=1}^n X_{im}} \times 100 \quad (14)$$

که در این روابط X_{ip} : داده مدل سازی شده، X_{im} : داده اندازه گیری شده و n : تعداد داده ها می باشد.

تجهیزات آزمایشگاهی

به منظور انجام این تحقیق از یک فلوم آزمایشگاهی با شیب قابل تغییر طول ۸/۸ متر، عرض ۳۵ سانتی متر و ارتفاع ۷۰ سانتی متر در آزمایشگاه مدل های فیزیکی دانشکده مهندسی علوم آب دانشگاه شهید چمران اهواز استفاده شد. آزمایش ها به صورت جریان غلیظ نمکی با در نظر گرفتن سه دبی ورودی سیال پیرامون ۲، ۳ و ۴ لیتر بر ثانیه، سه دبی سیال غلیظ ۰/۵، ۱/۰ و ۱/۵ لیتر بر ثانیه، سه شیب ۰، ۱ و ۲ درصد و سه غلظت اولیه ۱۰، ۱۵ و ۲۰ گرم بر لیتر (در مجموع تعداد ۸۱ آزمایش) انجام شد.

در این مطالعه از محلول آب و نمک به عنوان سیال غلیظ استفاده شده است. برای انجام آزمایش ها پس از تنظیم شیب درون مخزن اختلاط، سیال غلیظ با غلظت مورد نظر تهیه شده و ماده رنگی در ابتدا در ظرفی با آب حل شده و سپس به مخزن اختلاط اضافه می گشت. بعد از آماده شدن سیال غلیظ، شیر بسته شده و سیال غلیظ به هد تانک منتقل می شد. پس از پر شدن هد تانک، دبی سنج آماده به کار می شد.

بدین شکل جریان غلیظ با دبی تنظیم شده به پشت دریچه فلوم وارد می گردد، در این هنگام آب زلال وارد فلوم شده و با استفاده از یک لوله خروجی در انتهای فلوم، سیال پیرامون در حین آزمایش ها در جهت حرکت سیال غلیظ در حرکت بود و دبی سیال پیرامون نیز با استفاده از شیر مربوطه از قبل تنظیم می گردید.

اندازه گیری ارتفاع پیشانی جریان در مقاطع مشخصی از دریچه با علامت زدن بر روی اشل های نصب شده بر دیواره فلوم صورت گرفت. همچنین سرعت پیشانی جریان از طریق اندازه گیری مدت زمان طی شدن مسافت بین هر دو مقطع متوالی توسط کرنومتر انجام پذیرفت. بعد از تخلیه کامل رأس جریان از فلوم و حصول اطمینان از یکنواخت بودن بدنه جریان در طول فلوم از بدنه جریان غلیظ برای تعیین غلظت و چگالی بدنه سیال غلیظ از بدنه جریان غلیظ نمونه گیری می شد، سپس فلوم تخلیه شده و برای آزمایش بعدی آماده می شد. شکل (۲) شکل شماتیک آزمایش ها را نشان می دهد.

پیرامون h_f و U_f : به ترتیب ارتفاع و سرعت پیشانی جریان غلیظ می باشند.

با استفاده از روش باکینگهام و مروری بر منابع انجام شده، پارامترهای بدون بعد به صورت زیر مورد نظر قرار گرفتند:

$$f(S, \frac{U_f}{\sqrt{g'h_f}}, \frac{U_f h_f}{v_t}, \frac{q_t}{q_a}) = 0 \quad (10)$$

در رابطه فوق $\frac{U_f h_f}{v_t}$: عدد رینولدز پیشانی می باشد و با توجه

به تغییرات کم غلظت و دما از اثر عدد رینولدز در تمامی آزمایش ها صرف نظر شد. نظر به اینکه در این تحقیق سیال پیرامون و سیال غلیظ در حین آزمایش ها هر دو در حال حرکت هستند لذا از سرعت نسبی (تفاضل سرعت سیال پیرامون و سرعت سیال غلیظ) در تجزیه و تحلیل داده ها استفاده شد. همچنین با توجه به اینکه سرعت نسبی دربرگیرنده دبی در واحد عرض می باشد پارامتری بعد $\frac{q_t}{q_a}$ از رابطه (۱۰) حذف گردید.

در نهایت می توان رابطه (۱۰) را به صورت رابطه زیر نوشت:

$$U_{rf} = f(S, \sqrt{g'h_f}) \quad (11)$$

در رابطه فوق S : شیب کف، g' : شتاب ثقل موثر، h_f : ارتفاع

متوسط پیشانی، U_{rf} : سرعت متوسط نسبی پیشانی می باشد.

تحلیل آماری

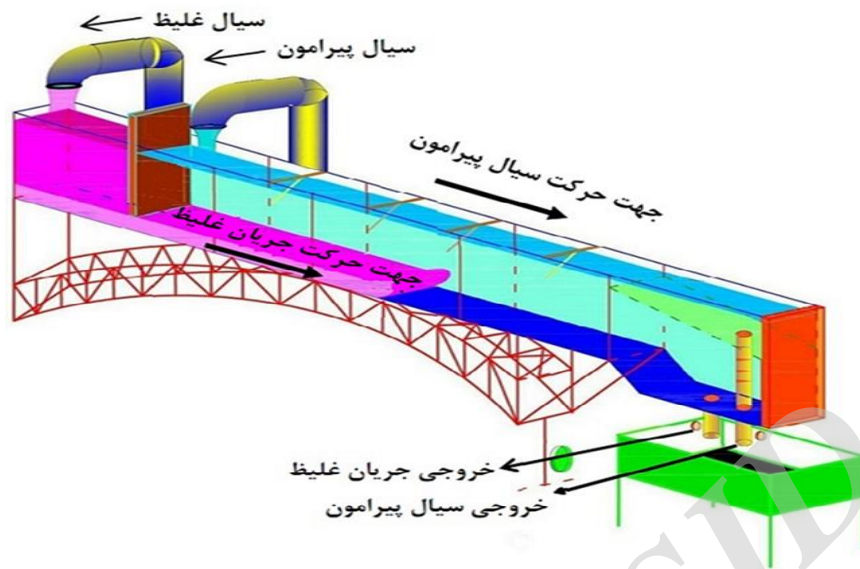
به منظور استخراج رابطه مناسب بین متغیرهای مستقل و متغیر وابسته با استفاده از نتایج به دست آمده از آزمایش ها از نرم افزار SPSS استفاده گردید.

همچنین برای محاسبه مقدار خطا و مقایسه نتایج مدل در این تحقیق از جذر میانگین مربعات خطا^۱، ضریب تعیین^۲ و درصد خطا استفاده شد:

$$RMSE = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (X_{ip} - X_{im})^2}{n} \right]^{0.5} \quad (12)$$

1- (RMSE)

2- Determination Coefficient (R2)



شکل ۲- شکل شماتیک کانال آزمایشگاهی

غلیظ ۱۰۰۷ کیلوگرم بر مترمکعب، دبی سیال پیرامون ۲ لیتر بر ثانیه و دبی سیال غلیظ ۰/۵ لیتر بر ثانیه می‌باشد. بیشترین میزان ارتفاع پیشانی (۱۰/۹ سانتی‌متر) مربوط به شیب صفر درصد، جرم مخصوص سیال غلیظ ۱۰۰۷ کیلوگرم بر مترمکعب، دبی سیال پیرامون ۲ لیتر بر ثانیه و دبی سیال غلیظ ۰/۵ لیتر بر ثانیه بوده و کمترین میزان آن (۶/۱ سانتی‌متر) مربوط به شیب ۲ درصد، جرم مخصوص سیال غلیظ ۱۰۱۷ کیلوگرم بر مترمکعب، دبی سیال پیرامون ۴ لیتر بر ثانیه و دبی سیال غلیظ ۱/۵ لیتر بر ثانیه می‌باشد.

در اکثر آزمایش‌ها با تغییرات شیب کف، تغییرات سرعت پیشانی جریان غلیظ، سرعت سیال پیرامون و به تبع از آن سرعت نسبی پیشانی جریان غلیظ ناچیز می‌باشد که این نشان دهنده حساسیت کم سرعت جریان غلیظ به تغییرات شیب می‌باشد.

همچنین عدد فرود دنسیمیتریک بدنه که نشان‌دهنده زیر بحرانی یا فوق بحرانی بودن جریان غلیظ می‌باشد به ازای هر یک از آزمایش‌ها محاسبه گردید. دامنه تغییرات عدد فرود دنسیمیتریک در آزمایش‌ها از ۰/۲۶ تا ۹/۴۴ بوده و نشان‌دهنده آن است که آزمایش‌ها هم شامل جریان غلیظ زیر بحرانی و هم فوق بحرانی می‌باشد.

شکل‌های (۳)، (۴) و (۵) نشان دهنده تغییرات سرعت متوسط پیشانی بر اساس جرم مخصوص سیال غلیظ به ترتیب برای دبی سیال پیرامون ۲، ۳ و ۴ لیتر بر ثانیه و دبی سیال غلیظ ۱/۵ لیتر بر ثانیه می‌باشد. همان‌طور که این شکل‌ها نشان می‌دهند با افزایش جرم مخصوص سیال غلیظ و ثابت بودن مابقی پارامترها، سرعت نسبی پیشانی افزایش می‌یابد.

نتایج و بحث

این تحقیق در نظر دارد تا با استخراج داده‌های آزمایشگاهی رابطه مناسب به منظور تخمین سرعت نسبی پیشانی جریان غلیظ هنگامی که سیال پیرامون هم جهت با جریان غلیظ در حرکت است را ارائه نماید. آزمایش‌های لازم همان‌گونه که در قسمت قبلی بیان شد انجام و در این قسمت داده‌های حاصل از آزمایش‌ها بر مبنای معادله بی بعد (۱۱) مورد تحلیل قرار می‌گیرد.

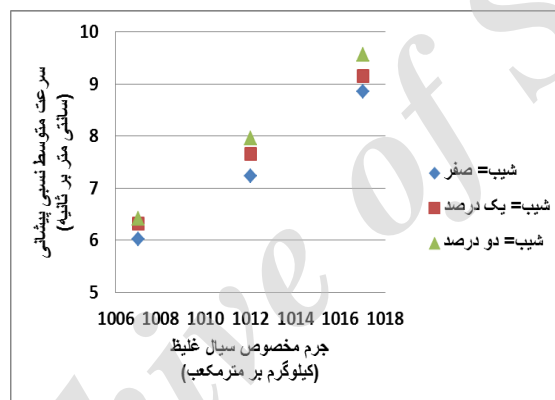
همان‌طور که در قسمت قبل ذکر گردید سرعت متوسط پیشانی جریان غلیظ از طریق اندازه‌گیری مدت زمان طی شدن مسافت بین هر دو مقطع متوالی توسط کرنومتر انجام پذیرفت. سرعت متوسط سیال پیرامون نیز از تقسیم دبی سیال پیرامون بر مساحت جریان زلال (ضرب عرض فلوم در ارتفاع جریان زلال که این ارتفاع از کم کردن ارتفاع کل از ارتفاع بدنه حاصل شد) به دست آمد. در تمامی آزمایش‌ها، سرعت پیشانی جریان غلیظ بیشتر از سرعت سیال پیرامون بوده بنابراین سرعت نسبی پیشانی جریان غلیظ در تمامی آزمایش‌ها مثبت به دست آمد.

تجزیه و تحلیل نتایج حاصل از آزمایش‌ها نشان داد که با افزایش هر یک از پارامترهای جرم مخصوص سیال غلیظ، دبی سیال پیرامون و دبی سیال غلیظ، سرعت پیشانی جریان غلیظ افزایش و ارتفاع پیشانی جریان غلیظ کاهش می‌یابد، به طوری که بیشترین میزان سرعت پیشانی جریان غلیظ (۱۲/۶ سانتی‌متر بر ثانیه) مربوط به شیب ۲ درصد، جرم مخصوص سیال غلیظ ۱۰۱۷ کیلوگرم بر مترمکعب، دبی سیال پیرامون ۴ لیتر بر ثانیه و دبی سیال غلیظ ۱/۵ لیتر بر ثانیه بوده و کمترین میزان سرعت پیشانی جریان غلیظ (۲/۶ سانتی‌متر بر ثانیه) مربوط به شیب صفر درصد، جرم مخصوص سیال

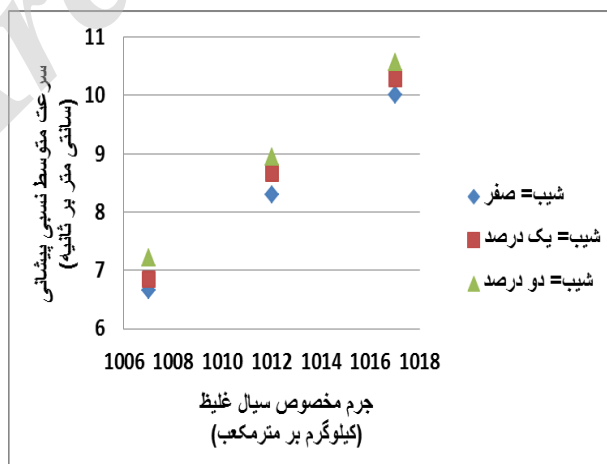
منصوری هفشجانی و همکاران: تخمین سرعت نسبی پیشانی جریان غلیظ برای...



شکل ۳- تغییرات سرعت نسبی پیشانی بر اساس جرم مخصوص سیال غلیظ به ازای دبی سیال پیرامون ۲ لیتر بر ثانیه و دبی سیال غلیظ ۱/۵ لیتر بر ثانیه



شکل ۴- تغییرات سرعت نسبی پیشانی بر اساس جرم مخصوص سیال غلیظ به ازای دبی سیال پیرامون ۳ لیتر بر ثانیه و دبی سیال غلیظ ۱/۵ لیتر بر ثانیه



شکل ۵- تغییرات سرعت نسبی پیشانی بر اساس جرم مخصوص سیال غلیظ به ازای دبی سیال پیرامون ۴ لیتر بر ثانیه و دبی سیال غلیظ ۱/۵ لیتر بر ثانیه

- با افزایش هریک از پارامترهای جرم مخصوص سیال غلیظ، دبی سیال پیرامون و دبی سیال غلیظ، سرعت پیشانی جریان غلیظ افزایش و ارتفاع پیشانی جریان غلیظ کاهش می‌یابد.
 - در تمامی آزمایش‌ها سرعت پیشانی جریان غلیظ بیشتر از سرعت سیال پیرامون بوده بنابراین سرعت نسبی پیشانی جریان غلیظ در تمامی آزمایش‌ها مثبت به دست آمد.
 - در اکثر آزمایش‌ها با تغییرات شیب کف، تغییرات سرعت پیشانی جریان غلیظ، سرعت سیال پیرامون و به تبع از آن سرعت نسبی پیشانی جریان غلیظ ناچیز می‌باشد که این نشان دهنده حساسیت کم سرعت جریان غلیظ به تغییرات شیب می‌باشد.
 - رابطه ارائه شده در این تحقیق می‌تواند رابطه مناسبی به منظور تخمین تخمین سرعت نسبی پیشانی جریان غلیظ در حالتی که سیال پیرامون هم جهت با جریان غلیظ در حال حرکت است، باشد.

با استفاده از نرم افزار SPSS ضریب رابطه بی‌بعد استخراج شده، به دست آمده و فرمول زیر با درصد خطای ۴۴/۴۳ درصد و جذر میانگین مربعات خطای ۲/۴۷ و ضریب تعیین ۰/۷۹ به منظور تخمین سرعت نسبی پیشانی جریان غلیظ در حالتی که سیال پیرامون هم جهت با جریان غلیظ در حال حرکت است ارائه شد:

$$U_{rf} = 0.46\sqrt{g'h_f} \text{ و } R^2 = 0.79 \quad (15)$$

که در رابطه فوق، g' : شتاب ثقل موثر بر حسب $\frac{cm}{s^2}$ ، h_f : ارتفاع متوسط پیشانی بر حسب cm و U_{rf} : سرعت متوسط نسبی پیشانی بر حسب $\frac{cm}{s}$ می‌باشد.

نتیجه گیری

نتایج حاصل از تحقیق فوق به صورت زیر خلاصه می‌شود:

منابع

- ۱- دریایی، م. ۱۳۹۳. بررسی آزمایشگاهی اثر مشترک زبری و مانع روی کنترل جریان غلیظ. پایان نامه دکتری، رشته سازه‌های آبی، دانشکده مهندسی علوم آب، دانشگاه شهید چمران اهواز، ۱۴۱ صفحه.
- ۲- سروری نژاد، س. ب. ۱۳۹۱. بررسی اثر زاویه همگرایی بر خصوصیات جریان غلیظ. پایان نامه دکتری، رشته سازه‌های آبی، دانشکده مهندسی علوم آب، دانشگاه شهید چمران اهواز، ۱۲۷ صفحه.
- ۳- کاهه، م. ۱۳۹۱. بررسی آزمایشگاهی دینامیک جریان غلیظ بر روی سطوح زبر. پایان نامه دکتری، رشته سازه‌های آبی، دانشکده مهندسی علوم آب، دانشگاه شهید چمران اهواز، ۱۲۴ صفحه.
- ۴- ورجاوند، پ. ۱۳۹۲. بررسی آزمایشگاهی جریان غلیظ بر روی بسترهای زبر. پایان نامه دکتری، رشته سازه‌های آبی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تبریز، ۱۴۲ صفحه.
5. Altinakar, M. S., Graf, W. H., and E. J Hopfinger. 1990. Weakly depositing turbidity current on a small slope. *Journal of Hydraulic Research*, 28(1):55-80.
6. Fathi Moghadam, M., Torabi Poudeh, H., Ghomshi, M. and M. Shafai. 2008. The density current head velocity in expansion reaches. *Lakes and Reservoirs: Research and Management*, 13(1):63-68.
7. Garcia, M. H. and J. D. Parsons. 1996. Mixing at the front of gravity currents. *Dynamics of atmospheres and oceans*, 24(1-4): 197-205.
8. Ghomeshi, M. 1995. Reservoir sedimentation modeling. Ph.D. Thesis, University of Wollongong, Australia.
9. Haghabi, A. H. 2004. The study of bed slope effect on velocity and concentration profiles of density currents. Ph.D. Thesis, Shahid Chamran University, Ahvaz, Iran.
10. Keulegan, G.H. 1957. An experimental study of the motion of saline water from locks into fresh water channels. Rep. 5168. National Bureau of Standards, Washington, DC. 76p.

منصوری هفشجانی و همکاران: تخمین سرعت نسبی پیشانی جریان غلیظ برای...

11. Monaghan, J. J., Meriaux, C. A., Huppert, H. E. and J. M. Monaghan. 2009. High Reynolds number gravity currents along V-shaped valleys. *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, 28(5): 651-659.
12. Zhang, L. Z., Zeng, L., Zhang, B., Li, Z. and Z. L. Luo. 2010. Numerical study on head advancement of axisymmetric gravity currents. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 15(7): 1893-1898.

Archive of SID