

تحلیل زمانی تغییرات ارتفاع سطح ایستابی تحت تأثیر بارش و مصرف با استفاده از مدل رگرسیونی و معادله دیفرانسیلی

مریم عبدالله زاده^{۱*} و احمد فاخری فرد^۲

^{۱*} - نویسنده مسئول، دانش آموخته کارشناسی ارشد منابع آب، گروه مهندسی آب، دانشگاه تبریز Maryam.abdolahzadeh90@yahoo.com
^۲ - استاد گروه مهندسی آب، دانشگاه تبریز.

تاریخ پذیرش: ۹۴/۱۰/۲۷

تاریخ دریافت: ۹۴/۸/۱۶

چکیده

به منظور بهره‌برداری بهتر از منابع آب موجود و کاهش بحران آب، پیش‌بینی تغییرات منابع آب با استفاده از روش‌های مختلف از اهمیت فراوانی برخوردار است. در این تحقیق از داده‌های ماهانه‌ی ارتفاع سطح ایستابی، مصارف و بارش طی دوره‌ی آماری ۱۳۸۰ لغایت ۱۳۹۰ دشت عجب‌شیر و از دو روش برای پیش‌بینی ارتفاع سطح ایستابی استفاده شد. روش اول حل معادله‌ی دیفرانسیل جزئی برای گام‌های زمانی متوالی و روش دوم مدل رگرسیون پیشنهادی است. روش تفاضل‌های محدود برای حل عددی معادله دیفرانسیلی استفاده شد، مقدار ضریب همبستگی و خطای به‌دست آمده از این روش بین مقادیر مشاهداتی و محاسباتی به ترتیب 0.9 و 0.41 به‌دست آمد. برای تعیین دوره زمانی تأثیر بارش و مصرف روی سطح ایستابی سفره، از نمودار همبستگی متقاطع استفاده شد. بر طبق این نمودار (نمودار همبستگی متقاطع) مشخص شد که بارندگی‌ها با تأخیر یک ماهه و مصارف با تأخیر دو ماهه بیشترین تأثیر را بر ارتفاع سطح ایستابی دارند. سپس رابطه‌ی عمومی بین این سه متغیر با لحاظ نمودن دوره زمانی تأثیر از طریق یک معادله‌ی رگرسیونی غیرخطی چندمتغیره با ضریب همبستگی 0.93 و خطای 0.35 به‌دست آمد. با توجه به معیارهای ارزیابی به‌دست آمده از دو روش، مدل رگرسیون غیرخطی چندمتغیره انتخاب شد.

کلید واژه‌ها: ارتفاع سطح ایستابی، رگرسیون چندمتغیره غیرخطی، معادله دیفرانسیل جزئی، همبستگی متقاطع.

Analysis The Temporal Variation of Water Table Elevation Under The Impact of Precipitation and Consumptions by Using Regression Model and Differential Equation

M. Abdolahzadeh^{1*} and A. Fakheri-Fard²

1* - Corresponding Author, MSc Graduated of Water Resources Engineering, Water Engineering Department, University of Tabriz, Iran.

2. Professor of Water Engineering Department, University of Tabriz, Iran.

Received: 7 November 2015

Accepted: 17 January 2016

Abstract

In order to better exploitation of the available water resources and to prevent water crisis increment, predicting the changes in water resources through different methods will be of great importance. In this study, monthly data of water table elevation, consumptions and precipitation during the period of 2001 to 2011 for Ajabshir plain were used to predict the water table elevation through two methods. The first method is to solve the application of partial differential equation for consecutive time steps and the second one is the proposed regression model. The finite difference method was used for the temporal solution of the differential equation which leads to gain a correlation coefficient of 0.9 and an RMSE of 0.41 between estimated and observed values of groundwater levels. To determine the time period for the effects of precipitation and consumptions on the water table elevation, the cross correlation function was

used; which indicated great impact of precipitation and consumptions on water table elevation with one and two lags respectively. Finally the general relationship between these three variables with time period effects through a multivariate nonlinear regression model was obtained via a correlation coefficient of 0.93 and RMSE of 0.35. According to the evaluation criteria derived from two methods, the multivariate regression model was selected.

Keywords: Water table elevation, Multivariate nonlinear regression, Partial differential equation, Cross correlation.

رگرسیون خطی چندمتغیره و شبکه‌های عصبی مصنوعی نشان داد که شبکه‌ی عصبی مصنوعی نتایج بهتری را ارائه می‌دهد. ایزدی و همکاران (۱۳۸۷) در تحقیق انجام شده در دشت نیشابور از مدل داده‌های ترکیبی استفاده کردند. مدل‌های داده‌های ترکیبی، مدل‌های رگرسیونی هستند که به دلیل در نظر گرفتن چندین پیرومتر در طول یک دوره زمانی، توانایی پیش‌بینی سطح آب زیرزمینی را در پیرومترهای مختلف به صورت توأم دارا می‌باشند. عملکرد مدل‌های داده‌های ترکیبی مختلف مانند داده‌های ترکیبی با تأثیر مشترک، اثر ثابت و اثر تصادفی برای پیش‌بینی سطح آب زیرزمینی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد که مدل داده‌های ترکیبی با تأثیر مشترک بهترین نتیجه را برای پیش‌بینی سطح آب زیرزمینی داشته است. معیارهای عملکرد ضریب تعیین^۵ ۰/۹۹ و ریشه متوسط مربعات خطا^۶ ۰/۰۵ در دوره آزمون نیز حاکی از کارایی این مدل می‌باشد. رضوی و کارآموز (۱۳۸۲) در مطالعه‌ای در حوضه آبریز سد زاینده رود، برای پیش‌بینی ماهانه جریان رودخانه از شبکه‌های عصبی مصنوعی استفاده کردند. مسأله با استفاده از رگرسیون خطی نیز تحت بررسی قرار گرفت. نتایج نشان دهنده توانایی و برتری شبکه‌های عصبی در پیش‌بینی جریان رودخانه با دقت قابل قبول بوده است. ذرتی‌پور و همکاران (۱۳۸۸) در تحقیقی که با هدف کاربرد شبکه عصبی مصنوعی در پیش‌بینی دبی روزانه خروجی ایستگاه میناب انجام شده بود، مقادیر مشاهداتی را با مقدار برآورد شده از روش رگرسیون دو متغیره آماری مقایسه کردند. مدل شبکه عصبی مصنوعی مورد استفاده در تحقیق مدل پس انتشار خطا با تابع محرک سیگموئید بود. نتایج حاصل از آن نشان داد که مقدار خطای برآوردی در روش شبکه عصبی کمتر از روش رگرسیون آماری دو متغیره می‌باشد. خاشعی سیوکی و همکاران (۱۳۹۲) در مطالعه‌ای در دشت نیشابور از روش‌های آماری کلاسیک و سیستم‌های خبره (شبکه عصبی مصنوعی^۷ و شبکه‌های تطبیقی عصبی-فازی^۸) در پیش‌بینی سطح آب زیرزمینی استفاده کردند. در تحقیق مذکور از اطلاعات ۵۷ چاه مشاهده‌ای از سال ۱۳۷۰ تا سال ۱۳۸۸ استفاده شده بود. پارامترهای مؤثر بر تغییرات سطح ایستابی، بارندگی و تخلیه به صورت ماهانه در نظر گرفته شده

مقدمه

ایران سرزمینی خشک و بیابانی با نزولات جوی بسیار کم می‌باشد که میزان بارندگی آن کمتر از یک سوم بارندگی در سطح دنیا است. بنابراین به دلیل کمبود منابع آب سطحی، پمپاژ بیش از حد از سفره‌های آب زیرزمینی کشور امری رایج است. مدیریت منابع آب برای تأمین نیازهای بشر و کاهش خسارت‌های ناشی از برداشت‌های بی‌رویه، موضوع پیچیده‌ای است که با افزایش جمعیت و میزان تقاضا در سال‌های آینده مشکل‌تر نیز خواهد شد (شاهی دشت و عباس‌نژاد، ۱۳۹۰).

با پیش‌بینی دقیق نوسانات سطح آب زیرزمینی می‌توان از نتایج آن در مدیریت آب‌های زیرزمینی به‌ویژه در برنامه‌ریزی تأمین آب قابل اعتماد و نیز تعیین تعداد بهینه چاه‌های مصرفی و تعیین توان مجاز پمپ‌های مورد استفاده بهره گرفت. پیچیدگی عوامل مؤثر در ایجاد نوسانات سطح آب زیرزمینی و وجود عدم قطعیت این عوامل، مدل‌بندی و در نتیجه پیش‌بینی سطح آب را با مشکلات عدیده‌ای مواجه می‌سازد (نایاک و همکاران، ۲۰۰۶). بنابراین یکی از مهمترین رویکردها در برنامه‌ریزی مدیریت منابع آب به دست آوردن مدل مناسبی برای پیش‌بینی رفتار منابع آب، تحت متغیرهای مؤثر بر این پدیده می‌باشد.

هی و همکاران^۲ (۲۰۰۸) در مطالعات خود در دشت ساحلی ژاپن نشان دادند که نوسانات سطح آب زیرزمینی و روند طولانی مدت، بستگی به تغذیه آب‌های زیرزمینی که تابعی از بارش، تبخیر-تعرق و آب پمپاژ شده است، دارد. آنها در مطالعه خود مدل عناصر محدود سه بعدی آب‌های زیرزمینی (FEM)^۳ را برای شبیه‌سازی جریان آب زیرزمینی استفاده کردند. نتایج نشان داد همبستگی بالایی بین ارتفاع سطح زمین و سطح آب زیرزمینی در آبخوان ساحلی کم عمق وجود دارد و همچنین آب زیرزمینی اندازه‌گیری شده و شبیه‌سازی شده همبستگی خوبی در حالت پایدار نشان داد. ساهو و مادان^۴ (۲۰۱۳)، دو روش رگرسیون خطی چندمتغیره و شبکه‌های عصبی مصنوعی را برای پیش‌بینی ارتفاع سطح ایستابی در ۱۷ نقطه از ژاپن به کار گرفتند. عملکرد مدل‌ها به صورت آماری و ترسیمی ارزیابی شد، مقایسه‌ی مدل‌های

5- R2

6- RMSE

7- ANN (Artificial Neural Network)

8- ANFIS (Adaptive Neuro Fuzzy Inference System)

1- Nayak et al.

2- He et al.

3- Finite Element Method

4- Sahoo and Madan

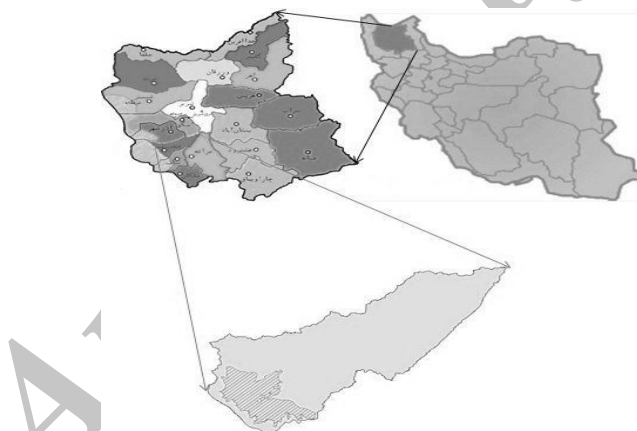
مستخرج حاوی تأخیرهای لازم خواهد بود و پیش‌بینی‌ها از طریق مدل رگرسیونی حاوی زمان‌های تأخیر انجام می‌گیرد.

مواد و روش‌ها

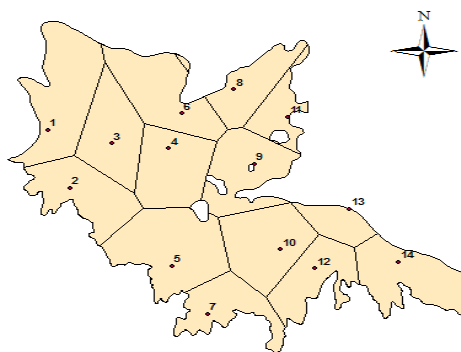
مشخصات منطقه‌ی مورد مطالعه

منطقه مورد مطالعه، دشت عجب‌شیر، جزء حوضه آبریز دریاچه ارومیه می‌باشد و در ۹۰ کیلومتری جنوب غربی شهرستان تبریز و در محدوده‌های طول جغرافیایی ۴۹°، ۴۵' تا ۴۶°، ۸' و عرض جغرافیایی ۲۲°، ۳۷' تا ۳۷°، ۳۳' واقع شده است. آبخوان دشت عجب‌شیر از دو سفره آزاد و تحت فشار تشکیل یافته است به طوری که آبخوان تحت فشار در قسمت‌های انتهایی و غربی دشت قرار گرفته و شور می‌باشد. براساس حفاری‌های اکتشافی و مطالعات ژئوفیزیکی صورت گرفته، ضخامت‌های متغیری برای آبخوان آزاد دشت به دست آمده است. بیشترین ضخامت مربوط به نواحی مرکزی دشت (حوالی شهر عجب‌شیر، نانساء) در حدود ۸۰ متر و کمترین مقدار ضخامت هم برای نواحی حاشیه‌ای مثل روستاهای خضرلو، دانلو و سواحل جنوبی دشت در حدود ۳۰ متر می‌باشد.

موقعیت منطقه مورد مطالعه (نقشه‌ی استان آذربایجان شرقی و دشت عجب‌شیر) در شکل (۱) ارائه شده است.



شکل ۱- موقعیت دشت عجب‌شیر در استان آذربایجان شرقی همراه با آبخوان دشت عجب‌شیر



شکل ۲- آبخوان دشت عجب‌شیر و پیزومترهای انتخابی همراه با پلیگون‌بندی

بودند. رابطه رگرسیونی پارامترهای مؤثر بر عمق سطح ایستابی تعیین و نتایج نشان داد که سیستم‌های خیره از دقت بیشتری نسبت به مدل رگرسیونی برخوردار بودند. دقت مربوط به شبکه‌های عصبی مصنوعی با ضریب تعیین ۰/۹۹ و شبکه‌های تطبیقی عصبی-فازی با ضریب تعیین ۰/۸۶ بهترین کارایی را داشتند. مدل رگرسیونی کمترین دقت را داشته است.

در تحقیق حاضر، هدف بررسی تأثیر مصارف و بارش روی ارتفاع سطح ایستابی و پیش‌بینی ارتفاع سطح ایستابی در دشت عجب‌شیر با استفاده از یک مدل رگرسیونی چند متغیره پیشنهادی می‌باشد که در آن ارتفاع سطح ایستابی تابعی از بارش و مصارف است و همچنین حل معادله دیفرانسیل جزئی آب‌های زیرزمینی و پیش‌بینی ارتفاع سطح ایستابی با استفاده از آن می‌باشد که در نهایت این دو روش با هم مقایسه گردیده و مدل برتر مشخص شده است. در اغلب مطالعاتی که تاکنون در خصوص ارتباط مصارف، سطح پیزومتربیک و بارش به صورت هم‌زمان انجام شده‌اند مدت زمان عکس‌العمل محیط متخلخل به این متغیرها در نظر گرفته نشده است. این مسئله منجر به عدم ارتباط منطقی محیط‌ها می‌گردد، در صورتی که بیلان موجود، حاصل واکنش هیدرولیکی این محیط‌ها می‌باشد. لذا در این تحقیق زمان‌های عکس‌العمل محیط‌ها در نظر گرفته شده و روابط رگرسیونی

محورهای اصلی هدایت هیدرولیکی فرض شده‌اند، h : بار هیدرولیکی، w : نرخ جریان‌های ورودی یا خروجی سیستم، S_s : ضریب ذخیره‌ی ویژه و t : زمان می‌باشد.

جز در موارد ساده، حل تحلیلی این معادله به‌ندرت امکان‌پذیر است، بنابراین از روش‌های عددی مختلف برای دست‌یابی به راه حل‌های تقریبی استفاده می‌شود که یکی از این روش‌ها، مدل تفاضل‌های محدود می‌باشد (مک دونالد و هارباک، ۲۰۰۸).

ریچاردسون در سال ۱۹۹۰ روش تفاضل‌های محدود را یکی از راه‌های حل تقریبی معادلات دیفرانسیلی معرفی نمود. بعداً شوول و شو این روش را در حل جریان‌های آب‌های زیرزمینی در حالت ماندگار به‌کار بردند و برای بررسی جریان‌های آب‌های زیرزمینی در حالت غیرماندگار از تشابه جریان آب در محیط متخلخل و حرارت در محیط هادی استفاده و بتدریج با توسعه‌ی کامپیوتر، روش تفاضل‌های محدود در رژیم نامتعادل به‌کار گرفته شد (بی‌نام، ۱۹۹۳).

شرایط اولیه‌ی در نظر گرفته شده در این تحقیق، مربوط به آخرین قرائت ارتفاع سطح ایستابی در سال و شرایط مرزی، مقدار ارتفاع سطح ایستابی در چاه‌هایی که نزدیک مرز واقع شده‌اند، در نظر گرفته شده است. نظر به اینکه دشت مورد مطالعه، دشتی بوده که جریان آب عمدتاً به‌صورت افقی انجام می‌پذیرد و ضخامت لایه‌ها زیاد بوده و حداکثر تغییرات در طول دوره‌ی آماری در سطح ایستابی به ۳/۵ متر می‌رسد، لذا می‌توان جریان را دو بعدی در نظر گرفت که معمولاً در آب‌های زیرزمینی فرض منطقی می‌باشد. بنابراین، معادله‌ی مورد نظر برای محیط همگن در این تحقیق به شکل زیر خواهد بود:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2)$$

در رابطه‌ی فوق h : بار هیدرولیکی، S : ضریب ذخیره‌ی ویژه، T : قابلیت انتقال، x و y : مختصات مربوط به موقعیت چاه‌های پیژومتر می‌باشد.

معادله‌ی لاپلاس یک بعدی در آب‌های زیرزمینی به شکل زیر است:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \quad 0 < x < l, t \geq 0 \quad (3)$$

که $h = h(x, t)$ متغیر تابع هست. مشتق تقریبی زمان در معادله‌ی (۳) با تفاضل پیشرو به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{h_i^{n+1} - h_i^n}{\Delta t} \quad (4)$$

در این تحقیق از داده‌های ماهانه‌ی مصارف، بارش و پیژومتر از سال آماری ۱۳۸۰ تا ۱۳۹۰ اخذ شده از سازمان آب منطقه‌ای استان آذربایجان شرقی استفاده گردید. مصارف در نظر گرفته شده مربوط به مصارف صنعتی، شرب و کشاورزی می‌باشد که درصد بیشتری از این مصارف را مصارف کشاورزی به خود اختصاص می‌دهد. از بین پیژومترهای موجود بعد از مرتب‌سازی داده‌ها تعداد ۳۳ پیژومتر در سال‌های ۹۰-۱۳۸۶ و ۱۴ پیژومتر در سال‌های ۹۰-۱۳۸۰ مشترک بودند، به این معنی که در طول سال‌های ۹۰-۱۳۸۰ تعدادی چاه‌ها با گذشت زمان خراب یا خشک و یا بدون اندازه‌گیری بودند که در این تحقیق تعداد ۱۴ پیژومتر که از سال‌های ۱۳۸۰ تا ۱۳۹۰ مورد استفاده بودند، انتخاب گردید.

برای ناحیه‌ای کردن داده‌ها از روش چندضلعی‌های تیسن در محیط ArcGIS ۹٫۳ استفاده شد. در شکل (۲) پلیگون‌بندی پیژومترها به عنوان نمونه ارائه شده است.

مدل رگرسیون چندمتغیره غیرخطی

در واقع مدل‌های بر مبنای رگرسیون، یک نگاهت خطی یا غیرخطی از یک متغیر وابسته و یک یا چند متغیر مستقل ایجاد می‌کنند. به وسیله یک رابطه رگرسیونی می‌توان با معلوم بودن مقادیر متغیرهای مستقل، مقدار متغیر وابسته را تخمین زد (رسول‌زاده و بزرگ حداد، ۱۳۸۷).

در تحقیق حاضر، با تجزیه و تحلیل داده‌ها مشخص شد که داده‌ها به طور همزمان رابطه‌ی منطقی ارائه نمی‌دهند که از نظر فیزیکی نیز منطقی به نظر می‌رسد، زیرا عکس‌العمل سیستم نسبت به تغییرات متغیرهای دخیل، همزمان اتفاق نمی‌افتد و متغیرها فازهای زمانی متفاوتی برای رساندن سیستم به حالت تعادل خواهند داشت که با تأخیر دادن داده‌ها رابطه‌ی منطقی بین متغیرها به‌دست آمد. برای تعیین تاخیرهای مناسب از کورلوگرام تقاطعی (تابع همبستگی تقاطعی) استفاده شد. کورلوگرام تقاطعی نموداری است که برای تعیین رابطه‌ی بین دو متغیر به‌کار می‌رود و به اختصار CCF^1 نامیده می‌شود.

معادله‌ی دیفرانسیل جزئی

جریان سه بعدی برای محیط‌های غیر ایزوتروپیک و غیر همگن، با معادله دیفرانسیلی زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z} \right) + w = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (1)$$

که در آن K_{xx} ، K_{yy} و K_{zz} : مقادیر هدایت هیدرولیکی در امتداد محورهای مختصاتی x ، y و z می‌باشد که به موازات



شکل ۳- شبکه‌بندی آبخوان دشت عجب‌شیر در محیط نرم افزار GMS نسخه ۷/۱

حل این معادله با استفاده از برنامه‌نویسی در محیط متلب انجام گرفت، با وارد کردن مقادیر معلوم، مقادیر ارتفاع سطح ایستابی برای گام زمانی بعدی به دست آمد.

با در دست داشتن مقادیر ارتفاع سطح ایستابی مشاهداتی و مقادیر به دست آمده از معادله دیفرانسیلی، خطوط هم ارتفاع سطح ایستابی برای مشاهدات و محاسبات در محیط نرم افزار ArcGIS نسخه ۹/۳ رسم شد. مقدار قابلیت انتقال و ضریب ذخیره‌ی اخذ شده از سازمان آب استان آذربایجان شرقی به ترتیب ۳۰۰ متر مربع در روز و ۳ درصد بود که با آزمون و خطا مقادیر دقیق آن‌ها به دست آمد به این ترتیب که با تغییر دادن مقادیر قابلیت انتقال و ضریب ذخیره در برنامه‌ی نوشته شده در محیط نرم افزار متلب و رسم خطوط هم ارتفاع سطح ایستابی در نرم افزار GIS، در حالتی که خطوط هم ارتفاع سطح ایستابی مربوط به داده‌های محاسباتی نزدیک به خطوط هم ارتفاع سطح ایستابی مربوط به داده‌های مشاهداتی بود، دقیق‌ترین مقادیر قابلیت انتقال و ضریب ذخیره انتخاب شد.

مساحت بین خطوط هم ارتفاع سطح ایستابی برای خطوط رسم شده برای داده‌های مشاهداتی و محاسباتی، با استفاده از نرم افزار GIS بدست آمد و درصد خطای مساحت بین خطوط هم ارتفاع سطح ایستابی محاسباتی و مشاهداتی محاسبه شد.

معیارهای ارزیابی

برای مقایسه‌ی دقت پیش‌بینی‌ها، از معیارهای ریشه‌ی متوسط مربع خطاها (RMSE)، متوسط قدرمطلق خطاها (MAE) و ضریب تعیین (R^2) و ضریب نش-ساتکلیف (N-S) استفاده شده است که روابط به ترتیب زیر می‌باشند (راولز و همکاران^۲، ۱۹۹۱):

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)^2} \quad (8)$$

با استفاده از تقریب تفاضل مرکزی برای $\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}$ و ارزیابی همه‌ی عبارات آن در زمان n خواهیم داشت:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{h_{i-1}^n - 2h_i^n + h_{i+1}^n}{\Delta x^2} \quad (5)$$

با جایگذاری معادله‌ی (۴) در سمت چپ معادله‌ی (۳) و جایگذاری معادله‌ی (۵) در سمت راست معادله‌ی (۳) حاصل می‌شود (ویلیام^۱، ۱۹۹۲):

$$\frac{h_i^{n+1} - h_i^n}{\Delta t} = \frac{h_{i-1}^n - 2h_i^n + h_{i+1}^n}{\Delta x^2} \quad (6)$$

به همین ترتیب برای معادله‌ی دیفرانسیل دوبعدی آب‌های زیرزمینی معادله به صورت زیر خواهد بود:

$$h_{i,j}^{t+1} = h_{i,j}^t + \left(\frac{T \cdot \Delta t}{S}\right) \left[\frac{h_{i-1,j}^t - 2h_{i,j}^t + h_{i+1,j}^t}{\Delta x^2} + \frac{h_{i,j-1}^t - 2h_{i,j}^t + h_{i,j+1}^t}{\Delta y^2} \right] \quad (7)$$

در این تحقیق برای شبکه‌بندی آبخوان دشت عجب‌شیر از نرم افزار GMS نسخه ۷/۱ استفاده شد. از آنجا که در بیشتر موارد در آبخوان‌ها مرزها به صورت خط مستقیم نبوده و اغلب به صورت منحنی می‌باشند، در نتیجه شبکه‌های انتخابی کاملاً با مرزهای واقعی مطابقت ندارند و هرچه اندازه‌ی شبکه‌های مرزی ریزتر باشد تطابق آن‌ها بهتر است. در شکل (۳) شبکه‌بندی آبخوان منطقه‌ی مورد مطالعه نشان داده شده است.

عبداله زاده و فاخری فرد: تحلیل زمانی تغییرات ارتفاع سطح ایستابی تحت...

شده، ارتفاع سطح پیزومتریک زیاد شده و بالعکس. این نشان دهنده وجود رابطه‌ی خوب بین مصارف و ارتفاع سطح ایستابی بود، که شکل‌های (۴) و (۵) نمایانگر این موضوع است.

برای پی بردن به ساختار مدل حاکم بر مصرف - بارش - ارتفاع سطح ایستابی، تحت ارتباط انتزاعی بارش - ارتفاع سطح ایستابی و مصرف - ارتفاع سطح ایستابی، در تأخیرهای مختلف بررسی و سپس رابطه‌ی عمومی پیشنهاد گردید که در این رابطه ارتفاع پیزومتریک ناحیه‌ای سفره در اشل زمانی ماهانه تابعی از بارش و مصرف در نظر گرفته شده است.

در این تحقیق مشخص شد که مصارف با دو ماه تأخیر و بارش با یک ماه تأخیر بیشترین تأثیر را روی ارتفاع سطح ایستابی دارند، که این موضوع با رسم کورلوگرام تقاطعی بین مصارف و ارتفاع سطح ایستابی، و بارش و ارتفاع سطح ایستابی انجام گرفت (شکل‌های ۶ و ۷). نوسانات موجود نشان از دوره‌ای بودن سری داده‌ها دارد.

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \hat{x}_i| \quad (9)$$

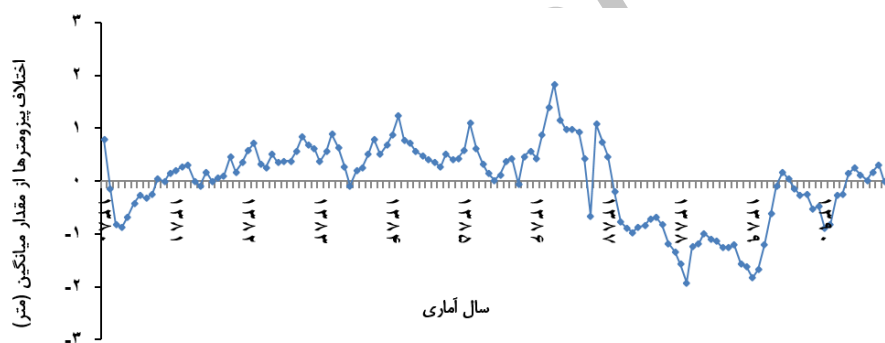
$$R^2 = \frac{[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(\hat{x}_i - \bar{\hat{x}})]^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (\hat{x}_i - \bar{\hat{x}})^2} \quad (10)$$

$$N - S = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (11)$$

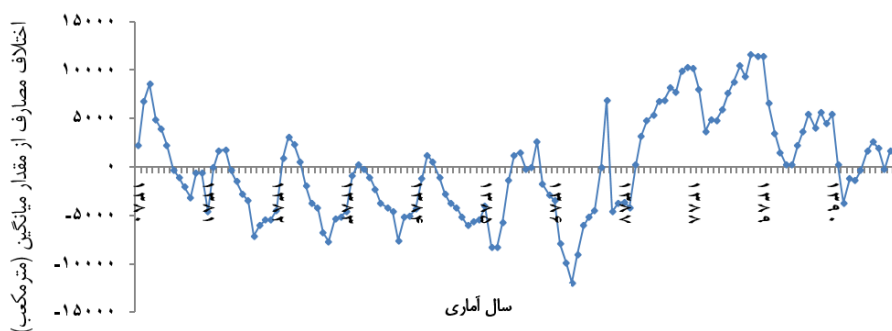
در روابط فوق، x_i : مقادیر مشاهداتی، \hat{x}_i : مقادیر تخمین زده شده، \bar{x} : میانگین مقادیر مشاهداتی و $\bar{\hat{x}}$: میانگین مقادیر تخمینی مربوط به داده‌های ارتفاع سطح ایستابی و n : تعداد کل داده‌ها می‌باشد. رابطه‌های (۸) و (۹) برای برآورد خطا، رابطه‌ی (۱۰) برای تعیین میزان همبستگی دو دسته داده و رابطه‌ی (۱۱) برای تعیین راندمان روش به کار گرفته شده، استفاده می‌شود.

نتایج و بحث

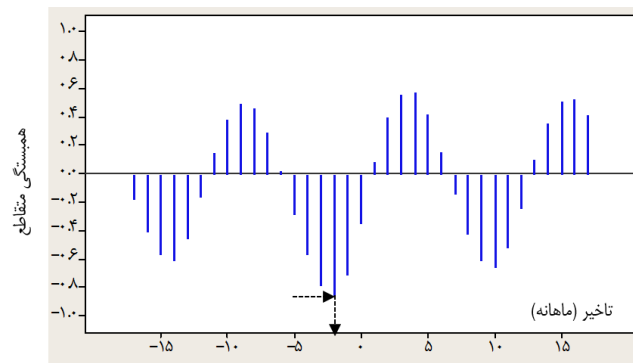
با رسم نمودار مصارف ناحیه‌ای شده و ارتفاع سطح ایستابی ناحیه‌ای شده، مشاهده شد که در ماه‌هایی که برداشت از چاه‌ها کم



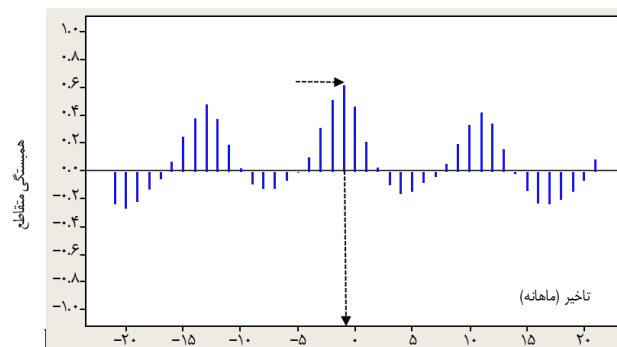
شکل ۴- نمودار سری آنومالی پیزومترها از سال ۱۳۸۰ تا ۱۳۹۰



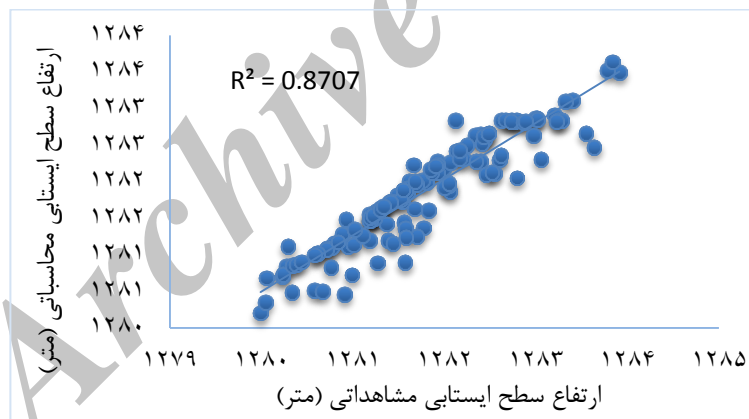
شکل ۵- نمودار سری آنومالی مصارف از سال ۱۳۸۰ تا ۱۳۹۰



شکل ۶- کورلوگرام تقاطعی بین مصارف و ارتفاع سطح ایستابی



شکل ۷- کورلوگرام تقاطعی بین بارش و ارتفاع سطح ایستابی



شکل ۸- نمودار ارتفاع سطح ایستابی مشاهداتی و محاسباتی با استفاده از رابطه رگرسیونی

افزار مینی‌تپ محاسبه شدند و γ_t : ارتفاع سطح ایستابی در زمان t (ماه) می‌باشد.

معادله (۱۲) رابطه‌ی به‌دست آمده بین مصارف، بارش و ارتفاع سطح ایستابی با اعمال تأخیرهای مناسب است که مصارف و بارش به عنوان متغیر مستقل و ارتفاع سطح ایستابی به عنوان متغیر وابسته می‌باشد. ارتفاع سطح ایستابی با در دست داشتن مقادیر مصارف و بارش (مصارف با دو ماه تأخیر و بارش با یک ماه تأخیر) تخمین زده شد که نتایج در نمودار شکل (۸) نشان داده شده است. ضرائب به دست آمده برای معادله (۱۲) در جدول (۱) ارائه شده است.

رابطه‌ی عمومی به‌دست آمده بین سه متغیر که در معادله‌ی زیر آمده است، تخمین ارتفاع پیژومتریک کنونی ناحیه‌ای سفره را به مصارف دو ماه قبل ($C_{(t-2)}$) و بارش یک ماه قبل ($P_{(t-1)}$) مرتبط می‌کند:

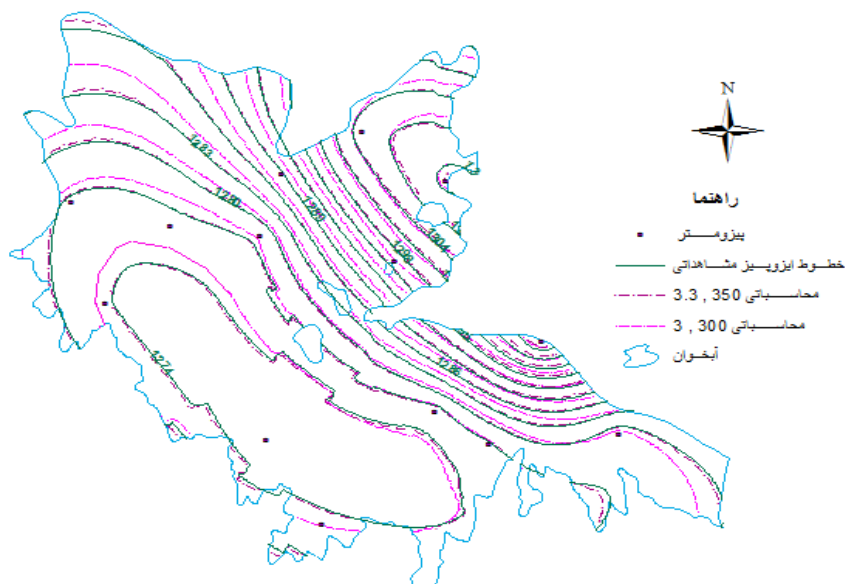
$$\gamma_t = \gamma_0 + \gamma_1 C_{(t-2)} + \frac{\gamma_2}{C_{(t-2)}^2} + \frac{\gamma_3}{P_{(t-1)} + \gamma_4} \quad (12)$$

در معادله‌ی فوق، $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ و γ_4 : ضرائب معادله هستند که با خطی سازی توأم با سعی و خطا با استفاده از نرم

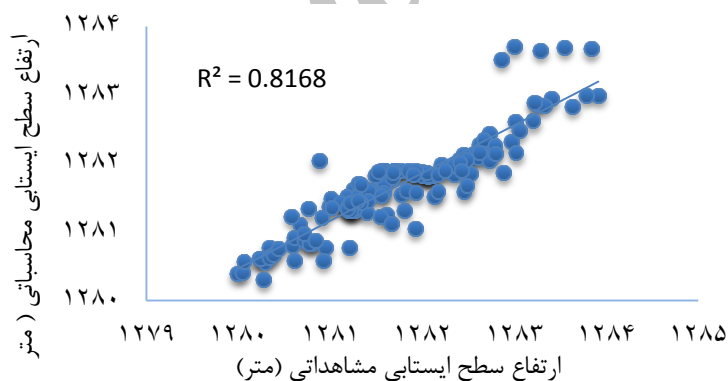
عبداله زاده و فاخری فرد: تحلیل زمانی تغییرات ارتفاع سطح ایستابی تحت...

جدول ۱- ضرایب به دست آمده برای معادله‌ی رگرسیون غیرخطی چند متغیره با استفاده از نرم افزار مینی تب

γ_0	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4
۱۲۸۳/۰۹۶	-۰/۰۰۰۱۲۶۱۳۳	-۹۵۶۷۹/۵۹۸۳۵	-۰/۴۳۶۹۲	۱/۱۵



شکل ۹- خطوط هم ارتفاع سطح ایستابی رسم شده برای داده‌های بیزومتریک مشاهداتی و محاسباتی در سال ۱۳۹۰



شکل ۱۰- نمودار ارتفاع سطح ایستابی مشاهداتی و محاسباتی با استفاده از معادله دیفرانسیلی

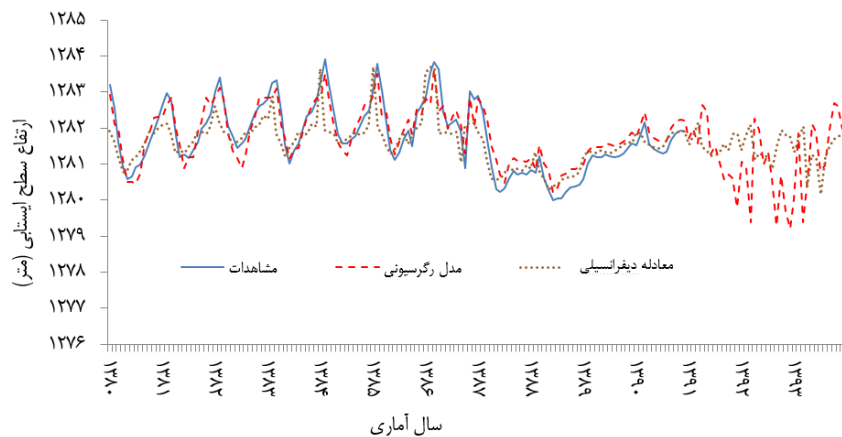
نقشه‌ی زیر خطوط ایزوپیز رسم شده با ضریب ذخیره‌ی ۳/۳ درصد و قابلیت انتقال ۳۵۰ متر مربع در روز و خطوط هم ارتفاع سطح ایستابی مشاهداتی برای سال ۱۳۹۰ به عنوان نمونه نشان داده شده است.

با استفاده از معادله‌ی دیفرانسیل، مقادیر ارتفاع سطح ایستابی مشاهداتی و تخمین زده شده (با ضریب ذخیره‌ی ۰/۰۳۳ و قابلیت انتقال ۳۵۰ متر مربع در روز) در شکل (۱۰) آمده است، همان‌طور که مشاهده می‌شود ضریب همبستگی به دست آمده با این روش ۰/۹ می‌باشد.

خطوط هم ارتفاع سطح ایستابی برای ضریب قابلیت انتقال ۳۰۰ متر مربع در روز و ضریب ذخیره‌ی ۳ درصد در شکل (۹) رسم شد که با محاسبه‌ی مساحت‌های بین خطوط ایزوپیز در هر دو حالت محاسباتی و مشاهداتی، مقدار خطا با استفاده از شاخص ارزیابی میانگین قدر مطلق خطا به دست آمد که برابر با ۰/۸۵ بود. برای کاهش مقدار خطای به دست آمده مقادیر ضریب قابلیت انتقال و ضریب ذخیره در معادله‌ی (۷) در محیط نرم افزار متلب، با روش سعی و خطا تغییر داده شد. نتیجه اینکه، مقدار خطای به دست آمده در حالتی که ضریب قابلیت انتقال ۳۵۰ متر مربع در روز و ضریب ذخیره ۳/۳ درصد بوده، به ۰/۵۶ کاهش یافت. در

جدول ۲- معیارهای ارزیابی بین ارتفاع سطح ایستابی مشاهداتی و تخمینی با استفاده از دو مدل

شاخص‌های ارزیابی				
مدل بکار رفته	نش - ساتکلیف	متوسط قدر مطلق خطاها	ریشه متوسط مربع خطاها	ضریب همبستگی
مدل رگرسیونی	۰/۸۵	۰/۳	۰/۳۵	۰/۹۳
معادله‌ی دیفرانسیلی	۰/۷۹	۰/۳۴	۰/۴۱	۰/۹



شکل ۱۱- پیش‌بینی ارتفاع سطح ایستابی با استفاده از مدل رگرسیونی و معادله دیفرانسیلی

همکاران^۴، ۲۰۱۳) اشاره کرد که نتایج خوبی ارائه داده‌اند. بطور کلی در پیش‌بینی تک متغیره، مسائل پیش‌بینی منجر به استفاده از روش‌های اتورگرسیو و یا هوشمند شده که برای پیش‌بینی از خود سری استفاده می‌شود و حافظه‌ی سری زمینه‌ی پیش‌بینی خواهد بود، این موضوع موقعی اعتبار و اعتماد کافی خواهد داشت که آمار طولانی مدت موجود باشد تا رفتار زمانی را بتوان به آینده منتقل نمود. از طرف دیگر، در برآوردهایی که از طریق ارتباط با متغیرهای دیگر انجام می‌شود، عدم تطابق زمانی عکس‌العمل سیستم نسبت به متغیرها موجب خواهد شد که اعتبار مدل برای کاربرد متغیرها در یک مقطع زمانی موازی کاهش پیدا کند و آزمون‌ها نیز چنین امری را به خوبی نشان می‌دهند. در این مطالعه از دو روش مدل رگرسیونی و معادله‌ی دیفرانسیلی برای پیش‌بینی ارتفاع سطح ایستابی، استفاده شد. ضریب همبستگی حاصل شده از دو روش فوق به ترتیب ۰/۹۳ و ۰/۹ می‌باشد که با توجه به معیارهای ارزیابی به دست آمده، می‌توان از رابطه‌ی (۱۲) برای پیش‌بینی ارتفاع سطح ایستابی برای دشت مورد مطالعه استفاده کرد که کاربرد مدیریتی ارزشمندی در مدیریت منابع آب منطقه‌ی تحت مطالعه خواهد داشت.

در جدول (۲) مقادیر خطای حاصل از پیش‌بینی توسط معادله‌ی رگرسیون پیشنهادی و معادله‌ی دیفرانسیلی در مقایسه با مشاهدات ارائه شده‌اند. همچنین نمودار مقادیر پیش‌بینی شده با استفاده از دو مدل فوق در شکل (۱۱) نشان داده شده است.

در این تحقیق معادله رگرسیون ارائه شده و پیش‌بینی ارتفاع سطح ایستابی از طریق آن نتایج بهتری را نسبت به معادله دیفرانسیل جزئی ارائه داد. تفاوت این تحقیق نسبت به دیگر تحقیق‌ها در این است که تحقیقات قبلی از روش عددی برای پیش‌بینی ارتفاع سطح ایستابی بهره نداشتند و اکثر تحقیقات انجام شده از روش‌های ریاضی و هوشمند (شبکه عصبی مصنوعی، نروفازی و ...) استفاده کرده‌اند. به عنوان مثال قدمپور و شقایان (۱۳۹۰) از دو روش هوش مصنوعی و تحلیل کلاسیک سری‌های زمانی برای تعیین تراز آب زیرزمینی در منطقه‌ی انیون کانتری^۱ در ایالت نیوجرسی آمریکا استفاده کردند.

نتیجه‌گیری

در اکثر تحقیقات انجام شده در زمینه‌ی پیش‌بینی ارتفاع سطح ایستابی، فقط از یک متغیر که همان سطح پیژومتریک می‌باشد استفاده شده است. روش‌های به کار گرفته شده در این زمینه، بسیار متفاوت می‌باشند، از جمله‌ی آن‌ها می‌توان به سری‌های زمانی همچون مدل‌های $ARMA$ ، $ARIMA$ و ...، مدل‌های شبکه عصبی مصنوعی مانند $FFNN$ ، RNN ، (کارتیکیان و

3- Recurrent Neural Network
4- Karthikeyan et al.

1- Union country
2- Feed Forward Neural Network

منابع

- ۱- ایزدی، ع.، داوری، ک.، علیزاده، ا. و ب. قهرمان. ۱۳۸۷. کاربرد مدل داده‌های ترکیبی در پیش‌بینی سطح آب زیرزمینی. مجله آبیاری و زهکشی ایران، (۲) : ۱۴۳ - ۱۳۳.
- ۲- خاشعی سیوکی، ع.، قهرمان، ب. و م. کوچک‌زاده. ۱۳۹۲. مقایسه مدل‌های شبکه عصبی مصنوعی، ANFIS و رگرسیون در برآورد سطح ایستابی آبخوان دشت نیشابور. نشریه آبیاری و زهکشی ایران، (۱)۷ : ۲۲ - ۱۰.
- ۳- ذرتی‌پور، ا.، سلاجقه، ع.، المعالی، ن. و ح. محمد عسگری. ۱۳۸۸. بررسی مدل بارش- رواناب با استفاده از روش‌های شبکه عصبی مصنوعی و رگرسیون دو متغیره آماری (مطالعه موردی در حوزه آبخیز میناب). پژوهش‌های آبخیزداری (پژوهش و سازندگی)، (۸۳) : ۷۴ - ۶۹.
- ۴- رسول زاده، س. و ا. بزرگ حداد. ۱۳۸۷. مقایسه شبکه عصبی مصنوعی و رگرسیون خطی چند متغیره در پیش‌بینی میزان آبدهی مخزن سد کرج. سومین کنفرانس مدیریت منابع آب ایران، تبریز، دانشکده مهندسی عمران.
- ۵- رضوی، س. و م. کارآموز. ۱۳۸۲. استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی در پیش‌بینی ماهانه جریان رودخانه. دهمین کنفرانس دانشجویی مهندسی عمران، ۳۰ مهر تا ۲ آبان ماه، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران.
- ۶- شاهی‌دشت، ع. و ا. عباس‌نژاد. ۱۳۹۰. ارائه راهکارهای مدیریتی منابع آب زیرزمینی دشت‌های استان کرمان. فصلنامه زمین‌شناسی کاربردی، (۲)۷ : ۱۴۶ - ۱۳۱.
- ۷- قدم‌پور، ز. و م. شقایبان. ۱۳۹۰. مقایسه مدل‌های سری زمانی و هوش مصنوعی در پیش‌بینی سطح آب زیرزمینی. مجموعه مقالات ششمین کنگره ملی مهندسی عمران، ۶-۷ اردیبهشت ماه، دانشگاه سمنان، سمنان.
- 8- Anonymous. 1993. Standard guide for application of a ground water flow model to a site-specific problem. ASTM (American Society for Testing and Materials) standard D 5447-93, West Conshohocken, PA, 6 p.
- 9- He, B., Keiji, T. and W. Yi. 2008. A semi-distributed groundwater recharge model for estimating water-table and water balance variables. Hydrology Journal, 16: 1215-1228.
- 10- Karthikeyan, L., Nagesh Kumar, D., Graillot, D. and Sh. Gaur. 2013. Prediction of groundwater levels in the uplands of a tropical coastal riparian wetland using artificial neural networks. Water Resources Management, 27: 871-883.
- 11- Mc Donald, M. G. and A. W. J. Harbaugh. 2008. MODFLOW, A modular three dimensional finite difference ground water flow model. U.S. Geological Survey, 600p.
- 12- Nayak, P., Satyajirao, Y.R. and K.P. Sudheer. 2006. Groundwater level forecasting in a shallow aquifer using artificial neural network approach. Water Resources Management, 2(1):77-99.
- 13- Rawls, W. J., Gish, T. J. and D. L. Brakensiek. 1991. Estimating soil water retention from soil physical properties and characteristics. Advances in Soil Science, 9: 213-234.
- 14- Sahoo, S. and J. H. A. Madan. 2013. Groundwater level prediction using multiple linear regression and artificial neural network techniques: A comparative assessment. Hydrology Journal, 21(8): 1865-1887.
- 15- William, F. A. 1992. Numerical methods for partial differential equations. Academic Press, Inc., Boston, third edition.