

روش جدید مدل‌سازی عددی نیم رخ جریان متغیر تدریجی بر مبنای روش نیوتن رافسون و فقی

محمد جهاندار ملک آبادی^۱، فرهود کلاته^{۲*} و یوسف حسن زاده^۳

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد عمران سازه های هیدرولیکی دانشگاه تبریز .

۲- نویسنده مسئول، استادیار گروه مهندسی آب دانشکده عمران دانشگاه تبریز. fkalateh@tabrizu.ac.ir

۳- استاد گروه مهندسی آب دانشکده عمران دانشگاه تبریز.

تاریخ پذیرش: ۹۴/۱۰/۳۰

تاریخ دریافت: ۹۳/۶/۹

چکیده

معادله حاکم بر جریان متغیر تدریجی، تغییرات عمق را در امتداد جریان بیان می‌کند. روش‌های مختلفی برای حل عددی نیم رخ سطح آب در جریان متغیر تدریجی ارائه شده است و یکی از مشکلات انتگرال‌گیری عددی مشخص کردن اندازه مناسب گام مکانی انتگرال‌گیری می‌باشد. در این مقاله روش جدید نیوتن رافسون و فقی برای حل عددی معادله حاکم بر جریان متغیر تدریجی توسعه داده شده است. در این روش گام‌های محاسباتی بر اساس میزان خطای عددی برآورد شده در حین محاسبات تعیین می‌شوند، چنین روندی به صورت هوشمندانه بوده و لذا موجب افزایش دقت و سرعت در محاسبه نیم رخ سطح آب در جریان متغیر تدریجی می‌گردد. مثال‌های متعددی با استفاده از روش پیشنهادی تحلیل گردید و با نتایج حاصل از تحقیقات قبلی مقایسه و دقت و صحت روش پیشنهادی بررسی و همچنین مقایسه‌ای با روش رانگ کوتای و فقی انجام شد. نتایج بدست آمده نشان دهنده دقت بسیار مناسب روش پیشنهادی در مقایسه با روش‌های گام مستقیم و رانگ کوتای و فقی می‌باشد بطوریکه در یکی از مثال‌های ارائه شده در مقاله، نتایج حاصل از ۱۰ گام محاسباتی روش نیوتن رافسون و فقی توسعه داده شده تقریباً " مساوی ۹۰ گام محاسباتی روش گام مستقیم گردید.

کلید واژه‌ها: جریان متغیر تدریجی، روش نیوتن رافسون، الگوی روش و فقی، پروفیل سطح آب، اندازه گام.

A Novel Method for Numerical Simulation of Gradually Varied Flow Profile Based on Adaptive Newton Raphson method

M. Jahandar Malekabadi¹, F. Kalateh^{2*} and Y. Hassanzadeh³

1- M.Sc. Student, Faculty of Civil Engineering, University of Tabriz.

2* - Corresponding Author, Assistant Professor, Faculty of Civil Engineering, University of Tabriz.

3-Professor, Faculty of Civil Engineering, University of Tabriz.

Received: 31 August 2014

Accepted: 20 January 2016

Abstract

The basic equation of Gradually Varied Flow (GVF) describes the variation of water depth with flow process. Several methods have been developed for numerical solution of the water surface profile in GVF and one of the challenges of numerical integration is determining the appropriate integration spatial step size. In this paper a novel Adaptive Newton-Raphson method is developed for numerical solution of the GVF equation. In this method the spatial steps are determined by using error estimation during calculation, this procedure is smart and increases accuracy and speed of computation the water surface profile in GVF. Several examples were analyzed using the proposed method and compared with the results of previous researches and the accuracy of the proposed method was evaluated. The results indicate good accuracy of the proposed method in comparison with other methods. As shown in one of examples presented in the paper, the obtained results from 10 step of developed Adaptive Newton-Raphson method approximately equal with 90 step of standard direct step method.

Keywords: Gradually varied flow, Newton Raphson method, Adaptive pattern, Water surface profiles, Step size.

مقدمه

تغییرات تدریجی عمق جریان در مواجهه با سازه ها و موانع موجود در مسیر که در واقع این تغییر در جهت متعادل سازی مولفه وزن با مولفه شتاب قائم جریان ایجاد می گردد، به جریان متغیر تدریجی مرسوم می باشد. برآورد دقیق منحنی سطح آب در جریان متغیر تدریجی برای طراحی و برنامه ریزی مسائل مربوط به آب اهمیت ویژه ای دارد. تقریباً بخش مهمی از فعالیت های مهندسی هیدرولیک در جریان کانال باز درگیر محاسبات نیم رخ جریان متغیر تدریجی است. فرد و هاربو^۱ (۱۹۷۱) نیم رخ جریان متغیر تدریجی را با استفاده از روش تکرار نیوتن محاسبه نمودند. شفر^۲ (۱۹۸۵) یک برنامه کامپیوتری برای جریان متغیر تدریجی در محل پس زدگی آب به روش گام به گام استاندارد در کانال با مقطع نامنظم توسعه داد. زقلال و دارویش^۳ (۱۹۸۷) یک نرم افزار برای حل مسئله جریان متغیر تدریجی بر پایه روش گام مستقیم توسعه دادند و همچنین زقلال و انوار^۴ (۱۹۹۱) مدل کامپیوتری انتگرال گیری با استفاده از چهار یا پنج نقطه گوس و تریبجی و سیمپسون برای انتگرال گیری عددی معادله جریان متغیر تدریجی در کانال دوزنقه ای ارائه نمودند. رددس^۵ (۱۹۹۸) حل عددی با استفاده از روش نیوتن رافسون در ترکیب با روش گام استاندارد برای محاسبه نیم رخ جریان متغیر تدریجی توسعه داد و همچنین این حل را بر مبنای معادله های مانینگ، شزی و کول بروک وایت نیز ارائه داده است. دوین^۶ (۱۹۹۹) معادله یک بعدی برای پروفیل جریان متغیر تدریجی دائمی با دبی ثابت در کانال منشوری مستطیلی با زبری ثابت و شیب طولی کم ارائه داد که معادله دیفرانسیلی جریان توسط تقریب چند جمله ای تغییر پیدا کرد و سپس حل معادله به وسیله روند انتگرال گیری ریاضی به دست آمد. دی^۷ (۲۰۰۰) یک حل عددی به روش چابیشف^۸ در ترکیب با روش گام استاندارد برای محاسبه پروفیل جریان متغیر تدریجی در کانال بدون استفاده کردن از رجوع به جدول ها، روند درون یابی و با فرض های ساده کننده هندسه سطح مقطع ارائه داد. دژانگ و همکاران^۹ (۲۰۰۵) یک حل به روش تکرار به منظور جایگزین روش صحیح و خطا برای محاسبه تراز سطح آب در جریان متغیر تدریجی ارائه دادند. کایا^{۱۰} (۲۰۱۱) پروفیل سطح آب را در جریان متغیر تدریجی با استفاده از روش تریبج دیفرانسیلی^{۱۱} که جدیداً در مهندسی هیدرولیک استفاده شده است محاسبه نمود و همچنین نیم رخ جریان متغیر تدریجی برای شیب ملایم و شیب تند در

کانال دوزنقه را با این روش به دست آورد، نتایج بدست آمده از این تحقیق نشان داد که روش تریبج دیفرانسیلی بطور کامل نتوانست خطا را در بدست آوردن نیم رخ جریان متغیر تدریجی کنترل کند و در بعضی از پروفیل ها در مقطعی که تغییرات نیم رخ جریان کم است گام محاسباتی کوچک است. لیزهانگ و همکاران^{۱۲} (۲۰۱۱) تحقیقی در خصوص روش رانگ کوتای مرتبه چهار برای حل معادله دیفرانسیل جریان متغیر تدریجی بطور مستقیم انجام دادند و دو مدل حل برای پروفیل سطح آب با گام انتگرال گیری ثابت ارائه دادند. کرناتسکی^{۱۳} (۲۰۱۱) مقایسه ای بین عمق به دست آمده از فرمول تحلیلی برس^{۱۴} و حل عددی انتگرال گیری به روش دوزنقه ای در کانال مستطیلی با عرض نامحدود (عریض) در جریان متغیر تدریجی دائمی انجام داد. تا زمان انجام تحقیق حاضر، برای جریان متغیر تدریجی هیچ حل عددی که بتواند خطا را کنترل و یا در محدوده مورد نظر قرار دهد و با گام های محاسباتی متغیر و هوشمند و با کمترین زمان و حجم محاسبات و دقت بالا گزارش نشده است.

روش های مختلفی برای حل معادله پروفیل سطح آب ارائه شده است و به دلیل اینکه حل مستقیم این معادله دشوار است، روش گام استاندارد یک روش جامع برای محاسبه نیم رخ جریان متغیر تدریجی است که در مقاله حاضر از روش نیوتن رافسون استفاده شده است و این روش به دلیل اینکه برای صحت سنجی روش های دیگر زیاد استفاده می شود، اهمیت بسیاری دارد. به دلیل اینکه در روش نیوتن رافسون نقاط زیادی در محاسبه عمق جریان برای دقت مورد نظر در نظر گرفته می شود، روش نیوتن رافسون وقتی ارائه می شود. روش حل وقتی در محل هایی که تغییرات تابع تدریجی باشد از اندازه گام بزرگ و در مقطعی که تغییرات تابع سریع باشد، با احتمال خطای محاسباتی بالا، از اندازه گام کوچک استفاده می کند که این باعث صرفه جویی در زمان و هزینه حل می شود.

در مقاله حاضر ابتدا معادله های جریان متغیر تدریجی بررسی شده است، پس از آن روش نیوتن رافسون وقتی شرح داده می شود و با استفاده از این روش منحنی های مختلف جریان متغیر تدریجی به دست می آیند و با روش گام مستقیم صحت سنجی و همچنین با روش رانگ کوتای وقتی^{۱۵} مقایسه می شود و در آخر تغییرات نیم رخ سطح آب در اثر افزایش ارتفاع رسوب به منظور نشان دادن کاربرد روش ارائه شده بررسی شده است.

- 1-Fread and Harbaugh
- 2-Schaefer
- 3-Zaghloul and Darwish
- 4- Zaghloul and Anwar
- 5-Rhodes
- 6-Dubin
- 7-Dey
- 8-Chebyshev
- 9-Zhang *at al.*
- 10-Kaya
- 11-Differential quadrature method

12- Lizhang *et al.*

13-Kurnatowski

14-Bresse

15-Adaptive Runge Kutta method(ARKM)

تا زمانی که دقت مورد نظر حاصل گردد (کین کید و چنی^۳، ۱۹۹۰).

$$Y_{i+1} = Y_{i+1} + \Delta Y, \quad \Delta Y = -\frac{F(Y_{i+1})}{F'(Y_{i+1})} \quad (5)$$

در روش نیوتن رافسون $F'(Y_{i+1})$ و $F(Y_{i+1})$ در کانال با مقطع دوزنقه ای با شیب کناره های یکسان در جریان زیر بحرانی به ترتیب از رابطه های (۶) و (۷) و برای جریان فوق بحرانی از رابطه های (۸) و (۹) به دست می آیند (فرد و هاربو، ۱۹۷۱).

$$F(Y_{i+1}) = y_{i+1} + \frac{Q_{i+1}^2}{2gA^2} - \frac{S_{f(i+1)}}{2} \Delta x - y_i - \frac{Q_i^2}{2g} + \left(S_o - \frac{S_{f_i}}{2}\right) \Delta x \quad (6)$$

$$F'(Y_{i+1}) = 1 - \frac{Q_{i+1}^2}{gA^2} \times \frac{2(b+2my_{i+1})}{(2b+2my_{i+1})y_{i+1}} + \frac{1}{3} \Delta x S_{f(i+1)} \left[\frac{10(b+2my_{i+1})}{(2b+2my_{i+1})y_{i+1}} - \frac{4\sqrt{1+m^2}}{b+2y_{i+1}\sqrt{1+m^2}} \right] \quad (7)$$

$$F(Y_{i+1}) = y_{i+1} + \frac{Q_{i+1}^2}{2gA^2} + \frac{S_{f(i+1)}}{2} \Delta x - y_i - \frac{Q_i^2}{2g} + \left(S_o + \frac{S_{f_i}}{2}\right) \Delta x \quad (8)$$

$$F'(Y_{i+1}) = 1 - \frac{Q_{i+1}^2}{gA^2} \times \frac{2(b+2my_{i+1})}{(2b+2my_{i+1})y_{i+1}} - \frac{1}{3} \Delta x S_{f(i+1)} \left[\frac{10(b+2my_{i+1})}{(2b+2my_{i+1})y_{i+1}} - \frac{4\sqrt{1+m^2}}{b+2y_{i+1}\sqrt{1+m^2}} \right] \quad (9)$$

در جریان زیر بحرانی، y_i عمق پایین دست و در جریان فوق بحرانی، y_i عمق بالا دست است. ارتگا و رینبولت^۴ (۱۹۷۰)، سیکروسکی^۵ (۲۰۰۱) و فری و بردن^۶ (۲۰۱۲) از این روش برای مسایل غیر خطی استفاده کردند. پادوان و سراپنگ^۷ (۱۹۸۳) یک نوع روش نیوتن رافسن وقتی را ارائه دادند و همچنین چای و همکاران^۸ (۱۹۸۹) روشی بر مبنای روش نیوتن رافسن وقتی برای حل مسائل غیر خطی دو بعدی ارائه دادند.

- 3 - Kincaid and Cheney
4-Reinbolt
5-Sikorski
6-Burden
7-Surapong
8-Chyi et al.

مواد و روش ها

جریان متغیر تدریجی^۱

معادله دیفرانسیل مربوط به نیمرخ سطح آب جریان متغیر تدریجی به صورت رابطه (۱) است:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f}{1 - Fr^2} = f(x, y) \quad (1)$$

در معادله (۱) y عمق آب x ; طول در جهت جریان، S_o شیب طولی کف کانال، S_f شیب خط انرژی و Fr عدد فرود، عدد فرود توسط رابطه (۲) قابل محاسبه می باشد. در این معادله $\alpha \approx 1$ و $\cos \theta \approx 1$ فرض شده است.

$$Fr^2 = \frac{Q^2 B}{gA^3} \quad (2)$$

به دلیل اینکه فرمول مانینگ در مسائل مهندسی کاربردی است و بیشتر مورد استفاده قرار می گیرد برای S_f از معادله مانینگ استفاده شده است و به صورت رابطه (۳) است (فرض آن است که کاربرد معادله مانینگ در جریان متغیر تدریجی با جانشین کردن S_f (شیب اصطکاک) به جای شیب کف صادق است) (S_o) :

$$S_f = \left(\frac{nQ}{AR^{2/3}} \right)^2 \quad (3)$$

پارامترهای مقطع جریان برای کانال با مقطع دوزنقه ای به صورت رابطه (۴) تعریف می شوند.

$$A = (b + my)y, R_H = \frac{(b+my)y}{b+2y\sqrt{1+m^2}}, B = b + 2my \quad (4)$$

در این رابطه ها A مساحت سطح مقطع، R شعاع هیدرولیکی، n ضریب مانینگ، Q دبی، g شتاب گرانش، B عرض بالای سطح آب، b عرض کف کانال و m شیب کناره کانال دوزنقه ای می باشند.

روش نیوتن رافسون وقتی^۲

با داشتن y_i و استفاده از روش نیوتن رافسون، ابتدا یک y_{i+1} را انتخاب نموده $(y_{i+1} = Y_{i+1})$ و در گام های بعدی به اندازه ΔY تغییر داده می شود با این توضیح که مقدار ΔY و y_{i+1} جدید از رابطه (۵) معلوم می شوند و این کار تکرار می شود

- 1 - Gradually varied flow
2-Adaptive Newton Raphson (ANRM)

$$\Delta x_{New} = \Delta x \left(\frac{\varepsilon}{E_i(\Delta x)} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (۱۳)$$

در برنامه کامپیوتری نوشته شده $\varepsilon = 0.01$ در نظر گرفته شد و جواب هایی که خطای آن کمتر از ε باشند مورد قبول می باشند و جواب های که خطای آن بزرگ تر از ε باشند یا اندازه گام مکانی کوچک می شود و یا یک تکرار دیگر انجام می شود و برآورد خطا بین تکرار دوم و سوم انجام می شود و جواب نهایی از تکرار سوم نتیجه می شود و این تکرارها انجام می شوند تا نتایج مورد قبول واقع شوند و خطای هر گام بین دو تکرار متوالی محاسبه می شود. در اینجا چون حل دقیقی از معادله وجود ندارد، می توان برای تخمین خطا از نرم حداکثر برای کنترل بیشترین خطای برشی استفاده نمود و اندازه تقریبی خطا به صورت رابطه (۱۴) به دست می آید.

$$\text{خطا} = \max_i |E_i(\Delta x)| \quad (۱۴)$$

نتایج و بحث

در این بخش مثال های متعددی با استفاده از روش پیشنهادی تحلیل گردیده است و با نتایج حاصل از تحقیقات قبلی مقایسه و دقت و صحت روش پیشنهادی بررسی و همچنین مقایسه ای با روش رانگ کوتای و فقی انجام شده است. هدف از مسئله اول کاربرد روش توسعه داده شده در به دست آوردن نیم رخ های مختلف جریان متغیر تدریجی، همچنین بررسی دقت و صحت روش ارائه شده با روش گام مستقیم^۱ و مقایسه با روش رانگ کوتای و فقی است که کانال منشوری با مقطع دوزنقه ای در دو شیب کف کانال کم و زیاد به ترتیب 0.001 و 0.01 انتخاب شده است. عرض کف (b) برابر ۵ متر، شیب جداره کانال (m) برابر ۱:۰.۲، دبی جریان برابر ۲۰ مترمکعب بر ثانیه و ضریب مانینگ ۰/۰۲ می باشند. الگوریتم کلی حل توسط زبان برنامه نویسی فرترن ۹۵^۲ توسعه داده شده است.

برای مثال بیان شده، تفاوت میان عمق های حاصل از روش نیوتن رافسون و فقی و گام مستقیم در جدول های ۱، ۲ و ۳ نمایش داده شده است که در این جدول ها برای پروفیل M1 محاسبات برای ۹ نقطه و برای پروفیل های دیگر برای ۱۳ نقطه نشان داده شده است. همچنین، درصد تفاوت ها با رابطه (۱۵) مشخص شده اند و مقدار آنها در جدول ها نمایش داده شده است، دیده می شود که اختلاف بین روش گام مستقیم و روش ارائه شده خیلی کم است و این نشان از دقت محاسباتی بالای این روش است.

یکی از مشکلات انتگرال گیری عددی معادله حاکم بر جریان متغیر تدریجی، مشخص کردن اندازه مناسب گام انتگرال گیری است. اگر گام محاسباتی بزرگ باشد، ممکن است خطای برشی قابل قبول نباشد و اگر گام محاسباتی کوچک باشد زمان محاسبات و هزینه محاسبات زیاد می شوند، به علاوه اندازه گام ثابت برای کل محدوده انتگرال گیری مناسب نیست. برای مثال، بهتر است در مقطع عرضی که تغییرات منحنی زیاد است از اندازه گام کوچک و با هموار شدن منحنی از اندازه گام بزرگ تر استفاده شود که برای رسیدن به این هدف از الگوریتم حل و فقی استفاده می شود. این الگوریتم در هر گام خطای برشی E_i را تخمین می زند و به صورت هوشمند اندازه گام را برای خطای مورد نظر ε تنظیم می کند. در روش نیوتن رافسون و فقی جدید ارائه شده در این مقاله، دو تکرار انجام می گیرد که تکرار اول برای تخمین خطا و تکرار دوم که دقیق تر است برای جواب نهایی حل می باشد. برای برآورد خطای هر گام از اختلاف تکرار اول و تکرار دوم استفاده شده است و در هر گام خطای برشی E_i (رابطه ۱۰) را تخمین می زند و به صورت هوشمند اندازه گام را برای خطای مورد نظر ε تنظیم می کند. در واقع برآورد خطا بین دو گام متوالی انجام می شود. به دلیل اینکه از تکرار اول برای محاسبه خطا و گام هوشمند استفاده می شود، نیاز به محاسبات اضافی اندکی دارد:

$$E_i(\Delta x) = \left| y_{m+1} \text{ تکرار} - y_m \text{ تکرار} \right| \quad (۱۰)$$

خطای برشی در هر گام نیوتن رافسون از $C\Delta x^2$ تبعیت می کند که C ضریب ثابت می باشد و این ضریب بستگی به حل جواب های x تابع f مشتقات جزئی در x دارد. در نتیجه

$$\frac{E(\Delta x_1)}{E(\Delta x_2)} \approx \left(\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} \right)^2 \quad (۱۱)$$

ابتدا محاسبات را با گام Δx_1 انجام داده بطوریکه خطا $E(\Delta x_1)$ نتیجه می شود و پس از آن گام Δx_2 را بنحوی تخمین می زنیم که خطای محاسباتی از خطای مجاز تعریف شده کوچکتر باشد برای این منظور رابطه (۱۱) با قرار دادن $E(\Delta x_2) = \varepsilon$ بصورت رابطه (۱۲) بدست می آید که ε محدوده خطای قابل قبول می باشد:

$$\Delta x_2 = \Delta x_1 \left(\frac{\varepsilon}{E(\Delta x_1)} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (۱۲)$$

برای اندازه گام جدید در برنامه رایانه ای نوشته شده از رابطه (۱۳) استفاده شده است:

۲/۱ و ۱/۴ و برای نیمرخ‌های S1، S2 و S3 به ترتیب ۰/۰۰۰۳۲/۰۰۰۱۸ و ۰/۰۰۰۲/۱ درصد نتیجه شدند. یکی از خروجی‌های این برنامه رایانه ای خطای برشی در هر گام است که بیشترین مقدار این خطا برای هر پروفیل در جدول (۴) نمایش داده شده و همچنین تفاوت بین بیشترین خطای برشی و بیشترین تفاوت نسبت به روش گام مستقیم حاصل شده است. طبق این جدول دیده می‌شود که این تفاوت‌ها خیلی کم است و بیشترین تفاوت در روش نیوتن رافسون وقتی ۰/۰۰۹۶۶۲۴ است و در اینجا نتیجه می‌شود که حداکثر خطای برشی می‌تواند تقریباً خیلی مناسبی از خطا در روش نیوتن رافسون وقتی باشد.

$$(15) \quad \text{درصد تفاوت} = \frac{|y_{\text{گام مستقیم}} - y_{\text{روش ارائه شده}}|}{y_{\text{نرمال}}} \times 100$$

مطابق این جدول‌ها بیشترین درصد تفاوت‌ها در نیمرخ‌های M1، M2 و M3 به دست آمده از روش نیوتن رافسون وقتی به ترتیب ۰/۰۰۰۶۹/۲۸ و ۰/۰۰۰۳۷ درصد می‌باشند. بطور مشابه بیشترین درصد تفاوت‌ها برای نیمرخ‌های S1، S2 و S3 با روش نیوتن رافسون وقتی ۰/۰۰۰۷۸/۵، ۱/۰/۰۰۰۶۷ و ۰/۰۰۰۶۷ درصد می‌باشند. نتایج همین مثال توسط کایا، ۲۰۱۱ با روش تربیع دیفرانسیلی بدست آمد و بیشترین درصد تفاوت‌ها برای نیمرخ‌های M1، M2 و M3 به ترتیب ۰/۰۰۱۴،

جدول ۱- تفاوت و درصد تفاوت عمق‌های به دست آمده از روش نیوتن رافسون وقتی و روش گام مستقیم برای نیمرخ‌های S1 و S2

نیمرخ S1			نیمرخ S2		
X (متر)	تفاوت (متر)	درصد تفاوت	X (متر)	تفاوت (متر)	درصد تفاوت
۰/۰۰۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰۰۰	۰/۰۰۰
۰/۰۰۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰۱۰۳	-۰/۰۱۲	۰/۰۰۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰۰۰۶	-۰/۰۰۰۱۱
۰/۰۳۵۲۲۱۵۶	-۰/۰۰۰۰۱۰۶	-۰/۰۱۲	۰/۰۰۳۱۸۷۲	۰/۰۰۰۹۵۳۰۵۰	۱/۱
۰/۱۱۹۱۷۵۳۰	-۰/۰۰۰۰۰۶۵	-۰/۰۰۷۴	۰/۰۲۶۲۵۲۸۵	۰/۰۰۰۰۲۷۷	۰/۰۳۲
۱/۳۳۳۹۵۶۰۰	۰/۰۰۰۰۲۹۲	-۰/۰۳۳	۰/۰۶۰۹۰۲۳۲	۰/۰۰۰۰۳۰۲	-۰/۰۳۵
۳/۴۹۴۸۴۲۰۰	۰/۰۰۰۰۰۹۳	-۰/۰۱۱	۱/۲۴۵۰۰۱۰	۰/۰۰۰۰۳۱۲۱	۰/۰۳۶
۵/۶۷۴۲۲۴۰۰	۰/۰۰۰۰۱۱۳۰۰	-۰/۰۱۳	۲/۳۸۹۹۱۰۰	۰/۰۰۰۰۳۲۷	۰/۰۳۷
۹/۶۰۷۲۸۵۰۰	-۰/۰۰۰۰۱۶۸۰۰	-۰/۰۱۹	۴/۳۷۲۳۵۰۰	-۰/۰۰۰۰۳۴۶۹۵	-۰/۰۴۰
۱۴/۵۹۹۹۹۰۰	-۰/۰۰۰۰۲۳۰۰۰	-۰/۰۲۶	۷/۷۵۷۴۴۷۰	-۰/۰۰۰۰۳۸۳۳۵	-۰/۰۴۴
۲۱/۵۱۶۳۲۰۰	-۰/۰۰۰۰۳۲۰۵۰	-۰/۰۳۷	۱۳/۵۶۰۷۸۰	۰/۰۰۰۰۴۶۰	-۰/۰۵۳
۳۰/۴۹۸۱۲۰۰	-۰/۰۰۰۰۴۲۹۰۰	-۰/۰۴۹	۲۳/۸۴۶۳۱۰	-۰/۰۰۰۰۶۳۸۵	-۰/۰۷۳
۴۲/۱۶۱۸۲۰۰	-۰/۰۰۰۰۵۴۳۰۰	-۰/۰۶۲	۴۳/۶۶۳۶۷۰	-۰/۰۰۰۰۶۳۷۵	-۰/۱۲
۵۷/۱۴۱۳۲۰۰	-۰/۰۰۰۰۶۸۳۰۰	-۰/۰۷۸	۸۹/۹۲۰۱۸۰	-۰/۰۰۰۰۱۳۰۸۲۴	۱/۵

جدول ۲- تفاوت و درصد تفاوت عمق‌های به دست آمده از روش نیوتن رافسون وقتی و روش گام مستقیم برای نیمرخ‌های S3 و M1

نیمرخ S3			نیمرخ M1		
X (متر)	تفاوت (متر)	درصد تفاوت	X (متر)	تفاوت (متر)	درصد تفاوت
۰/۰۰۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰	۱۷۲۵/۲۵۶۷	-۰/۰۰۰۴۸۱۷	۰/۲۸
۰/۵۰۰۰۰۰	-۰/۰۰۰۰۳۴۰۵۴	-۰/۰۳۹	۱۱۸۸/۸۷۵۹	۰/۰۰۰۰۳۶۶	-۰/۰۲۲
۱/۲۱۴۲۱۹	-۰/۰۰۰۰۸۳۷۰۵	-۰/۰۹۶	۸۹۳/۶۹۲۶۰	۰/۰۰۰۰۲۳۵	-۰/۰۱۴
۲/۲۲۶۸۸۸	-۰/۰۰۰۰۱۳۶۸۵۵	-۰/۱۶	۷۱۲/۷۰۱۵۰	-۰/۰۰۰۰۰۴۶	-۰/۰۲۷
۳/۵۹۹۰۴۸	-۰/۰۰۰۰۱۹۱۳۸۹۵	-۰/۲۲	۶۱۲/۷۰۱۵۰	۰/۰۰۰۰۰۰	۰/۰۰
۵/۳۸۲۶۸۳	-۰/۰۰۰۰۲۴۶۰۳۲	-۰/۲۸	۵۱۲/۷۰۱۵۰	۰/۰۰۰۰۰۴۲	-۰/۰۲۵
۷/۶۲۶۰۶۶	-۰/۰۰۰۰۲۹۹۰۷۶	-۰/۳۴	۳۷۷/۰۶۹۴۰	۰/۰۰۰۰۱۴۵	-۰/۰۸۵
۱۰/۳۷۴۰۲	-۰/۰۰۰۰۳۵۰۸۸	-۰/۴	۱۴۹/۸۸۸۵۰	۰/۰۰۰۰۵۲۹	-۰/۰۳۱
۱۳/۶۶۸۰۲	-۰/۰۰۰۰۴۰۹۷	-۰/۴۶	۱۴۲/۹۱۱۵۰	۰/۰۰۰۰۸۹۱	-۰/۰۵۲
۱۷/۵۴۶۲۱	-۰/۰۰۰۰۴۴۹۲۱۵	-۰/۵۱			
۲۲/۰۴۳۷۰	-۰/۰۰۰۰۴۹۵۵۱	-۰/۵۷			
۲۷/۱۹۲۸۷	-۰/۰۰۰۰۵۳۹۷۱	-۰/۶۲			
۳۳/۰۲۳۹۱	-۰/۰۰۰۰۵۸۱۷۲	-۰/۶۷			

جهاندار ملک آبادی و همکاران: روش جدید مدلسازی عددی نیم رخ جریان...

جدول ۳- تفاوت و درصد تفاوت عمق‌های به دست آمده از روش نیوتن رافسون وقتی و روش گام مستقیم برای نیم‌رخهای M2 و M3

نیم‌رخ M2			نیم‌رخ M3		
تفاوت (متر)	درصد تفاوت	X (متر)	تفاوت (متر)	درصد تفاوت	X (متر)
0.000000	0.00	0.000000	0.000000	0.00	0.000000
-0.020000	-0.00074	-0.010000	-0.000005	-0.00029	-0.000000
-0.05392081	-0.00516	-0.0287913	-0.00029	-0.00017	-0.000000
-0.16574370	-0.00449	-0.04082290	-0.00049	-0.00029	-0.000000
-0.39165500	-0.00385	-0.0967370	-0.000885	-0.00052	-0.000000
-0.86151850	-0.00359	-0.18623340	-0.000951	-0.00056	-0.000000
-1.74821500	-0.00348	-0.3729010	-0.0005785	-0.00034	-0.000000
-3.35815700	-0.003575	-0.6110580	-0.0001605	-0.00094	-0.000000
-6.17681000	-0.00392	-0.8383280	0.00045	-0.00026	-0.000000
-11.00689000	-0.00464	-0.9590710	0.000732	-0.00043	-0.000000
-19.20073000	-0.00591	-0.973330	-0.0022465	0.00013	-0.000000
-33.14860000	-0.00799	-0.555480	0.0028029	0.00016	-0.000000
-57.38823000	-0.01179	-0.1898280	-0.00629745	0.00037	-0.000000

جدول ۴- مقایسه بین بیشترین خطای برشی و بیشترین تفاوت بین روش نیوتن رافسون وقتی نسبت به روش گام مستقیم برای نیم‌رخ‌های مختلف جریان متغیر تدریجی

۱	۲	۳	۴	۵	۶
بیشترین تفاوت بین روش نیوتن رافسون وقتی و روش گام مستقیم (متر)	بیشترین خطای برشی (متر)	تفاوت بین ستون ۱ و ۲ (متر)	بیشترین تفاوت بین روش نیوتن رافسون وقتی و روش گام مستقیم (متر)	بیشترین خطای برشی (متر)	تفاوت بین ستون ۴ و ۵ (متر)
0.004817	0.000742	0.0047428	0.001179	0.00348	0.002301
0.00629745	0.00297	0.0032745	0.000683	0.00982	0.009137
0.013082	0.00342	0.0096624	0.0058172	0.00807	0.0022528

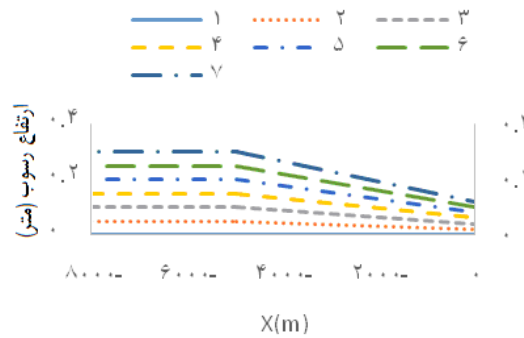
مرحله دوم $h = \frac{0.03x}{-5000} + 0.02$ در مرحله سوم $h = \frac{0.09x}{-5000} + 0.04$ در مرحله چهارم $h = \frac{0.12x}{-5000} + 0.08$ در مرحله پنجم $h = \frac{0.15x}{-5000} + 0.1$ و در مرحله هفتم $h = \frac{0.18x}{-5000} + 0.12$ می باشند. شکل‌های (۲) تا (۸) تغییرات نیم‌رخ جریان را برای این هفت مرحله نشان می‌دهند که نیم خطها مربوط به عمق نرمال^۱ بالادست است. IANR مربوط به نتایج به دست آمده از روش نیوتن رافسون وقتی در مرحله یک است. همان طور که دیده می‌شود با افزایش ارتفاع رسوب قسمتی از پروفیل M2 به M1 تبدیل شده است و هر چه این ارتفاع

هدف از مثال دوم کاربرد روش توسعه داده شده در بررسی تغییرات نیم‌رخ M2 در اثر رسوبگذاری کف کانال به صورت شیبدار با روش ساده شده پیشنهادی می‌باشد. به همین منظور کانالی با مقطع دوزنقه‌ای و با مشخصات زیر انتخاب گردید: عرض کف برابر ۴/۵ متر، شیب جداره کانال ۱ افقی به ۱ قائم، ضریب زبری کانال ۰/۰۱۳، شیب بستر کانال ۰/۰۰۰۴ و دبی جریان ۲۳ مترمکعب بر ثانیه. در این مثال، روش نیوتن رافسون با استفاده از تکرار دوم و سوم وقتی شده است که در این حالت اگرچه نقاط محاسبه زیادت است ولی دقت حل بالاتر رفته است و پروفیل M2 در هفت مرحله به دست آمده است که در شکل (۱) ارتفاع رسوب برای مراحل مختلف در طول کانال نمایش داده شده است و معادله های سطح شیبدار در مرحله اول، $h = 0$ ، در

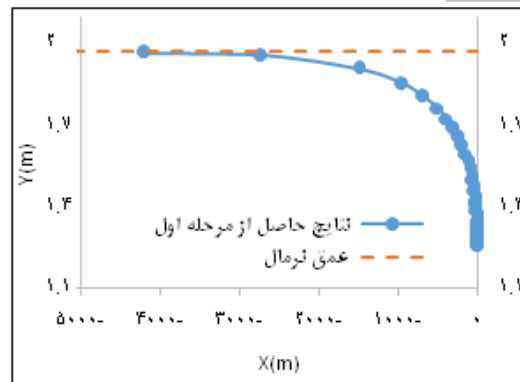
1 - y_uniform

رسوب، پروفیل جریان در طول بیشتری در محدوده پروفیل M1 قرار گرفته است و طول پروفیل جریان متغیر تدریجی هم افزایش پیدا کرده است.

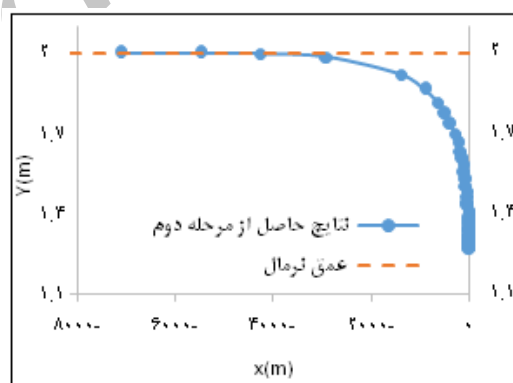
افزایش یافته قسمت بیشتری از پروفیل جریان به پروفیل M1 تبدیل شده است. در مرحله یک که کانال بدون رسوب است، کل پروفیل جریان فقط در محدوده پروفیل M2 است و زیر عمق نرمال می باشد و از مراحل دوم تا هفتم با افزایش شیبدار ارتفاع



شکل ۱- تغییرات تراز کف کانال در اثر افزایش ارتفاع رسوب

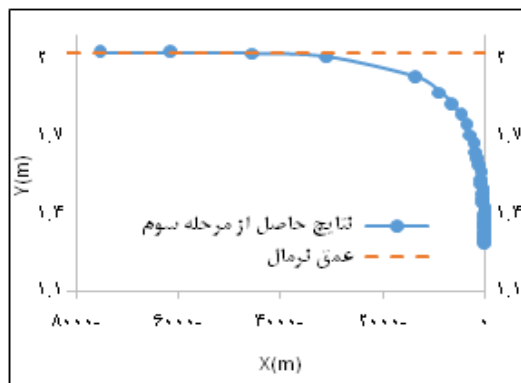


شکل ۲- نیم رخ M2 با روش نیوتن رافسون وقتی در حالت بدون رسوب (مرحله اول)

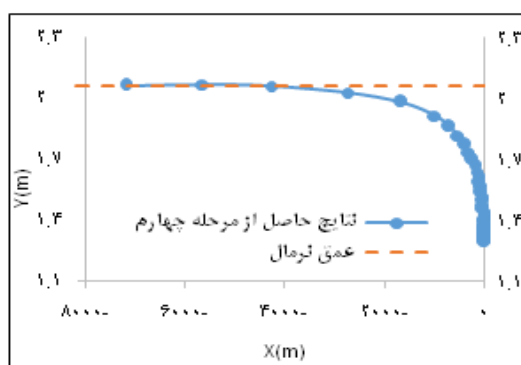


شکل ۳- نتایج حاصل از افزایش ارتفاع رسوب با روش نیوتن رافسون وقتی برای مرحله دوم

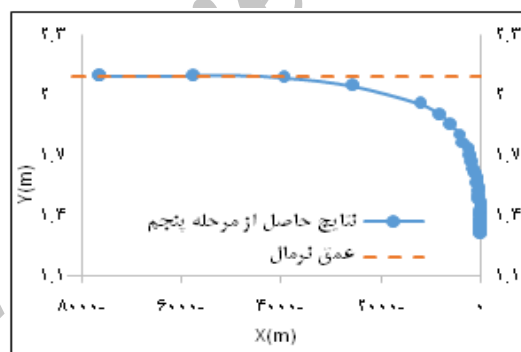
جهاندار ملک آبادی و همکاران: روش جدید مدلسازی عددی نیم رخ جریان...



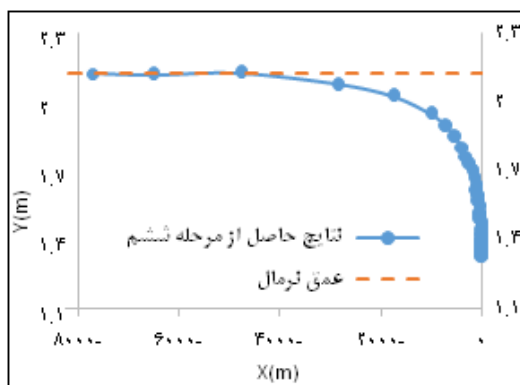
شکل ۴- نتایج حاصل از افزایش ارتفاع رسوب با روش نیوتن رافسون وقتی برای مرحله سوم



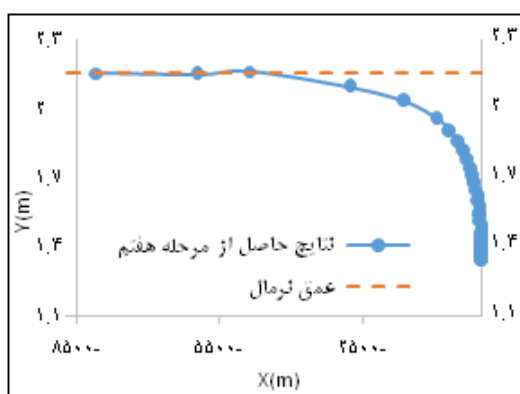
شکل ۵- نتایج حاصل از افزایش ارتفاع رسوب با روش نیوتن رافسون وقتی برای مرحله چهارم



شکل ۶- نتایج حاصل از افزایش ارتفاع رسوب با روش نیوتن رافسون وقتی برای مرحله پنجم



شکل ۷- نتایج حاصل از افزایش ارتفاع رسوب با روش نیوتن رافسون وقتی برای مرحله ششم



شکل ۸- نتایج حاصل از افزایش ارتفاع رسوب با روش نیوتن رافسون وقتی برای مرحله هفتم

کوچک تر کردن ϵ و افزایش تکرارها دقت افزایش می‌یابد. در مثالی تغییرات نیم‌رخ M2 در کانال با کف متغیر بر اثر افزایش رسوب به صورت شیب دار با روش ارائه شده بررسی شد و دیده شد که با افزایش شیب‌دار ارتفاع رسوب، قسمتی از نیم‌رخ جریان به نیم‌رخ M1 تبدیل شده و طول نیم‌رخ جریان هم افزایش پیدا کرده است. طبق جدول (۴)، بدلیل اینکه حداکثر خطای برشی می‌تواند تخمین مناسبی از خطا باشد در روش ارائه شده از این روش برای تخمین خطا استفاده می‌شود. روش ارائه شده مانند روش‌های عددی دیگر نیاز به تکرار دارد و برتری این روش این است که دارای دقت خیلی بالا با حجم محاسبات کم و با گام‌های انتگرال‌گیری هوشمند با دقت مورد نظر که این باعث کاهش زمان و هزینه محاسبات می‌شود. همچنین، این روش محاسباتی ساده، کاربردی و تخمین دقیقی از خطا را فراهم می‌آورد که این می‌تواند مورد توجه مهندسان هیدرولیک در پروژه‌ها شود و به دلیل دقت خیلی بالا، روش ارائه شده می‌تواند به عنوان مرجعی برای صحت سنجی سایر روش‌ها بکار گرفته شود.

نتیجه گیری

یکی از اصلی‌ترین هدف روش‌های حل عددی مسائل، کاهش حجم محاسبات و افزایش دقت است که در این راستا روش جدید نیوتن رافسون وقتی برای محاسبه دقیق‌تر و سریع‌تر نیم‌رخ سطح آب در جریان متغیر تدریجی ارائه شد. دقت روش نیوتن رافسون وقتی به تعداد تکرار بستگی دارد و هر چه تعداد تکرار بیشتر باشد نتایج به روش گام مستقیم نزدیک‌تر می‌شود. کارایی این روش با آزمون چند مثال عملی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج به دست آمده در یکی از مثال‌ها، ۱۰ گام محاسباتی روش نیوتن رافسون تقریباً مساوی ۱۲ گام محاسباتی حاصل از روش رانگ کوتای وقتی، ۹۰ گام محاسباتی روش گام مستقیم و ۱۵ گام محاسباتی روش تربیع دیفرانسیلی است و روش ارائه شده با دقتی بالاتر از روش تربیع دیفرانسیلی است. روش پیشنهادی ضمن کاهش حجم محاسبات، موجب افزایش دقت و راندمان حل نیز می‌شود. در برنامه رایانه‌ای تهیه شده توسط زبان برنامه نویسی فرترن ۹۵ میزان خطای مجاز روش نیوتن رافسون وقتی با $\epsilon = 1 \times 10^{-2}$ منظور شد. در روش نیوتن رافسون وقتی با

منابع

- 1- Chyi H. S., De Roeck, G., Van Laethem M. and Geyskens P. 1989. Multi-level sub-structuring and an experimental self-adaptive newton-raphson method for two-dimensional nonlinear analysis. *Computer and Structure*, 33(2):489-497.
- 2- Dey, S. 2000. Chebyshev solution as aid in computing GVF by standard step method. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 126: 271-274.
- 3- Dubin, J. R. 1999. On gradually varied flow profiles in rectangular open-channels. *Journal of Hydraulic Research*, 37: 99-105.
- 4- Fread, D. L. and T.E. Harbaugh, 1971. Open-channel profiles by Newton's iteration technique. *Journal of Hydrology*, 13: 70-80.
- 5- Faires, J. D. and R. L. Burden, 2012. *Numerical methods*. Dublin City University.
- 6- Kaya, B. 2011. Investigation of gradually varied flows using differential quadrature method. *Scientific Research and Essays*. 6(13): 2630-2638.
- 7- Kincaid, D. and W. Cheney, 1990. *Numerical analysis*. The University of Texas at Austin.
- 8- Kurnatowski, J. 2011. Comparison of analytical and numerical solutions for steady gradually varied open-channel flow. *Polish Journal of Environmental Studies*, 20(4): 925-930.
- 9- Lizhong, H. Q. Bo X. and G. Zhenzhen, 2011. The research on calculation of water surface profile in Channel by Runge – Kutta method. *International symposium On Water Resource and Environmental Protection*, Xian, China, May 20-22.
- 10- Ortega, J. M. and W.C. Reinbolt, 1970. *Iterative solution of nonlinear equations in several variables*. Academic Press, San Diego.
- 11- Padovan, J. and T. Surapong, 1983. Operating characteristics of hyperbolically and elliptically constrained self-adaptive incremental Newton-Raphson algorithms. *Journal of the Franklin Institute*, 316(3): 197-223.
- 12- Rhodes, D. G. 1998. Gradually varied flow solution in Newton-Raphson form. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 124: 233-235.
- 13- Schaefer, R. L. 1985. Backwater-computation of gradually varied flow. *Advances in Engineering Software*, 7(4): 170-172.
- 14- Sikorski, K. A. 2001. *Optimal solutions of nonlinear equations*. University Press, Oxford.
- 15- Zaghoul, N. A. and A.Y. Darwish, 1987. Solution of gradually varied flow problems using the direct step method with the IBM PC Lotus 1-2-3 system. *Environmental Software*, 2(4): 199-206.
- 16- Zaghoul, N. A. and M. N. Anwar, 1991. Numerical integration of gradually varied flow in trapezoidal channel. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 88: 259-272.
- 17- Zhang, J.M., Wang, Y.R., Xu, W.L. and H. Lio, 2005. New iteration method for calculating water level of gradually varied steady flow. *Journal of Hydraulic Engineering*, 36:501-50