تحقیقات آب و خاک ایران، دوره ۴۵، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۳ (ص ۲۰۹-۱۹۹)

ارزیابی کارآیی مدل‌ها در توصیف توزیع اندازهٔ ذرات خاک

علی‌اصغر ذوالفقاری[*1]، محمدتقی تیرگر سلطانی[2]، محمدرضا یزدانی[3]، الهام سلیمانی ساردو[4]

۱. استادیار گروه بیابان‌زدایی دانشکدهٔ کویرشناسی دانشگاه سمنان

۲. کارشناس ارشد گروه علوم و مهندسی خاک پردیس کشاورزی و منابع طبیعی دانشگاه تهران

۳. استادیار گروه بیابان‌زدایی دانشکدهٔ کویرشناسی دانشگاه سمنان

۴. دانشجوی کارشناسی ارشد بیابان‌زدایی دانشگاه سمنان

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۱۰/۹ ـ تاریخ تصویب: ۱۳۹۳/۱/۳۱)

چکیده

دقت و مطلوبیت کاربردی مدل‌های توزیع اندازهٔ ذرات اولیهٔ خاک (PSD) می‌تواند پشتوانه‌ای مناسب برای برآورد خصوصیات هیدرولیکی خاک باشد. تحقیق حاضر با هدف ارزیابی و رتبه‌بندی دقت مدل‌های مختلف در توصیف PSD خاک‌های مختلف انجام شد. علاوه بر این، مطلوبیت کاربردی این مدل‌ها با درنظرگرفتن دو عامل دقت برازش و تعداد پارامترهای مدل، با استفاده از آماره‌های F و مالو (C_p) و آکاییک (AIC) ارزیابی شد. همچنین تأثیر بافت و درصد رس خاک بر دقت و کارآیی مدل‌ها بررسی شد. در مطالعهٔ حاضر، پنج مدل لاگ‌ـ نرمال جیکی (J)، لاگ‌ـ نرمال ساده (SL)، مدل‌های لاگ‌ـ نرمال اصلاح‌شدهٔ ORL و ONL و مدل شیوازوا و کمبل (SC)، مدل نرمال (N) و مدل‌های چهارپارامتری گمپرتز (G) و فردلاند (Fr) برای هفتاد و یک نمونهٔ خاک، که شامل کلاس مختلف بافتی بودند، آزمایش شدند. کمترین و بیشترین مقادیر ضریب تبیین (R^2) به‌ترتیب از آنِ مدل‌های جیکی (J) و مدل چهارپارامتری فردلاند (Fr) بود. نتایج مقایسهٔ مدل‌های N و SL نشان داد با کاهش رس خاک دقت مدل N افزایش و دقت مدل SL کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر، با درشت‌شدن بافت در نمونهٔ خاک‌های مطالعه‌شده توزیع جرم‌ـ اندازهٔ ذرات به‌تدریج به الگوی نرمال نزدیک می‌شود. نتایج آماره‌های F، C_p، و AIC نیز نشان دادند مدل Fr در بیشتر خاک‌های مطالعه‌شده بهترین کارآیی را در توصیف PSD خاک‌ها دارد و پس از آن مدل‌های لاگ‌ـ نرمال اصلاح‌شدهٔ ORL و ONL بیشترین کارآیی را داشتند. بررسی تغییرات R^2 در کلاس‌های بافتی شنی و لوم شنی نشان داد مدل‌های G، ONL، ORL، N، و Fr برازش بهتری نسبت به مدل‌های SL، J، و SC دارند. در حالی که در کلاس‌های بافتی رسی و رس سیلتی کارآیی مدل‌های SL و SC نسبت به مدل‌های G و N بهبود یافت.

کلیدواژگان: آمارهٔ آکاییک، آمارهٔ مالو، آمارهٔ F، برازش مدل‌ها

مقدمه

توزیع اندازهٔ ذرات اولیه[1] (PSD) یکی از ویژگی‌های بسیار مهم فیزیکی خاک است که در برآورد خصوصیات هیدرولیکی خاک، مانند منحنی رطوبتی و هدایت آبی اشباع و غیر اشباع، کاربردی وسیع دارد (Gupta and Compbel, 1985; Larson, 1979; Arya and Paris, 1981; Schuh and Bauder, 1986; Vereecken *et al*, 1989). مطالعات مختلف نشان می‌دهد تخمین خصوصیات هیدرولیکی خاک با استفاده از PSD در خاک‌های درشت‌بافت معمولاً بهتر از خاک‌های ریزبافت است (Cornelis *et al*, 2001). در روش کلاس‌بندی خاک‌ها، با استفاده از مثلث بافت خاک (Gee and Bauder, 1986)، خاک‌هایی با درصدهای متفاوت ذرات رس و سیلت و شن ممکن است در یک کلاس بافتی قرار بگیرند. تعیین PSD خاک، از آن جهت که می‌تواند مقدار نسبی اندازهٔ ذرات را نشان دهد، اطلاعات مشروحی برای تفکیک خاک‌های یک کلاس بافتی به‌دست می‌دهد. یکی از روش‌های معمول در توصیف کامل توزیع اندازهٔ ذرات خاکْ بیان PSD با استفاده از مدل‌های ریاضی مناسب است (Buchan *et al*, 1993; Hwang and Powers, 2003; Hwang *et al*, 2002). اغلب مطالعات نشان می‌دهد توزیع جرم‌ـ اندازهٔ ذرات اولیهٔ خاک به صورت لاگ‌ـ نرمال است (Shirazi and Booersma, 1984; Hwang and Hong, 2006; Buchan, 1989). البته مدل‌های دیگری نیز به منظور توصیف PSD خاک‌ها توسعه داده شده‌اند (Buchan *et al*, 1993; Bittelli *et al*, 1999; Hwang *et al*, 2002). به طور کلی توابع پرکاربرد در توصیف PSD شامل توابع توانی مبتنی بر

* نویسندهٔ مسئول: Ali_zol2000@yahoo.com

1. Particle Soil Distribution

Archive of SID

www.SID.ir

هندسهٔ فرکتالی (Bittelli *et al*, 1999; Filgueira *et al*, 2006)، توابع نمایی (Rousseva, 1997)، مدل‌های لاگ- نرمال (Buchan, 1989; Buchan *et al*, 1993; Shiozawa and Campbell, 1991)، و توابع چهارپارامتری مانند فردلاند (Fredlund *et al*, 2000) و گمپرتز (Nemes *et al*, 1999) هستند. دقت برازش مدل‌های مختلف بر یک دادهٔ PSD به کلاس بافتی یا مقدار نسبی ذرات اولیهٔ موجود در آن نمونهٔ خاک بستگی دارد (Hwang *et al*, 2002). Buchan (1989) گزارش داد PSDکلاس‌های بافتی رس سیلتی، لوم رسی سیلتی، و لوم سیلتی به‌خوبی از توابع لاگ- نرمال پیروی می‌کنند؛ اما در بافت‌های دیگر، مانند لوم رسی شنی و رس شنی و اغلب خاک‌های با رس زیاد، توصیف PSD نیازمند ارائهٔ توابع پیچیده‌تری است. Fredlund *et al* (2000) گزارش کردند دقت برازش مدل فردلاند با افزایش مقدار رس خاک‌ها افزایش می‌یابد. Rousseva (1997) مشاهده کرد که مدل‌های نمایی و توانی هم در خاک‌های ریزبافت و هم در خاک‌های درشت‌بافت دقت بسیار خوبی دارند. Tirgarsoltani *et al* (2012) نشان دادند مدل فرکتالی تیلر و ویت‌کرافت (Tyler and Wheatcraft, 1992) و مدل فرکتالی فیلگوئرا (Filgueira *et al*, 2003) فقط در محدودهٔ ذرات کوچک‌تر از سیلت (۵۳> اندازهٔ ذرات >۲ میکرون) در توصیف PSD خاک‌های آزمایش‌شده دقت دارند و برای توصیف محدودهٔ کامل PSD، خصوصاً در خاک‌های شنی، قابل توصیه نیستند. نتایج متفاوتی از برازش مدل‌های مختلف بر داده‌های PSD مشاهده شده است؛ مثلاً Skaggs *et al* (2001) گزارش کردند که در خاک‌های با سیلت بیشتر از ۷۰ درصد مدل اسکیج نتایج ضعیفی را نشان می‌دهد، در حالی که Hwang (2004) نشان داد که دقت برازش مدل اسکیج با افزایش درصد سیلت افزایش می‌یابد. Hwang (2004) وجود این نتایج متناقض را از برازش مدل‌ها در تحقیقات مختلف ناشی از تعداد خاک مورد آزمون دانست. دقت برازش مدل‌ها در خاک معین معمولاً با تعداد پارامترهای برازش[1] آن مدل‌ها رابطهٔ مستقیم دارد؛ طوری که معمولاً مدل‌های با تعداد پارامتر بیشتر PSD خاک را با دقت بیشتری توصیف می‌کنند (Buchan *et al*, 1993). اما تعداد پارامترها معمولاً تفسیر نتایج مدل‌ها را دشوار و نیز تفسیر نتایج کاربرد پارامترهای مدل را به منزلهٔ شاخص‌های ارزیابی منحنی پیچیده می‌کنند (Buchan *et al*, 1993). به همین دلیل یافتن دقیق‌ترین مدلی که کمترین خطای برازش را ایجاد کند همیشه مطلوب‌ترین نتیجه را در اختیار کاربر قرار نمی‌دهد. بهترین رویکرد در این زمینه می‌تواند یافتن مدلی باشد که علاوه بر داشتن دقت مناسب در برازش بر داده‌ها کمترین تعداد پارامتر را داشته باشد. در واقع مدل بهینه[2] مدلی است که بین دقت برازش و تعداد پارامترهای آن توازن مطلوبی برقرار باشد (Buchan *et al*, 1993). Buchan *et al* (1993) گزارش کردند که ضریب تبیین R^2[3] و جمع مربعات خطا[4] (SSE) ابزارهای کاملی جهت تعیین بهترین مدل نیستند و لازم است علاوه بر دقت برازش یک مدل به تعداد پارامترهای آن نیز توجه شود. این محققان دقت برازش برخی از مدل‌های PSD را بر ۷۱ دادهٔ PSD با استفاده از R^2 و SSE ارزیابی کردند و از آماره‌های F (Green and Caroll, 1978) و مالو[5] C_p (Mallows, 1973) در تعیین مدل بهینه در توصیف PSD خاک‌های مطالعه‌شده استفاده کردند. Hwang *et al* (2002) در تحقیقی که روی ۱۳۸۷ دادهٔ PSD انجام دادند، علاوه بر آماره‌های یادشده، از آمارهٔ AIC[6] (Carrera and Neuman, 1986) جهت ارزیابی مطلوبیت مدل‌ها و تعیین مدل بهینهٔ PSD خاک استفاده کردند. سایر محققان نیز از آماره‌های مذکور به منظور مقایسهٔ مدل‌های توصیف‌کنندهٔ منحنی رطوبتی خاک و بررسی مطلوبیت توابع هیدرولیکی خاک استفاده کردند (Vereecken *et al*, 1989; Minasny *et al*, 1999; Chen *et al*, 1999). تحقیق حاضر با هدف ارزیابی و رتبه‌بندی دقت مدل‌های مختلف در توصیف PSD خاک‌های مختلف انجام شد. علاوه بر این، مطلوبیت کاربردی این مدل‌ها با در نظر گرفتن دو عامل دقت برازش و تعداد پارامترها با استفاده از آماره‌های F، C_p، AIC، و RMSE ارزیابی و مدل بهینهٔ توصیف PSD در خاک‌های مطالعه‌شده تعیین شد. همچنین مطلوبیت و کارآیی مدل‌ها در محدودهٔ بافت خاک‌های مطالعه‌شده نیز بررسی شد.

مواد و روش‌ها

تعیین PSD خاک‌ها

هفتاد و یک نمونهٔ خاک شامل دَه کلاس مختلف بافتی از مناطق مختلف کشور جمع‌آوری و PSD آن‌ها در دو بخش اندازه‌ای ذرات درشت (< ۵۳ میکرون) با استفاده از الک و بخش ذرات ریز با استفاده از هیدرومتر تعیین شد (Gee and Bauder, 1986). به این منظور خاک‌ها ابتدا هواخشک و نرم و سپس از

1. Fitting parameters

2. Optimum model
3. Coefficient of determination
4. Sum of squares error
5. Mallow's Statistic
6. Akaike's information criterion

Archive of SID

www.SID.ir

الک ۲ میلی‌متری عبور داده شدند. حذف مواد آلی در نمونه‌هایی که بیش از ۲ درصد مادهٔ آلی داشتند با استفاده از محلول ۳۰ درصد آب اکسیژنه (H_2O_2) صورت گرفت. سپس جرم معینی از هر نمونهٔ خاک با محلول پراکنش هگزامتا فسفات سدیم ۵ درصد تیمار و به مدت ۱۶ ساعت روی دستگاه شیکر رفت‌وبرگشتی قرار داده شد. نمونه‌های تیمارشده از الک ۵۳ میکرون عبور داده شد و مواد زیر الک به طور کامل به مزور ۱ لیتری منتقل شد. نمونه‌های باقی‌ماندهٔ روی الک، پس از خشک‌شدن، از سری الک‌های ۱، ۰/۵، ۰/۲۵، ۰/۱۵ میلی‌متر گذرانده شدند. جرم ذرات موجود در مزور ۱ لیتری نیز در هر بخش اندازه‌ای به روش ته‌نشینی و با استفاده از هیدرومتر بایکاس (۱۵۲ H) اندازه‌گیری و محاسبه شد. قرائت هیدرومتر در زمان‌های ۴۰،۳۰ ثانیه، ۱، ۲، ۵، ۱۰، ۲۰، ۳۰ دقیقه، و ۱، ۲، ۴، ۶، ۸، ۱۲، ۲۴ ساعت با اندازه‌گیری دما صورت گرفت. داده‌های جرم در قرائت‌های هیدرومتر به صورت درصد تجمعی جرم ذرات کوچک‌تر از یک اندازهٔ معین به دست آمدند.

مدل‌های توزیع اندازهٔ ذرات

در این مطالعه ۸ مدل پارامتریک بر داده‌های PSD برازش داده شدند که از میان آن‌ها پنج مدل لاگ‌ـ نرمال شامل مدل تک‌پارامتری جکی (Jacky, 1944)، دوپارامتری لاگ‌ـ نرمال ساده (Buchan, 1989)، مدل‌های لاگ‌ـ نرمال اصلاح‌شدهٔ سه‌پارامتری ORL[1] و ONL[2] (Buchan *et al*, 1993) و یک مدل لاگ‌ـ نرمال سه‌پارامتری دونمایی (Shiozawa and Campbell, 1991) بودند. همچنین مدل دوپارامتری نرمال و دو مدل چهارپارامتری فردلاند (Fredlund *et al*, 2000) و گمپرتز (Nemes *et al*, 1999) نیز آزمایش شدند. مدل‌های نام‌برده و پارامترهای آن‌ها در جدول ۱ فهرست می‌شوند.

جدول ۱. مدل‌های توزیع اندازهٔ ذرات خاک استفاده‌شده در این مطالعه

نام مدل	رابطه*	پارامترها
جکی (J)	$F(d)=\exp\left\{-\frac{1}{p^2}\left[\ln\frac{d}{d_0}\right]^2\right\}$	p (d_0= 2 mm)
لاگ‌ـ نرمال ساده (SL)	$F(d)=(1+erf\left[\frac{\log(d)-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right])/2$	μ , σ
نرمال (N)	$F(d)=(1+erf\left[\frac{d-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right])/2$	μ , σ
ORL	$F(d)=(1-e)\times(1+erf\left[\frac{\log(d)-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right])/2)+e$	μ , σ , e
ONL	$F(d)=(1+erf\left[\frac{\log(d)-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right])/2)+c$	μ , σ , c
گمپرتز (G)	$F(d)=\alpha+\gamma\exp\{-\exp[-\beta(d-\mu)]\}$	μ , β, α , γ
فردلاند (Fr)	$F(d)=\frac{1}{\left\{\ln\left[\exp(1)+\left(\frac{a}{d}\right)^n\right]^m\right\}}\left\{1-\left[\frac{\ln\left(1+\frac{d_f}{d}\right)}{\ln\left(1+\frac{d_f}{d_m}\right)}\right]^7\right\}$	a, n, m, d_f d_m=(0.001mm)
شیوازوا و کمبل (SC)	$F(d)=C\times\left[1+erf\left[\frac{\log(d)-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right])/2\right]+(1-C)\times\left[1+erf\left[\frac{\log(d)-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right])/2\right]$	μ , σ C,

* d قطر ذرات به mm، F(d) نسبت تجمعی اندازهٔ ذرات خاک، و erf (Error function) تابع خطاست.

1. Offset-renormalized log-normal model
2. Offset-non renormalized log-normal model

Archive of SID

www.SID.ir

روش‌های مقایسهٔ برازش مدل‌ها

یکی از روش‌های سادهٔ ارزیابی مدل‌ها انتخاب مدلی است که کمترین اختلاف را با داده‌های مشاهده‌ای (میزان خطا) داشته باشد. بنابراین هر مدلی که بزرگ‌ترین R^2 یا کوچک‌ترین SSE برازش را تولید کند بهترین مدل محسوب می‌شود. در تحقیق حاضر از آماره‌های یادشده جهت مقایسهٔ میزان دقت هر یک از مدل‌های جدول ۱ در توصیف PSD خاک‌های مطالعه‌شده استفاده شد و مدل‌های مذکور از این لحاظ رتبه‌بندی شدند. همچنین از آماره‌های F و C_p و AIC نیز به منظور رتبه‌بندی مدل‌ها و تعیین مدل بهینه PSD استفاده شد. رتبه‌بندی اخیر بر اساس هر دو عامل دقت برازش و تعداد پارامترهای مدل، با استفاده از آماره‌های یادشده، انجام شد. در تحقیق حاضر از نرم‌افزار MATLAB(7.10) به منظور برازش مدل‌ها بر داده‌ها و همچنین آنالیز آماره‌ها استفاده شد. هر یک از مدل‌های جدول ۱ بر همهٔ داده‌های PSD خاک‌های مطالعه‌شده برازش داده شدند و از مقادیر SSE خروجی جهت تعیین مقادیر سایر آماره‌ها استفاده شد. در مطالعهٔ حاضر مدل لاگ‌ـ نرمال ساده (SL) به منزلهٔ مرجع یا مبنای مقایسه انتخاب شد و کارآیی سایر مدل‌ها در توصیف PSD خاک‌های مطالعه‌شده نسبت به این مدل مقایسه شد. برای نحوهٔ محاسبه و به‌کارگیری آماره‌ها در انجام‌دادن مقایسه‌ها به‌ترتیب زیر عمل شد:

۱. ریشهٔ میانگین مربعات خطا، RMSE[1]، برای محاسبهٔ این آماره از رابطهٔ ۱ استفاده شد.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(Y_p - Y_o)^2}{n}} \qquad \text{(رابطهٔ ۱)}$$

در این مطالعه این آماره برای همهٔ برازش‌ها محاسبه شد. مقادیر کوچک‌تر RMSE برای هر مدل در خاک معین نشان‌دهندهٔ برتری آن مدل در آن خاک است.

۲. آمارهٔ F (Green and Caroll, 1978)، برای محاسبهٔ این آماره از رابطهٔ ۲ استفاده شد.

$$F = \left(\frac{SSE_c - SSE_r}{SSE_r}\right)\left(\frac{d_r}{d_c - d_r}\right) \qquad \text{(رابطهٔ ۲)}$$

SSE_c و SSE_r به‌ترتیب جمع مربعات خطای برازش برای مدل مقایسه‌ای[2] و مدل مرجع[3] است. d_c و d_r نیز به‌ترتیب درجهٔ آزادی مدل مقایسه‌ای و مرجع است. در این تحقیق درجهٔ آزادی از تفاضل تعداد پارامترهای مدل (P) از تعداد نقاط مشاهده‌ای (N= ۱۹) به‌دست آمد. جمع مربعات خطای هر یک از مدل مقایسه‌ای (SSE_c) و رفرنس (SSE_r) نیز با استفاده از رابطه (۳) تعیین شدند.

$$SSE = \sum_{i=1}^{n}(Y_p - Y_O)^2 \qquad \text{(رابطهٔ ۳)}$$

Y_p و Y_O نیز به‌ترتیب مقادیر پیش‌بینی‌شده و اندازه‌گیری‌شدهٔ نسبت تجمعی جرم ذرات خاک است.

در هر خاک مدلی بهتر از مدل مرجع است که مقدار F آن به طور معنادار کوچک‌تر از F جدول باشد. در غیر این صورت مدل مرجع ترجیح داده می‌شود. با توجه به رابطهٔ ۲، در صورتی که مدل مقایسه‌ای دارای تعداد پارامتر یکسان با مدل مرجع باشد، مخرج کسر صفر و نتیجه مبهم می‌شود. بنابراین آمارهٔ F قادر به مقایسهٔ مدل‌های هم‌پارامتر نخواهد بود (Buchan *et al*, 1993).

۳. آمارهٔ مالو (Mallows, 1973)، C_p برای محاسبهٔ این آماره از رابطهٔ ۴ استفاده شد.

$$C_p = \frac{SSE_c}{SSE_r/(n - p_r)} - (n - 2p_c) \qquad \text{(رابطهٔ ۴)}$$

p_c و p_r به‌ترتیب تعداد پارامترهای مدل مقایسه‌ای و مرجع هستند.

در هر خاک ابتدا باید مقدار C_p برای مدل مرجع حساب شود. مقدار C_p مدل مرجع برابر تعداد پارامترهای (p) مدل مرجع خواهد بود که بر این اساس در تحقیق حاضر مقدار عددی C_p مدل مرجع برابر ۲، یعنی تعداد پارامتر مدل SL، است. اگر مقدار C_p برای مدل مقایسه‌ای از ۰/۹۵ عدد ۲ یعنی ۱/۹ کوچک‌تر باشد به این معنی است که مدل مقایسه‌ای با اطمینان ۹۵ درصد بهتر از مدل مرجع است. در غیر این صورت، مدل مقایسه‌ای مدل مرجع ترجیح داده می‌شود.

۴. آمارهٔ آکاییک (Carrea and and Neuman, 1986)، AIC، برای محاسبهٔ این آماره از رابطهٔ ۵ استفاده شد.

$$AIC = n\{\ln(2\pi) + \ln[SSE/(n-p)] + 1\} + p \qquad \text{(رابطهٔ ۵)}$$

دربارهٔ این آماره مقدار AIC در هر خاک برای مدل مرجع و مدل مقایسه‌ای محاسبه می‌شود. سپس به همان ترتیبی که در آمارهٔ مالو عمل شد (یعنی در سطح احتمال ۵ درصد) مقادیر AIC کوچک‌تر منجر به پذیرش و اولویت مدل مقایسه‌ای خواهد شد.

یافته‌ها و بحث

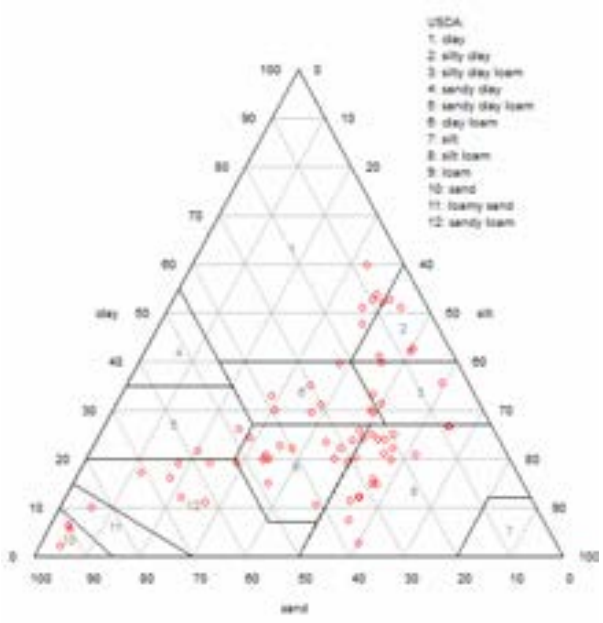
در این مطالعه ۲۱/۲ درصد خاک‌ها کمتر از ۱۵، ۴۰/۸ درصد خاک‌ها ۱۵ـ ۲۵، ۱۸/۳۰ درصد خاک‌ها ۲۵ـ ۳۵، و ۱۹/۷ درصد

1. Root mean square error
2. Comparison model
3. Reference model

Archive of SID

www.SID.ir

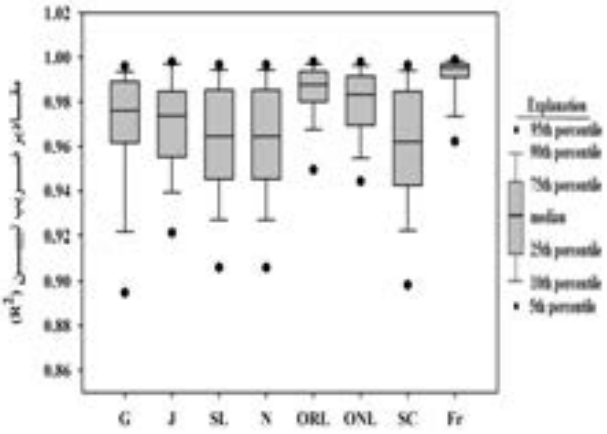
خاک‌ها بیش از ۳۵ درصد رس داشتند. شکل ۱ توزیع بافتی خاک‌های مختلف را نشان می‌دهد. مقادیر R^2 حاصل برازش مدل‌های جدول ۱ بر داده‌های PSD خاک‌های مورد مطالعه بین ۰٫۷۹۳ و ۰٫۹۹۹ قرار داشت که کمترین مقدار R^2 مربوط به مدل J و بیشترین آن متعلق به مدل Fr بود (جدول ۲). کمترین مقدار میانگین R^2 برای همهٔ خاک‌ها برای مدل J (۰٫۹۳۸) و بیشترین آن برای مدل Fr (۰٫۹۹۵) به‌دست آمد که نشان می‌دهد مدل فردلاند می‌تواند با دقت بیشتری نسبت به سایر مدل‌ها منحنی PSD را توصیف کند (جدول ۲). Hwang *et al* (2002) نیز گزارش کردند که مدل فردلاند دقیق‌ترین مدل برای توصیف PSD خاک‌های کرهٔ جنوبی است. این محققان تعداد بیشتر پارامترهای برازش را دلیل اصلی برتری این مدل گزارش کردند. شکل ۲ ویژگی‌های آماری تغییرات R^2 مدل‌های مطالعه‌شده را در قالب نمودار جعبه‌ای نشان می‌دهد. این نمودار صدک‌های نود و پنجم، نَوَدم، هفتاد و پنجم، پنجاهم، بیست و پنجم، دَهم، و پنجم مقدار R^2 خاک‌های مطالعه‌شده را نشان می‌دهد. هر چه طول جعبه (فاصلهٔ بین صدک‌های نود و پنجم و پنجم) کوتاه‌تر باشد پراکندگی R^2 کمتر است. لذا مدلی که پراکندگی کمتری در R^2 داشته باشد با دقت تقریبا یکسانی قادر به توصیف PSD همهٔ کلاس‌های بافتی خاک است. نتایج این نمودار نیز نشان می‌دهد مدل Fr با دقت مشابهی قادر به توصیف PSD همهٔ خاک‌های مطالعه‌شده است.



شکل ۱. پراکندگی بافت خاک‌های مطالعه‌شده

جدول ۲. حداقل، حداکثر، و میانگین R^2 در مدل‌های گمپرتز (G)، جیکی (J)، لاگ‌ـ نرمال (SL)، نرمال (N)، فردلاند (Fr)، لاگ‌ـ نرمال اصلاح‌شدهٔ استانداردشده (ORL)، لاگ‌ـ نرمال اصلاح‌شدهٔ غیر استاندارد شده (ONL)، و شیوازوا و کمبل (SC)

	G	J	SL	N	Fr	ORL	ONL	SC
حداکثر	۰٫۹۹۹	۰٫۹۹۶	۰٫۹۹۸	۰٫۹۹۷	۰٫۹۹۹	۰٫۹۹۹	۰٫۹۹۹	۰٫۹۹۸
حداقل	۰٫۸۵۸	۰٫۷۴۸	۰٫۸۹۳	۰٫۷۹۳	۰٫۹۳۵	۰٫۹۴۳	۰٫۹۲۳	۰٫۸۸۴
میانگین	۰٫۹۶۸	۰٫۹۳۸	۰٫۹۶۲	۰٫۹۵۱	۰٫۹۹۰	۰٫۹۸۴	۰٫۹۷۹	۰٫۹۶۰



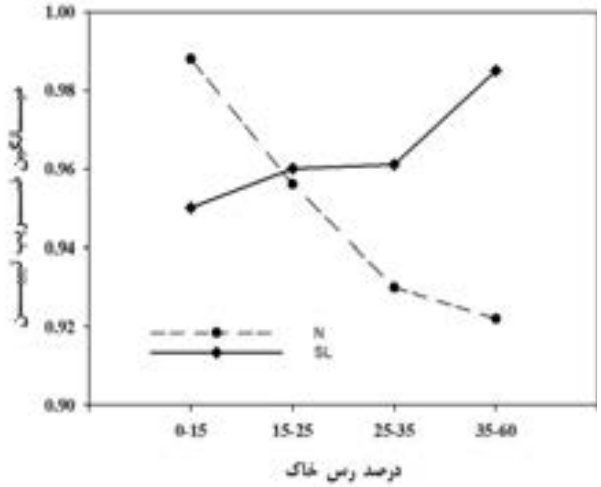
شکل ۲. نمودار جعبه‌ای ضرایب تبیین مدل‌های گمپرتز (G)، جیکی (J)، لاگ‌ـ نرمال (SL)، نرمال (N)، فردلاند (Fr)، لاگ‌ـ نرمال اصلاح‌شدهٔ استانداردشده (ORL)، لاگ‌ـ نرمال اصلاح‌شدهٔ غیر استاندارد شده (ONL)، و شیوازوا و کمبل (SC) در همهٔ خاک‌های مطالعه‌شده

در گروه مدل‌های لاگ‌ـ نرمال بالاترین مقدار میانگین R^2 (۰٫۹۸۴) مربوط به مدل سه‌پارامتری ORL بود و مدل‌های ONL، SL، و SC از این لحاظ به‌ترتیب در رتبه‌های بعدی قرار گرفتند. مدل J نیز، که یک مدل لاگ‌ـ نرمال یک‌پارامتری محسوب می‌شود، کمترین مقدار R^2 را نشان داد (جدول ۲). سایر محققان نیز دقت پایین مدل J را در توصیف PSD خاک‌ها به دلیل تعداد کم پارامتر برازش این مدل ذکر کردند (Buchan *et al*, 1993; Hwang *et al*, 2002). دقت مدل G از مدل‌های SL، SC، و J بهتر بود. با فرض نرمال‌بودن برخی PSDها در خاک‌های مطالعه‌شده مدل نرمال دوپارامتری (N) در تحقیق حاضر ارزیابی شد. این مدل در بهترین برازش خود دارای R^2 ۰٫۹۹۷ بود (جدول ۲). تغییرات میانگین R^2 برای این مدل در

Archive of SID

www.SID.ir

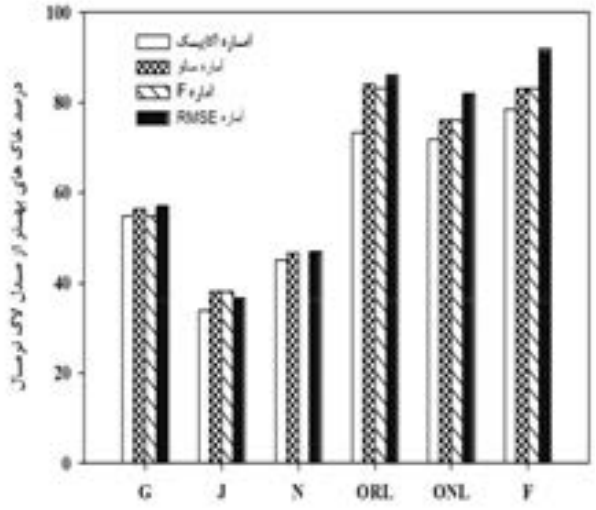
مقادیر مختلف درصد رس نشان داد که دقت برازش این مدل در خاک‌های درشت‌بافت بیشتر از دقت آن در خاک‌های ریزبافت است. نتایج نشان می‌دهد در خاک‌هایی که کمتر از ۱۵ درصد رس دارند میانگین R^2 برای مدل N حدود ۰٫۹۸۸ است که به‌تدریج با افزایش مقدار رسْ دقت مدل کاهش می‌یابد؛ طوری که در خاک‌های با بیش از ۳۵ درصد رس میانگین R^2 به ۰٫۹۲ رسید (شکل ۳). مقایسهٔ مدل‌های N و SL نشان داد مدل N در ۹۳ درصد خاک‌هایی که کمتر از ۱۵ درصد رس دارند دارای R^2 بالاتر از مدل SL است و به‌تدریج با افزایش درصد رس این مقدار کاهش می‌یابد؛ طوری که در همهٔ خاک‌هایی که بیش از ۳۵ درصد رس داشتند مدل N همواره ضعیف‌تر از مدل SL بود.



شکل ۳. تغییرات میانگین ضریب تبیین دو مدل لاگ‌ـ نرمال (SL) و نرمال (N) در خاک‌های با مقادیر متفاوت رس

در تحقیق حاضر مدل دونمایی SC نیز با پیش‌فرض دونمایی‌بودن PSD برخی از خاک‌ها (Walker and Chittleborough, 1986) آزمایش شدند. اما، همان‌گونه که جدول ۲ نشان می‌دهد، مقادیر R^2 به‌دست‌آمده برای این مدل با مدل SL تفاوت ندارد. نتایج نشان می‌دهد PSD خاک‌های آزمایش‌شده دونمایی نیستند. بنابراین جملهٔ دوم در معادلهٔ SC در برازش مدل برابر صفر است. بنا بر این نتایج، این مدل مشابه مدل SL است و در بررسی آماره‌ها از آن صرف‌نظر می‌شود.

شکل ۴ درصد خاک‌هایی را که در آن‌ها مدل‌های مقایسه‌ای دارای مقادیر F کمتر از مدل مرجع‌اند نشان می‌دهد (p<95%). بر این اساس مدل‌های Fr و ORL در بیش از ۸۰ درصد خاک‌های مطالعه‌شده بهتر از مدل SL است. برای مدل‌های ONL، J، و G به‌ترتیب در ۷۶، ۳۸، و ۵۵ درصد خاک‌ها بهتر از مدل SL بودند و مدل N به دلیل تعداد پارامترهای مساوی با مدل مرجع قابل ارزیابی با آمارهٔ F نبود.



شکل ۴. درصد خاک‌هایی که در آن‌ها مدل‌های مختلف بهتر از مدل SL منحنی PSD خاک را تبیین می‌کنند. شاخص‌های ارزیابی شامل آماره‌های مالو، آکاییک، F، و RMSE و مدل‌های مقایسه‌ای شامل مدل‌های گمپرتز (G)، جیکی (J)، لاگ‌ـ نرمال (SL)، نرمال (N)، فردلاند (Fr)، لاگ‌ـ نرمال اصلاح‌شدهٔ استانداردشده (ORL)، لاگ‌ـ نرمال اصلاح‌شدهٔ غیر استاندارد شده (ONL)، و شیوازوا و کمبل (SC) است.

نتایج مقایسهٔ مدل‌ها با استفاده از آمارهٔ مالو نشان داد این آماره در همهٔ موارد با نتایج آمارهٔ F همخوانی دارد. در این مورد، مدل‌ها از لحاظ کارآیی به‌ترتیب Fr، ORL، ONL، G، N، و J رتبه‌بندی شدند. نتایج نشان داد مدل نرمال در بیش از ۴۶ درصد خاک‌ها بهتر از مدل SL است که از این لحاظ در رتبه‌ای بالاتر از مدل J (۳۸ درصد) قرار می‌گیرد. Hwang *et al* (2002) گزارش کردند که مدل J ضعیف‌ترین مدل بر اساس آماره‌های F و Cp است. بر اساس گزارش این محققان، طبق آمارهٔ Cp مدل‌های ORL و ONL تفاوتی از لحاظ کارآیی برازش بر داده‌های PSD ندارند. در حالی که نتایج این مطالعه نشان داد مدل ORL بر اساس آمارهٔ مالو بهتر از مدل ONL است.

نتایج تحلیل آمارهٔ AIC نشان داد این آماره در انتخاب مدل بهتر از مدل مرجعْ کمی سختگیرتر از آماره‌های F و Cp است. به عبارت دیگر، تعداد خاک‌هایی که در آن‌ها مدل مقایسه‌ای بهتر از مدل مرجع باشد در مقایسه با آماره‌های F و Cp کمتر است. این نتیجه را Hwang *et al* (2002) نیز گزارش کرده‌اند. بر اساس آمارهٔ AIC مدل Fr در بیش از ۷۸ درصد خاک‌ها بهتر از مدل SL است و مدل‌های ORL و ONL به‌ترتیب در ۷۳ و۷۲ درصد خاک‌ها بهتر از مدل SL هستند. مدل‌های G و J به‌ترتیب در ۵۴ و ۳۳ درصد خاک‌ها بهتر از مدل SL عمل کردند. در این مورد مدل N در ۴۵ درصد خاک‌ها بهتر از مدل SL بود.

Archive of SID

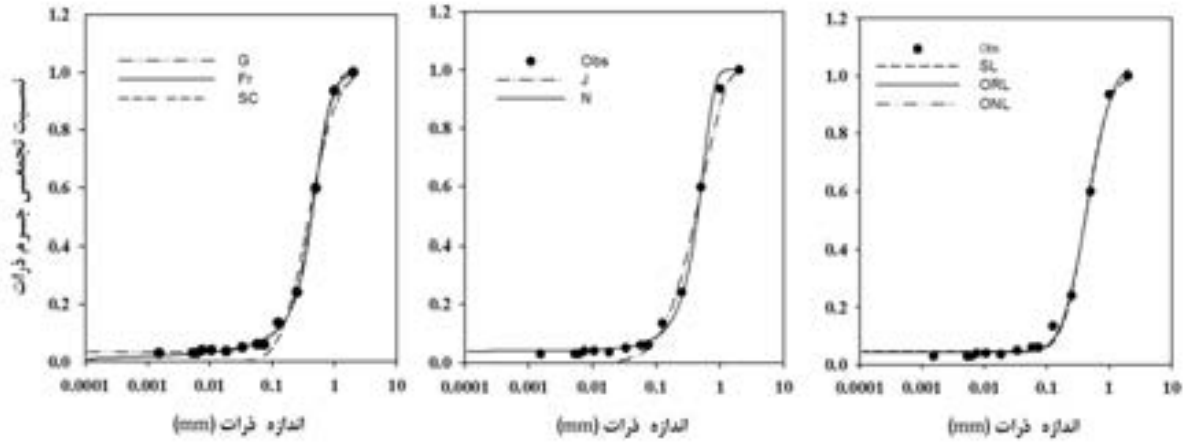
www.SID.ir

نتایج آمارهٔ RMSE نشان داد مدل Fr در ۹۲ درصد خاک‌ها دارای RMSE کمتر از مدل SL است و مدل‌های ORL، ONL، G، N، و J به‌ترتیب در ۸۶ ، ۸۲، ۵۷، ۴۷، و ۳۶ درصد خاک‌ها RMSE کمتر از مدل SL دارند (شکل ۴). اختلاف نتایج RMSE و AIC نشان‌دهندهٔ تأثیر تعداد پارامترهای مدل‌هاست؛ مثلاً مدل Fr در ۷۸ درصد خاک‌ها آمارهٔ AIC کوچک‌تر از مدل SL دارد، در حالی که بر اساس آمارهٔ RMSE مدل Fr در ۹۲ درصد خاک‌ها بهتر از مدل SL است. به عبارت دیگر، بر اساس آمارهٔ AIC در ۱۴ درصد خاک‌هایی که مدل Fr دارای RMSE کوچک‌تر است، به علت تعداد پارامتر بیشتر دارای آمارهٔ AIC بزرگ‌تری نسبت به مدل SL است که این تأثیر تعداد پارامتر را در مدل نشان می‌دهد.

مقایسهٔ کارآیی مدل‌های PSD در بافت‌های مختلف

شکل‌های ۵ تا ۷ برازش مدل‌های مطالعه‌شده را در خاک‌های با بافت‌های مختلف نشان می‌دهد. نتایج نشان داد در بافت شنی به جز مدل SL، SC، و J سایر مدل‌ها (ORL، ONL، G، N) برازش خوبی بر داده‌های PSD نشان می‌دهند و تفاوت معناداری از این لحاظ بین آن‌ها وجود ندارد؛ اگرچه برای این کلاس بافتی مدل Fr دقیق‌ترین مدل است. این نتیجه با نتایج Hwang *et al* (2002) مطابقت دارد. نمودار ۶ نشان می‌دهد در کلاس بافتی لوم کارآیی برخی مدل‌ها در توصیف PSD از قبیل مدل N کاهش می‌یابد. نتایج نشان می‌دهد مدل N قادر به توصیف منحنی PSD در بخش ذرات ریز نیست. به عبارت دیگر، این مدل در قسمت‌های انتهایی منحنی از داده‌های اندازه‌گیری‌شده فاصله می‌گیرد (شکل ۶). همین وضعیت در نمودار ۷ نیز مشاهده می‌شود. این نمودار نشان می‌دهد در کلاس بافتی رسی مدل‌های N، J، و G انحرافاتی از داده‌های اندازه گیری‌شده دارند. شدت این انحرافات در مدل‌های N و G در قسمت‌های ابتدایی (ذرات شن) و انتهایی (ذرات رس) منحنی بیشتر می‌شود.

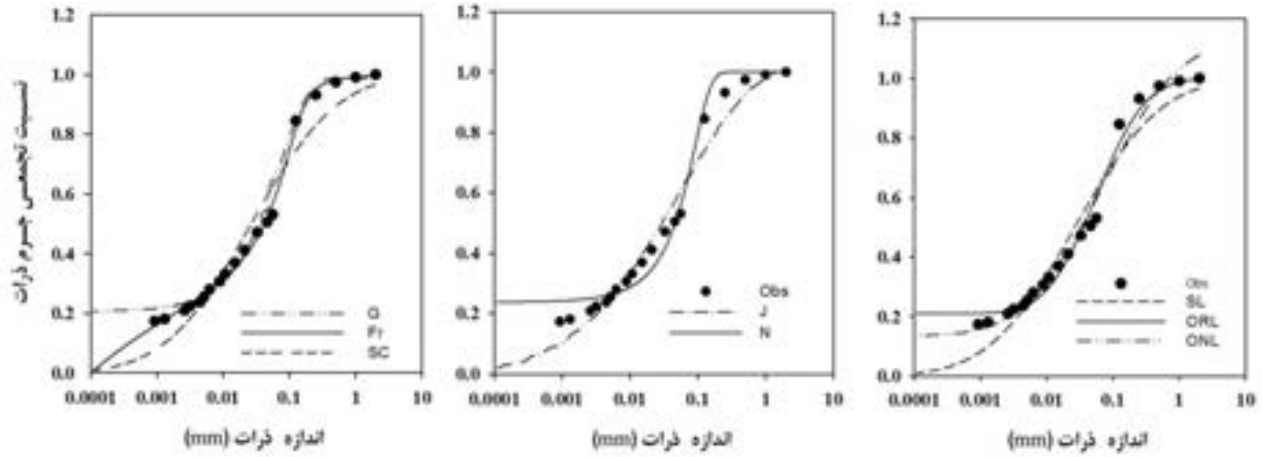
مدل J ضعیف‌ترین مدل در توصیف PSD خاک‌ها در همهٔ کلاس‌های بافتی خاک بود؛ طوری که میانگین RMSE این مدل در خاک‌های درشت‌بافت برابر ۰/۰۳ و در خاک‌های ریزبافت برابر ۰/۰۹۳ بود. میانگین مقدار خطای برازش مدل SL به‌تدریج از خاک‌های درشت‌بافت به ریزبافت کاهش یافت؛ طوری که میانگین مقادیر RMSE این مدل از ۰/۰۷۲ در خاک‌های درشت‌بافت به ۰/۰۲ در خاک‌های ریزبافت کاهش یافت (جدول ۳). روند کاهشی خطای برازش برای مدل N عکس مدل SL بود و نتایج نشان داد مدل N برای توصیف PSD خاک‌های شنی از دقت خوبی برخوردار است (جدول ۳). سایر مدل‌های گروه لاگ‌ـ نرمال (ORL و ONL) برخلاف مدل SL تقریباً در همهٔ بافت‌ها برازش خوبی نشان دادند؛ اگرچه از این لحاظ ضعیف‌تر از مدل Fr بودند (جدول ۳). با توجه به نتایج به‌نظر می‌رسد با ریزشدن بافت خاک توزیع اندازهٔ ذرات خاک به الگوی لاگ‌ـ نرمالی نزدیک می‌شود و برعکس در خاک‌های درشت‌بافت این الگو به توزیع نرمال نزدیک‌تر است. مدل‌های ORL و ONL نیز با داشتن پارامتر بیشترْ انعطاف‌پذیری بیشتری در برازش بر داده‌ها داشتند و به همین دلیل دقت بیشتری در توصیف PSD کلیهٔ خاک‌های ریزبافت تا درشت‌بافت نسبت به مدل SL نشان دادند. بررسی کارآیی مدل‌ها در مقادیر مختلف رس بر اساس آمارهٔ Cp نشان داد با افزایش درصد رس (تا ۳۵ درصد) درصد خاک‌هایی که در آن‌ها مدل‌های مقایسه‌ای نسبت به مدل SL پذیرفته می‌شوند کاهش می‌یابد (شکل ۸). این مطلب نشان‌دهندهٔ توزیع لاگ‌ـ نرمالی ذرات ریزتر در خاک‌هاست.



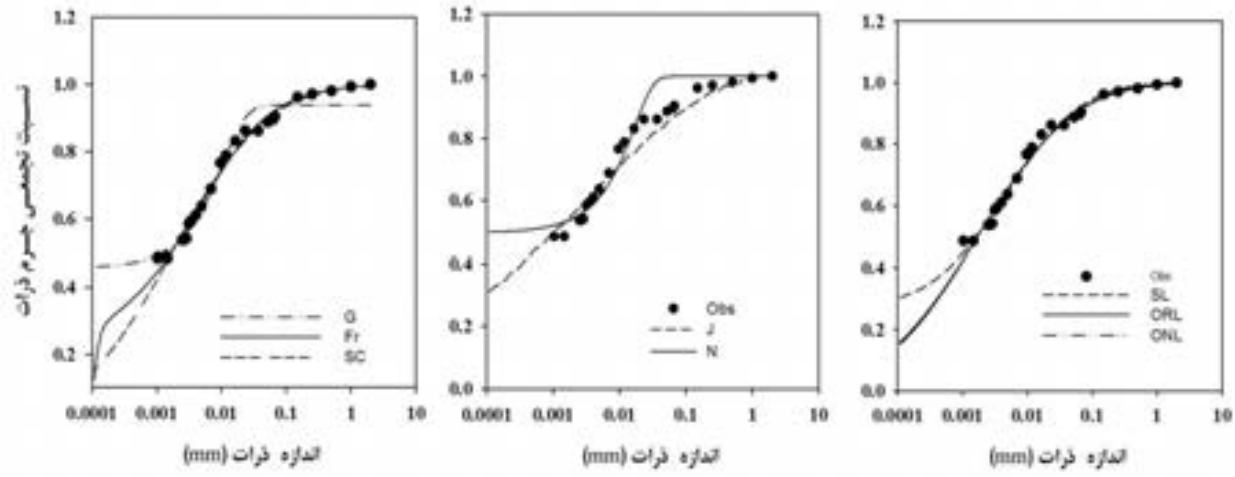
شکل ۵. مقایسهٔ برازش مدل‌های گمپرتز (G)، جیکی (J)، لاگ‌ـ نرمال (SL)، نرمال (N)، فردلاند (Fr)، لاگ‌ـ نرمال اصلاح‌شدهٔ استانداردشده (ORL)، لاگ‌ـ نرمال اصلاح‌شدهٔ غیر استاندارد شده (ONL)، و شیوازوا و کمبل (SC) در خاک شنی

Archive of SID

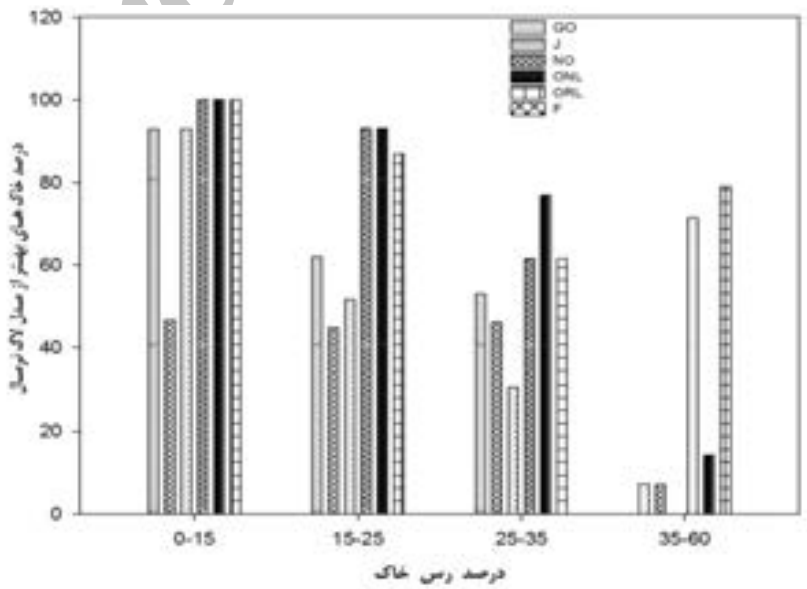
www.SID.ir



شکل ۶. مقایسهٔ برازش مدل‌های گمپرتز (G)، جیکی (J)، لاگ‌ـ نرمال (SL)، نرمال (N)، فردلاند (Fr)، لاگ‌ـ نرمال اصلاح‌شدهٔ استانداردشده (ORL)، لاگ‌ـ نرمال اصلاح‌شدهٔ غیر استاندارد شده (ONL)، و شیوازوا و کمبل (SC) در خاک لومی



شکل ۷. مقایسهٔ برازش مدل‌های گمپرتز (G)، جیکی (J)، لاگ‌ـ نرمال (SL)، نرمال (N)، فردلاند (Fr)، لاگ‌ـ نرمال اصلاح‌شدهٔ استانداردشده (ORL)، لاگ‌ـ نرمال اصلاح‌شدهٔ غیر استاندارد شده (ONL)، و شیوازوا و کمبل (SC) در خاک رسی



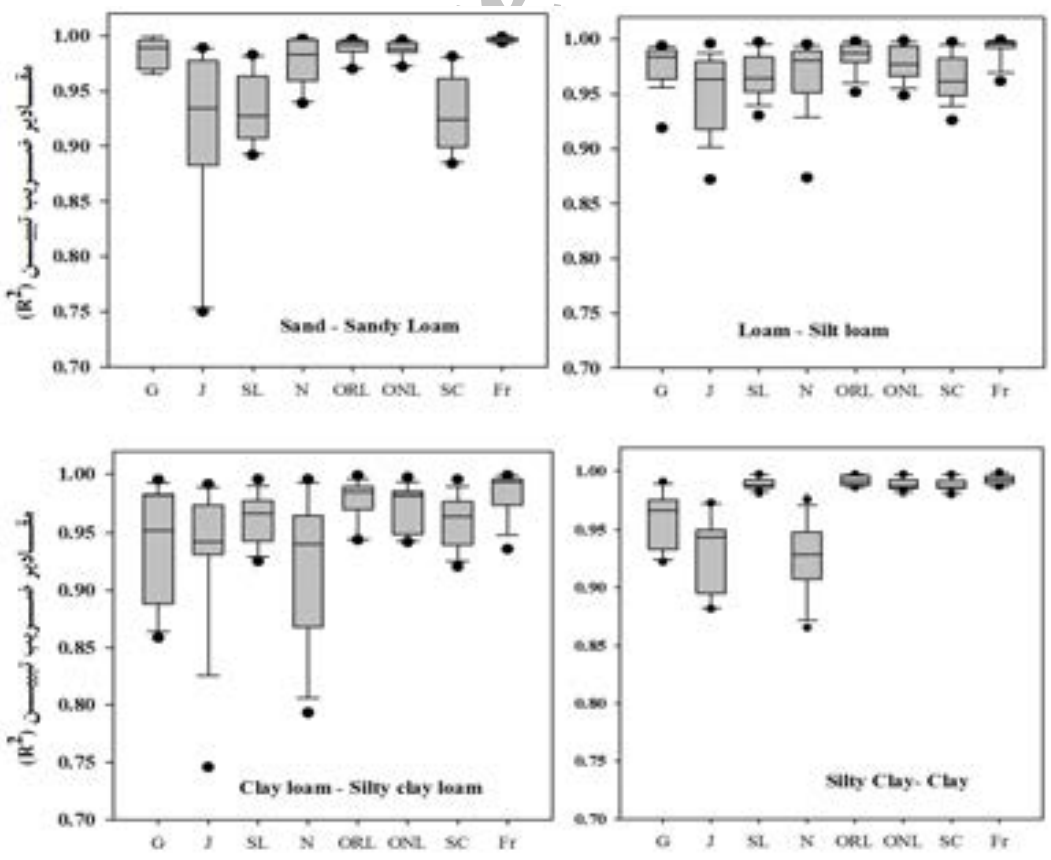
شکل ۸. ارتباط بین درصد رس خاک و درصد خاک‌های بهتر از مدل SL بر اساس آمارهٔ مالو در مدل‌های گمپرتز (G)، جیکی (J)، لاگ‌ـ نرمال (SL)، نرمال (N)، فردلاند (Fr)، لاگ‌ـ نرمال اصلاح‌شدهٔ استانداردشده (ORL)، لاگ‌ـ نرمال اصلاح‌شدهٔ غیر استاندارد شده (ONL)، و شیوازوا و کمبل (SC)

www.SID.ir

جدول ۳. میانگین RMSE مدل‌های گمپرتز (G)، جیکی (J)، لاگ‌ـ نرمال (SL)، نرمال (N)، فردلاند (Fr)، لاگ‌ـ نرمال اصلاح‌شدهٔ استانداردشده (ORL)، لاگ‌ـ نرمال اصلاح‌شدهٔ غیر استاندارد شده (ONL)، و شیوازوا و کمبل (SC) در کلاس‌های بافتی مختلف

بافت خاک	G	J	SL	N	ORL	ONL	SC	Fr
شنی – لوم شنی	۰/۰۳۱	۰/۰۳۰	۰/۰۷۲	۰/۰۳۸	۰/۰۲۸	۰/۰۳۰	۰/۰۷۵	۰/۰۱۷
لوم – سیلت لوم	۰/۰۴۴	۰/۰۵۹	۰/۰۵۵	۰/۰۵۰	۰/۰۳۵	۰/۰۴۴	۰/۰۵۷	۰/۰۲۴
لوم رسی – لوم رسی سیلتی	۰/۰۵۷	۰/۰۷۴	۰/۰۴۸	۰/۰۶۴	۰/۰۳۵	۰/۰۴۰	۰/۰۵۰	۰/۰۲۸
رس سیلتی – رسی	۰/۰۳۶	۰/۰۹۳	۰/۰۲۰	۰/۰۵۲	۰/۰۱۸	۰/۰۲۱	۰/۰۲۱	۰/۰۱۶۶

نمودارهای جعبه‌ای تغییرات مقادیر R^2 مدل‌های مطالعه‌شده در کلاس‌های مختلف بافتی در شکل ۹ می‌آید. بر اساس آمارهٔ R^2 کلاس‌های بافتی شنی و لوم شنی مدل‌های G، ONL، ORL، و Fr برازش بهتری نسبت به مدل‌های SL، SC، و J داشتند. دامنهٔ تغییرات زیاد R^2 نشان داد مدل J دقت کافی در توصیف PSD خاک‌های درشت‌بافت ندارد. در کلاس‌های بافتی لوم و لوم سیلتی بهبود نسبی در مقادیر R^2 مدل‌های SL و SC مشاهده شد. همچنین دامنهٔ تغییرات مقادیر R^2 مدل J نیز به نسبت بافت‌های شنی و لوم شنی کاهش یافت و بهبود نسبی در دقت این مدل نسبت به بافت‌های مذکور مشاهده شد. نتایج نشان داد در این کلاس‌های بافتی نیز بهترین مدل از نظر آمارهٔ R^2 مدل Fr است. دامنهٔ تغییرات R^2ها در همهٔ مدل‌های مطالعه‌شده در کلاس‌های بافتی لوم رسی و لوم رسی سیلتی افزایش یافت. ناهمگن‌شدن منحنی PSD در این دو کلاس بافتی را می‌توان از دلایل افزایش دامنهٔ تغییرات R^2 (برای همهٔ مدل‌ها) در این کلاس‌های بافتی به‌شمار آورد (Hwang *et al*, 2002). در کلاس‌های بافتی رسی و رسی سیلتی دامنهٔ تغییرات R^2 مدل‌های G و J و N زیاد می‌شود. به عبارت دیگر، این مدل‌ها به‌خوبی قادر به توصیف PSD خاک‌های ریزبافت نیستند. در حالی که در این کلاس‌های بافتی کارآیی و دقت مدل‌های لاگ‌ـ نرمال افزایش و دامنهٔ تغییرات R^2 مدل‌های SL، SC، ONL، و ORL کاهش می‌یابد.



شکل ۹. نمودارهای جعبه‌ای تغییرات R^2 مدل‌های گمپرتز (G)، جیکی (J)، لاگ‌ـ نرمال (SL)، نرمال (N)، فردلاند (Fr)، لاگ‌ـ نرمال اصلاح‌شدهٔ استانداردشده (ORL)، لاگ‌ـ نرمال اصلاح‌شدهٔ غیر استاندارد شده (ONL)، و شیوازوا و کمبل (SC) در کلاس‌های مختلف بافتی

www.SID.ir

نتیجه‌گیری

در این مطالعه هشت مدل مختلف، شامل پنج مدل لاگ‌ـ نرمال (SL، J، ONL، ORL، SC) و دو مدل چهارپارامتری G و Fr و یک مدل نرمال (N)، بر داده‌های توزیع اندازهٔ ذرات هفتاد و یک خاک برازش داده شد. نتایج R^2 نشان داد مدل چهارپارامتری Fr بهترین برازش را در خاک‌های مطالعه‌شده دارد و بعد از آن مدل‌های ORL و ONL به‌ترتیب بهترین برازش را در خاک‌های مطالعه‌شده نشان دادند. متوسط R^2 مدل چهارپارامتری G به نسبت مدل‌هایی با تعداد پارامتر کمتر، از قبیل مدل ORL و ONL، کوچک‌تر بود. نتایج نشان داد تعداد پارامتر زیاد همواره سبب بهبود برازش مدل‌ها نخواهد شد. در بیشتر مطالعات صورت‌گرفته در ارتباط با کارآیی مدل‌های توزیع اندازهٔ ذرات خاک کمتر از مدل N استفاده شده و در آن‌ها فرض شده توزیع PSD خاک‌ها لاگ‌ـ نرمال است. در حالی که مطالعهٔ حاضر نشان داد در خاک‌های درشت‌بافت PSD خاک می‌تواند نرمال یا لاگ‌ـ نرمال باشد؛ مثلاً مقایسهٔ میانگین R^2 مدل N با مدل J، که یک نوع از مدل لاگ‌ـ نرمال است، نشان داد این مدل در توصیف PSD خاک‌ها دقت بالاتری دارد. در این مطالعه کارآیی مدل‌ها با استفاده از آماره‌هایی ارزیابی شد که علاوه بر دقت مدل در برازش بر داده‌های اندازه‌گیری تعداد پارامتر آن نیز در نظر گرفته می‌شود؛ از قبیل آمارهٔ آکاییک، مالو، و F. نتایج نشان داد درصد خاک‌های بهتر از مدل SL در همهٔ مدل و با توجه به آمارهٔ RMSE بیش از آماره‌های دیگر است؛ که اختلاف نتایج این آماره‌ها نشان‌دهندهٔ تأثیر تعداد پارامترهای مدل در بررسی کارآیی مدل‌هاست.

نتایج نشان داد دقت برازش مدل‌های Fr، G، ORL، ONL، و N در خاک‌های درشت‌بافت بیشتر از مدل است. مدل N در ۹۳ درصد خاک‌هایی که کمتر از ۱۵ درصد رس داشتند R^2 بالاتر از مدل SL دارد و به‌تدریج با افزایش درصد رس این مقدار کاهش می‌یابد. به‌نظر می‌رسد با ریزشدن بافت خاک توزیع جرم‌ـ اندازهٔ ذرات خاک به الگوی لاگ‌ـ نرمالی نزدیک می‌شود و بر عکس در خاک‌های درشت‌بافت این الگو به توزیع نرمال نزدیک‌تر است. مدل Fr ریزبافت نیز برازش خوبی را بر PSD خاک‌های مطالعه‌شده نشان داد. نتایج نشان می‌دهد با اینکه در توسعهٔ این مدل از فرض لاگ‌ـ نرمال بودن PSD خاک‌ها استفاده نشده، تعداد پارامترهای زیاد آن سبب می‌شود در همهٔ کلاس‌های بافتی خاک به‌خوبی قادر به توصیف PSD خاک باشد. همچنین مدل‌های ONL و ORL نیز به‌خوبی قادر به توصیف PSD خاک‌ها در همهٔ کلاس‌های بافتی هستند.

REFERENCES

Arya, L. M. and Paris, J. F. (1981). A physic empirical model to predict the soil moisture characteristics from particle-size distribution and bulk density data. *Soil Science Society of America Journal*, 45 (6), 1023–1030.

Bittelli, M., Campbell, G. S., and Flury, M. (1999). Characterization of particle-size distribution in soil with a fragmentation model. *Soil. Soil Science Society of America Journal*, 63, 782–788.

Buchan, G. D. (1989). Applicability of the simple lognormal model to particle-size distribution in soils. *Soil Science*, 147, 155–161.

Buchan, G. D., Grewal, K. S., and Robson, A. B. (1993). Improved models of particle-size distribution: An illustration of model comparison techniques. Soil. *Soil Science Society of America Journal*, 57, 901–908.

Campbell, G. S. (1985). Soil physics with BASIC: Transport models for soil-plant systems. Elsevier, Amsterdam.

Carrera, J., Neuman, S. P. (1986). Estimation of aquifer parameters under transient and steady state conditions: 1. Maximum likelihood incorporating prior information. *Water Resources Research*, 22, 199–210.

Chen, J., Hopmans, J. W., and Grismer, M. E. (1999). Parameter estimation of two-fluid capillary pressure-saturation and permeability functions. *Advance in Water Resources*, 22, 479–493.

Cornelis, W. M., Ronsyn, J., Van Meirvenne, M., and Hartmann, R. (2001). Evaluation of pedotransfer functions for predicting the soil moisture retention curve. *Soil Science Society of America Journal*, 65, 638–648.

Filgueira, R. R., Fournier, L. L., Cerisola, C. I., Gelati, P., and Garcia, M. G. (2006). Particle-size distribution in soils: A critical study of the fractal model validation. *Geoderma,* 134, 327-334.

Filgueira, R. R., Pachepsky, Y. A., and Fournier, L. L. (2003). Time–mass scaling in soil texture analysis. *Soil Science Society of America Journal*, 67, 1703–1706.

Fredlund, M. D., Fredlund, D. G., and Wilson, G. W. (2000). An equation to represent grain size distribution. *Canadian Geotechnical Journal*, 37, 817–827.

Gee, G. W. and Bauder, J. W. (1986). Particle- size analysis, In: Klute, A., *et al*. (Ed.), Methods of soil analysis. Part1, Physical and mineralogical methods, seconded. ASA, Inc., Madison, WI, 383–411.

Green, P. E. and Caroll, J. D. (1978). Analyzing multivariate data. John Wiley and Sons, New York.

Archive of SID

www.SID.ir

Gupta, S. C. and Larson, W. E. (1979). Estimating soil water retention characteristics from particle size distribution, organic matter percent, and bulk density. *Water Resources Research*, 15 (6), 1633–1635.

Hwang, S. I. (2004). Effect of texture on the performance of soil particle-size distribution models. *Geoderma,* 123, 363-371.

Hwang, S. I. and Hong, S. P. (2006). Estimating relative hydraulic conductivity from lognormally distributed particle-size data. *Geoderma*, 133, 421-430.

Hwang, S. I. and Powers, S. E. (2003). Using particle-size distribution models to estimatesoil hydraulic properties. *Soil Science Society of America Journal*, 67, 1103-1112.

Hwang, S. I., Kwang, P. L., Dong, S. L., and Powers, S. E. (2002). Models for estimating soil particle-size distributions. *Soil Science Society of America Journal*, 66. 1143–1150.

Jaky, J. (1944). Soil mechanics. (In Hungarian.) Egyetemi Nyomda, Budapest.

Mallows, C. L. (1973). Some comments on C_p . *Technometrics*, 15, 661–675.

Minasny, B., McBratney, A. B., and Bristow, K. L. (1999). Comparison of different approaches to the development of pedotransfer functions for water-retention curves. *Geoderma*, 93, 225–253.

Nemes, A., Wo sten, J. H. M., Lilly, A., and Voshaar, J. H. O. (1999). Evaluation of different procedures to interpolate particle-size distributions to achieve compatibility within soil databases. *Geoderma*, 90, 187-202.

Rousseva, S. S. (1997). Data transformations between soil texture schemes. *European Journal of Soil Science,* 8, 749-758.

Schuh, W. M. and Bauder, J. W. (1986). Effect of soil properties on hydraulic conductivity-moisture relationship. *Soil Science Society of America Journal*, 50, 848–855.

Shiozawa, S. and Campbell, G. S. (1991). On the calculation of mean particle diameter and standard deviation from sand, silt, and clay fractions. *Soil Science*, 152, 427–431.

Shirazi, M. A. and Boersma, L. (1984). A unifying quantitative analysis of soil texture. Soil. *Soil Science Society of America Journal*, 48, 142–147.

Skaggs, T. H., Arya, L. M., Shouse, P. J., and Mohanty, B. P. (2001). Estimating particle-size distribution from limited soil texture data. *Soil Science Society of America Journal*, 65, 1038–1044.

Snedecor, G. W. and Cochran, W. G. (1989). Statistical Methods. Iowa State Univ. Press, Ames, IA.

Tirgarsoltani, M. T., Zolfaghari, A. A., Gorji, M., and Sorafa, M. (2012). Investigation the limitations of power functions for describing soil particle size distribution. *Iranian Journal of Soil Research*, 26 (1), 67-76. (In Farsi)

Tyler, SW. and Wheatcraft, S. W. (1992). Fractal scaling of soil particle-size distributions: analysis and limitations. *Soil Science Society of America Journal*, 56, 362–369.

Vereecken, H., Maes, J., Feyen, J., and Darius, P. (1989). Estimating the soil moisture retention characteristic from texture, bulk density, and carbon content. *Soil Science*, 148, 389–403.

Walker, P. H. and Chittleborough, D. J. (1986). Development of particle- size distributions in some alfisols of Southeastern Australia. *Soil Science Society of America Journal*, 50, 394–400.

Archive of SID

www.SID.ir