

## شبیه‌سازی آبیاری نواری با دو الگوی حل عددی

محمدعلی غلامی سفیدکوهی<sup>۱</sup>، علی کولائیان<sup>۲\*</sup>

۱. استادیار گروه مهندسی آب دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی ساری

۲. دانش‌آموخته کارشناسی ارشد آبیاری و زهکشی دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی ساری

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۲/۲۱ - تاریخ تصویب: ۱۳۹۳/۴/۲۳)

### چکیده

معادلات سنت-وانت از معادلات پایه‌ای در رشته‌های مختلف هیدرولیک، از جمله آبیاری سطحی است. در این تحقیق، با استفاده از روش تفاضل محدود و دو الگوی عددی لکس انتشاری (HD-LAX) و مک کورومک (HD-MAC)، مدل هیدرودینامیک کامل جریان در آبیاری نواری حل شد. به منظور ارزیابی این دو الگو، نتایج شبیه‌سازی با شش سری داده‌های اندازه‌گیری شده در شرایط متفاوت مقایسه شد. نمایه‌های ارزیابی نشان داد هر دو الگو از دقت مناسبی برای شبیه‌سازی فرایندهای مختلف جریان برخوردارند. نتایج نشان داد در یک نوار، با افزایش دبی ورودی، دقت پیش‌بینی هر دو الگو افزایش می‌یابد. افزایش طول و عرض و شیب نوار کاهش دقت پیش‌بینی هر دو الگوی عددی را به همراه خواهد داشت. یافته‌ها نشان می‌دهد الگوی HD-LAX با متوسط ضریب تبیین ۰/۹۴۵۲ و ۰/۸۳۶۶ به ترتیب در شبیه‌سازی مراحل پیش‌روی و پس‌روی و خطای نسبی ۵/۶۳- و ۷/۸۷ درصد در برآورد حجم آب نفوذیافته و رواناب نسبت به الگوی HD-MAC از دقت بالاتری برخوردار است.

**کلیدواژه‌گان:** حل عددی، لکس، مک کورومک، هیدرودینامیک کامل

### مقدمه

هرچند با پیشرفت علم و فناوری شیوه‌های جدیدی در آبیاری پا به عرصه وجود نهاده‌اند، هنوز هم در بسیاری از کشورهای جهان و حتی کشورهای پیشرفته، آبیاری سطحی یکی از روش‌های رایج آبیاری است و محققان زیادی برای بهبود و توسعه آن تلاش می‌کنند. مهم‌ترین بخش در طراحی آبیاری سطحی فرموله کردن جریان است که پیچیدگی ویژه‌ای دارد (Walker and Skogerboe, 1987). به طور کلی معادلات مربوط به هیدرولیک جریان در آبیاری سطحی شامل دو رابطه پیوستگی و اندازه حرکت است، که به معادلات سنت-وانت<sup>۱</sup> مشهورند. این معادلات، به مثابه معادلات پایه‌ای، در رشته‌های مختلف مهندسی آب، از جمله آبیاری سطحی، نقش اساسی و مهم در حل مسائل دارد. از این رو برای حل این معادلات مدل‌های هیدرولیکی متعددی تهیه شدند که هر یک محاسن و معایب خود را دارند. برای حل این معادلات از مدل‌های هیدرودینامیک کامل<sup>۲</sup> (HD)، اینرسی صفر<sup>۳</sup> (ZI)، موج سینماتیک<sup>۴</sup> (KW)،

بیان حجم<sup>۵</sup> (VB) و جریان پایدار<sup>۶</sup> (SF) استفاده می‌شود (Abbasi, 2013). از بین مدل‌های بیان‌شده، مدل هیدرودینامیک کامل از پیچیدگی حل برخوردار است و معمولاً مبنای حل معادلات سنت-وانت قرار می‌گیرد. از این مدل می‌توان زمانی که آمار و ارقام میدانی قابل اطمینان یا در دسترس نیست، به منظور ارزیابی و واسنجی مدل‌های ساده‌تر، استفاده کرد (Katapodes and Strelkoff, 1977). سابقه تحقیق در زمینه ارزیابی مدل‌های عددی-هیدرولیکی در آبیاری سطحی تأییدکننده این موضوع است که مدل هیدرودینامیک کامل مدل برتر در شبیه‌سازی مراحل مختلف جریان است (McClymont et al, 1996; Esfandiari and Maheshwari, 2001; Ebrahimian and Liaghat, 2011; Raghuvanshi et al, 2011).

مرور منابع نشان می‌دهد روش خطوط مشخصه از روش‌های اولیه حل مدل‌های هیدرولیکی آبیاری سطحی محسوب می‌شود (Strelkoff et al, 1999). اگرچه این روش یکی از الگوهای متداول در حل معادلات حاکم است، محققان روش‌های دیگری جهت حل ارائه کردند. Wallender and

\* نویسنده مسئول: a.koulaian@yahoo.com

5. Water volume balance models  
6. Steady flow models

1. Saint-Venant  
2. Full Hydrodynamic Models  
3. Zero-Inertia Models  
4. Kinematic Wave Model

مربوط به معادلات سنت-وانانت، که در آن‌ها یک کمیت خاص در امتداد مشخص به نام سطوح مشخصه منتشر می‌شود، روش‌های صریح مناسب‌تر است. در روش‌های ضمنی، سرعت عددی انتقال مشخصات را می‌توان بی‌نهایت دانست. زیرا شرایط موجود در یک گام زمانی مشخص بر جواب همه نقاط میدان حل در گام زمانی بعدی تأثیر می‌گذارد. در میان روش‌های عددی حل معادلات سنت-وانانت، دو روش صریح عددی، شامل لکس انتشاری و مک کورمک، محبوبیت خاصی دارد (Jalalpoor, 2011). از مزایای مهم این دو الگوی عددی می‌توان به دقت مرتبه دوم، قابلیت تعمیم به معادلات غیر خطی، قابلیت تعمیم به دستگاه معادلات، و قدرت شبیه‌سازی شوک‌ها (هم از نظر تغییرات رژیم‌های جریان و هم از نظر گرادیان‌های شدید) اشاره کرد؛ که در تحقیق محققان مختلف در زمینه سیالات (Lin et al, 2003; Ying et al, 2003; Baghlani, 2009 and 2011; Jaefarzadeh and Alamatian, 2010; Jalalpoor, 2011; Steinebach and Weiner, 2012) گزارش شده است.

با توجه به عدم استفاده از این دو روش در علوم مرتبط با آبیاری سطحی، هدف این تحقیق مقایسه و ارزیابی الگوی عددی لکس انتشاری و مک کورمک در حل عددی مدل هیدرودینامیک کامل در آبیاری نواری بود. بر این اساس دو روش بیان‌شده بر اساس معیارهای دقت شبیه‌سازی و زمان محاسبات ارزیابی شدند.

## مواد و روش‌ها

### اصول تئوری حل

معادلات سنت-وانانت یک جفت رابطه دیفرانسیل جزئی است که به شکل کامل فاقد حل تحلیلی است و معمولاً آن را با روش‌های عددی حل می‌کنند. این معادلات، پس از تعدیل، به جهت شمول نفوذ از سطح آب، به صورت رابطه ۱ و ۲ ارائه می‌شود (Katapodes and Strelkoff, 1977):

$$\frac{A \partial v}{\partial x} + \frac{Bv \partial y}{\partial x} + \frac{B \partial y}{\partial t} + I = 0 \quad (\text{رابطه ۱})$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} = S_0 - S_f + \frac{DvI}{2gA} \quad (\text{رابطه ۲})$$

Y عمق آب، t زمان از آغاز آبیاری، v سرعت جریان آب (تابعی از x و t)، x فاصله از ابتدای نوار، I شدت نفوذ آب به داخل خاک (تابعی از x و t)، g شتاب ثقلی، S<sub>0</sub> شیب طولی نوار، S<sub>f</sub> شیب خط انرژی، A سطح مقطع جریان، B عرض بالایی جریان آب، D ثابت عددی؛ که در صورتی که رابطه مومنتم از قانون دوم نیوتن مشتق شده باشد، مقدار آن برابر با ۱ و در

Rayeji (1990) برای بررسی مدل هیدرودینامیک کامل تحت شرایط آبیاری جویچه‌ای پیشنهاد کردند از روش انتگرال اولیری استفاده شود. Bautista and Wallender (1992) یک مدل تفاضل محدود بر اساس الگوریتم shooting برای شبیه‌سازی آبیاری جویچه‌ای ارائه و اعلام کردند مدلی که بر اساس گام‌های مکانی و زمانی متغیر حل شود نسبت به مدل‌هایی که بر اساس گام مکانی ثابت و گام زمانی متغیر تهیه شود سرعت همگرایی کمتری دارد. Abbasi (1995) مدل هیدرودینامیک کامل را به روش تفاضل محدود و به صورت کاملاً ضمنی برای شبیه‌سازی مراحل مختلف جریان در آبیاری نواری استفاده کرد. Bradford et al (2001) به بررسی مدل حجم محدود در شبیه‌سازی آبیاری کرتی تسطیح‌نشده پرداختند. در این مدل جریان با استفاده از الگوی عددی صریح بسط داده شد و در نهایت پیش‌بینی مدل در حالت یک‌بعدی و دوبعدی با داده‌های اندازه‌گیری بررسی شد. Strelkoff et al (2003) یک راه‌حل عددی مبتنی بر روش تفاضل محدود و به صورت الگوریتم صریح برای شبیه‌سازی دوبعدی جریان از یک منبع نقطه‌ای در کرت غیر مسطح ارائه کرد. Abbasi et al (2003) با استفاده از روش مبتنی بر حجم کنترل متحرک و به صورت ضمنی به شبیه‌سازی جریان در آبیاری نواری و جویچه‌ای پرداختند. نتایج نشان داد مدل معرفی‌شده در پیش‌بینی مراحل پیش‌روی، پس‌روی، حجم نفوذیافته، و رواناب نتایج رضایت‌بخش می‌دهد. Banti et al (2011) با استفاده از یک مدل ترکیبی سطحی و زیرسطحی به شبیه‌سازی آبیاری جویچه‌ای پرداختند. در این تحقیق برای شبیه‌سازی معادلات یک‌بعدی حاکم بر اساس روش تفاضل محدود و الگوی عددی صریح مک کورمک و برای حالت زیرسطحی از معادلات ریچاردز بر اساس روش المان محدود استفاده شد. آن‌ها اعلام کردند در همه موارد آزمایشی پیش‌بینی مدل شباهت خوبی با داده‌های مزرعه‌ای دارد. Dong et al (2013) در تحقیقی مشابه به شبیه‌سازی ترکیبی جریان سطحی و زیرسطحی در آبیاری نواری پرداختند. آن‌ها برای شبیه‌سازی جریان سطحی از روش حجم محدود و الگوریتم ضمنی استفاده کردند. نتایج نشان داد دقت روش پیشنهادی نسبت به روش مبتنی بر تفاضل محدود کمتر است. Soroush et al (2013) بر اساس روش تفاضل محدود و دو الگوی عددی صریح اولیر و ضمنی کرنک نیکلسون معادلات جریان آرام را، که فرم کاهش‌یافته معادلات جریان است، جهت شبیه‌سازی آبیاری جویچه‌ای حل کردند. آن‌ها اعلام کردند در همه موارد آزمایشی پیش‌بینی مدل شباهت مناسبی با داده‌های مزرعه دارد. ملاحظه می‌شود با توجه به ماهیت فیزیکی پدیده‌های

### الگوی عددی HD-MAC

این روش، که در زمره روش‌های چندگامی قرار دارد، در اوایل دهه ۱۹۷۰ توسعه یافت. این الگوی عددی را فنمن<sup>۱</sup> برای تحلیل جریان‌های تک‌بعدی، ناپایدار، و کانال‌های باز استفاده کرد. این روش دومرحله‌ای است و بر اساس سری تیلور از دقت مرتبه دوم در زمان و مکان<sup>۲</sup> برخوردار است (Chanson, 2004).

همان‌طور که بیان شد، این روش متشکل از زنجیره‌ای عددی است؛ شامل دو مرحله پیش‌گو و اصلاحگر. متغیرهای جریان در مرحله زمانی  $k$  معین‌اند و مقادیر آن‌ها باید در مرحله زمانی  $(k+1)$  محاسبه شوند. بدین منظور نقطه‌ای به مختصات  $i$  در شبکه گره‌های تفاضل محدود در نظر می‌گیرند. می‌توان از معادله‌هایی که در پی می‌آید برای منفصل کردن معادلات هیدرودینامیک کامل استفاده کرد. فرم ماتریسی معادلات حاکم ۱ و ۲ به صورت زیر است:

$$U_t + F U_x = S \quad (\text{رابطه ۷})$$

$$U = \begin{pmatrix} B \cdot y \\ \frac{1}{g} v \\ g \end{pmatrix} \quad S = \begin{pmatrix} -I \\ (S_o - S_f) + \frac{D \cdot J}{2g \cdot A} v \end{pmatrix}$$

$$F = \begin{pmatrix} u & A \cdot g \\ \frac{1}{g} & u \end{pmatrix}$$

در بخش پیش‌گوکننده از معادله‌های ۸ و ۹ استفاده شد:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{U_i^* - f_i^k}{\Delta t} \quad (\text{رابطه ۸})$$

$$U_i^{k+1} = \frac{1}{2} (U_i^* + U_i^{**}) \quad (\text{رابطه ۹})$$

با جای‌گذاری تقریب‌های فوق در فرم ماتریسی معادلات حاکم رابطه ۱۰ به دست می‌آید:

$$U_i^{*k+1} = U_i^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} (U_i^k - U_{i-1}^k) F_i^k - \Delta t \cdot S_i^k$$

بالانویس \* مربوط به متغیرهای محاسبه‌شده در بخش پیش‌بینی است؛ که از آن‌ها در بخش تصحیح‌کننده استفاده می‌شود. در قسمت تصحیح‌کننده از معادله‌های ۱۱ و ۱۲ جهت مشتق‌های مکانی و زمانی استفاده شد:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{U_i^{**} - U_i^k}{\Delta t} \quad (\text{رابطه ۱۱})$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_{i+1}^* - f_i^*}{\Delta x} \quad (\text{رابطه ۱۲})$$

1. Feynman  
2.  $O(\Delta x^2 + \Delta t^2)$

صورتی که از قانون بقای انرژی مشتق شده باشد، مقدار آن ۰٫۵ در نظر گرفته می‌شود.

### الگوی عددی HD-LAX

این الگو یکی از روش‌های نخستین و بسیار ساده و صریح تفاضل محدود است که Lax (1954) آن را ارائه کرد (Kobus, 1988). در این روش مشتقات جزئی نسبت به مکان با جملات متغیرهای در سطح زمانی معلوم جایگزین می‌شود. French (1985) این طرح را برای حل معادلات آب‌های کم‌عمق به کار گرفت. برای تقریب مدل هیدرودینامیک کامل به روش لکس از تقریب‌های تفاضل مرکزی برای مشتق جزئی توابع نسبت به مکان و از تفاضل چهار نقطه‌ای برای عبارت دیفرانسیلی نسبت به زمان استفاده شد (Chanson, 2004).

$$\frac{\partial f}{\partial x}(k, i) = \frac{f_{i+1}^k - f_{i-1}^k}{2\Delta x} \quad (\text{رابطه ۳})$$

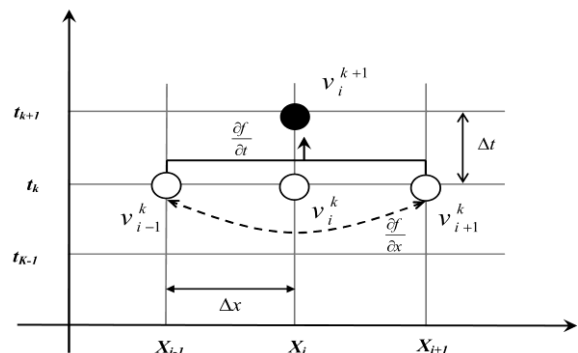
$$\frac{\partial f}{\partial t}(k+1, i) = \frac{f_i^{k+1} - f_i^*}{\Delta t}, \quad f_i^* = \alpha f_i^k + (1-\alpha) \frac{f_{i+1}^k - f_{i-1}^k}{2}$$

$\alpha$  عدد حقیقی و مقدار آن بین  $0 < \alpha < 1$  متغیر است.

در معادله‌های ۳ و ۴ برای سادگی  $f$  به جای هر دو متغیر مستقل  $v$  و  $y$  به کار رفته است. با جای‌گذاری تقریب‌های فوق در معادله‌های ۱ و ۲، مقادیر  $v_i^{k+1}$  و  $y_i^{k+1}$  به طور صریح نسبت به مقادیر عمق و سرعت جریان در سطح زمانی  $k$  محاسبه می‌شود (شکل ۱).

$$y_i^{k+1} = y_i^* - \left(\frac{A}{B}\right) \left(\frac{\Delta t}{2\Delta x}\right) (v_{i+1}^k - v_{i-1}^k) - \left(\frac{\Delta t}{2\Delta x}\right) v_i^* (y_{i+1}^k - y_i^k) - \frac{\Delta t}{B} (I^*) \quad (\text{رابطه ۵})$$

$$v_i^{k+1} = v_i^* - \left(\frac{\Delta t}{2\Delta x}\right) v_i^* (v_{i+1}^k - v_{i-1}^k) - g \left(\frac{\Delta t}{2\Delta x}\right) (y_{i+1}^k - y_i^k) + g \Delta t (S_o - S_f) + \frac{D}{2A} \Delta t v_i^* I^* \quad (\text{رابطه ۶})$$



شکل ۱. شبکه گسسته‌سازی شده برای روش عددی لکس

پس از رسیدن آب به انتهای نوار، در صورتی که جریان ورودی به نوار ادامه داشته باشد، فاز ذخیره شروع می‌شود. در این فاز شرایط مرز بالادست همانند فاز پیش‌روی و در این مرز معتبر بود. مرز پایین‌دست فاز ذخیره، برخلاف فاز پیش‌روی، متحرک نبود؛ بلکه مرزی ثابت بود که آب به صورت رواناب از آن تخلیه می‌شد. اما در فاز تخلیه، معادلات حاکم همان معادلات فاز ذخیره بود و هیچ‌گونه تغییری نداشت. در این فاز دبی ورودی ۰ بود و وقتی عمق جریان در یک گره به ۵ درصد عمق اولیهٔ جریان رسید، عمق جریان در آن گره ۰ منظور شد. در نهایت، در فاز پس‌روی به طور مرتب، عمق و سرعت جریان در حال کاهش است. با کاهش عمق و سرعت جریان، مشاهدهٔ موقعیت لبهٔ انتهایی جبههٔ پس‌روی مشکل می‌شود. در این مرحله شرایط مرزی با رابطهٔ ۱۶ محاسبه می‌شود:

$$A(x_R, t) = Q(x_R, t) = 0 \quad t_{co} < t < t_R \quad (\text{رابطه ۱۶})$$

$x_R$  محل جبههٔ عقب‌نشینی (پس‌روی) و  $t_R$  زمان پس‌روی در محل جبههٔ عقب‌نشینی است.

در این تحقیق برای پایداری الگوهای عددی صریح از عدد کورانت<sup>۳</sup> استفاده شد. لازم است این معیار در همهٔ گره‌های شبکه کمتر یا مساوی ۱ باشد. چنانچه مقدار عددی کورانت از ۱ بیشتر باشد، باید گام زمانی را کاهش داد. اگر مقدار آن به طور قابل ملاحظه‌ای از ۱ کمتر باشد، باید گام زمانی را افزایش داد که بیان ریاضی این معیار به صورت رابطهٔ ۱۷ است (Chanson, 2004). همهٔ مراحل حل عددی مدل هیدرودینامیک با کدنویسی در محیط M-File برنامهٔ 8 Matlab انجام شد.

$$c_r = \frac{|V| + \sqrt{gy}}{\Delta x} \Delta t \quad (\text{رابطه ۱۷})$$

#### داده‌های تحقیق

برای تهیهٔ داده‌های مورد نیاز، قطعه‌زمین زراعی به مساحت ۱۰۰۰ متر مربع در دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی ساری انتخاب شد که دارای بافت سنگین بود. سپس، با توجه به شیب طولی و عرضی و توپوگرافی زمین، نوارهایی جهت آزمایش احداث و به ترتیب با نام‌های A، B، و C نام‌گذاری شد. در همهٔ نوارها میخکوبی با فواصل نیم متر انجام شد و سپس بیشینهٔ دبی غیر فرسایشی در مزرعه با آزمون و خطا به دست آمد. برای رسیدن به بالاترین بازده آبیاری، ارزیابی با دبی‌های فرسایشی و دبی کمتر از دبی بیشینهٔ غیر فرسایشی صورت گرفت. به همین

با جای‌گذاری تقریب‌های یادشده در فرم ماتریسی معادلات حاکم خواهیم داشت:

$$U_i^{**k+1} = U_i^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} (U_{i+1}^* - U_i^*) . F_j^k - \Delta t . S_i^* \quad (\text{رابطه ۱۳})$$

#### شرایط مرزی و اولیه و شرط پایداری

برای مشخص کردن مقادیر واقعی متغیرهای مجهول در زمان و مکان‌های مختلف، باید مقادیر اولیهٔ آن‌ها و همچنین مقادیر آن‌ها در دو انتهای جریان معلوم باشد. شرایط اولیه<sup>۱</sup> می‌تواند به صورت تعیین پارامترهای جریان، نظیر عمق و سرعت، در حالت جریان غیر دائمی، برای همهٔ نقاط روی محور x در لحظه شروع محاسبات باشد. به علت زیر بحرانی بودن جریان شرایط مرزی<sup>۲</sup> در پایین‌دست مورد نیاز است. شرایط مرزی می‌تواند به صورت رابطهٔ مشخصات جریان، نظیر عمق و سرعت، یا بیان این متغیرها به صورت توابعی از زمان در مرزهای پایین‌دست بازهٔ مورد نظر تعریف شود. شرایط مرزی برای حل رابطهٔ عددی به صورت زیر در نظر گرفته شد:

$$\begin{cases} y(0, t_k) = y_i & k, i = 0, \dots, n \\ v(0, t_k) = v_i & \\ y(x_i, 0) = 0 & \\ v(x_0, 0) = v_0 & i = 0, \dots, n \\ v(x_{i \neq 0}, 0) = 0 & \end{cases}$$

شرایط مرزی  
شرایط اولیه

این معادلات بسته به اینکه در چه فازی از آبیاری و در چه نقطه‌ای از میدان حل اعمال شوند، متفاوت‌اند. شرایط فاز پیش‌روی در مرز بالادست جریان، به جز در زمان پس‌روی، در همهٔ مراحل ثابت در نظر گرفته شد. در این حالت دبی جریان معلوم و مشخص بود؛ ولی عمق جریان مجهول بود و در هر گام زمانی تعیین شد.

$$Q(0, t) = Q_0 \quad 0 < t < t_{co} \quad (\text{رابطه ۱۴})$$

$Q_0$  دبی ورودی و  $t_{co}$  زمان قطع جریان است. مرز پایین‌دست در مرحلهٔ پیش‌روی مرزی متحرک بود که در هر گام زمانی به سمت انتهای نوار حرکت می‌کرد. در این مرز، عمق جریان و عمق آب نفوذی تغییرات بیشتری داشتند. در این تحقیق از فرض Abbasi (1995) در شبیه‌سازی مرز پایین‌دست استفاده شد. شرایط مرزی در این مرحله با رابطهٔ ۱۵ بیان می‌شود:

$$Q(x_a, t) = A(x_a, t) = 0 \quad 0 < t < t_a \quad (\text{رابطه ۱۵})$$

$x_a$  محل جبههٔ پیش‌روی و  $t_a$  زمان رسیدن جریان به  $x_a$  است.

3. Courant Number

1. Boundary conditions  
2. Initial conditions

منظور هر یک از نوارهای آزمایش شده با دو دبی متفاوت آبیاری شد که به اختصار به صورت A1 و A2 در این تحقیق معرفی می‌شود. مشخصات هندسی و هیدرولیکی نوارهای مورد آزمایش در جدول ۱ می‌آید. آزمایش‌ها در تابستان سال ۱۳۹۲ و در شرایط بدون کشت انجام گرفت و برای اندازه‌گیری دبی ورودی و خروجی از فلوم‌های WSC<sup>۱</sup> استفاده شد. آزمایش‌ها با ورود آب به نوار آغاز و زمان رسیدن آب به هر یک از ایستگاه‌ها یادداشت شد (زمان پیش‌روی). پس از رسیدن جریان به ایستگاه آخر (انتهای مزرعه)، رواناب سطحی از مزرعه نیز اندازه‌گیری شد. پس از قطع جریان ورودی به مزرعه زمان ناپدیدشدن آب در

منظور هر یک از نوارهای آزمایش شده با دو دبی متفاوت آبیاری شد که به اختصار به صورت A1 و A2 در این تحقیق معرفی می‌شود. مشخصات هندسی و هیدرولیکی نوارهای مورد آزمایش در جدول ۱ می‌آید. آزمایش‌ها در تابستان سال ۱۳۹۲ و در شرایط بدون کشت انجام گرفت و برای اندازه‌گیری دبی ورودی و خروجی از فلوم‌های WSC<sup>۱</sup> استفاده شد. آزمایش‌ها با ورود آب به نوار آغاز و زمان رسیدن آب به هر یک از ایستگاه‌ها یادداشت شد (زمان پیش‌روی). پس از رسیدن جریان به ایستگاه آخر (انتهای مزرعه)، رواناب سطحی از مزرعه نیز اندازه‌گیری شد. پس از قطع جریان ورودی به مزرعه زمان ناپدیدشدن آب در

جدول ۱. مشخصات هندسی و هیدرولیکی نوارهای آزمایشی

نوار						پارامتر
C2	C1	B2	B1	A2	A1	
۰.۶۷	۰.۵	۰.۶۷	۰.۴۵	۱	۰.۶۷	دبی ورودی (lps m)
۴۵	۴۵	۲۵	۲۵	۲۵	۲۵	طول (m)
۶	۶	۶	۶	۴	۴	عرض (m)
۰.۰۰۱۳	۰.۰۰۱۳	۰.۰۰۱۱	۰.۰۰۱۱	۰.۰۰۰۸۵	۰.۰۰۰۸۵	شیب
۰.۰۴	۰.۰۴	۰.۰۴	۰.۰۴	۰.۰۴	۰.۰۴	ضریب مانینگ
۷۰	۸۰	۴۴	۵۲	۴۰	۵۴	زمان قطع جریان (min)
۰.۱۳۵	۰.۱۲۶	۰.۱۱۴	۰.۱۰۹	۰.۱۰۵۹	۰.۰۹۸	k (m,min <sup>۳</sup> )
۰.۰۸	۰.۱۳	۰.۱۱۵	۰.۱۱	۰.۱۹	۰.۱۳	A
۰.۰۰۰۱	۰.۰۰۰۳	۰.۰۰۰۳	۰.۰۰۰۳	۰.۰۰۰۸	۰.۰۰۰۵	f <sub>o</sub> (m/min)

نزدیک‌تر باشد، رابطه خطی مورد نظر مشهودتر است. مقدار آماره ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE) همواره مثبت و بهترین حالت زمانی است که مقدار آن به صفر نزدیک شود. همچنین به منظور ارزیابی مقادیر رواناب و حجم آب نفوذیافته از معیار خطای نسبی (RE) برحسب درصد استفاده شد (Moravejalahkami et al, 2009). بیان ریاضی سه شاخص فوق به صورت معادله‌های ۱۹ و ۲۰ و ۲۱ است:

$$R^2 = \frac{\left[ \sum_{i=1}^n (X_o - \bar{X}_o)(X_p - \bar{X}_p) \right]^2}{\sum_{i=1}^n (X_o - \bar{X}_o)^2 \sum_{i=1}^n (X_p - \bar{X}_p)^2} \quad \text{(رابطه ۱۹)}$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_p - X_o)^2}{n}} \quad \text{(رابطه ۲۰)}$$

$$RE = \frac{V_p - V_o}{V_o} \times 100 \quad \text{(رابطه ۲۱)}$$

### ارزیابی الگوهای عددی

به منظور ارزیابی و بررسی دقت روش‌های عددی در پیش‌بینی فرایندهای مختلف جریان، از روابط خطای بین مقادیر مشاهده و برآورد شده توسط مدل استفاده شد. مقدار درصد متوسط خطای پیش‌بینی مدل با رابطه ۱۸ محاسبه شد (McClymont et al, 1996):

$$E_r = \left| 1 - \frac{X_p}{X_o} \right| \times 100 \quad \text{(رابطه ۱۸)}$$

شاخص فوق نشان‌دهنده روند کلی مقدار خطا در اکثر داده‌های به‌کاررفته است. E<sub>r</sub> نزدیک به ۰ نشان‌دهنده برآوردی خوب توسط مدل است. در رابطه ۱۸، X<sub>p</sub> مقادیر پیش‌بینی شده با مدل و X<sub>o</sub> مقدار مشاهده شده در مزرعه است. همچنین برای ارزیابی عملکرد روش‌های عددی پیشنهادی از ضرایب آماری، مانند R<sup>2</sup> و RMSE و RE، استفاده شد. آماره ضریب تبیین (R<sup>2</sup>) شاخصی است که میزان خطای بودن رابطه بین مقادیر مشاهده و پیش‌بینی شده را نشان می‌دهد. هر چه مقدار این شاخص به ۱

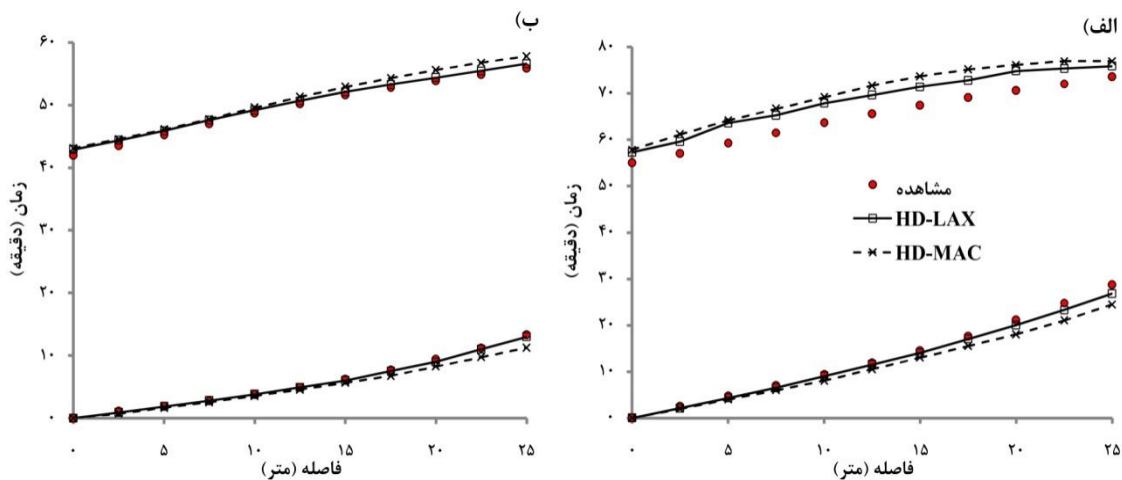
### مراحل پیش‌روی و پس‌روی

به منظور بررسی عملکرد روش‌های معرفی شده، نتایج خروجی این روش‌ها با مشاهدات مزرعه‌ای ارزیابی شد؛ که در شکل‌های ۲ و ۳ و ۴ و جدول ۲ می‌آید. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، هر دو روش با دقت مناسبی فرایند پیش‌روی و پس‌روی جریان را محاسبه می‌کنند. با توجه به مقادیر متوسط شاخص‌های ارزیابی، می‌توان گفت دقت شبیه‌سازی مرحله پیش‌روی برای همه روش‌های ریاضی بهتر از مقادیر شبیه‌سازی برای مرحله پس‌روی است. این نتایج هم‌سو با نتایج تحقیقات Abbasi (1995) و Eshandari and Maheshwari (2001) و Ebrahimian and Liaghat (2011) است. به نظر می‌رسد عدم تطابق روش‌ها، به‌خصوص در مرحله پس‌روی، به دلیل خطای اندازه‌گیری داده‌های مزرعه‌ای یا عدم یکنواختی شیب طولی نوار است.

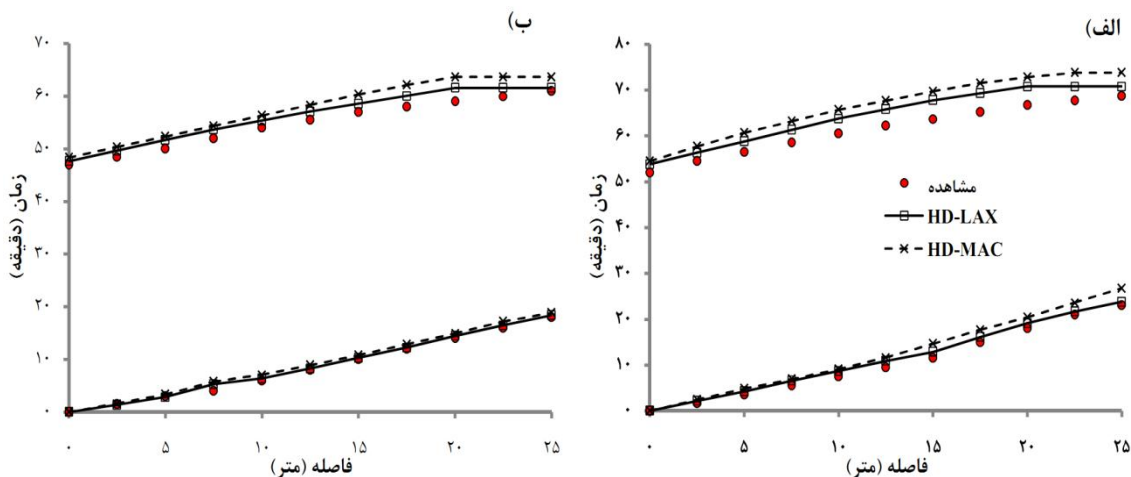
در رابطه ۲۱،  $V_p$  حجم تخمین‌زده شده توسط مدل و  $V_0$  حجم اندازه‌گیری شده در مزرعه و  $\bar{X}_p$  و  $\bar{X}_0$  متوسط مقادیر مشاهده شده در مزرعه و پیش‌بینی شده توسط مدل است.

### یافته‌ها و بحث

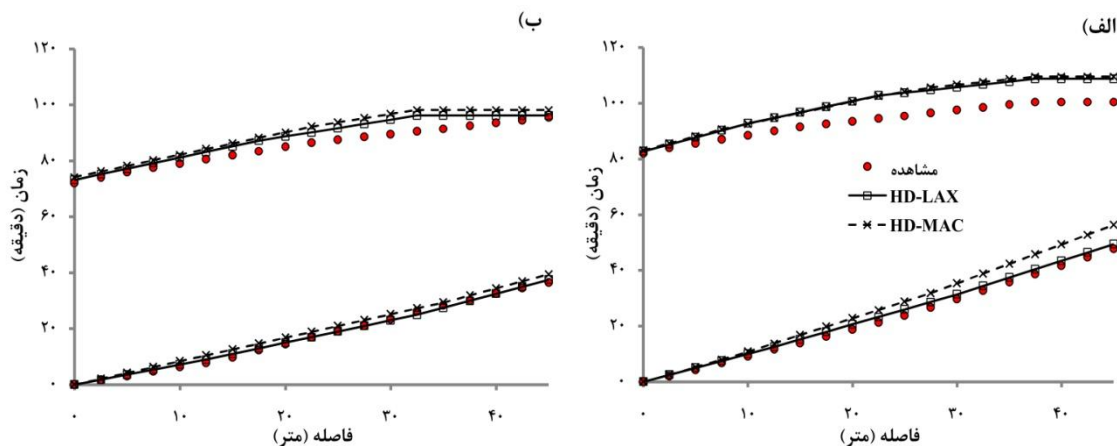
معادلات حاکم در آبیاری سطحی به کمک دو الگوی عددی برای گام زمانی متغیر ۱ تا ۲ دقیقه و گام مکانی ثابت ۰٫۵ متر در شبکه‌ای مستطیلی در صفحه  $x-t$  حل شدند. این فواصل مکانی و زمانی برای همه مراحل آبیاری معتبر است (Aminizadeh et al, 2007). سپس محدوده پایداری عددی کورانت در طول شبیه‌سازی برای هر یک از روش‌ها بررسی شد. نتایج نشان داد محدوده پایداری روش HD-MAC شامل  $0.81 - 0.65$  است؛ در حالی که این معیار در روش HD-LAX بین  $0.48 - 0.43$  متغیر است. بنابراین به دلیل نزدیکی پایداری عددی کورانت در روش HD-MAC به عدد ۱، روش HD-LAX ترجیح داده می‌شود.



شکل ۲. منحنی پیش‌روی و پس‌روی برای نوار الف (A1) و ب (A2)



شکل ۳. منحنی پیش‌روی و پس‌روی برای نوار الف (B1) و ب (B2)



شکل ۴. منحنی پیش‌روی و پس‌روی برای نوار الف (C1 و ب) C2

جدول ۲. پارامترهای ارزیابی روش‌های پیشنهادی در مرحله پیش‌روی و پس‌روی

نوار	پیش‌روی			پس‌روی		
	Er (%)	R <sup>2</sup> (-)	RMSE (min)	Er (%)	R <sup>2</sup> (-)	RMSE (min)
A1	۶,۳۷	۰,۹۷۸۸	۰,۹۳	۷,۱۸	۰,۷۲۸۰	۳,۷۷
	۹,۰۴	۰,۸۷۹۴	۱,۹۵	۱۰,۷۴	۰,۶۵۸۴	۵,۳۴
	۷,۷۱	۰,۹۲۹۱	۱,۴۴	۸,۹۶	۰,۶۹۳۲	۴,۵۵
A2	۲,۹۳	۰,۹۸۹۹	۰,۱۸	۵,۴۳	۰,۹۹۸۶	۰,۶۴
	۷,۳۵	۰,۹۶۴۳	۰,۹۱	۶,۴۸	۰,۹۱۷۵	۱,۳۴
	۵,۱۴	۰,۹۷۷۱	۰,۵۵	۵,۹۵	۰,۹۵۸۱	۰,۹۹
B1	۳,۷۵	۰,۹۵۳۳	۱,۱۳	۶,۷۴	۰,۸۵۳۷	۴,۶۸
	۷,۳۸	۰,۹۰۵۲	۱,۸۶	۱۰,۸۶	۰,۷۳۰۸	۵,۶۳
	۵,۵۷	۰,۹۲۹۳	۱,۴۹	۸,۸۰	۰,۷۹۲۳	۵,۱۶
B2	۳,۱۱	۰,۹۶۷۴	۰,۸۷	۶,۲۲	۰,۸۶۴۲	۴,۵۴
	۵,۷۳	۰,۹۲۰۸	۱,۲۱	۸,۸۹	۰,۷۴۵۹	۴,۶۱
	۴,۴۲	۰,۹۴۳۹	۱,۰۴	۷,۵۵	۰,۸۰۵۱	۴,۵۸
C1	۲۱,۷۶	۰,۸۶۵۲	۱,۵۴	۲۴,۳۹	۰,۷۷۱۴	۶,۷۳
	۲۳,۱۵	۰,۷۹۷۴	۵,۰۳	۲۶,۶۴	۰,۷۱۸۳	۷,۱۷
	۲۲,۴۶	۰,۸۳۱۳	۳,۲۹	۲۵,۵۱	۰,۷۴۴۹	۶,۹۵
C2	۱۷,۷۳	۰,۹۱۶۴	۰,۶۸	۲۱,۵۸	۰,۸۰۳۴	۴,۸۶
	۲۱,۰۶	۰,۸۹۲۴	۱,۹۶	۲۳,۶۶	۰,۷۷۶۹	۶,۵۷
	۱۹,۳۹	۰,۹۰۴۴	۱,۳۲	۲۲,۶۲	۰,۷۹۰۲	۵,۷۲

مطابق جدول ۲، مقدار دبی بر عملکرد روش‌های ریاضی مؤثر است؛ طوری که با افزایش دبی ورودی به نوارهای با طول ثابت، دقت روش‌های پیشنهادی بالاتر می‌رود. مثلاً در نوارهای A1 و A2 متوسط مقادیر ضریب تبیین (R<sup>2</sup>) و ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE) در مرحله پیش‌روی به ترتیب از ۰,۹۲۹۱ و ۱,۴۴ به ۰,۹۷۷۱ و ۰,۵۵ ارتقا می‌یابد. این نتایج با یافته‌های

مطابقت دارد. برای بررسی اثر مشخصات هندسی نوار بر عملکرد روش‌های پیشنهادی، دو نوار (A2 و B2) انتخاب شد. نتایج نشان داد با افزایش عرض نوار دقت پیش‌بینی مراحل مختلف آبیاری نواری توسط روش‌های پیشنهادی کاهش می‌یابد؛ طوری که متوسط ضریب تبیین در مرحله پیش‌روی و پس‌روی

کم‌برآورد هستند. یافته‌ها نشان می‌دهد مدل HD-LAX با متوسط خطای نسبی (RE)  $-۵/۶۳$  درصد از دقت بالاتری برخوردار است. همچنین با افزایش دبی در یک نوار مقدار خطا کاهش می‌یابد. در مقابل، اگر دبی ورودی به نوار ثابت باشد و طول و عرض نوار افزایش یابد، مقدار خطای نسبی افزایش می‌یابد. این نتایج در تحقیقات (Abbasi et al (2003) و (Clemmens et al (2003) و (Ebrahimian and Liaghat (2011) نیز به دست آمد.

جدول ۴ نتایج حجم رواناب مشاهده‌ای و شبیه‌سازی شده را نشان می‌دهد. هر دو روش نسبت به مشاهدات مزرعه‌ای دچار بیش‌برآورد هستند. البته روش عددی HD-LAX با متوسط خطای نسبی (RE)  $۷/۸۷$  درصد از دقت بالاتری در تخمین حجم رواناب برخوردار است.

به ترتیب از  $۰/۹۷۷۱$  و  $۰/۹۵۸۱$  در نوار A2 به  $۰/۹۴۳۹$  و  $۰/۸۰۵۱$  در نوار B2 کاهش می‌یابد. یافته‌ها نشان می‌دهد افزایش طول و شیب نوار باعث کاهش دقت پیش‌بینی روش‌های پیشنهادی می‌شود؛ طوری که میانگین همه شاخص‌های ارزیابی در نوار C2 نسبت به نوار B2 افزایش می‌یابد. به نظر می‌رسد بخشی از این خطا به دلیل عدم یکنواختی شیب مزرعه تحقیقاتی است.

#### بیان حجم آب

یکی از روش‌های مناسب برای ارزیابی و بررسی دقت روش‌های ارائه شده ارزیابی بیان حجمی آب اندازه‌گیری در مزرعه و محاسبه شده توسط روش‌های پیشنهادی است. نتایج حجم آب نفوذیافته در جدول ۳ می‌آید. بر اساس شاخص خطای نسبی، هر چند هر دو الگوی عددی با دقت مناسبی حجم آب نفوذیافته در طول نوار را پیش‌بینی کردند، هر دو روش دارای مشکل

جدول ۳. حجم آب نفوذیافته و شاخص خطای نسبی

نوار	شبیه‌سازی ( $m^3$ )		حجم مشاهده ( $m^3$ )	خطای نسبی (%)	
	HD-MAC	HD-LAX		HD-MAC	HD-LAX
A1	۴/۹	۵/۰	۵/۱	-۳/۱	-۲/۴
A2	۳/۸	۳/۹	۴/۱	-۷/۱	-۴/۹
B1	۴/۶	۴/۷	۵/۰	-۸/۲	-۶/۶
B2	۴/۰	۴/۰	۴/۲	-۵/۷	-۵/۱
C1	۹/۳	۹/۶	۱۰/۵	-۱۰/۹	-۸/۶
C2	۹/۴	۹/۵	۹/۹	-۴/۴	-۶/۲
میانگین	-	-	-	-۶/۵۷	-۵/۶۳

جدول ۴. حجم رواناب و شاخص خطای نسبی

نوار	شبیه‌سازی ( $m^3$ )		مشاهده ( $m^3$ )	خطای نسبی (%)	
	HD-MAC	HD-LAX		HD-MAC	HD-LAX
A1	۳/۸	۳/۷	۳/۶	۵/۶	۲/۹
A2	۵/۸	۵/۷	۵/۵	۵/۵	۳/۶
B1	۳/۸	۳/۷	۳/۴	۱۱/۸	۸/۸
B2	۶/۶	۶/۶	۶/۴	۳/۹	۳/۱
C1	۵/۱	۴/۸	۳/۹	۲۹/۲	۲۳/۱
C2	۷/۵	۷/۴	۷/۰	۷/۱	۵/۷
میانگین	-	-	-	۱۰/۵۲	۷/۸۷

MAC دانست. به نظر می‌رسد اختلاف در پیش‌بینی این دو الگوی عددی ناشی از روش حل آن‌هاست. همچنین نتایج نشان می‌دهد روش HD-MAC، به واسطه دومرحله‌ای بودن در حل، با متوسط  $۲۳/۰۰$  ثانیه نسبت به روش HD-LAX با متوسط

#### انتخاب روش برتر

با توجه به نمایه‌ها و معیارهای بررسی شده و با عنایت به اهمیت دقت در شبیه‌سازی مراحل مختلف آبیاری نواری، می‌توان روش عددی لکس انتشاری HD-LAX را روشی موفق‌تر از روش HD-



است. زیرا ماهیت این روش عددی دومرحله‌ای است. بنابراین، خطاها نسبت به روش‌های عددی دیگر به صورت تصاعدی افزایش پیدا می‌کند و این باعث کاهش دقت نتایج خروجی خواهد شد. از طرف دیگر، با بررسی دامنه پایدار عددی کورانت، ملاحظه شد که این روش نسبت به روش عددی لکس به عدد ۱ نزدیک است و امکان ناپایداری در این روش وجود خواهد داشت.

ارزیابی نتایج نوارها نشان می‌دهد با افزایش دبی ورودی به نوارهای با طول ثابت مقادیر پیش‌بینی‌شده توسط روش‌های پیشنهادی از دقت بالاتری برخوردار است. همچنین، در صورت ثابت‌بودن دبی ورودی به نوار، با افزایش طول و عرض و شیب کف نوار، دقت پیش‌بینی مراحل مختلف کاهش می‌یابد. پیشنهاد می‌شود با توجه به قابلیت بالای روش حجم محدود<sup>۱</sup>، روش‌های عددی معرفی‌شده در این تحقیق با روش عددی حجم محدود ترکیب شود تا قابلیت شبیه‌سازی هیدرولیکی آبیاری سطحی بهتر و دقیق‌تر تأمین شود.

## REFERENCES

- Abbasi, F. (2013). Principles of Flow Surface Irrigation, (1sted.). *Iranian National Committee on Irrigation and Drainage (IRNCID)*, 211. (In Farsi)
- Abbasi, F., Mahmoodian, S. M., and Feyen, J. (2003). Evaluation of varioussurface irrigation numerical simulation models. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 129, 208-213.
- Abbasi, F. (1995). *Use of the mathematical models for design of border irrigation systems*. MS thesis, Tarbiat Modarres University, Tehran, Iran, 185. (In Farsi)
- Aminizadeh, M. R., Liaghat, A., Mahmoodian-Shoshtari, M., and Kouchakzadeh, S. (2007). An Explicit Scheme of Zero-Inertia Model Equations with Effectiveness of Wetted Perimeter for Furrow Irrigation Simulation. *Journal of Agricultural Research*. 6, 1-16. (In Farsi)
- Baghlani, A. (2011). The confluence of streamerosion and sediment transport simulations using finite volume method. *Journal of Water Resources Engineering*, 4, 1-12. (In Farsi)
- Baghlani, A. (2009). Application of Surface Gradient Method in Flux-Vector Splitting for Numerical Solution of Shallow Water Equations. *Journal of Water and Wastewater*, 2, 81-89. (In Farsi)
- Banti, M., Zisis, T. h., and Anastasiadou-Partheniou, E. (2011). Furrow Irrigation Advance Simulation Using a Surface-Subsurface Interaction Model. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 137, 304-14.

۹۱۰ ثانیه زمان بیشتری برای شبیه‌سازی فرایندهای مختلف جریان نیاز دارد. بنابراین، به منظور حل مدل هیدرودینامیک کامل در آبیاری نواری، روش عددی لکس انتشاری (HD-LAX) در مقایسه با روش HD-MAC جهت شبیه‌سازی الگوی برتر معرفی می‌شود.

## نتیجه‌گیری

در این تحقیق دو روش عددی HD-LAX و HD-MAC جهت حل مدل هیدرودینامیک کامل (HD) در آبیاری نواری معرفی شد. بدین منظور از برنامه MATLAB جهت حل معادلات و از شش سری داده مزرعه‌ای جهت ارزیابی روش‌ها استفاده شد. نتایج نشان داد استفاده از روش عددی لکس انتشاری HD-LAX برای شبیه‌سازی تک‌بعدی جریان در آبیاری سطحی مناسب است. قابلیت این روش به طور خاص در شبیه‌سازی پیش‌روی جریان در آبیاری سطحی و حل دقیق آن رضایت‌بخش و امیدوارکننده بود. به نظر می‌رسد روش عددی مک‌کورمک HD-MAC به خطاهای داده‌های صحرایی حساس

- Bautista, E. and Wallender, W. (1992). Hydrodynamic furrow irrigation model with specified space step. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 118, 450-465.
- Bradford, S. and Katopodes, N. (2001). Finite Volume Model for Nonlevel Basin Irrigation. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 127, 216-223.
- Chanson, H. (2004). *Environmental Hydraulics of Open Channel Flows*. Elsevier Butterworth-Heinemann, pp 485.
- Clemmens, A., Strelkoff, T., and Playán, E. (2003). Field Verification of Two-Dimensional Surface Irrigation Model. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 129(6), 402-411.
- Dong, Q., Xu, D., Zhang, S., Bai, M., and Li, Y. (2013). A Hybrid Coupled Model of Surface and Subsurface Flow for Surface Irrigation. *Journal of Hydrology*, 500, 62-74.
- Ebrahimian, H. and Liaghat, M. (2011). A Field evaluation of various mathematical models for furrow and border irrigation systems. *Journal of Soil and Water Research*, 6(2), 91-101.
- Elliott, R., and Walker, W. (1982). Field evaluation of furrow infiltration and advance functions [irrigation; Colorado]. Transactions of the ASAE, [American Society of Agricultural Engineers].
- Esfandiari, M. and Maheshwari, B. L. (2001). Field evaluation of furrow irrigation models. *Journal of Agricultural Engineering*, 79, 459-479.
- French, R. H. (1985). *Open-Channel Hydraulics*. McGraw Hill, Inc. New York.

1. Finite Volume Method

- Jaefarzadeh, M. R. and Alamatian, E. (2010). Numerical Analyses of Flow in Transitions Using Grid Adaptive Method. *Journal of Iran-Water Resources Research*, 5(3), 48-55. (In Farsi)
- Jalalpoor, H. (2011). *Presentation a numerical-mathematical model for implementing voronoi mesh in order to model dam break problem using unstructured finite volume method*. MS thesis, Islamic Azad University, Tehran, Iran, pp 128. (In Farsi)
- Katapodes, N. D. and Strelkoff, T. (1977). Hydrodynamics of Border Irrigation. Complete Model, *Journal of the Irrigation and Drainage Engineering*, 103, 309-324.
- Kobus, H. (1988). *Hydraulic modeling*, German Association for Water Resources and Land Improvement Hamburg, Germany, 337.
- Lin, G. F., Lai, J. S., and Guo, W. D. (2003). Finite volume Component-wise TVD Schemes for 2D Shallow Water Equations. *Journal of Advances in Water Resources*, 26, 861-873.
- McClymont, D. J., Rain, S. R., and Smit, R. J. (1996). The Prediction of furrow irrigation performance using the surface irrigation model (SIRMOD). *Irrigation Australia. Annual Conference of Irrigation Association of Australian, Adelaide*. 10.
- Moravejalahkami, B., Mostafazadeh, F., Heidarpour, M., and Abbasi, F. (2009). Furrow Infiltration and Roughness Prediction for Different Furrow Inflow Hydrographs Using a Zero-Inertia Model with a Multilevel Calibration Approach. *Journal of Biosystems Engineering*, 103, 374-81.
- Raghuwanshi, N., Saha, R., Mailapalli, D., and Upadhyaya, S. (2011). Infiltration Evaluation Strategy for Border Irrigation Management. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 137, 602-609.
- Steinebach, G. and Weiner, R. (2012). Peer methods for the one-dimensional shallow water equations with CWENO space discretization. *Journal of Applied Numerical Mathematics*. 62(10), 1567-1578.
- Strelkoff, T., Tamimi, A., and Clemmens, A. (2003). Two-Dimensional Basin Flow with Irregular Bottom Configuration. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 129, 391-401.
- Strelkoff, T., Clemmens, A. J., El-Ansary, M., and Awad, M. (1999). Surface-Irrigation Evaluation models: Application to Level Basins in Egypt. *Journal of Agricultural Engineers*, 42, 1027-1036.
- Soroush, F., Fenton, J. D., Mostafazadeh-Fard, B., Mousavi, S. F., and Abbasi, F. (2013). Simulation of Furrow Irrigation Using the Slow-Change, Slow-Flow Equation. *Journal of Agricultural Water Management*. 116, 160-74.
- Walker, W. R. and Skogerboe, G. (1987). *Surface Irrigation: Theory and Practice*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
- Wallender, W. W. and Rayej, M. (1990). Shooting method for Saint-Venant equation of furrow irrigation. *Journal of Irrigation and Drainage*, 116(1), 114-122.
- Ying, X., Wang, S., and Khan, A. (2003). Numerical Simulation of Flood Inundation due to Dam and Levee Breach. *World Water and Environmental Resources Congress*, 1-9.