تحقیقات آب و خاک ایران، دورهٔ ۴۶، شمارهٔ ۳، پاییز ۱۳۹۴ (ص ۵۲۸-۵۱۹)

تعیین ضرایب ثابت معادلات ون‌گناختن‌ـ معلم و گاردنر با استفاده از یک معادلهٔ آماری تخمین نفوذپذیری غیر اشباع خاک

محمدمهدی خلوصی[1*]، علی رئیسی استبرق[2]، سعید گوهری[3]

۱. دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی آب گرایش سازه‌های آبی دانشگاه تهران

۲. دانشیار گروه سازه‌های آبی دانشگاه تهران

۳. استادیار گروه سازه‌های آبی دانشگاه بوعلی سینای همدان

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۱۱/۱۳ـ تاریخ تصویب: ۱۳۹۴/۲/۶)

چکیده

اطلاعات لازم در خصوص مقدار نفوذپذیری یک خاک در طراحی پروژه‌های عمرانی، به‌خصوص سازه‌های هیدرولیکی، اهمیت بسیار زیادی دارد. تعیین مقدار آن برای خاک‌های غیر اشباع در آزمایشگاه به صرف زمان طولانی و هزینهٔ زیاد نیاز دارد. بنابراین ترجیح داده می‌شود با روش‌های غیر مستقیم، مانند منحنی مشخصهٔ آب‌خاک، به تعیین آن اقدام شود. این روش‌های غیر مستقیم ضرایب ثابتی دارند که برای تعیین آن‌ها به داشتن اطلاعات خاصی از منحنی مشخصهٔ آب‌خاک، نظیر رطوبت در نقطهٔ اشباع خاک و رطوبت باقی‌مانده، نیاز است. در پژوهش حاضر ابتدا با بررسی یک مدل آماری، که تابع رطوبت اشباع و باقی‌مانده نیست، ضرایب نفوذپذیری غیر اشباع خاک محاسبه شدند که دارای همبستگی مناسب با مدل‌های مشهور در این زمینه بود. سپس، ضرایب ثابت تعدادی از معادلات تخمین نفوذپذیری به کمک این رابطهٔ آماری تعیین شدند. نتایج حاکی از دقت بالای مدل پیشنهادی جهت تعیین این ضرایب بود.

کلیدواژگان: رطوبت باقی‌مانده، ضریب همبستگی، منحنی مشخصهٔ آب‌خاک، RMSE، RETC.

مقدمه

حرکت آب در خاک‌های اشباع به وسیلهٔ قانون دارسی بیان می‌شود. Darcy (1865) فرض کرد سرعت جریان عبوری از یک خاک اشباع با شیب هیدرولیکی متناسب است. توابع هیدرولیکی خاک غیر اشباع در بسیاری از مطالعات خاک‌شناسی، هیدرولوژی، محیط زیستی، و کشاورزی از عوامل مهم و تعیین‌کننده است. این توابع در مدل کردن جریان متغیر اشباع و انتقال آلودگی اهمیتی به‌سزا دارد. اندازه‌گیری مستقیم این توابع در بسیاری از کارهای پژوهشی و مدیریتی، به‌خصوص در مقیاس بزرگ، غیر عملی است؛ از جمله توابع هیدرولیکی خاک تابع نفوذپذیری است (Rajaki *et al.*, 2004).

سهولت حرکت یک سیال درون محیط متخلخل را نفوذپذیری می‌گویند. محققانی مانند Childs and Collis George, (1950) Gardner, (1921) نشان دادند قانون دارسی را می‌توان برای جریان آب در خاک‌های غیر اشباع هم به کار برد. آن‌ها اعلام کردند ضریب نفوذپذیری برای خاک‌های غیر اشباع ثابت نیست و تابعی از رطوبت یا مکش ماتریک خاک است. تغییرات رطوبت وزنی یا حجمی و نیز درجهٔ اشباع با مکش ماتریک برای خاک به صورت یک منحنی است که منحنی مشخصهٔ آب‌خاک نامیده می‌شود. ایجاد این منحنی برای یک خاک در آزمایشگاه معمولاً با روش‌هایی مانند صفحات فشاری[1] و کاغذ صافی[2] صورت می‌پذیرد. این منحنی معمولاً دو مقدار مشخص، به نام‌های نقطهٔ ورود هوا[3] و مقدار رطوبت باقی‌مانده[4]، دارد. محققانی چون Brooks and Corey (1964)، Van Genuchten (1980)، و Fredlund and Xing (1994) منحنی مشخصهٔ آب‌خاک را با معادلات ریاضی بیان کردند. علاوه بر این، محققان دیگر مانند Mualem (1978)، Fredlund و همکاران (1994)، و Leong and Rahardjo (1997b) کوشیدند با استفاده از این منحنی و معادلات مرتبط با آن مشخصات فیزیکی و مکانیکی خاک، از جمله نفوذپذیری، را برای محدودهٔ مکش‌های مختلف تعیین کنند.

تا کنون تلاش‌های زیادی در جهت اندازه‌گیری ضریب نفوذپذیری غیر اشباع با استفاده از تئوری توزیع منافذ خاک

1. Pressure plate
2. Filter paper
3. Air entry value
4. Residual

* نویسندهٔ مسئول: mm.kholoosi@ut.ac.ir

Archive of SID
www.SID.ir

انجام شده است که در ادامه به چند مورد اشاره می‌شود. برخی از این روش‌ها بر پایهٔ تئوری جریان آب داخل خاک غیر اشباع بنا شده‌اند و تعداد محدودی از آن‌ها به طور عملی در مهندسی ژئوتکنیک به کار رفته‌اند. این روش‌ها به طور مستقیم یا غیر مستقیم به ویژگی‌های منحنی مشخصهٔ آب‌خاک وابسته‌اند و از طریق این منحنی تابع نفوذپذیری تخمین زده می‌شود (Kholoosi *et al*., 2014a).

همهٔ روش‌های تخمین تابع نفوذپذیری ویژگی‌های مشابه دارند؛ اول اینکه همهٔ آن‌ها در شرایط کاملاً اشباع خاک شروع می‌شوند. دوم آنکه ارتباط تنگاتنگی با نقطهٔ ورود هوا دارند. در نتیجه در مقادیر کم مکش تخمین تقریباً مشابهی ارائه می‌کنند و تفاوت آن‌ها با افزایش مکش و نزدیک شدن به نقطهٔ ورود هوا رخ می‌دهد (Fredlund *et al*., 2012). مدل‌های مطرحی برای تخمین نفوذپذیری خاک غیر اشباع وجود دارند که بر پایهٔ فرضیات آماری دربارهٔ توزیع منافذ بنا شده‌اند. این مدل‌ها با تفسیر منحنی مشخصهٔ خاک توسعه یافته‌اند. طبقه‌بندی آن‌ها به صورت ماکروسکوپیک و میکروسکوپیک انجام می‌شود که مدل‌های میکروسکوپیک معادلات تحلیلی برای تابع نفوذپذیری غیر اشباع فراهم می‌کنند. بین روش‌های تخمین تابع نفوذپذیری غیر اشباع خاک مدل‌های آماری بیشترین دقت را دارند (Leong and Rahardjo, 1997b).

تا کنون چندین مدل آماری بر اساس فرضیات Childs and Collis-George دربارهٔ حرکت آب درون خاک غیر اشباع پیشنهاد شده است. از مدل‌هایی که بر اساس مدل فیزیکی پیشنهاد شده می‌توان به مدل‌های نفوذپذیری Burdine (1953) و Mualem (1976) اشاره کرد. مدل‌های آماری زمانی قابلیت به‌کارگیری دارند که ضریب نفوذپذیری اشباع و منحنی مشخصهٔ خاک معلوم باشند. محققان مذکور در مدل‌های پیشنهادی خود فرض کردند ضریب نفوذپذیری و منحنی مشخصه، هر دو، وابسته به توزیع منافذ خاک‌اند (Fredlund *et al*., 2012).

هدف این پژوهش محاسبهٔ ضرایب ثابت معادلات تخمین نفوذپذیری با استفاده از یک روش آماری به جای داده‌های آزمایشگاهی است. بنابراین، ابتدا این معادلهٔ آماری معرفی و توانایی آن در تخمین نفودپذیری غیر اشباع خاک در مقایسه با روش‌های مشهور تخمین نفوذپذیری Van Genuchten-Burdine (VGB) و Van Genuchten-Mualem (VGM) ارزیابی شد. معادلهٔ پیشنهادی، برخلاف سایر روش‌های تخمین نفوذپذیری، فقط تابع مکش ماتریک خاک است و نیازی به اطلاعات نقطهٔ ورود هوا و رطوبت باقی‌مانده ندارد. سپس، با استفاده از معادلهٔ پیشنهادی ضرایب ثابت دو معادلهٔ VGM و Gardner محاسبه شد و با استفاده از این ضرایب نفوذپذیری غیر اشباع به دست آمد.

مواد و روش‌ها

Childs and Collis-George (1950) بر پایهٔ توزیع احتمالی اندازهٔ منافذ یک مدل برای تخمین تابع نفوذپذیری ارائه کردند. فرض آن‌ها در مدل پیشنهادی این بود که می‌توان از تغییرات حجم خاک بر اثر افزایش مکش چشم‌پوشی کرد. این مدل را بعدها Marshall (1958) توسعه داد و Kunze *et al.* (1968) اصلاح کردند. معادلهٔ Kunze و همکاران در سیستم SI به صورت رابطهٔ ۱ است:

(رابطهٔ ۱)

$$K_w(\theta_i)=\frac{K_s}{K_{sc}}\frac{T_s^2\rho_w g}{2\upsilon_w}\frac{\theta_s^p}{N^2}\sum_{j=i}^{m}\left[(2j+1-2i)(u_a-u_w)_j^{-2}\right]$$

$$i=1,2,...,m$$

$K_w(\theta_i)$ ضریب نفوذپذیری غیر اشباع محاسبه‌شده متناظر با iامین θ_i (رطوبت حجمی متناظر با آن)، K_{sc} ضریب نفوذپذیری اشباع محاسبه‌شده، T_s کشش سطحی آب، ρ_w چگالی آب، g شتاب جاذبه، υ_w گران‌روی مطلق آب، P عدد ثابت که اثر منافذ خاک را با اندازه‌های مختلف نشان می‌دهد، و $(u_a-u_w)_j$ مکش ماتریک متناظر با زامین گام است. i شمارهٔ هر گام را نشان می‌دهد که با کاهش حجم آب (θ) افزایش می‌یابد؛ مثلاً $i=1$ معرف اولین گام مربوط به حجم آب اشباع (θ_s) و $i=m$ معرف آخرین گام مربوط به کمترین میزان حجم آب (θ_l) بر روی یک منحنی مشخصه است. m تعداد کل گام‌ها و j شمارنده از i تا m است. N نیز با رابطهٔ ۲ به دست می‌آید:

(رابطهٔ ۲)

$$N=m[\theta_s/(\theta_s-\theta_l)]$$

Fredlund *et al.* (2012) نشان دادند رابطهٔ ۱ را می‌توان به صورت رابطهٔ ۳ بیان کرد:

(رابطهٔ ۳)

$$K(\theta_i)=K_s\sum_{j=i}^{m}(2j+1-2i)\psi_j^{-2}\Big/\sum_{j=i}^{m}(2j-1)\psi_j^{-2}$$

زمانی که ارتباط نفوذپذیری خاک در هر محدودهٔ مکش $K(\psi)$ با نفوذپذیری اشباع خاک (K_S) مد نظر باشد از عبارت نفوذپذیری نسبی (K_r) طبق رابطهٔ ۴ استفاده می‌شود:

(رابطهٔ ۴)

$$K_r=\frac{K(\psi)}{K_s}$$

بنابراین، رابطهٔ ۳ را می‌توان به صورت ضریب نفوذپذیری

Archive of SID

www.SID.ir

نسبی به صورت رابطهٔ ۵ نشان داد:

(رابطهٔ ۵)

$$K_r(\theta_i)=\sum_{j=i}^{m}(2j+1-2i)\psi_j^{-2}\Big/\sum_{j=i}^{m}(2j-1)\psi_j^{-2}$$

Kholoosi *et al* (2014a) نشان دادند چنانچه رابطهٔ ۵ با اعمال تغییر در مخرج کسر به صورت رابطهٔ ۶ نوشته شود، تخمین بسیار خوبی برای تابع نفوذپذیری غیر اشباع خاک خواهد بود:

(رابطهٔ ۶)

$$K_r(\theta_i)=\sum_{j=i}^{m}(2j+1-2i)\psi_j^{-2}\Big/\sum_{j=1}^{m}(2j-1)\psi_j^{-2}$$

در رابطهٔ ۶ تابع نفوذپذیری نسبی به صورت گام‌به‌گام محاسبه می‌شود، که در آن $Kr(\theta_i)$ ضریب نفوذپذیری نسبی محاسبه‌شده متناظر با θ_i (رطوبت حجمی متناظر با آن) است.

همان‌طور که ملاحظه می‌شود این رابطه فقط تابع مکش ماتریک خاک است و مقدار ضرایب ثابت آن در هر مرحله مشخص است. بنابراین مانند سایر روش‌های تخمین نفوذپذیری غیر اشباع خاک نظیر VGM، VGB، و Gardner به رطوبت حجمی باقی‌ماندهٔ خاک نیاز نیست. از طرف دیگر، سایر روش‌ها جهت تخمین ضریب نفوذپذیری به شرایط مرزی، مانند رطوبت حجمی در نقطهٔ اشباع یا نقطهٔ ورود هوا، نیاز دارند و همگی دارای ضرایبی هستند که برای تعیین این ضرایب ثابت یا به وجود چندین دادهٔ آزمایشگاهی نیاز است یا باید منحنی مشخصهٔ خاک در دسترس باشد و از حدس اولیه برای شرایط مرزی استفاده شود (Kholoosi *et al*., 2014b).

رابطهٔ ۶ مبنای کار این پژوهش است. ابتدا مقادیر ضریب نفوذپذیری غیر اشباع خاک با استفاده از رابطهٔ ۶ محاسبه و با نتایج حاصل از مدل‌های مشهور تخمین نفوذپذیری VGM و VGB مقایسه شدند. شکل ۳ نتایج را نشان می‌دهد. در ادامه و با توجه به دقت بالای رابطهٔ ۶ در تخمین ضریب نفوذپذیری غیر اشباع، از این رابطه جهت تعیین ضرایب ثابت معادلات VGM و Gardner استفاده شد.

Gardner (1958) برای تخمین تابع نفوذپذیری به صورت نسبی رابطهٔ ۷ را ارائه کرد:

$$K_r=\frac{1}{1+\alpha\psi^{\beta}}$$

(رابطهٔ ۷)

α و β دو ضریب ثابت است. α مرتبط با مکشی است که هوا شروع به داخل شدن در محیط خاک می‌کند. بنابراین نقطه‌ای را در تابع نفوذپذیری کنترل می‌کند که با افزایش مکش نفوذپذیری کاهش می‌یابد. β نیز شیب منحنی را کنترل می‌کند (Likos and Lu, 2004).

مدل دیگری که جهت تخمین نفوذپذیری خاک استفاده می‌شود و در دستهٔ مدل‌های آماری قرار دارد رابطهٔ VGM است (رابطهٔ ۸):

$$K_r=\frac{\{1-(a\psi)^{n-1}\left[1+(a\psi)^n\right]^{-m}\}^2}{\left[1+(a\psi)^n\right]^{m/2}}$$

(رابطهٔ ۸)

a و n و m ضرایب ثابت است. a مربوط به عدد ورود هوا، n مرتبط با نحوهٔ توزیع منافذ در ساختار خاک، و m مرتبط با تقارن شکل منحنی مشخصهٔ آب و خاک است (Likos and Lu, 2004).

Van Genuchten پیشنهاد کرد این سه ضریب ثابت را می‌توان با در نظر گرفتن رابطهٔ ۹ بین m و n به دو ضریب کاهش داد (Fredlund *et al*., 2012):

$$m=1-\frac{1}{n}$$

(رابطهٔ ۹)

ضرایب ثابت a و n با توجه به معادلهٔ تخمین منحنی مشخصه، که Van Genuchten (1980) ارائه کرده است، به دست می‌آیند که به صورت رابطهٔ ۱۰ بیان می‌شود:

$$\theta=\theta_r+\left\{\theta_s-\theta_r\Big/\left(1+(a\psi)^n\right)^{1-\frac{1}{n}}\right\}$$

(رابطهٔ ۱۰)

θ، θ_s، و θ_r به ترتیب رطوبت حجمی، رطوبت حجمی اشباع، و رطوبت حجمی باقی‌ماندهٔ خاک است. ψ مکش ماتریک و ψ_r مکش ماتریک باقی‌مانده بر حسب (kPa) است.

بنابراین، رابطهٔ ۸ با توجه به روابط ۹ و ۱۰ به صورت رابطهٔ ۱۱ بیان می‌شود که مبنای محاسبات رابطهٔ VGM در این پژوهش نیز هست:

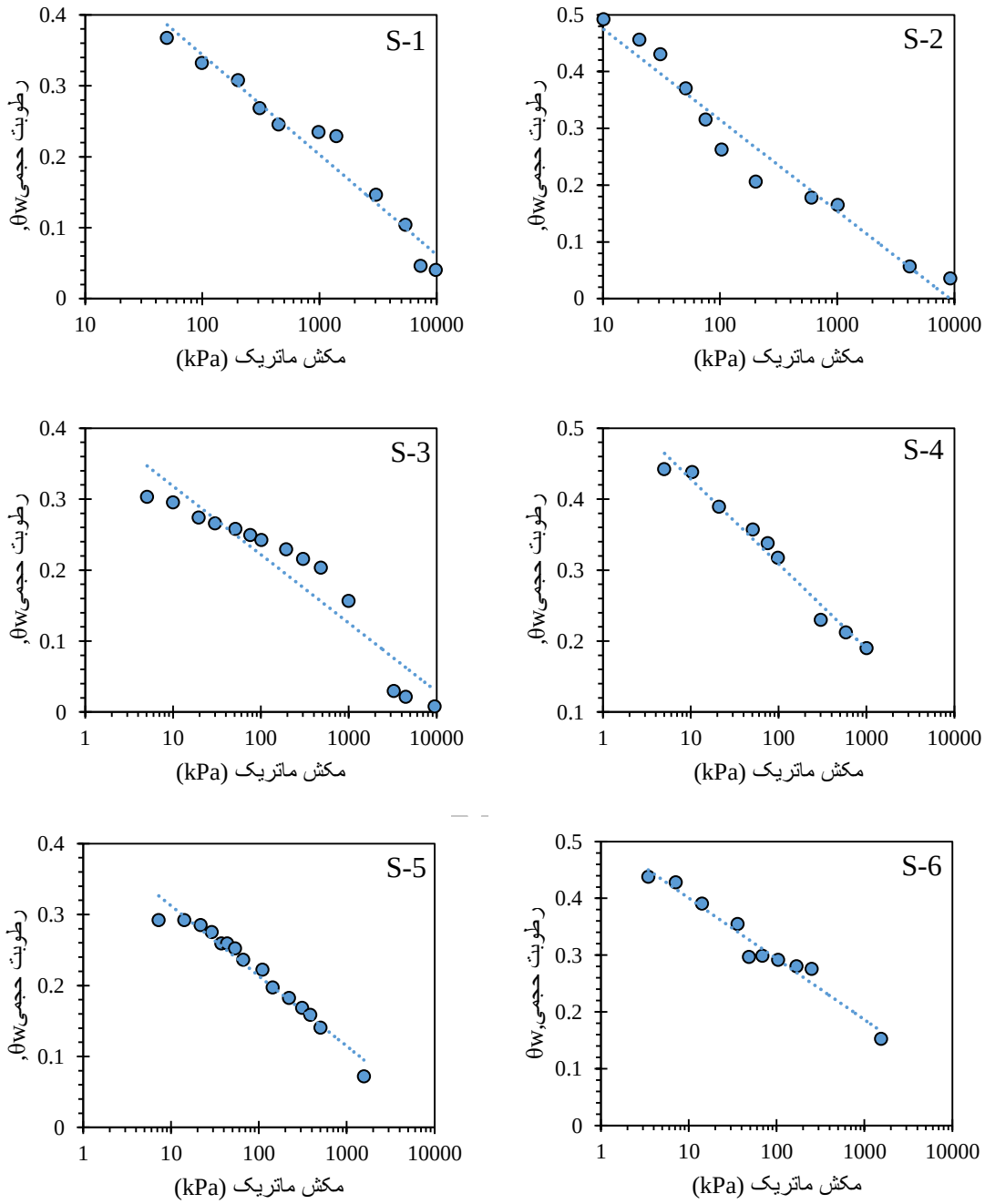
(رابطهٔ ۱۱)

$$K_r=\{1-(a\psi)^{n-1}\left[1+(a\psi)^n\right]^{-\left(1-\frac{1}{n}\right)}\}^2\Big/\left[1+(a\psi)^n\right]^{\left(1-\frac{1}{n}\right)/2}$$

در پژوهش حاضر جهت محاسبهٔ مقادیر نفوذپذیری غیر اشباع خاک و تعیین ضرایب ثابت معادلات VGM و Gardner از منحنی‌های مشخصهٔ شش نمونهٔ خاک برگرفته از پژوهش Rahimi *et al.* (2014) استفاده شد که در شکل ۱ و خواص فیزیکی و مکانیکی این خاک‌ها در جدول ۱ می‌آید.

Archive of SID

www.SID.ir

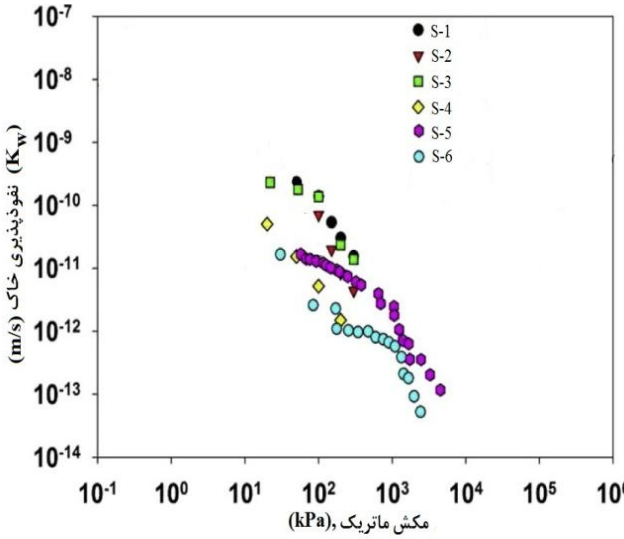


شکل ۱. منحنی‌های مشخصه جهت تخمین ضریب نفوذپذیری غیر اشباع (برگرفته از پژوهش Rahimi و همکاران، 2014)

جدول ۱. مشخصات فیزیکی خاک

کد خاک	طبقه‌بندی یونیفاید (USCS)	نفوذپذیری اشباع Ks (m/s)*10^{-10}	بیشینهٔ مکش ماتریک اندازه‌گیری‌شده برای منحنی مشخصهٔ خاک (kPa)	بیشینهٔ مکش ماتریک اندازه‌گیری‌شده برای نفوذپذیری (kPa)
S-1	ML	۱۲۱	۱۰۰۰۰	۳۰۰
S-2	MH	۶۶۵	۱۰۰۰۰	۳۰۰
S-3	CL	۶٫۲۵	۱۰۰۰۰	۳۰۰
S-4	SC	۹۴۸۰	۱۰۰۰	۲۰۰
S-5	CL-ML	۲۲	۱۵۰۰	۴۵۰۰
S-6	MH	۳۲۰	۱۵۰۰	۲۴۰۰

www.SID.ir



شکل ۲. منحنی‌های آزمایشگاهی نفوذپذیری غیر اشباع خاک برای منحنی‌های مشخصهٔ شکل ۱ (برگرفته از پژوهش Rahimi و همکاران، 2014)

برای محاسبهٔ ضرایب ثابت معادلهٔ VGM ابتدا با توجه منحنی‌های مشخصهٔ شکل ۱ نفوذپذیری با سه روش محاسبه شد. در روش اول، با استفاده از نرم‌افزار RETC، مقادیر نفوذپذیری غیر اشباع خاک به روش VGM محاسبه شدند. RETC یک برنامهٔ کامپیوتری است که جهت تجزیه‌وتحلیل منحنی مشخصهٔ آب‌خاک و توابع نفوذپذیری خاک غیر اشباع به کار می‌رود. این نرم‌افزار مقادیر نفوذپذیری غیر اشباع خاک را محاسبه می‌کند؛ اما به داشتن رطوبت حجمی اشباع و رطوبت حجمی باقی‌ماندهٔ خاک و ضرایب a و n نیاز دارد یا حداقل یک فرض اولیه از موارد یادشده را به مثابهٔ دادهٔ ورودی می‌خواهد. در روش دوم، مقادیر نفوذپذیری غیر اشباع خاک به کمک رابطهٔ ۶ محاسبه شد. این رابطه فقط به مکش ماتریک خاک نیاز دارد و همان‌طور که از معادلهٔ آن مشخص است، ضریب ثابتی ندارد. اما در روش سوم، که در اصل موضوع اصلی پژوهش حاضر است، مقادیر نفوذپذیری غیر اشباع خاک، که در روش دوم و با استفاده از رابطهٔ ۶ و به ساده‌ترین شکل ممکن محاسبه شدند، به منزلهٔ داده‌های ورودی معادلهٔ VGM لحاظ می‌شوند و به کمک آن‌ها ضرایب a و n و m برای معادلهٔ VGM تعیین می‌شوند.

در روش سوم و برای تعیین ضرایب ثابت معادلهٔ VGM، تابع هدف کمینه کردن مجموع میانگین مربعات خطا (RMSE) است که رابطهٔ ۱۲ آن را نشان می‌دهد:

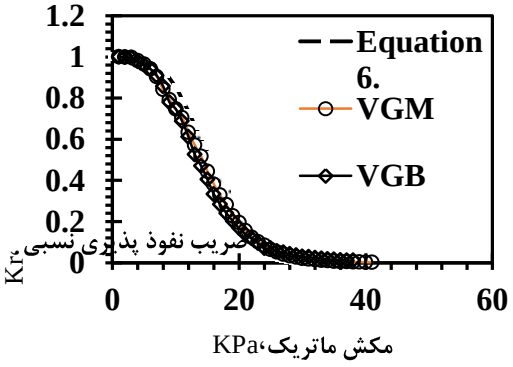
(رابطهٔ ۱۲)

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(K_{VGM\,(Eq.8)} - K_{VGM\,(RETC)}\right)^2}{N}}$$

$K_{VGM\,(RETC)}$ مقدار به‌دست‌آمده برای نفوذپذیری به روش VGM (رابطهٔ ۱۱) با استفاده از نرم‌افزار RETC است (روش اول). $K_{VGM\,(Eq.6)}$ مقدار محاسبه‌شدهٔ نفوذپذیری به روش VGM با استفاده از مقادیر محاسبه‌شدهٔ نفوذپذیری به کمک رابطهٔ ۶ به جای داده‌های آزمایشگاهی جهت تعیین ضرایب ثابت آن است (روش سوم). N نیز تعداد داده‌هاست.

یافته‌ها و بحث

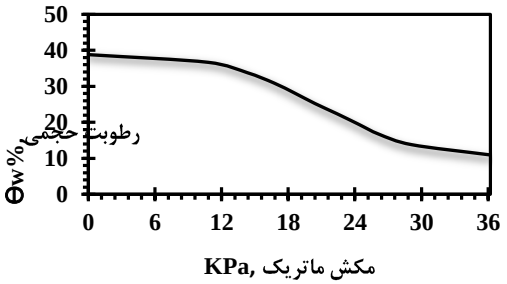
شکل ۳ مقادیر نفوذپذیری غیر اشباع خاک را، که با استفاده از رابطهٔ ۶ به کمک برنامهٔ نوشته‌شده در محیط برنامه‌نویسی MATLAB محاسبه شده، در کنار مقادیر محاسبه‌شده برای نفوذپذیری غیر اشباع خاک به کمک معادلات VGM و VGB نشان می‌دهد؛ که با استفاده از نرم‌افزار RETC و برای منحنی مشخصهٔ شکل ۱ به دست آمده‌اند.



شکل ۳. مقایسهٔ مقادیر محاسبه‌شدهٔ ضریب نفوذپذیری نسبی با رابطهٔ ۳ و روش‌های VGM و VGB

Archive of SID

www.SID.ir



شکل ۴. منحنی مشخصهٔ خاک جهت مقایسهٔ مقادیر ضریب نسبی نفوذپذیری خاک در شکل ۳
(برگرفته از پژوهش Fredlund و همکاران، 2012)

همان‌طور که در شکل ۳ مشاهده می‌شود مقادیر محاسبه‌شده برای نفوذپذیری خاک به کمک رابطهٔ ۶ دارای همبستگی بسیار مناسبی با معادلات مشهور تخمین نفوذپذیری خاک نظیر VGM و VGB است؛ طوری که مقدار ضریب همبستگی (R^2) برای رابطهٔ ۶ با رابطهٔ VGM برابر ۰٫۹۸۶۱ و با رابطهٔ VGB برابر ۰٫۹۸۴۳ است، با این تفاوت که در معادلات VGB و VGM ضرایب ثابت و مقادیر رطوبت حجمی اشباع و باقی‌مانده نیز باید مشخص شوند.

در این مطالعه، مقادیر نفوذپذیری با استفاده از رابطهٔ ۶ برای شش نوع خاک مشروح در جدول ۱ و شکل ۱ محاسبه شد و سپس با توجه به این مقادیر ضرایب ثابت معادلات VGM و Gardner تعیین شدند. پس از آن، با استفاده از این ضرایب، مقدار نفوذپذیری برای این شش نوع خاک به کمک معادلات VGM و Gardner نیز محاسبه شد و نتایج مورد بحث قرار گرفت.

با استفاده از برنامه‌ای که در MATLAB نوشته شد، ابتدا با توجه به مقادیر مکش ماتریک منحنی‌های مشخصهٔ شکل ۱ مقدار نفوذپذیری به کمک از رابطهٔ ۶ محاسبه شد. سپس با توجه به رابطهٔ ۱۱ بهترین ضرایب ثابت a و n و m توسط برنامه محاسبه شد؛ طوری که مقدار نفوذپذیری محاسبه‌شده برای روابط ۱۱ و ۶ کمترین مقدار RMSE را داشته باشند. جدول ۲ مقدار RMSE، ضریب همبستگی (R^2)، و ضرایب ثابت به‌دست‌آمده را با توجه به نتایج نرم‌افزار RETC و برنامهٔ نوشته‌شده بر اساس روابط ۶ و ۱۱ نشان می‌دهد.

جدول ۲. ضرایب ثابت به‌دست‌آمده برای رابطهٔ VGM به کمک نرم‌افزار RETC و رابطهٔ ۶

کد خاک	(RMSE) (m/s)	R^2	RETC			VGM-Eq.6		
			a	n	m	a	n	m
S-1	۰٫۰۶۱۳۷	۰٫۹۶۰۹	۰٫۴۳۸	۳٫۶۲۰	۰٫۷۲۴	۰٫۲۳۲	۴٫۰۱۲	۰٫۷۵۱
S-2	۰٫۰۸۰۵۱	۰٫۹۴۴۶	۰٫۵۲۳	۳٫۸۸۸	۰٫۷۴۳	۰٫۳۱۶	۳٫۱۲۵	۰٫۶۸۰
S-3	۰٫۰۵۹۳۰	۰٫۹۸۱۸	۰٫۳۴۱	۳٫۹۱۰	۰٫۷۴۴	۰٫۳۰۸	۲٫۵۱۱	۰٫۶۰۲
S-4	۰٫۰۵۷۵۸	۰٫۹۶۶۵	۰٫۴۴۸	۳٫۲۵۸	۰٫۶۹۳	۰٫۳۸۵	۳٫۰۶۴	۰٫۶۷۴
S-5	۰٫۰۶۳۶۳	۰٫۹۶۵۳	۰٫۴۱۳	۴٫۶۹۱	۰٫۷۸۷	۰٫۳۸۱	۳٫۵۴۵	۰٫۷۱۸
S-6	۰٫۰۵۶۸۹	۰٫۹۷۲۵	۰٫۴۹۰	۲٫۶۷۰	۰٫۶۲۵	۰٫۳۸۰	۲٫۶۶۶	۰٫۶۲۵

گفتنی است علاوه بر RMSE محاسبات با تابع هدف کمینه کردن مقدار مجموع اختلافات مقادیر محاسبه‌شده برای نفوذپذیری نیز انجام شد که RMSE نتایج بهتری داشت و مقادیر ضرایب ثابت اختلاف چندانی نداشتند. بنابراین، در جدول ۲ فقط مقادیر RMSE قید شدند.

همان‌طور که در جدول ۲ مشخص است، ضرایب ثابت محاسبه‌شده برای رابطهٔ VGM به کمک رابطهٔ ۶ دارای محدودهٔ تغییرات مشابه ضرایب حاصل از نرم‌افزار RETC است. مقادیر نفوذپذیری به‌دست‌آمده هم برای این دو حالت دارای همبستگی بسیار بالایی است؛ با این تفاوت که رابطهٔ ۶ فقط تابع مکش است و خود ضریب ثابت ندارد؛ در حالی که محاسبهٔ ضرایب با RETC نیازمند مقادیر رطوبت حجمی و همچنین رطوبت حجمی باقی‌مانده و رطوبت حجمی اشباع است.

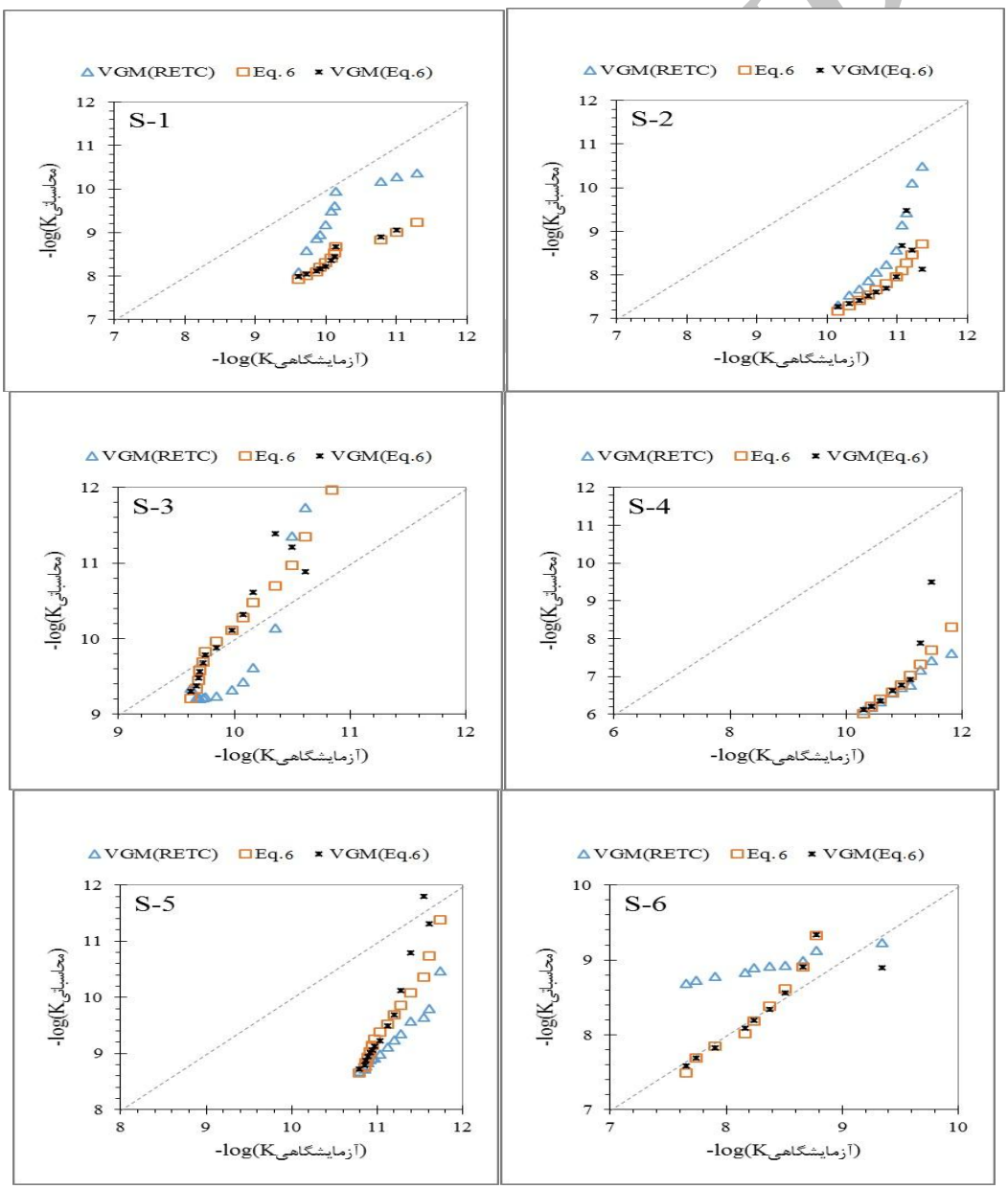
به منظور مقایسهٔ بهتر، برای منحنی مشخصه‌های شکل ۱ توابع نفوذپذیری محاسبه‌شده با استفاده از رابطهٔ VGM به کمک RETC (روش اول) با استفاده از خود رابطهٔ ۶ (روش دوم) و با استفاده از ضرایب ثابت محاسبه‌شده به کمک رابطهٔ ۶ برای VGM (روش سوم) شکل ۵ نمودار همبستگی این مقادیر نفوذپذیری را در برابر داده‌های نفوذپذیری آزمایشگاهی (شکل ۲) برگرفته از پژوهش Rahimi *et al.* (2014) نشان می‌دهد. همان‌طور که در نمودارهای شکل ۵ دیده می‌شود، مقادیر محاسبه‌شده برای نفوذپذیری دارای همبستگی بالا در مقابل داده‌های آزمایشگاهی است. از طرف دیگر، تراکم آن‌ها در یک محدوده بیانگر همبستگی بالای نتایج آن‌ها نسبت به یکدیگر برای محاسبهٔ نفوذپذیری غیر اشباع خاک است. جدول ۳ مقادیر ضریب همبستگی (R^2) را برای نمودارهای شکل ۵ نشان می‌دهد.

Archive of SID
www.SID.ir

در ادامه، به محاسبهٔ ضرایب ثابت معادلهٔ Gardner (رابطهٔ ۷) پرداخته می‌شود. همان‌طور که گفته شد این معادله دارای دو ضریب ثابت α و β است. بدین منظور با توجه به منحنی‌های مشخصهٔ شکل ۱ و به کمک رابطهٔ ۶ مقادیر نفوذپذیری محاسبه شدند. سپس، مقادیر نفوذپذیری به مثابهٔ ورودی رابطهٔ ۷ در نظر گرفته شدند و تابع هدف، همانند روشی که برای معادلهٔ VGM به کار رفت، کمینه کردن مقدار RMSE منظور شد. جدول ۳ ضریب همبستگی (R^2)، مجموع میانگین مربعات خطا (RMSE)، و همچنین مقادیر ضرایب ثابت محاسبه‌شده برای این روش به کمک رابطهٔ ۶ را نشان می‌دهد. شکل ۶ نیز نمودار همبستگی مقدار نفوذپذیری محاسبه‌شده به کمک خود رابطهٔ ۶ را در مقابل مقدار نفوذپذیری محاسبه‌شده با استفاده از روش Gardner (به کمک رابطهٔ ۶ به مثابهٔ ورودی جهت تعیین ضرایب ثابت آن) نشان می‌دهد.

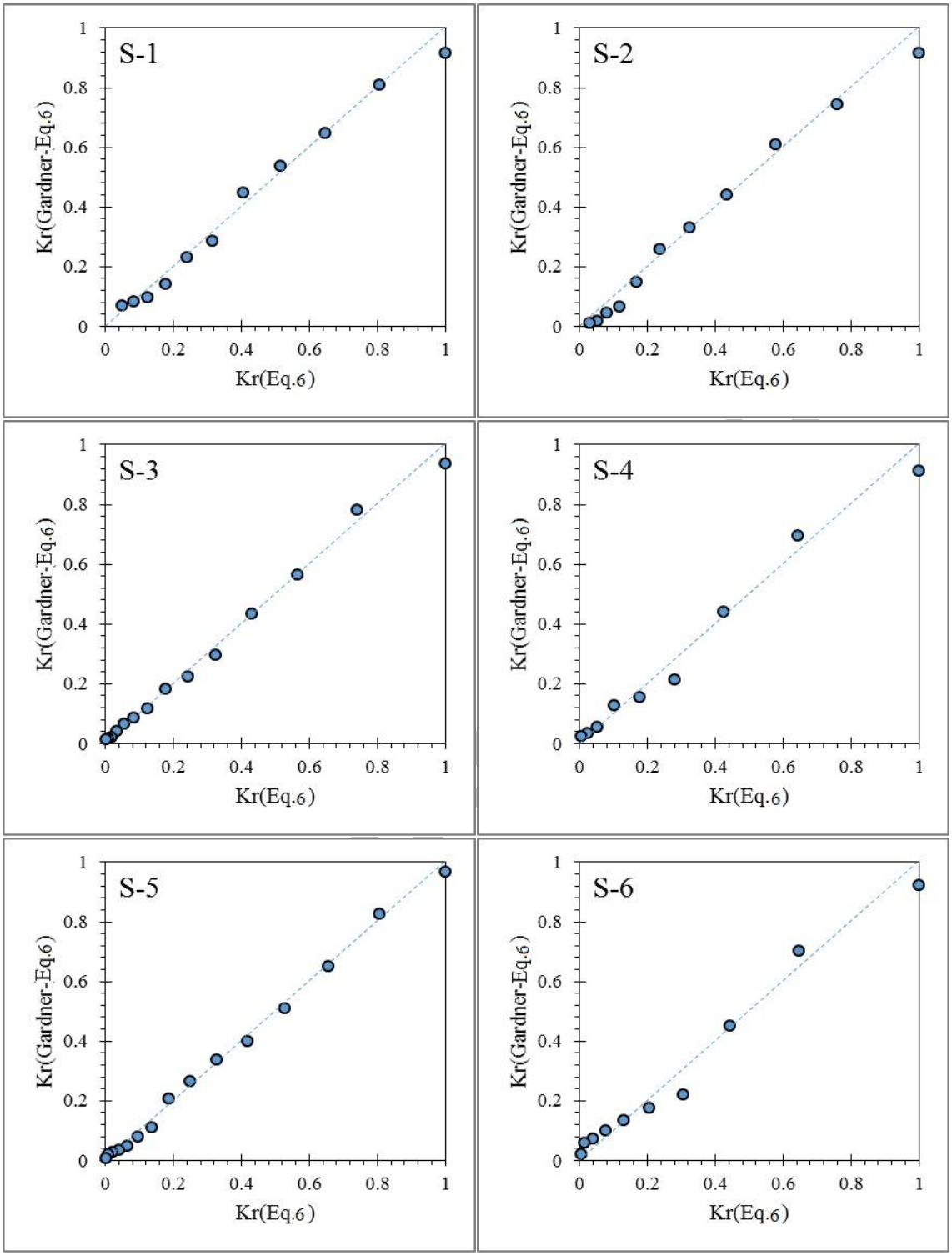
جدول ۳. مقدار R^2 برای نمودارهای شکل ۵

کد خاک	R^2		
	VGM(RETC)	Eq.6	VGM(Eq.6)
S-1	۰٫۷۹۷۷	۰٫۹۲۸۳	۰٫۹۲۶۱
S-2	۰٫۸۹۵۴	۰٫۹۶۱۷	۰٫۷۰۹۱
S-3	۰٫۸۶۷۶	۰٫۹۷۸۲	۰٫۹۰۰۲
S-4	۰٫۹۷۹۲	۰٫۹۸۱۴	۰٫۷۶۶۵
S-5	۰٫۹۴۶۵	۰٫۹۷۶۳	۰٫۹۵۲۹
S-6	۰٫۹۷۲۴	۰٫۹۷۴۳	۰٫۹۴۳۸



شکل ۵. همبستگی داده‌های آزمایشگاهی نفوذپذیری در مقابل مقادیر محاسبه‌شده با کمک رابطهٔ ۶، VGM با استفاده از نرم‌افزار RETC، و VGM با استفاده از رابطهٔ ۶

www.SID.ir



شکل ۶. همبستگی مقادیر نفوذپذیری محاسبه‌شده با خود رابطهٔ ۶ و مقادیر محاسبه‌شده با روش Gardner به کمک رابطهٔ ۶ جهت تعیین ضرایب ثابت آن

همان‌گونه که در شکل ۶ مشاهده می‌شود، مقادیر محاسبه‌شده برای نفوذپذیری با استفاده از خود رابطهٔ ۶ و مقادیر محاسبه‌شده برای نفوذپذیری با استفاده از روش Gardner (به کمک رابطهٔ ۶ جهت تخمین ضرایب ثابت) دارای همبستگی بسیار بالاست.

به طور کلی می‌توان گفت استفاده از رابطهٔ ۶ جهت تخمین نفوذپذیری غیر اشباع خاک با توجه به اینکه یگانه تابع مکش ماتریک است و به داشتن رطوبت حجمی اشباع و باقی‌مانده نیاز ندارد، روشی بسیار ساده است و نتایج مناسبی دارد. از طرف دیگر جهت تخمین ضرایب ثابت سایر روش‌های مشهور تخمین نفوذپذیری، نظیر VGM و Gardner، می‌توان از نتایج آن به مثابهٔ دادهٔ ورودی استفاده کرد و به‌راحتی و با

www.SID.ir

همبستگی بسیار بالایی نسبت به سایر روش‌ها جهت محاسبهٔ این ضرایب، نظیر استفاده از نرم‌افزار RETC، ضرایب ثابت این معادلات را به دست آورد.

جدول ۴. مقدار R^2، RMSE و ضرایب ثابت برای معادلهٔ Gardner حساب‌شده به کمک رابطهٔ ۶ و خود رابطهٔ ۶

کد خاک	R^2	RMSE (m/s)	α	β
S-1	۰٫۹۸۸۶	۰٫۰۳۳۵	۰٫۰۰۴	۵٫۸۵۳
S-2	۰٫۹۸۸۵	۰٫۰۳۶۳	۰٫۰۸۷	۴٫۹۸۵
S-3	۰٫۹۹۴۷	۰٫۰۲۳۲	۰٫۲۷۴	۳٫۹۹۹
S-4	۰٫۹۸۴۱	۰٫۰۴۲۳	۰٫۴۰۴	۴٫۰۹۷
S-5	۰٫۹۹۷۴	۰٫۰۱۶۰	۰٫۰۸۴	۶٫۳۵۷
S-6	۰٫۹۷۹۴	۰٫۰۴۶۵	۰٫۷۳۶	۳٫۵۲۹

نتیجه‌گیری

بررسی منابع موجود نشان داد مدل‌های تخمین نفوذپذیری (مدل‌های آماری و تجربی) دارای ضرایب ثابتی هستند که تعیین مقادیر آن‌ها برای برآورد نفوذپذیری در هر نوع خاک ضروری است. در این مطالعه ابتدا یک معادلهٔ آماری جهت نفوذپذیری خاک غیر اشباع بررسی شد که فاقد ضرایب ثابت است؛ همچنین برخلاف مدل‌های رایج دیگر تابع رطوبت اشباع و رطوبت باقی‌مانده نیست. پس از آن، مقادیر اندازه‌گیری‌شده در آزمایشگاه و محاسباتی توسط معادلهٔ مذکور مقایسه و دقت معادلهٔ پیشنهادی در تخمین تابع نفوذپذیری بررسی شد. این کار نشان داد معادلهٔ پیشنهادی برای تخمین نفوذپذیری غیر اشباع خاک بسیار مناسب است. سپس، با استفاده از داده‌های موجود، که به شکل منحنی مشخصهٔ خاک است، مقادیر تخمین‌زده‌شده برای تابع نفوذپذیری غیر اشباع به سه روش انجام شد. با استفاده از معادلهٔ پیشنهادشده، به کمک نرم‌افزار RETC، با استفاده از روش Van Genuchten-Mualem (VGM) و در نهایت با جایگزینی مقادیر حاصل از معادلهٔ پیشنهادی به جای داده‌های اندازه‌گیری‌شده در معادلهٔ VGM و تعیین ضرایب ثابت آن و سپس محاسبهٔ تابع نفوذپذیری خاک غیر اشباع به کمک این ضرایب نتایج این سه روش با داده‌های آزمایشگاهی موجود برای منحنی‌های مشخصه مقایسه شدند که دارای همبستگی مناسب بودند که این حاکی از دقت بالای ضرایب ثابت تعیین‌شده است. همچنین ضرایب تعیین‌شده به کمک مدل پیشنهادی با ضرایب حاصل از نرم‌افزار RETC مقایسه شدند که دارای همبستگی مناسب بودند.

فهرست علائم

g شتاب جاذبه (m/s^2)

K_r ضریب نفوذپذیری نسبی

K_s ضریب نفوذپذیری اشباع خاک (m/s)

$K_w(\theta_i)$ ضریب نفوذپذیری محاسبه‌شده متناظر با iامین θ (m/s)

T_s کشش سطحی آب (kN/m)

$(u_a - u_w)_j$ مکش ماتریک متناظر با گام jام (kPa)

θ رطوبت حجمی خاک

θ_s رطوبت حجمی خاک در حالت اشباع

θ_r رطوبت حجمی باقی‌مانده در خاک

ρ_w چگالی آب (kg/m^3)

υ_w گران‌روی مطلق آب $(N.s/m^2)$

ψ مکش ماتریک خاک (kPa)

REFRENCES

Brooks, R. H. and Corey, A. T. (1964). Hydraulic properties of porous media, *Colorado State University Hydrology Paper*, No. 3. Fort Collins, CO.

Burdine, N. T. (1953). Relative permeability calculations from pore size distribution data, *Transactions of the Metallurgical Society of AIME*, Vol. 198, 71–78.

Childs, E. C. and Collis-George, N. (1950). The permeability of porous materials, *Proceedings of the Royal Society*, London, Series A, Vol. 201A, 392–405.

Darcy, H. (1856). *Histoire des Foundataines Publique de Dijon*, Dalmont, Paris, 590–594.

Fredlund, D. G., Rahardjo, H., and Fredlund, M. D. (2012). Unsaturated Soil Mechanics in Engineering Practice, Wiley, New York.

Fredlund, D. G. and Xing, A. (1994). Equations for the soil-water characteristic curve, *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 31, No. 3, 521–532.

Fredlund, D. G., Xing, A., and Huang, S. Y. (1994b). Predicting the permeability function for unsaturated soils using the soil water characteristic curve, *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 31, No. 4, 533–546.

Gardner, W. R. and Widtsoe, J. A. (1921). The movement of soil moisture, *Soil Science Journal*, Vol. 11, pp. 215–232.

Gardner, W. R. (1958a). Mathematics of isothermal water conduction in unsaturated soils, Highway Research Board Special Report 40, *presented at the International Symposium on Physico-Chemical Phenomenon in Soils*, Washington, DC, 78–87.

Archive of SID

www.SID.ir

Green, R. E. and Corey, J. C. (1971a). Calculation of hydraulic conductivity: A further evaluation of some predictive methods, *Soil Science Society of America Proceedings*, Vol. 35, 3–8.

Kholoosi, M. M., Estabragh, A. R., and Pashankpoor, S. (2014a). Estimation of Unsaturated Permeability Using Statistical Methods, *1st National Conference on Soil Mechanics and foundation Engineering*, 3-4 Dec., Faculty of Civil Engineering, Shahid Rajaee Teacher Training University, Tehran, Iran, 376.(In Farsi)

Kholoosi, M. M., Estabragh, A. R., Pashankpoor, S., and Arabzadeh, A. (2014b). Calculation of Soil Water Characteristic curve Parameter Using Genetic Algorithm by R, *1st National Conference on Soil Mechanics and foundation Engineering*, 3-4 Dec., Faculty of Civil Engineering, Shahid Rajaee Teacher Training University, Tehran, Iran, 377. (In Farsi)

Kunze, R. J., Uehara, G., and Graham, K. (1968). Factors important in the calculation of hydraulic conductivity, *Soil Science Society of America Proceedings*, Vol. 32, 760–765.

Leong, E. C. and Rahardjo, H. (1997a). Permeability functions for unsaturated soils, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, Vol. 123, No. 12, 1118–1126.

Likos, W. J. and Lu, N. (2004). Unsaturated Soil, Wiley, New York.

Marshall, T. J. (1958). A relation between permeability and size distribution of pores, *Soil Science Journal*, Vol. 9, 1–8.

Mualem, Y. (1976a). A new model for predicting hydraulic conductivity of unsaturated porous media, *Water Resources Research*, Vol. 12, 513–522.

Mualem, Y. (1978). Hydraulic conductivity of unsaturated porous media: Generalized macroscopic approach, *Water Resources Research*, 14(2), 325–334.

Rahimi, A., Rahardjo, H., and Leong, E. C. (2014). Effect of range of soil–water characteristic curve measurements on estimation of permeability function, *Engineering Geology Journal*, Elsevier, Vol. 185, 96–104.

Rajkai, K., Kabos, S., and Van Genuchten, M.Th. (2004). Estimation of water retention characteristics from soil properties: comparison of linear, nonlinear and concomitant variable methods. *Soil & Tillage Research, ELSEVIER*. 79, 145–152.

Van Genuchten, M. T. (1980). Closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Sci*. Soc. Am. J. 44, 892–898.

Archive of SID

www.SID.ir