

## Sensitivity Analysis of Two-Dimensional Pollution Transport Model Parameters in Shallow Water Using RSA Method

MAHDI KHORASHADIZADEH<sup>1</sup>, GHOLAMREZA AZIZYAN<sup>2</sup>, SEYED ARMAN HASHEMIMONFARED<sup>3\*</sup>, ABOLFAZL AKBARPOUR<sup>4</sup>

1. PhD Student of Civil Engineering, University of Sistan and Baluchestan, Zahedan, Iran
  2. Assistant Professor, Department of Civil Engineering, University of Sistan and Baluchestan, Zahedan, Iran
  3. Associate Professor, Department of Civil Engineering, University of Sistan and Baluchestan, Zahedan, Iran
  4. Associate Professor, Department of Civil Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran
- (Received: Nov. 8, 2017- Revised: Feb. 13, 2018- Accepted: Feb. 17, 2018)

### ABSTRACT

Understanding of the fate of temporal and spatial distribution of pollution is an essential subject for prediction of damages, caused by pollution, on the ecology of rivers and coastal areas. It is also necessary to provide efficient solutions for both pollution control and environmental protection. In this study, shallow water equations have been used to simulate pollution transport by 2-dimensional finite volume method. Calibration-modification and frequent changing of the amount of parameters is a known issue in hydraulic and hydrologic models. Therefore, it is necessary to utilize methods for sensitivity analysis and reduction of the parameters number to calibrate models. In this study, the RSA sensitivity analysis method was used for each parameter in which the ratio of sensitivity and cumulative distribution function for the sets of good and bad parameters are computed. For this purpose, 5000 iterations from uncertainty domain of calibration parameters of pollution transport model in a Standard issue of shallow water were performed by using uncertainty algorithm GLUE. With enforcing the acceptable threshold values for the sum of square error index on the total simulation results, 1000 premier simulations were introduced as an efficient simulation. The corresponded set of parameters was considered as good set parameters and the others as bad set parameters. Thus, the sensitivity index was calculated for the Manning coefficient and the floor slope in the x and y directions. The comparison of sensitivity analysis of parameters based on the RSA methods and variation coefficient of parameters indicated that RSA is an efficient method for sensitivity analysis of model parameters.

**Keywords:** Sensitive index, sum of squared errors (SSE), variation coefficient, Manning coefficient.

## تحلیل حساسیت پارامترهای مدل دوبعدی انتقال آلودگی در آب‌های کم‌عمق به روش RSA

مهدی خراشادی زاده<sup>۱</sup>، غلامرضا عزیزیان<sup>۲</sup>، سید آرمان هاشمی منفرد<sup>۳\*</sup>، ابوالفضل اکبرپور<sup>۴</sup>

۱. دانشجوی دکتری مهندسی عمران، مهندسی و مدیریت منابع آب، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران

۲. استادیار، گروه مهندسی عمران، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران

۳. دانشیار، گروه مهندسی عمران، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران

۴. دانشیار، گروه مهندسی عمران، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۸/۱۷ - تاریخ بازنگری: ۱۳۹۶/۱۱/۲۴ - تاریخ تصویب: ۱۳۹۶/۱۱/۲۸)

### چکیده

فهم نحوه توزیع آلودگی در مکان و زمان، یک موضوع ضروری برای پیش‌بینی آسیب‌های ناشی از آلودگی روی اکولوژی رودخانه‌ها و نواحی ساحلی و ایجاد راه‌حل‌های کارآمد جهت کنترل آلودگی و محافظت از محیط‌زیست است. در این تحقیق از معادلات آب‌های کم‌عمق جهت شبیه‌سازی انتقال آلودگی به روش حجم محدود دوبعدی استفاده شده است. در واسنجی مدل‌های هیدرولیکی و هیدرولوژیکی، اصلاح و تغییر مکرر مقدار پارامترها یک مسئله شناخته شده است. بنابراین استفاده از روش‌هایی برای تحلیل حساسیت و کاهش تعداد پارامترها برای واسنجی مدل ضرورت دارد. در این تحقیق از روش تحلیل حساسیت RSA که در آن برای هر پارامتر نسبت حساسیت و تابع توزیع تجمعی برای مجموعه پارامترهای خوب و بد مدل محاسبه می‌شود استفاده شد. برای این کار، ۵۰۰۰ تکرار از دامنه عدم قطعیت پارامترهای واسنجی مدل انتقال آلودگی در مسئله‌ای استاندارد از آب‌های کم‌عمق با استفاده از الگوریتم عدم قطعیت GLUE صورت پذیرفت. با اعمال آستانه قابل‌پذیرش شاخص مجموع مربعات خطا بر روی کل شبیه‌سازی‌های حاصل، تعداد ۱۰۰۰ شبیه‌سازی برتر به عنوان شبیه‌سازی‌های کارآمد منظور شده و مجموعه پارامترهای مربوط به آن به عنوان مجموعه پارامترهای خوب و باقی مجموعه پارامترها به عنوان مجموعه پارامترهای بد قلمداد گردید. به این ترتیب شاخص حساسیت برای پارامترهای ضریب مانینگ، شیب کف در جهت  $x$  و  $y$  محاسبه شد. مقایسه تحلیل حساسیت پارامترها بر اساس روش RSA و بر اساس ضریب تغییرات پارامترها نشان‌دهنده کارآمدی مناسب روش RSA برای تحلیل حساسیت پارامترهای مدل می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: شاخص حساسیت، ضریب تغییرات، ضریب مانینگ، مجموع مربعات خطا

### مقدمه

کرد و به این نتیجه رسید که روش حجم محدود به دلیل دقت بالاتر در حل مسائل مختلف، روش قابل‌قبول‌تری است. Benkhaldoun (2007) روش حجم محدود را روش خوبی برای حل معادلات آب‌های کم‌عمق دانست. از مزایای این روش، پاسخ مناسب به شبکه‌های با ساختار هندسی نامنظم می‌باشد. Paik and Park (2011) معادلات آب‌های کم‌عمق را برای برآورد سیلاب عبوری از کالورت به روش عددی حجم محدود استفاده کردند و روش گودونف (Godonov) را برای حل این نوع مسائل پیشنهاد کردند.

کمی کردن و تحلیل عدم قطعیت پارامترها، عمدتاً در دهه اخیر مطرح شده است. GLUE<sup>v</sup> (روش تخمین عدم قطعیت تشابهات عمومی) یکی از روش‌های متداول در تحلیل عدم قطعیت پارامترها در شبیه‌سازی‌ها است که در آن شبیه‌سازی

در اغلب رودخانه‌ها حتی در زمان سیل، نسبت عمق جریان به ابعاد افقی و سایر شرایط به گونه‌ای است که می‌توان آن‌ها را در رده آب‌های کم‌عمق قرار داد. در چنین شرایطی می‌توان نشان داد که شتاب جریان در جهت قائم در مقابل شتاب ثقل کوچک و در نتیجه توزیع فشار در عمق هیدرواستاتیک است. با این تقریب، ساده‌سازی زیادی در معادلات حاکم بوجود می‌آید که حاصل آن معادلاتی است که به معادلات آب‌های کم‌عمق معروف است لذا الگوی جریان در هندسه‌های پیچیده رودخانه‌ها توسط مدل‌های آب‌های کم‌عمق قابل پیش‌بینی می‌باشد.

Vazquez (1999) از سه روش حجم محدود، تفاضل محدود و اجزای محدود برای حل معادلات آب کم‌عمق استفاده

منحنی، آب قابل دسترس خاک، ضریب تبخیر از لایه‌های خاک، ضریب بازگشت جریان آبراه‌های، عمق خاک و زمان تأخیر جریان سطحی به عنوان حساس‌ترین پارامترهای مدل به دست آمدند. همچنین نتیجه گرفتند که با تغییر منطقه مورد مطالعه در مدل، حساسیت و اهمیت پارامترها نیز تغییر می‌کنند و بنابراین باید کارکرد پارامترهای مدل در منطقه جدید مورد بررسی قرار گیرد.

به طور کلی روش‌های تحلیل حساسیت به دو دسته روش‌های موضعی (local) و روش‌های جامع (global)، تقسیم می‌شوند. روش‌های موضعی بر مبنای بررسی گرادیان خروجی مدل با توجه به تغییر مقادیر پارامترها در نقطه‌ای مشخص از فضای پارامتری مدل می‌باشد (Saltelli et al., 2004). از مزایای روش‌های موضعی می‌توان به ساده بودن کاربرد آن در مدل‌های نه چندان پیچیده اشاره کرد. از معایب آن هم می‌توان به دقت کم در کاربرد آن‌ها برای مدل‌های پیچیده و با پارامترهای زیاد اشاره کرد؛ بنابراین برای این مدل‌ها کمتر مورد استفاده قرار می‌گیرد (Kucherenko et al., 2009). به طور کلی دقت برآورد خروجی مدل‌های هیدرولیکی و هیدرولوژیکی به دقت برآورد پارامترهای مدل و متغیرهای مکانی و زمانی بستگی دارد، در واقع می‌توان گفت کلید موفقیت در تعیین دقت شبیه‌سازی، شامل دقت پارامترهای ورودی و شناخت کاربر از ساختار مدل است (Zhang et al., 2013). از مزایای روش‌های جامع تحلیل حساسیت می‌توان به این نکته اشاره کرد که روش‌های جامع، معیارهای سنجش حساسیت را با استفاده از نمونه‌گیری‌های انجام شده پارامترها که از فضای پارامتری مدل به دست آمده، برای هر نمونه (مجموعه) پارامتر مدل اجرا کرده و نتایج شبیه‌سازی را مورد بررسی قرار می‌دهند. روش‌های جامع تحلیل حساسیت، نتایج باثبات‌تری را فراهم می‌کنند زیرا معیارهای حساسیت در این روش‌ها اهمیت پارامترها را به صورت میانگینی از کل دامنه تغییرات پارامترها (فضای پارامتری) ارائه می‌دهند (Lambert et al., 2016). به عبارتی در این روش‌ها، اثر ترکیب پارامترهای مختلف در شبیه‌سازی‌های مدل مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. این نوع تحلیل حساسیت ابزاری مناسب جهت رتبه‌بندی پارامترهای مدل‌ها از لحاظ تأثیر آن‌ها در خروجی می‌باشد.

هدف از این تحقیق، استفاده از روش جامع تحلیل حساسیت بر مبنای تئوری نمونه‌برداری مربع لاتین و آزمون کولموگروف-اسمیرنوف به نام تحلیل حساسیت منطقه‌ای (Regional Sensitivity Analysis) در ارزیابی حساسیت پارامترهای مدل انتقال آلودگی در آب کم‌عمق می‌باشد. با

مونت کارلو و تئوری بیز تلفیق شده بود (Beven and Binley, 1993). در روش تلفیقی مونت کارلو و زنجیره مارکوف (MCMC) که در آن برخلاف روش GLUE که فرض بر تبعیت پارامترهای مدل از توزیع احتمالاتی یکنواخت است، از توزیع احتمالاتی واقعی پارامترها استفاده شده است (Campbell et al., 1990). Butts et al (2004) تأثیر ساختار مدل را بر روی عدم قطعیت مدل‌سازی هیدرولوژیکی برای شبیه‌سازی جریان رودخانه، تحلیل کردند. در اصلاح روش GLUE، پیش‌بینی محدوده قابل اطمینان خروجی مدل که دبی رودخانه می‌باشد، بهبود یافت (Xiong and O'Connor., 2008). Blasone et al. (2008) نمونه‌برداری مونت کارلو و زنجیره مارکوف تطبیقی را با روش GLUE استفاده کردند تا نمونه‌برداری از ناحیه‌ای با چگالی احتمالاتی بالا از فضای پارامتری را بهبود بخشند. در ایران، Heidari et al (2005)، به بررسی عدم قطعیت پارامترهای مدل هیدرولوژیک مفهومی در حوضه آبریز قره‌سو با روش GLUE پرداختند. از مزایای این روش می‌توان به تعیین محدوده قابل اطمینان برای خروجی‌های مدل و همچنین محدوده مناسب برای پارامترهای مدل اشاره کرد.

هدف اصلی از تحلیل حساسیت، شناخت این موضوع است که چگونه اجزای مختلف مدل (به‌خصوص پارامترها)، بر نتایج خروجی آن تأثیرگذار است، زیرا این نتایج برای واسنجی مدل و تحلیل عدم قطعیت آن بسیار مؤثر است. به طور کلی تحلیل حساسیت پارامترها، برای پاسخ به این سؤال انجام می‌گیرد که خروجی یک مدل چه مقدار به تغییر پارامترها و یا تغییر در ساختار مدل حساس است (Beven, 2001). همچنین تحلیل حساسیت امکان شناسایی پارامترهای مهم و پارامترهای غیرمهم را در شبیه‌سازی فرایندهای مختلف فراهم می‌کند (Mertens et al., 2005). به بیان دیگر تحلیل حساسیت گامی مهم در شناسایی عدم قطعیت پارامترها بوده و به‌طور غیرمستقیم قابلیت مدل را در تخمین خروجی مدل نشان می‌دهد (Sobol et al., 2007). Feyereisen et al. (2007) به بررسی فرآیند تحلیل حساسیت پارامترهای مدل هیدرولوژیکی، نیمه توزیعی و نیمه فیزیکی سوات<sup>۱</sup> به روش یک پارامتر در هر بار<sup>۲</sup> پرداختند. به این صورت که در این روش در هر بار اجرای مدل با ثابت بودن سایر پارامترها، یک پارامتر در چند گام تغییر کرده و اثر تغییر آن پارامتر بر خروجی مدل، حساسیت خروجی مدل به آن پارامتر را مشخص می‌کند. در نتایج آن‌ها پارامترهای شماره

1. SWAT  
2. OAT

در مقایسه با روش تحلیل حساسیت بر اساس ضریب تغییرات، سنجیده می‌شود.

### مواد و روش‌ها

در این بخش هریک از مراحل انجام پژوهش شامل معادلات حاکم، تحلیل عدم قطعیت مدل و تحلیل حساسیت پارامترها به صورت کامل بیان می‌شود. در شکل (۱) مراحل کلی انجام تحقیق بیان می‌شود.

شناسایی پارامترهای حساس مدل می‌توان در مرحله واسنجی مدل روی آن پارامترها تمرکز بیشتری کرد. دلیل استفاده از روش RSA برای این مدل، نتایج نسبتاً خوب و دقیق برای مدل‌های نه چندان پیچیده می‌باشد. نوآوری این پژوهش استفاده از روش تحلیل حساسیت پارامتری RSA برای ارزیابی و تعیین حساسیت پارامترهای خروجی از تحلیل عدم قطعیت GLUE برای یک مدل دوبعدی انتقال آلودگی در آب‌های کم‌عمق می‌باشد که کاری جدید می‌باشد. در انتها به منظور ارزیابی این روش، نتایج روش تحلیل حساسیت پارامتری RSA



شکل ۱. مراحل انجام تحقیق

که  $U$  بردار متغیرهای بقایی است. متغیرهای بقایی در ناپیوستگی‌ها رفتار بهتری نسبت به متغیرهای غیربقایی دارند،  $F$  و  $G$  بردار شار در جهات  $x$  و  $y$ ، همچنین  $S$  بردار جملات منبع<sup>۲</sup> می‌باشد.

$$U = \begin{pmatrix} h \\ hu \\ hv \\ hc \end{pmatrix} \quad (\text{رابطه ۲})$$

$$F = \begin{pmatrix} hu \\ hu^2 + gh^2/2 \\ huv \\ huc \end{pmatrix} \quad (\text{رابطه ۳})$$

### معادلات حاکم بر آلودگی در آب‌های کم‌عمق

در دینامیک سیال، تنش‌های قائم و تنش‌های برشی در مدل‌های سه‌بعدی و آشفته استفاده می‌شوند. در مسائل جریان با سطح آزاد (جریان عریض و کم‌عمق)، با حذف این کمیت‌ها از مدل‌های دوبعدی در پلان استفاده می‌شود. معادلات دوبعدی آلودگی در آب‌های کم‌عمق، با متوسط‌گیری عمقی از انتگرال-گیری معادلات سه‌بعدی در عمق جریان و با در نظر گرفتن شرایط هیدرواستاتیکی، صرف‌نظر از جمله پخشیدگی، تأثیرات باد و اثر کوریولیس<sup>۱</sup> به‌دست می‌آیند (Aliparast, 2009):

$$S(U) = \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F(U)}{\partial x} + \frac{\partial G(U)}{\partial y} \quad (\text{رابطه ۱})$$

1- Coriolis effect

2- Sourcetermes

بدون افزایش در تعداد نمونه‌ها می‌شود. در این مطالعه تعداد ۵۰۰۰ نمونه تولید شده است. در سومین گام، نیاز به تعریف تفصیلی از معیار تشابه و معیار قبول یا رد مدل خواهد بود. در این رابطه، انتخاب تابع هدف، حائز اهمیت می‌باشد.

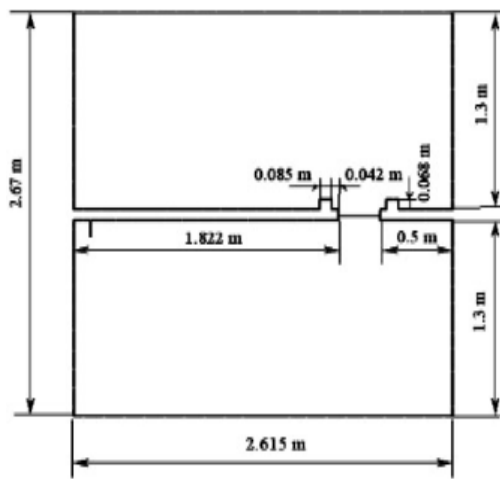
### تحلیل عدم قطعیت مدل انتقال آلودگی

به منظور تحلیل عدم قطعیت و سپس تحلیل حساسیت پارامترهای مدل انتقال آلودگی در رودخانه احتیاج به مسئله‌ای است که نتایج مشاهداتی آن موجود باشد، به این منظور از یک مسئله استاندارد که نتایج آن در مقاله Li and Duffy (2012)، موجود بود، استفاده شد. در این مسئله به نحوه انتقال و پخش آلودگی در اثر برداشتن ناگهانی دریچه پرداخته شده است. شکل (۲) هندسه مسئله را نشان می‌دهد. ضریب پخش  $D_x=D_y=0.1$  می‌باشد. در شرایط اولیه عمق آب در پایین و بالای دریچه به ترتیب ۰/۵ متر و ۰/۱ متر بوده و آب ساکن و غلظت آلودگی اولیه به صورت زیر است:

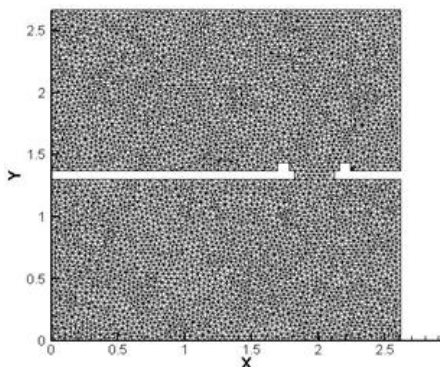
$$C(0, x, y) = \begin{cases} 2 & \text{if } r \leq 0.65 \\ 1 & \text{if } r > 0.65 \end{cases} \quad (\text{رابطه } ۸)$$

که در آن  $r$  به صورت زیر می‌باشد:

$$r = ((x - 1.97)^2 + (y - 1.35)^2)^{0.5} \quad (\text{رابطه } ۹)$$



شکل ۲. هندسه مسئله شکست سد



شکل ۳. شبکه‌بندی محیط مسئله

$$G = \begin{pmatrix} hv \\ huv \\ hv^2 + gh^2/2 \\ hvc \end{pmatrix} \quad (\text{رابطه } ۴)$$

(رابطه ۵)

$$S = S_0 + S_f + S_d = \begin{pmatrix} 0 \\ ghS_{ox} \\ ghS_{oy} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -ghS_{fx} \\ -ghS_{fy} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \nabla \cdot (Dh\nabla c) + S_c \end{pmatrix}$$

$u$  و  $v$  مقادیر سرعت در جهات  $x$  و  $y$ ،  $h$  ارتفاع آب،  $g$  شتاب گرانشی و  $S_{ox}$  و  $S_{oy}$  شیب بستر در جهات  $x$  و  $y$ ،  $D$  ضریب پخش با بعد  $(L^2/T)$ ،  $c$  غلظت آلودگی با بعد  $(L^3/L^3)$  و  $S_c$  جملات منبع آلودگی یا چشمه و چاه آلودگی می‌باشد. همچنین  $S_{fx}$  و  $S_{fy}$  شیب اصطکاکی در جهات  $x$  و  $y$  می‌باشند. شیب‌های اصطکاکی با استفاده از رابطه زیر به دست می‌آیند:

$$S_{fx} = \frac{n^2 u \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{4/3}} \quad (\text{رابطه } ۶)$$

$$S_{fy} = \frac{n^2 v \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{4/3}} \quad (\text{رابطه } ۷)$$

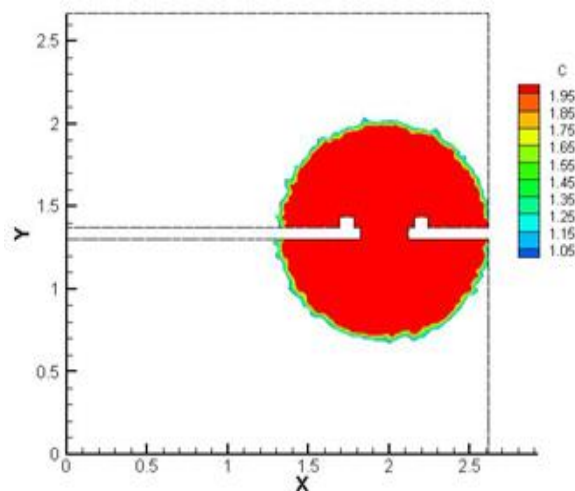
که  $n$  ضریب مانینگ است (Aliparast, 2009).

روابط بیان شده مربوط به انتقال- پخش آلودگی در آب- های کم عمق می‌باشد. با توجه به این روابط، شبیه‌سازی انتقال آلودگی انجام می‌گیرد و سپس مدل انتقال آلودگی مورد تحلیل عدم قطعیت به روش GLUE قرار می‌گیرد. سپس از روش تحلیل حساسیت پارامتری RSA برای ارزیابی و تعیین حساسیت پارامترهای مدل استفاده می‌شود.

### مراحل انجام تحلیل عدم قطعیت مدل به روش GLUE

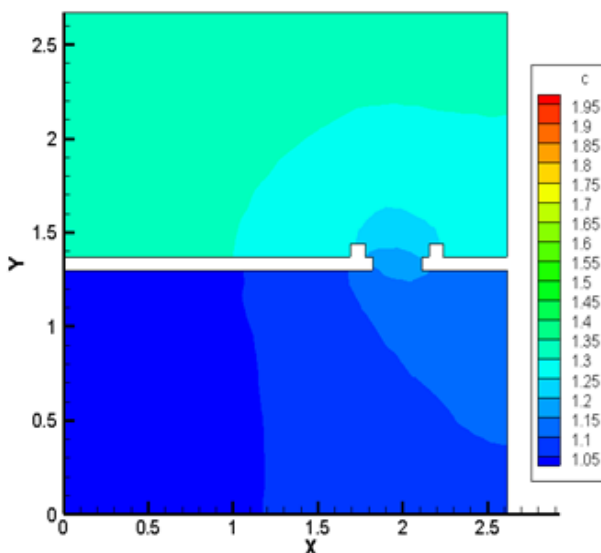
به‌طور کلی مراحل اصلی روش GLUE برای تحلیل عدم قطعیت مدل انتقال آلودگی در آب کم عمق، به این صورت خلاصه می‌شود (Heidari et al, 2005): در اولین گام نیاز به تعیین محدوده تغییرات هر پارامتر دارد که این محدوده می‌تواند بر اساس مشخصات فیزیکی یا تجربه تا حد ممکن وسیع در نظر گرفته شود. در دومین گام، تولید  $n$  تعداد گروه پارامتر تصادفی بر اساس روش‌های مبتنی بر مونت کارلو انجام گیرد که در این تحقیق از تکنیک نمونه‌گیری مربع لاتین<sup>۱</sup> استفاده شده است. در واقع روش نمونه‌گیری لاتین با نمونه‌گیری در فواصل مساوی در فضای هر پارامتر باعث افزایش دقت در شبیه‌سازی مونت کارلو

شرایط اولیه آلودگی به صورت شکل (۴) می‌باشد.



شکل ۴. شرایط اولیه آلودگی

با برداشتن ناگهانی دریچه همانند شکست سد آب، از سمتی که عمق ۰/۵ متر دارد به سمت عمق ۰/۱ متر جریان می‌یابد و به همراه خود آلودگی را نیز منتقل می‌نماید تا پس از گذشت مدت زمانی سطح آب در تمام محیط ثابت شود. مدل برای ۱۵ ثانیه اجرا می‌شود. شکل (۵) توزیع آلودگی را قبل از انجام تحلیل عدم قطعیت پارامترهای مدل و با در نظر گرفتن مقداری ثابت برای پارامترهای مدل و بعد از زمان ۱۵ ثانیه نشان می‌دهد.



شکل ۵. شرایط آلودگی پس از ۱۵ ثانیه

باتوجه به شکل (۵) پس از ۱۵ ثانیه آلودگی منتقل و پخش می‌شود، همچنین بدیهی است که باتوجه در نظر گرفتن پخش، مقدار ماکزیمم آلودگی کاهش می‌یابد.

#### خروجی‌ها و پارامترهای مدل

پس از اجرای مدل، آلودگی منتقل و پخش می‌شود. ماکزیمم

غلظت آلودگی در هر بازه زمانی محاسبه و در خروجی نمایش داده می‌شود. این مدل چند خروجی از قبیل عمق سطح آب، سرعت آب در جهات  $x$  و  $y$  و ماکزیمم غلظت آلودگی در هر بازه زمانی دارد. اما مهم‌ترین خروجی که تحلیل‌ها بر روی آن صورت می‌پذیرد، ماکزیمم غلظت آلودگی شبیه‌سازی شده است که در کلیه بازه‌های زمانی یا بازه‌های زمانی انتخابی نمایش داده می‌شود.

پارامترهای مدل انتقال آلودگی که در این تحقیق تحلیل حساسیت آن‌ها مورد بررسی قرار گرفتند عبارتند از: ضریب مانینگ ( $n$ )، شیب کف در جهت  $x$  ( $S_x$ ) و  $y$  ( $S_y$ ). شیب کف در دو جهت به این دلیل به عنوان پارامتر در نظر گرفته شده است که احتمال وجود خطا در اندازه‌گیری آن زیاد است. برای تعیین عدم قطعیت مدل انتقال آلودگی، از مسئله استاندارد که در مقاله Li and Duffy (2012) آمده بود، استفاده شد. باتوجه به این مقاله و تحقیقات مشابه، محدوده‌هایی برای واسنجی پارامترها در نظر گرفته شده است (Khorashadizadeh *et al.*, 2016) که در جدول (۱) فهرست شده است.

جدول ۱. معرفی پارامترهای مدل انتقال آلودگی

نام اختصاری پارامتر	پارامتر و واحد آن	مقدار پیش فرض	حد پایین	حد بالا
$n$	ضریب مانینگ ( $s/m^{1/3}$ )	۰/۰۱	۰/۰۰۵	۰/۲۵
$S_x$	شیب کف جهت $x$ (بی‌بعد)	۰	۰	۰/۱
$S_y$	شیب کف جهت $y$ (بی‌بعد)	۰	۰	۰/۱

هرکدام از پارامترهای تخمینی را می‌توان وارد واسنجی نمود و برعکس در صورت حساسیت پایین یک پارامتر واسنجی می‌توان با اختصاص یک مقدار ثابت آن را یک پارامتر تخمینی به حساب آورد.

#### روش انجام تحلیل حساسیت منطقه‌ای مدل

در روش جامع تحلیل حساسیت منطقه‌ای، با استفاده از روش نمونه‌گیری تصادفی مربع لاتین از فضای پارامتری مدل نمونه‌گیری می‌شود. به طوری که مجموعه پارامترهای مختلفی به صورت تصادفی تولید شده و سپس بعد از اجرای مدل، خروجی‌های متناسب با آن‌ها مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. مجموعه پارامترهای تولید شده بر اساس مقادیر تابع هدف (معیاری از تفاوت بین خروجی مدل و مقادیر اندازه‌گیری شده) به دست آمده متناظرشان مرتب و به دو دسته مجموعه پارامترهای خوب ( $X_1$ ) و بد ( $X_2$ )، تقسیم می‌شوند (Mertens *et*

انتخاب می‌کند.  $K$  مقدار به دست آمده از  $X_1$  در یک روش تصادفی با  $K$  مقدار  $X_2$  جفت می‌شود. تا زمانی که مجموعه متغیرهای  $KN$  شکل می‌گیرند. بنابراین ماتریس ورودی دارای اندازه  $K$  در  $N$  را می‌سازیم که در آن،  $i$  امین ردیف شامل مقادیر مشخصی از هر یک از  $N$  متغیر ورودی است که برای  $i$  امین اجرای مدل استفاده می‌شود. با استفاده از تکنیک نمونه-گیری مربع لاتین، ابتدا فضای پارامتری به چندین زیربازه (نمونه) دلخواه با طول یکسان افراز می‌شود. سپس نمونه‌گیری تصادفی در هر زیربازه انجام می‌شود. بدین ترتیب با کنار هم قرار دادن مقادیر تصادفی از هر پارامتر، یک سری پارامتر اولیه جهت ورود به مدل انتقال آلودگی به دست می‌آید. عملیات نمونه‌برداری طی ۵۰۰۰ بار تکرار انجام شد. سپس مدل با استفاده از گروه پارامترها (نمونه‌های تولیدشده) و محاسبه مقدار تابع احتمال ۳ بر اساس مقادیر شبیه‌سازی و مشاهداتی اجرا شد. به طوری که سه پارامتر واسنجی از مدل و مقادیر غلظت آلودگی (بر اساس گروه پارامترهای متفاوت) طی ۵۰۰۰ بار تکرار تولید شدند. معیار مورد استفاده در این تحقیق به منظور تقریب اطمینان ناشی از پارامترهای مدل انتقال آلودگی، مجموع مربعات خطا است. پس از آن غلظت‌ها و سری پارامترها بر اساس معیار تشابه مورد استفاده در این تحقیق مرتب شدند و بر اساس معیار تشابه ۲۰ درصد برتر از کل غلظت‌ها و سری پارامترهای تولیدشده به عنوان شبیه‌سازی‌های قابل قبول از بقیه شبیه‌سازی‌ها جدا شده و به عنوان بهترین شبیه‌سازی‌ها در نظر گرفته شدند. مجموعه پارامترهای مربوط به این ۲۰ درصد شبیه‌سازی برتر به عنوان مجموعه پارامترهای خوب (F1) انتخاب شدند.

الگوریتم مربوط به روش تحلیل حساسیت منطقه‌ای، در نرم‌افزار متلب تهیه و به مدل GLUE که آن هم در متلب تهیه شده، متصل می‌گردد. سپس مدل اجرا شده و خروجی آن با توجه به روش شرح داده شده مورد تحلیل قرار می‌گیرد.

در روش تحلیل حساسیت منطقه‌ای، با توجه به شاخص شدت حساسیت (T)، حساسیت پارامترها تعیین می‌شود. در این تحقیق پارامترهایی که مقدار  $T \geq 0.1$  می‌باشد، به عنوان پارامترهایی با حساسیت زیاد،  $0.1 < T < 0.05$ ، حساسیت متوسط و  $0.05 \leq T < 0.01$  حساسیت کم طبقه‌بندی شده‌اند. همچنین به طور کلی در این روش پارامترهایی که آماره T در سطح احتمال ۹۵٪ اطمینان معنی‌دار نباشد، به عنوان پارامترهای غیر حساس تعیین می‌شوند.

al, 2005). سپس تابع توزیع تجمعی<sup>۱</sup> پارامترهای مدل توسط آزمون کولموگروف- اسمیرنوف با یکدیگر مورد مقایسه قرار می‌گیرند:

$$T = \max ( F_1(x) - F_2(x) ) \quad (\text{رابطه } 10)$$

در رابطه فوق  $F_1$  و  $F_2$  تابع توزیع تجمعی مجموعه پارامترهای اول و دوم (خوب و بد) می‌باشند. هر چه میزان آماره T در این آزمون بیشتر باشد، احتمال اینکه دو توزیع متفاوت باشند، بیشتر بوده و نشان‌دهنده حساسیت بیشتر پارامتر مربوطه می‌باشد. همچنین با بررسی آماره آزمون (شاخص T) در سطح احتمال موردنظر (در اینجا ۹۵٪ اطمینان)، می‌توان محدوده موردنظر پارامترها را به لحاظ حساسیت بررسی کرد. در این مطالعه تعداد نمونه‌گیری اولیه پارامترها برابر ۵۰۰۰ انتخاب شد که موجب اطمینان از همگرایی توزیع پارامترها می‌شود. همچنین از معیار مجموع مربعات خطا<sup>۲</sup>، به عنوان تابع هدف استفاده شد.

$$SSE = \sum_{i=1}^n (Q_{obs} - Q_{sim})^2 \quad (\text{رابطه } 11)$$

که در آن  $Q_{obs}$  داده‌های مشاهداتی،  $Q_{sim}$  داده‌های شبیه‌سازی شده و  $n$  تعداد داده‌های مورد مقایسه می‌باشد.

## نتایج و بحث

تحلیل حساسیت پارامترهای مدل بر اساس روش RSA و تولید نمودارهای توزیع پسین پارامترهای خوب

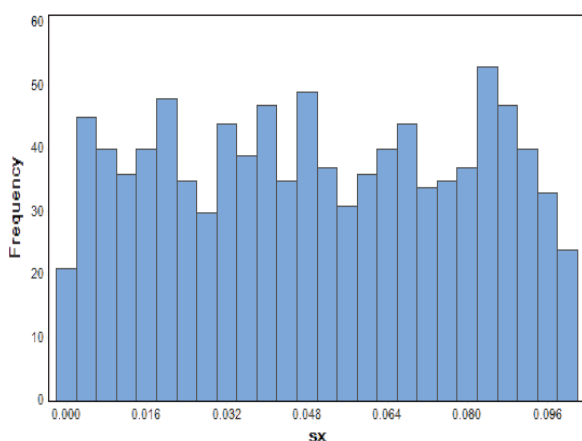
در استفاده از مدل GLUE برای تحلیل عدم قطعیت مدل انتقال آلودگی، پارامترهای ضریب مانینگ ( $n$ )، شیب کف در جهت  $x$  ( $S_x$ ) و  $y$  ( $S_y$ )، واسنجی می‌شوند. در این تحقیق حساسیت پارامترهای مدل توسط روش تحلیل حساسیت منطقه‌ای مورد بررسی قرار می‌گیرد. دامنه تغییرات پارامترها جهت انجام تحلیل حساسیت در جدول (۱) مشخص شده است. پس از تعیین محدوده تغییرات هر یک از پارامترهای واسنجی مدل، نمونه‌برداری از فضای پارامتری صورت پذیرفت.

در روش نمونه‌گیری مربع لاتین یک رویکرد نمونه‌برداری، طبقه‌ای است (در مقایسه با نمونه‌برداری تصادفی در MC) که به طور مؤثری آمار خروجی را تخمین می‌زند. در LHS، توزیع احتمالی از هر متغیر نامشخص به  $K$  فاصله غیر هم تداخل با احتمال یکسان  $1/K$ ، تقسیم‌بندی می‌شود. یک مقدار منفرد با هر فاصله بر طبق توزیع احتمالاتی نمونه‌برداری می‌شود. بنابراین LHS،  $K$  مقدار مختلف از هر  $N$  متغیر  $X_1, \dots, X_n$  را

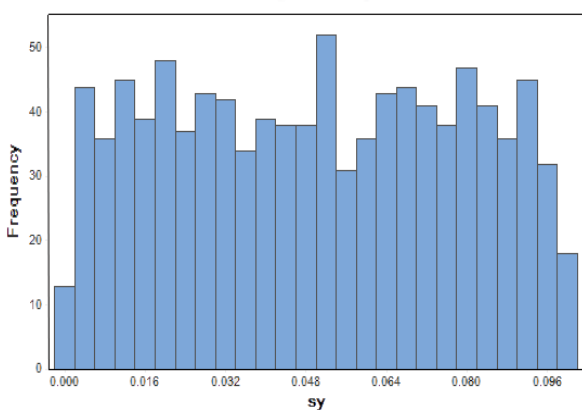
1. Cumulative Distribution Function(CDF)

2. SSE

3. Likelihood function



شکل ۷. نمودار توزیع احتمالاتی مقادیر خوب پارامتر  $S_x$



شکل ۸. نمودار توزیع احتمالاتی مقادیر خوب پارامتر  $S_y$

در شکل‌های (۶-۸) محور افقی نماینده پارامترهای واسنجی مدل و محور عمودی، فراوانی پارامترها می‌باشد. با توجه به این شکل‌ها می‌توان این طور نتیجه‌گیری کرد که پارامترهایی که دارای پراکندگی بالایی حول میانگین می‌باشند از درجه حساسیت کم‌تری برخوردار هستند. هر چه درجه حساسیت یک پارامتر بیشتر باشد قطعاً تأثیر بیشتری بر نتایج خروجی (غلظت شبیه‌سازی شده) خواهد گذاشت. بنابراین برآورد حدود اطمینان برای غلظت آلودگی بایستی با دقت بیشتری صورت پذیرد.

با توجه به توزیع پارامترها، پارامتر  $n$  دارای توزیع پسین دو نمایی می‌باشد، حساسیت زیادی دارد و دارای عدم قطعیت بیشتری است. پارامترهای  $S_x$  و  $S_y$  مشابه هم، به دلیل پراکنش بالای مقادیر، به عنوان پارامترهایی با درجه حساسیت کمتر شناخته شده و عدم قطعیت کمتری دارند.

#### مقایسه محدوده پسین پارامترها

نمودار جعبه‌ای از مهم‌ترین ابزارهایی است که می‌تواند تفاوت رفتاری پارامترها را در محدوده پسین آن‌ها آشکار سازد. این

در جدول (۲)، مقادیر بهینه، میانگین و شاخص  $T$  برای پارامترهای مدل نشان داده شده است. همچنین نتایج تحلیل حساسیت پارامترها، با توجه به شاخص  $T$  در روش RSA به صورت جدول (۳) می‌باشد.

جدول ۲. مقادیر بهینه، میانگین و شاخص  $T$  پارامترهای مدل

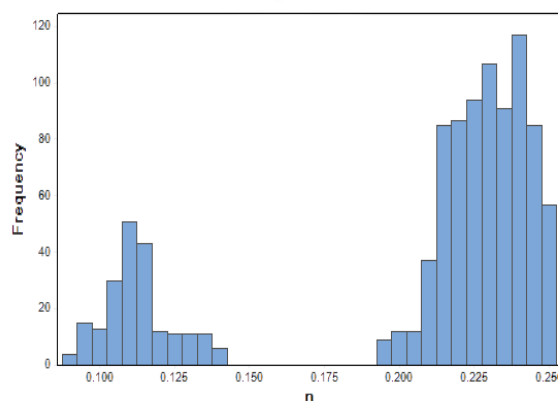
پارامتر	مقدار بهینه	میانگین	شاخص $T$
$n$	۰/۲۴۷۷	۰/۲۰۵۶	۰/۷۴۷۲
$S_x$	۰/۰۱۷۱	۰/۰۵۰۱	۰/۰۲۳۲
$S_y$	۰/۰۷۸۵	۰/۰۴۹۹	۰/۰۱۹۵

جدول ۳. تحلیل حساسیت پارامترهای مدل بر اساس شاخص  $T$

پارامتر	شاخص $T$	حساسیت پارامتر
$n$	۰/۷۴۷۲	حساسیت زیاد
$S_x$	۰/۰۲۳۲	حساسیت کم
$S_y$	۰/۰۱۹۵	حساسیت کم

با توجه به نتایج روش جامع تحلیل حساسیت منطقه‌ای و با استفاده از شاخص  $T$  و استخراج نمودارهای احتمالاتی توزیع پسین پارامترهای خوب و بد، پارامتر ضریب مانینگ به عنوان پارامتر با حساسیت زیاد و تأثیرگذار بر شبیه‌سازی مدل شناخته شد. همچنین پارامترهای  $S_x$  و  $S_y$  به عنوان پارامترهای با حساسیت کم و با تأثیرگذاری کم بر شبیه‌سازی مدل شناخته شد.

تعداد سه پارامتر مدل انتقال آلودگی به منظور ارزیابی عدم قطعیت آن وارد الگوریتم GLUE گردید. نمودارهای توابع پسین پارامترهای خوب (F1) در رخدادهای مرحله واسنجی با استفاده از سری پارامترهای تولید شده که در نرم‌افزار مینی‌تب ایجاد شده در شکل‌های (۶-۸) نمایش داده شده است.



شکل ۹. نمودار توزیع احتمالاتی مقادیر خوب پارامتر  $n$



ضریب تغییرات پارامترهای مدل به همراه میانگین و انحراف معیار و مقادیر بهینه پارامترها به ازای بهترین شبیه‌سازی (کم-ترین مجموع مربعات خطا) در جدول (۴) ارائه شده‌اند. نکته قابل توجه این است که هر چه میزان ضریب تغییرات در یک پارامتر کم‌تر باشد، نشان‌دهنده عدم قطعیت بیش‌تر و حساسیت بالای آن پارامتر بوده که این عدم قطعیت می‌تواند به دلیل عدم قطعیت در داده‌های ورودی و ساختار مدل به دلیل ساده‌سازی فرایندهای واقعی پیچیده باشد. بنابراین مقدار نهایی پارامتر باید با دقت خاصی در نظر گرفته شود.

جدول ۴. مقادیر میانگین، انحراف معیار و ضریب تغییرات پارامترهای مدل

پارامتر	میانگین	انحراف معیار	درصد ضریب تغییرات
$n$	۰/۲۰۵۶	۰/۰۴۸۹	۲۳/۷۸
$S_x$	۰/۰۵۰۱	۰/۰۲۹۲	۵۸/۲۸
$S_y$	۰/۰۴۹۹	۰/۰۲۸۷	۵۷/۵۲

با توجه به جدول (۴) و نتایج بر اساس ضریب تغییرات پارامترها، پارامتر  $n$  برخلاف دو پارامتر دیگر از حساسیت بالاتری برخوردار است و نمی‌توان آن را با مقداری ثابت جایگزین کرد. نتایج مشابه روش ضریب تغییرات با روش جامع تحلیل حساسیت منطقه‌ای، مناسب بودن روش جامع تحلیل حساسیت منطقه‌ای را نشان می‌دهد.

### نتیجه‌گیری

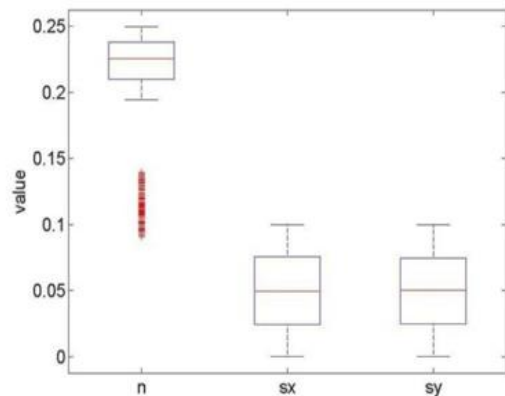
شناخت عدم قطعیت‌ها و حساسیت‌های پارامتری مدل‌های ریاضی، به طراح وسعت دید گسترده‌تری می‌دهد و به تصمیم‌گیرندگان اجازه می‌دهد که با اطلاعات بیشتر و شناخت عمیق‌تری در مورد یک پدیده، تصمیم‌گیری کرده و بازده سیستم را حداکثر کنند.

برای دستیابی به نتایج بهتر در برآورد غلظت آلودگی در آب‌های کم‌عمق و به دست آوردن محدوده قابل اطمینان، به تحلیل عدم قطعیت مدل انتقال آلودگی به روش GLUE پرداخته شد. برای این کار، ۵۰۰۰ تکرار از دامنه عدم قطعیت سه پارامتر واسنجی مدل انتقال آلودگی با استفاده از الگوریتم عدم قطعیت GLUE صورت پذیرفت. برای این منظور از مسئله استاندارد انتقال آلودگی در آب کم‌عمق استفاده شد. با اعمال آستانه قابل‌پذیرش شاخص مجموع مربعات خطا (SSE) بر روی کل شبیه‌سازی‌های حاصل، تعداد ۱۰۰۰ شبیه‌سازی برتر به عنوان شبیه‌سازی‌های کارآمد، قلمداد گردید.

نتیجه اصلی تحقیق به دست آوردن پارامترهای حساس مدل انتقال آلودگی در آب‌های کم‌عمق به روش RSA می‌باشد

نمودارها برای نمایش وضعیت متغیرهای کمی بسیار مناسب می‌باشند، زیرا در رسم آن‌ها، از آماره‌های میانه، چارک‌ها و مقادیر کمینه و بیشینه یک متغیر استفاده می‌شود. مطابق شکل (۹) خطی که از میان جعبه می‌گذرد نشان‌دهنده میانه می‌باشد. پایین و بالای جعبه نماینده چارک‌های اول ( $Q_1$ ) و سوم ( $Q_3$ ) می‌باشد و انتهای خطوطی که از بالا و پایین جعبه ادامه می‌یابند نشان‌دهنده بیشترین و کمترین مقدار می‌باشند که از روابط  $Q_1 + 1.5(Q_3 - Q_1)$  و  $Q_3 - 1.5(Q_3 - Q_1)$  تعیین می‌شوند. در نتیجه مقادیر خارج از این محدوده مقادیر کمتر از کمینه و بیش‌تر از بیشینه به عنوان اعداد پرت شناخته شده و معمولاً در نمودارهای جعبه‌ای با علامت ستاره مشخص می‌شوند (Khorashadizadeh et al., 2016).

با توجه به توضیحات داده شده، نمودار جعبه‌ای برای محدوده پسین پارامترهای مدل با استفاده از دستوری که در نرم‌افزار متلب نوشته شده، برای ۲۰ درصد داده‌های شبیه‌سازی برتر، رسم شده است.



شکل ۹. نمودار جعبه‌ای پارامترها

از نمودار جعبه‌ای پارامترهای این مدل می‌توان به راحتی محدوده پسین قابل‌قبول را برای سه پارامتر مدل، با هم مقایسه کرد. با توجه به محدوده اولیه داده شده قبل از اجرای عدم قطعیت برای هر یک از پارامترها که در جدول (۱) آمده بود، می‌توان نتیجه گرفت که محدوده پسین قابل‌قبول پارامترهای  $S_x$  و  $S_y$  در همان محدوده داده شده اولیه می‌باشد ولی برای پارامتر  $n$  بخشی از محدوده اولیه داده شده، به عنوان محدوده پسین قابل‌قبول به دست آمده است که نشانگر حساسیت بالای این پارامتر می‌باشد.

تحلیل حساسیت پارامترهای مدل بر اساس ضریب تغییرات با مقایسه برخی آماره‌های توزیع پسین به دست آمده می‌تواند در مورد تعیین درجه حساسیت پارامترها اظهار نظر داشت.

شکل توزیع پارامترها مؤید این نکته بود که پارامترهای مدل می‌تواند به ویژگی‌های محیط، هندسه مسئله و شرایط آن مربوط باشد.

مقایسه تحلیل حساسیت پارامترهای مدل بر اساس روش‌های جامع تحلیل حساسیت منطقه‌ای و ضریب تغییرات، نشان‌دهنده کارآمدی مناسب روش جامع RSA برای تحلیل حساسیت پارامترهای مدل‌های ریاضی می‌باشد. بنابراین می‌توان برای تحلیل حساسیت پارامترها و افزایش کارایی مدل‌های دینامیک سیالات محاسباتی از روش جامع تحلیل حساسیت منطقه‌ای (RSA) استفاده نمود.

پیشنهاد می‌شود برای رسیدن به جواب‌های بهتر از روش‌های عددی بدون شبکه، نظیر روش بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین<sup>۱</sup> (که در شبیه‌سازی جریان آب زیرزمینی کارایی مناسبی دارد)، برای شبیه‌سازی انتقال آلودگی در آب‌های کم‌عمق استفاده شود. سپس به تحلیل حساسیت پارامترهای آن پرداخت و نتایج حاصل با نتایج این روش مقایسه گردد. همچنین شبیه‌سازی هم‌زمان انتقال و پخش آلودگی و رسوب در رودخانه پیشنهاد می‌شود.

1- Meshless Local Petrov-Galerkin

## REFERENCES

- Aliparast, M. (2009). Two-dimensional finite volume method for dam-break flow simulation. *International Journal of Sediment Research*, 24(1): 99-107.
- Benkhaldoun, F. (2007). Well-balanced finite volume schemes for pollutant transport on unstructured meshes, *Journal of Computational Physics*, 226, 180-203.
- Beven, K.J and Binley, A. (1993). The future of distributed models: Model calibration and uncertainty prediction. *Hydrological Processes*, 6(3): 279-298.
- Beven, K. J. (2001). Rainfall-Runoff Modeling, The Primer. *John Wiley Pub.*, Chichester, UK.
- Blasone, R. Vrugt, J. Madsen, H. Rosbjerg, D. Robinson, B. Zyvoloski, G. (2008). Generalized likelihood uncertainty estimation (GLUE) using adaptive Markov Chain Monte Carlo sampling, *Advances in Water Resources*, 31(4), 630-648.
- Butts, M. B., Payne, J. T., Kristensen, M. and Madsen, H. (2004). An evaluation of the impact of model structure on hydrological modelling uncertainty for streamflow simulation, *Journal of Hydrology*, 298, 222-241.
- Campbell, E.P., Cox, D.R and Bates, B.C. (1990). A bayesian approach to parameter estimation and pooling in nonlinear flood event models. *Water Resources Research*, 35(1): 83-98.
- Feyereisen, G. W., Strickland, T. C. Bosch, D. D. and Sullivan, D. G. (2007). Evaluation of SWAT manual calibration and input parameter sensitivity in the little river watershed, *Transactions of the ASABE*, 50(3), 843-855.
- Heidari, A., Saghafian, B and Maknoon, R. (2005). Flood Hydrograph Simulation with Uncertainty in Rainfall - Runoff. *Journal of Advanced Materials in Engineering (Esteghlal)*, 23(2): 93-111, (In Farsi).
- Khorashadizadeh, M., Hashemimofared, S.A., Akbarpour, A and Pourrezabilondi, M. (2016). Uncertainty Assessment of Pollution Transport Model Using GLUE Method. *Iranian Journal of Irrigation and Drainage*, 3(10): 284-293, (In Farsi).
- Kucherenko, S., Rodriguez-Fernandez, M., Pantelides, C and Shah, N. (2009). Monte Carlo evaluation of derivative-based global sensitivity measures. *5th International Conference on Sensitivity Analysis of Model Output*. ELSEVIER SCI LTD, 1135-1148.
- Lambert, R., Lemke, F., Kucherenko, S.S., Song, S and Shah, N. (2016). Global sensitivity analysis using sparse high dimensional model representations generated by the group method of data handling. *MATHEMATICS AND COMPUTERS IN SIMULATION*, 42-54.
- Li, S and Duffy, C. (2012). Fully-Coupled Modeling of Shallow Water Flow and pollutant transport on

که از تحلیل بر روی خروجی‌های تحلیل عدم قطعیت بر روی مدل انتقال آلودگی در آب کم‌عمق به دست آمد. تعیین پارامترهای حساس به این دلیل حائز اهمیت است که مشخص گردد خروجی یک مدل چه مقدار به تغییر پارامترها و یا تغییر در ساختار مدل حساس است. از دیگر نتایج این تحقیق این است که روش RSA کارایی بالایی برای این نوع مدل دارد.

نتایج حاصل نشان داد که به منظور دست‌یافتن به این موضوع که چگونه اجزای مختلف مدل (در اینجا پارامترها)، بر نتایج خروجی آن تأثیرگذار است، از روش RSA در تحلیل حساسیت پارامترهای مدل GLUE استفاده شد. زیرا این نتایج برای واسنجی مدل و تحلیل عدم قطعیت آن بسیار مؤثر است. نتایج روش RSA (با استفاده از شاخص T) و استخراج نمودارهای احتمالاتی توزیع پسین پارامترهای خوب، نشان داد که پارامتر  $n$  به عنوان پارامتر با حساسیت زیاد و تأثیرگذار بر شبیه‌سازی مدل شناخته شد که این مسئله لزوم انجام واسنجی و تحلیل عدم قطعیت پارامترهای مدل انتقال آلودگی در رودخانه به روش حجم محدود دوبعدی را دوچندان کرد. همچنین پارامترهای  $(S_x)$  و  $(S_y)$  به عنوان پارامترهایی با حساسیت کم و تأثیرگذاری کم بر شبیه‌سازی مدل شناخته شد.

- Unstructured Grids. *Procedia Enviromental Sciences*. 13, 2098-2121.
- Mertens, J., Madsen, H., Kristensen, M., Jacques, D and Feyen, J. (2005). Sensitivity of soil parameters in unsaturated zone modelling and the relation between effective laboratory and in situ estimates. *Hydrological Processes*, 19, 1611-1633.
- Paik, J. and Park, S. D. (2011). Numerical simulation of flood and debris flows through drainage culvert, *Italian Journal of Engineering Geology and Environment*, 15, 487-493.
- Saltelli, A., Tarantola, S., Campolongo, F and Ratto, M. (2004). Sensitivity Analysis in Practice: A Guide to Assessing Scientific Models. *John Wiley & Sons Ltd*, The Atrium, Southern Gate, Chichester, England.
- Sobol, IM., Tarantola, S., Gatelli, D., Kucherenko, S and Mauntz W. (2007). Estimating the approximation error when fixing unessential factors in global sensitivity analysis, *Reliability Engineering & System Safety*, 957-960.
- Vazquez, M. E. (1999). Improved treatment of source terms in upwind schemes for the shallowwater equations in channels with irregular geometry, *Journal of Computational Physics*, 148, 497-526.
- Xiong, L and O'Connor, K.M. (2008). An empirical method to improve the prediction limits of the GLUE methodology in rainfall-runoff modeling. *Journal of Hydrology*. 349, 115-124.
- Zhang, C., Chu, J and Fu G. (2013). Sobol's sensitivity analysis for a distributed hydrological model of Yichun River Basin. *Journal of Hydrology*. 480, 58-68.

Archive of SID