

تحلیل فراوانی دو متغیره شدت و عمق بارندگی با استفاده از توابع مفصل

(مطالعه موردی: حوزه آبخیز چهل چای، گرگانرود، استان گلستان)

زینب افشاری پور^۱، عبدالرضا بهره مند^۲، محمد عبدالحسینی^{۳*}

تاریخ ارسال: ۱۳۹۶/۰۷/۱۷

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۳/۰۲

چکیده

بارندگی به عنوان ورودی در مدل سازی سیل و طراحی سازه های هیدرولیکی از اهمیت بسزایی برخوردار است. تحلیل فراوانی بارش از جمله وظایف مهم هیدرولوژیست ها و برنامه ریزان منابع آب می باشد. پدیده های هیدرولوژیکی از جمله بارندگی به صورت چند متغیره (شدت- عمق- مدت) هستند، از این رو مدل سازی مشترک از چندین متغیر تصادفی لازم است. با توجه به اهمیت دو متغیر شدت و عمق بارندگی در مدیریت سیلاب و طراحی سازه های هیدرولیکی، در این تحقیق از توابع مفصل برای تحلیل ساختار وابستگی بین این دو متغیر استفاده شد. برای این منظور از ۴۰ سال داده های بارندگی ثبت شده ایستگاه باران سنجی مینودشت واقع بر رودخانه چهل چای حوزه آبخیز گرگانرود استفاده شد. همچنین جهت تعیین ریسک مجاز خراب شدن یک سازه در مقابل بارندگی، دوره بازگشت در حالت یک متغیره با دوره بازگشت دو متغیره بر اساس توابع مفصل منتخب مورد مقایسه قرار گرفت. در این تحقیق بر اساس معیارهای نیکویی برازش، مفصل فرانک منجر به بهترین نتیجه در مدل سازی متغیرهای شدت و عمق بارندگی شد. دوره بازگشت دو متغیره بر اساس مفصل فرانک برآورد گردید که در مقایسه با دوره بازگشت یک متغیره، موجب بهبود در برآورد ریسک مجاز یک سازه می شود. به عنوان مثال، رخداد واقعه ای با مقادیر شدت بارندگی ۳۳/۴۵ میلی متر بر ساعت و عمق بارش ۱۶۸/۶۱ میلی متر برای دوره بازگشت یک متغیره ی ۱۰۰ سال، در دوره بازگشت توأم «یا» برابر ۵۳ سال و در دوره بازگشت توأم «و» برابر ۹۵۴ سال است. مقایسه تحلیل دو متغیره با تحلیل یک متغیره گویای اختلاف مقادیر حاصل از این دو روش است. از آنجا که تحلیل یک متغیره وقایع هیدرولوژیکی به علت عدم در نظر گرفتن تمامی مشخصه های مؤثر در پدیده، تحلیلی جامع و به دور از خطا نخواهد بود، لذا استفاده از تحلیل چند متغیره وقایع هیدرولوژیکی در مطالعات توصیه می شود.

کلمات کلیدی: بارندگی، تحلیل فراوانی دو متغیره، توابع مفصل، دوره بازگشت یک متغیره، دوره بازگشت دو متغیره

^۱ دانش آموخته کارشناسی ارشد گروه آبخیزداری، دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان

Email: zeynab.afsharypour@gmail.com

Email: abdolreza.bahremand@yahoo.com

^۲ دانشیار گروه آبخیزداری، دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان

Email: abd.phd@gmail.com

^۳ استادیار گروه مهندسی آب، دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان* (نویسنده مسئول)

مقدمه

مدیریت حوزه‌های آبخیز نیازمند مطالعات هیدرولوژی از جمله آگاهی از شدت و مقدار بارندگی در هر منطقه است. در سال‌های اخیر خسارت‌های ناشی از سیل در بسیاری از مناطق جهان رشد صعودی داشته است که بارش‌های غیرمترقبه به عنوان یک عامل تهدید کننده در احتمال وقوع سیل محسوب می‌شوند. از این رو پیش‌بینی بارش در مدیریت و هشدار سیل نقش مهمی بر عهده دارد. وقایع هیدرولوژیکی موجود در طبیعت مانند بارندگی، سیلاب، خشکسالی و غیره پدیده‌هایی هستند که با چند متغیر تصادفی مشخص می‌شوند. در بین این وقایع، بارندگی مهم‌ترین عاملی است که به طور مسقیم در چرخه هیدرولوژی دخالت دارد و دارای مشخصاتی از جمله مدت (فاصله زمانی بین شروع و خاتمه هر بارندگی)، شدت (مقدار بارش در واحد زمان) و مقدار (ارتفاع یا عمق آب حاصل از بارندگی در طول مدت بارش) می‌باشد. تعیین متغیرهای بارندگی در احتمالات و یا دوره بازگشت‌های مختلف، در بسیاری از مدل‌های هیدرولوژیکی و فرآیندهای محاسبات کمی و کیفی آب مورد نیاز است به عنوان مثال مهندسی و هیدرولوژیست‌ها به منظور طراحی سازه‌های هیدرولیک (پل‌ها، آبراهه‌های زیرگذری و جاده‌ها، بندها و سیستم‌های زهکشی) نیازمند محاسبه فراوانی و اندازه باران‌های حدی و در نتیجه تولید هیدروگراف‌های سیل می‌باشند (قهрман، ۱۳۸۹). آگاهی از مقادیر سیلاب در طراحی سازه‌های هیدرولوژیکی جهت ذخیره و کنترل آن بسیار مهم می‌باشد. سیلاب طرح براساس رگبار طرح می‌باشد. رگبار طرح دارای دوره بازگشت معینی است که باید شدت آن مشخص شود. در واقع انتخاب دوره بازگشت در هر طرح بستگی به تحلیل‌های اقتصادی و ریسک مجاز برای خراب شدن آن سازه در مقابل بارندگی دارد (علیزاده، ۱۳۹۰). تغییرات بارندگی با زمان را معمولاً در قالب منحنی‌های شدت-مدت-فراوانی (IDF) مورد بررسی قرار می‌دهند، درحالی‌که آگاهی از تغییرات مکانی بارش معمولاً با استفاده از منحنی‌های عمق-سطح-تداوم (DAD) امکان‌پذیر است. این منحنی‌ها جهت پیش‌بینی احتمالات آینده،

تعیین ریسک و بالابردن راندمان طراحی ابزار مفیدی هستند و به عنوان یک مفهوم کلیدی در طراحی سازه‌های هیدرولیکی مطرح می‌شوند (Smithers and Schulze, 2000). Gottschalk (1985) پیشنهاد می‌کند که از روش‌های چندمتغیره در تحلیل فراوانی وقایع هیدرولوژیکی مثل بارندگی استفاده شود چرا که روش‌های چندمتغیره ابزاری بسیار مفید در طبقه‌بندی داده‌های اقلیمی و هیدرولوژیکی هستند. تحلیل فراوانی به صورت چند متغیره با دو روش انجام می‌شود: ۱- استفاده از توزیع‌های آماری چندمتغیره کلاسیک ۲- استفاده از توابع مفصل. تحلیل فراوانی با استفاده از توزیع‌های آماری کلاسیک دارای محدودیت‌های جدی است از جمله: ۱- استفاده از توزیع آماری یکسان برای دو متغیر مورد نظر می‌باشد. به این معنی که با استفاده از این روش‌ها نمی‌توان دو متغیر وابسته که از توزیع‌های مختلفی (مثلاً یکی نرمال و دیگری ویبول) پیروی می‌کنند را مدل کرد. ۲- افزایش تعداد متغیرها در این نوع از توزیع‌ها بر پیچیدگی محاسبات ریاضی می‌افزاید تا جایی که جداسازی رفتار حاشیه‌ای و توأم متغیرها را دشوار خواهد ساخت. ۳- در روش‌های چندمتغیره کلاسیک باید وابستگی بین متغیرها به صورت خطی باشد. بنابراین اشکالاتی بوجود می‌آید که نمی‌تواند با ساختار وابستگی بین متغیرها مطابقت داشته باشد. اما توابع مفصل می‌توانند از این مشکلات جلوگیری کنند (Requena et al., 2013). توابع مفصل اولین بار توسط اسکالر معرفی شدند (Sklar, 1959). Joe (1997) و Nelsen (2006) خانواده‌های مختلف این توابع را که در علوم مختلف بکار می‌رود جمع‌آوری کردند. یک تابع مفصل احتمال مشترک از وقایع را به احتمال حاشیه‌ای هر کدام از وقایع بازمی‌گرداند. بدین ترتیب رفتار حاشیه‌ای متغیرهای تصادفی می‌تواند به طور مستقل از ساختار وابستگی آنها مدل شده و این باعث کاربردی‌تر شدن توابع مفصل می‌شود (Kojadinovic and Yan, 2010). در واقع توابع مفصل مبتنی بر ارتباط و وابستگی غیرخطی بین متغیرها بوده و پیوند دهنده توزیع توأم و توابع حاشیه‌ای است (بهره‌مند و همکاران، ۱۳۹۴). به طور

بعدی بررسی کردند. Aghakouchak et al. (2010) به منظور شبیه‌سازی همبستگی مکانی بارش، توابع مفصل خانواده بیضوی را بکار بردند. نتایج نشان داد که مفصل تی نسبت به مفصل نرمال عملکرد بهتری را جهت شبیه‌سازی بارش‌های حدی دارد. همچنین می‌توان به کاربرد این توابع در زمینه‌های دیگر هیدرولوژی از جمله سیل (Graler et al. 2013, Requena et al. 2013)، خشکسالی (Salvadori, Zhao et al. 2017 and DeMichele, 2014)، جریان کم (عبدالحسینی، ۱۳۹۱) اشاره کرد. همچنین بهره‌مند و همکاران (۱۳۹۴) کاربرد این توابع را در هیدرولوژی استوکاستیک مرور کرده‌اند. هدف از این مطالعه کاربرد توابع مفصل جهت مدل‌سازی ساختار وابستگی بین متغیرهای شدت و عمق بارندگی و تعیین دوره بازگشت‌های دو متغیره (شدت و عمق) بارندگی با استفاده از مفصل منتخب و مقایسه آنها با دوره بازگشت در حالت یک متغیره می‌باشد.

مواد و روش‌ها

حوزه آبخیز چهل‌چای با مساحتی حدود ۲۵۰۰۰ هکتار در شرق استان گلستان در محدوده شهرستان مینودشت قرار گرفته است. مساحت این حوزه آبخیز برابر $۲۵۶۸۰/۵۳$ هکتار می‌باشد و بین ۲۳° تا ۵۵° عرض شمالی ۵۵° طول شرقی و ۳۶° تا ۱۳° عرض شمالی واقع شده است. حداقل ارتفاع از سطح دریا ۱۹۴ متر و حداکثر ارتفاع آن ۲۵۴۷ می‌باشد. میزان متوسط بارندگی سالانه در این منطقه ۷۶۶/۵ میلی متر است. آبراهه‌های اصلی این حوزه با جهت کلی جنوب به شمال نزولات جوی را جمع‌آوری می‌کنند. برای انجام این تحقیق از ۴۰ سال داده‌های بارندگی ایستگاه هیدرومتری مینودشت حوزه آبخیز چهل‌چای استفاده شده است. تحلیل فراوانی بارندگی در مقیاس زمانی روزانه و بر اساس سری حداکثر سالانه انجام شد. برای هر سال، یک واقعه بارندگی انتخاب شد و دو مؤلفه‌ی شدت متوسط و عمق بارندگی متناظر با آن استخراج شد. بنابراین با توجه به طول دوره آماری یک سری

کلی وجود ویژگی‌های زیر در توابع مفصل استفاده از آنها را به روشی موثر در تحلیل وقایع هیدرولوژیک تبدیل کرده است (عبدالحسینی، ۱۳۹۱):

- ۱- توانایی در مدل‌سازی متغیرهایی با رفتار غیر نرمال
- ۲- عدم نیاز به فرض استقلال آماری به عنوان پیش‌نیاز
- ۳- حفظ تکنیک‌های تحلیل یک متغیره‌ی موجود به دلیل عملکرد موثر توابع مفصل
- ۴- وجود چالش‌های ریاضی کمتر در این روش نسبت به روش‌های آماری چند متغیره‌ی موجود
- ۵- تسهیل تولید بردارهای مصنوعی با توزیع حاشیه‌ای و ساختار وابستگی مشخص.

بر این اساس انتظار می‌رود تا توابع مفصل به تدریج در آینده نقش مهم‌تری در مطالعات هیدرولوژی داشته باشند. کاربرد مدل‌سازی با توابع مفصل در هیدرولوژی اولین بار توسط DeMichele and Salvadori (2003) با مدل‌سازی همبستگی متغیرهای شدت و مدت بارش مطرح شد. آنها از داده‌های بارندگی دو ایستگاه باران‌سنجی در لاپرسا (ایتالیا) استفاده کردند. نتایج حاصل از این پژوهش نشان داد که مفصل فرانک از خانواده ارشمیدسی برآزش بهتری را برای ایجاد ساختار وابستگی بین دو متغیر شدت و مدت بارندگی دارد و تغییرات مشترک بین آنها بوسیله وابستگی بین آنها نشان داده شد. همچنین DeMichele and Salvadori (2006) تحلیل بارش را در سطح سه متغیره انجام دادند آنها دوره خشکی بین رویدادهای بارندگی را به عنوان متغیر سوم انتخاب کردند. Zhang and Singh (2006) با هدف استخراج توزیع فراوانی بارش دو متغیره شدت-عمق، شدت-مدت و عمق-مدت با استفاده از توابع مفصل، چهار توابع مفصلی ارشمیدسی را مورد بررسی و مقایسه قرار دادند. نتایج نشان داد که در استفاده از توابع مفصل هیچ شرطی برای متغیرهای بارندگی از لحاظ وابستگی و نرمال بودن آنها وجود ندارد. Grimaldi and Serinaldi (2006) برای مطالعه رفتار بارش‌های حدی، ارتباط بین سه مشخصه بارش شامل عمق بحرانی، عمق کل واقعی و شدت حداکثر بارش‌های نیم ساعته در ۱۰ ایستگاه باران‌سنجی در اومبریا (ایتالیا) را بوسیله یک مفصل سه

و در آن u و v توابع حاشیه‌ای دو متغیر مورد بررسی می‌باشد. برای آگاهی بیشتر در مورد توابع مفصل می‌توان به (Schweizer and Sklar, 1983) مراجعه کرد. برای شناسایی تابع مفصل به بهترین وجه با توجه به مشاهدات لازم است چند خانواده از توابع مفصل وجود داشته باشد. مهم‌ترین توابع مفصل که در این تحقیق مورد استفاده قرار گرفته‌اند در جدول (۱) ارائه شده است.

شامل ۴۰ واقعه بارندگی با دو مولفه‌ی شدت حداکثر و عمق بارندگی متناظر با آن ایجاد گردید.

تعیین توابع توزیع حاشیه‌ای

جهت تحلیل فراوانی به صورت دو متغیره لازم است تا توزیع حاشیه‌ای حاکم بر هر کدام از متغیرهای شدت و عمق بارندگی تعیین شود. برای برآورد پارامترهای توزیع‌های آماری و همچنین آزمون نیکویی برازش برای انتخاب بهترین تابع توزیع حاشیه‌ای از نرم‌افزار EasyFit که بر پایه روش تخمین حداکثر درست‌نمایی (MLE) می‌باشد استفاده شد (حامی کوچه باغی و همکاران، ۱۳۹۵). یک مساله مهم برای برازش داده‌ها توسط یک توزیع، آزمون نیکویی برازش است. در این تحقیق آزمون نیکویی برازش براساس آزمون‌های عددی (کلموگروف- اسمیرینف، کای- اسکوئر و اندرسون- دارلینگ) انجام شد. هر چقدر مقدار آماره آنها کمتر باشد و مقدار P قابل قبولی ($P > 0.05$) داشته باشند نشان‌دهنده برازش بهتر آن توزیع بر روی داده‌های مورد نظر است.

تئوری اسکالر

طبق قضیه اسکالر در حالت وجود دو متغیر x و y اگر $F_{x,y}(x,y)$ یک تابع توزیع احتمالاتی دو متغیره با توابع حاشیه‌ای $F_x(x)$ و $F_y(y)$ باشد، تابع مفصل این توزیع‌های حاشیه‌ای به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$F_{x,y}(x,y) = C(F_x(x), F_y(y)) \quad (1)$$

این قضیه برگشت‌پذیر بوده و اگر $F_x(x)$ و $F_y(y)$ پیوسته باشند، تابع C یکتاست. در صورتی که تابع چگالی احتمال متغیرهای x و y پیوسته باشد و آنها را با $f_x(x)$ و $f_y(y)$ نشان دهیم، تابع چگالی احتمال ترکیب آنها از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$f_{x,y}(x,y) = C(f_x(x), f_y(y)) f_x(x) f_y(y) \quad (2)$$

که در آن C تابع چگالی احتمال تابع مفصل می‌باشد که طبق رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$C(u, v) = \frac{\partial^2 C(u,v)}{\partial u \partial v} \quad (3)$$

جدول (۱): توابع مفصل مورد بررسی در این تحقیق

خانواده مقادیر حادی	$C(u_1, u_2; \theta) = (U_1^{-\theta} + U_2^{-\theta} - 1)^{-1/\theta}$	کلایتون	۱ ۲ ۳
	$C(u_1, u_2; \theta) = -\theta^{-1} \log \left\{ 1 + \frac{(e^{-\theta u_1} - 1)(e^{-\theta u_2} - 1)}{e^{-\theta} - 1} \right\}$	فرانک	
	$C(u, v) = \exp \left\{ -[(-\ln u)^\alpha + (-\ln v)^\alpha]^{1/\alpha} \right\}$	گامبل	
	$C(u, v) = uv \exp \left([(-\ln u)^\alpha + (-\ln v)^\alpha]^{-1/\alpha} \right)$	گلامبوس	
خانواده بیضوی	$C(u, v) = \exp \left(-\hat{u}\Phi - \hat{v}\Phi \left[\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{2} \alpha \log \left(\frac{u}{v} \right) \right] \right)$	هاسلر-ریس	
	$C_{\rho, v}(u, v) = \exp \left(\log(uv) A_{\rho, v} \frac{\log(u)}{\log(uv)} \right)$	t-EV	
خانواده بیضوی	$C(u_1, u_2; \theta_1, \theta_2),$ $= \int_{-\infty}^{t_{\theta_1}^{-1}(u_1)} \int_{-\infty}^{t_{\theta_1}^{-1}(u_2)} \frac{1}{2\pi(1-\theta_2^2)^{1/2}} \times \left\{ 1 + \frac{(s^2 - 2\theta_2 st + t^2)}{v(1-\theta_2^2)} \right\}^{-(\theta_1+2)/2} ds dt$	تی-استیوندت	
	$C(u_1, u_2; \theta) = \Phi_G(\Phi^{-1}(u_1), \Phi^{-1}(u_2); \theta),$ $= \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}\Phi^{-1}(u_1)} \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u_2)} \frac{1}{2\pi(1-\theta^2)^{1/2}} \times \left\{ \frac{-(s^2 - 2\theta)st + t^2}{2(1-\theta^2)} \right\} ds dt$	نرمال	

$$\rho_s = 12 \int_0^1 \int_0^1 (C - u, v) dudv \quad (۵)$$

برآورد پارامتر و آزمون نیکویی برازش توابع مفصل

اگر توزیع حاشیه‌ای هر یک از متغیرها به درستی انتخاب نشده باشد باعث ایجاد اربیی در تخمین پارامتر توابع مفصل می‌شود. بنابراین برای اینکه تخمین پارامتر (θ) تحت تاثیر انتخاب توزیع حاشیه‌ای نباشد در این تحقیق جهت تخمین پارامتر توابع مفصل از روش حداکثر شبه درست‌نمایی استفاده شده است. روش شبه حداکثر درست‌نمایی از جمله روش‌های مبتنی بر رتبه می‌باشد و تخمین پارامتر در آن مستقل از توزیع حاشیه‌ای است. این روش اصلاح کننده روش‌های مرسوم حداکثر درست‌نمایی است که در آن از توزیع حاشیه‌ای تجربی به جای توزیع حاشیه‌ای پارامتری استفاده می‌شود (Requena et al., 2013). تخمین پارامتر با استفاده از روش حداکثر شبه درست‌نمایی بوسیله حداکثر کردن تابع چگالی توأم نسبت به همه

ارزیابی وابستگی اولیه

عملیات مربوط به وابستگی، برای بدست آوردن مقدار کمی وابستگی بین متغیرها ضروری است (Genest and Favre, 2007). در این تحقیق از ضرایب همبستگی رتو اسپیرمن و تاو کندال که بصورت ناپارامتریک و بر اساس رتبه می‌باشند برای تعیین وابستگی اولیه متغیرهای شدت و عمق استفاده شد. ضریب وابستگی تاو کندال متوسط میزان وابستگی درست‌نمایی یک توزیع توأم با تابع مفصل متناظر آن را اندازه‌گیری و بیان می‌کند. حال اگر $(X, Y) \sim H$ و C تابع مفصل متناظر باشد آنگاه رابطه آن به صورت زیر است:

$$\tau_{X, Y} = 4 \int_0^1 \int_0^1 C(u, v) d(u, v) - 1 \quad (۴)$$

در ضریب رتو اسپیرمن به جای استفاده از خود مقادیر از رتبه آنها استفاده می‌شود. ضریب وابستگی رتو اسپیرمن براساس رابطه زیر متوسط فاصله بین تابع مفصل مورد نظر و تابع مفصل استقلال را بیان می‌کند (Nelsen, 2006).

در این رابطه، $I(A)$ شمارنده تعداد دفعات برقراری تابع (A) می‌باشد. تابع مفصل تجربی نقش مهمی در برازش توابع مفصل بر روی داده‌های مشاهداتی دارد. همچنین بر محاسبه مقدار p مربوط به آزمون نیکویی برازش برای انتخاب بهترین تابع مفصل تأکید می‌شود. مقدار p می‌تواند برای طبقه‌بندی توابع مختلف توابع مفصل و پذیرفتن یا رد کردن آنها در تحلیل مورد استفاده قرار گیرد (Salvadori and De Michele, 2011). مقدار تقریبی p با توجه به رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N 1(S_n^k \geq S_n) \quad (7)$$

- معیار اطلاعات آکائیک (AIC) و معیار اطلاعات بیزی (BIC) یا معیار شوآرز:

معیار اطلاعات آکائیک و معیار اطلاعات بیزی به عنوان معیار نیکویی برازش توابع مفصل بر داده‌های مشاهداتی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. معیار اطلاعات آکائیک و معیار اطلاعات بیزی شامل دو بخش می‌باشند: الف) بخشی که عدم برازش را در نظر می‌گیرد. ب) بخشی که عدم اطمینان ناشی شده از تعداد پارامترهای مدل را در نظر می‌گیرد و با استفاده از روابط زیر تعیین می‌شوند (سالاری جزی، ۱۳۹۲):

$$AIC = N \log(MSE) + 2(p) \quad (9)$$

$$BIC = [N \log(MSE) + (p) \times \log(N)] \quad (10)$$

P = تعداد پارامترهای برازش داده شده، MSE میانگین مربعات خطا و N = تعداد مشاهدات می‌باشد. استفاده از ابزارهای گرافیکی نیز یکی دیگر از روش‌های آزمون نیکویی برازش برای انتخاب مناسب‌ترین نوع توابع مفصل می‌باشد. یکی از این ابزارها استفاده از نمودار تابع مفصل تجربی است. در واقع تابع مفصل تجربی برای تعیین ساختار وابستگی داخلی بین متغیرها ابزار مناسبی است. در این روش مقادیر مربوط به تابع مفصل تجربی و مقادیر مربوط به تابع مفصل مورد نظر بر روی یک نمودار رسم می‌شود. روش دوم استفاده از شبیه‌سازی مونت‌کارلو برای ترسیم نمودار گرافیکی می‌باشد. در این روش تعداد ۱۰,۰۰۰ نمونه

پارامترها بدست می‌آید (Cherubini et al., 2004). روش حداکثر شبه درست‌نمایی براساس رتبه و حداکثر سازی تابع درست‌نمایی لگاریتمی به شکل زیر می‌باشد:

$$\ell(\theta) = \sum_{i=1}^n \log \left\{ c_{\theta} \left(\frac{R_i}{n+1}, \frac{S_i}{n+1} \right) \right\} \quad (6)$$

که c_{θ} تابع چگالی احتمال از تابع مفصل G_{θ} می‌باشد. R_i رتبه x_i در میان (x_1, \dots, x_n) و S_i رتبه y_i در میان (y_1, \dots, y_n) می‌باشد. n طول دوره داده‌های مشاهده‌ای می‌باشد. بعد از تخمین پارامتر توابع مفصل جهت بیان ساختار وابستگی بین متغیرهای شدت و عمق بارندگی نوبت به آزمون نیکویی برازش برای انتخاب مناسب‌ترین نوع تابع مفصل می‌رسد. هدف از نیکویی برازش انتخاب مناسب‌ترین تابع مفصلی است که ساختار وابستگی بین متغیرها را به خوبی نشان دهد. ابزارهای گرافیکی و آزمون‌های عددی برای رسیدن به این هدف وجود دارد که با توجه به نتایج حاصل از هر دو روش می‌توان بهترین نوع تابع مفصل را تعیین نمود. دو آزمون عددی در این تحقیق مورد استفاده قرار گرفته است که در ادامه معرفی می‌شوند:

- روش ضرایب در محاسبه مقدار p برای آماره کرامر-ون مایسس (S_n)

این روش که توسط *Kojadinovic and Yan (2009)* ارائه شده است از دقت و کارایی بالایی برخوردار می‌باشد. نتایج نشان می‌دهد که بطور کلی آزمون کرامر-ون مایسس (S_n) که براساس مفصل تجربی است، رفتار مناسبی برای همه مدل‌های توابع مفصل دارد. این روش به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$S_n = \sum_{i=1}^n \left\{ C_n \left(\frac{R_i}{n+1}, \frac{S_i}{n+1} \right) - C_{\theta_n} \left(\frac{R_i}{n+1}, \frac{S_i}{n+1} \right) \right\}^2 \quad (7)$$

و C_n تابع مفصل تجربی (تابع مفصل ناپارامتریک و براساس رتبه) می‌باشد که رابطه آن به صورت زیر است:

$$C_n(u, v) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1 \left(\frac{R_i}{n+1} \leq u, \frac{S_i}{n+1} \leq v \right), u, v \in [0, 1] \quad (8)$$

$$T_{X,Y}^{\wedge} = \frac{\mu}{P(X > x \wedge Y > y)} = \frac{\mu}{1 - F(x) - G(y) + C(F(x), G(y))} \quad (13)$$

$$T_{X,Y}^{\vee} = \frac{\mu}{P(X > x \vee Y > y)} = \frac{\mu}{1 - C(F(x), G(y))} \quad (14)$$

در دوره بازگشت $T_{X,Y}^{\wedge}$ ، متغیرهای تصادفی X و Y هر دو از حد آستانه y و x بیشتر هستند. C تابع مفصل منتخب می‌باشد و به صورت: $C(F(x), G(y)) = P(X > x \boxplus Y > y)$ اما در دوره بازگشت $T_{X,Y}^{\vee}$ یکی از متغیرهای Y یا X از حد آستانه y یا x بیشتر است که در آن C عبارت است از: $C(F(x), G(y)) = P(X > x \boxtimes Y > y)$

μ به معنی فاصله زمانی بین دو رویداد است و برای رویدادهای حداکثر سالانه برابر یک است. x و y مقادیر حد آستانه برای دو متغیر حاشیه‌ای شدت و عمق و $F(x)$ و $G(y)$ مقادیر توابع توزیع تجمعی حاشیه‌ای می‌باشند (Requena et al., 2013).

نتایج و بحث

بعد از تعیین توزیع حاشیه‌ای هر یک از متغیرهای شدت و عمق که نتایج حاصل از نیکویی برازش آنها در جدول (۲) آورده شده است، باید ساختار وابستگی اولیه بین متغیرها تعیین شود زیرا تحلیل وابستگی اولیه داده‌ها در انتخاب اولیه مناسب‌ترین خانواده توابع مفصل می‌تواند مؤثر باشد. بین دو متغیر شدت و عمق بارندگی، مقدار همبستگی براساس ضریب تاو کندال (τ_k) برابر 0.7263 و با توجه به ضریب رتو اسپیرمن (ρ_s) برابر 0.8685 برآورد شد. با توجه به اینکه مقدار همبستگی بین دو متغیر شدت و عمق بارندگی تقریباً نزدیک به یک می‌باشند بنابراین تابع مفصل منتخب می‌تواند از خانواده ارشمیدسی یا مقادیر حدی باشد.

تصادفی با توجه به تابع مفصل مورد نظر تولید شده و به همراه داده‌های مشاهداتی بر روی یک نمودار ترسیم می‌گردد. لازم به ذکر است که با توجه به حجم زیاد محاسبات، در این تحقیق برای انجام تمامی مراحل تحلیل فراوانی بارندگی به صورت دو متغیره از کد نویسی در محیط نرم‌افزار آماری R استفاده شده است.

دوره بازگشت

دوره بازگشت یک رویداد مشخص، به طور کلی در برنامه‌های کاربردی یک معیار مشترک برای اهداف طراحی است و ابزاری ساده و کارآمد برای تحلیل ریسک می‌باشد.

- دوره بازگشت در حالت یک متغیره

برای یک متغیر تصادفی X ، تابع توزیع تجمعی $F_X(x)$ برابر است با مقدار احتمال اینکه متغیر تصادفی X کوچکتر یا مساوی با یک مقدار ممکن x ، $F_X(x) = P(X \leq x)$ باشد. احتمال رخداد بیشتر از x برابر:

$$F_X(x) = 1 - F_X(x) \quad (11)$$

دوره بازگشت یک متغیره T_X برای وقایع $X \geq x$ متوسط فاصله زمانی بین رخداد $X \geq x$ است که معکوس احتمال رخداد بیشتر از x است (Yue and Rasmussen, 2002):

$$T_X = \frac{1}{F'_X(x)} = \frac{1}{1 - F_X(x)} \quad (12)$$

- دوره بازگشت در حالت دو متغیره

در این تحقیق از دوره بازگشت $T_{X,Y}^{\wedge}$ که به آن دوره بازگشت «و» می‌گویند و دوره بازگشت $T_{X,Y}^{\vee}$ که به آن دوره بازگشت «یا» می‌گویند استفاده شده است که به صورت زیر بیان می‌شوند:

جدول (۲): نتایج حاصل از آزمون نیکویی برازش توابع توزیع حاشیه‌ای منتخب

متغیر حاشیه‌ای	شدت	توزیع منتخب	کلموگروف-اسمرینف	کای-اسکوئر	اندرسون-دارلینگ	مقدار P
عمق	مقادیر حدی تعمیم یافته	0.0711	0.05104	0.1314	0.9788	
شدت	و بیول سه پارامتری	0.1033	0.6600	0.3327	0.7476	

نیکویی برازش می‌رسد. مهم‌ترین بخش تحلیل فراوانی چند متغیره با استفاده از توابع مفصل، آزمون نیکویی

بعد از تعیین وابستگی اولیه بین متغیرهای حاشیه‌ای، نوبت به تخمین پارامتر توابع مفصل و انجام آزمون

داده‌های مورد نظر می‌باشد. نتایج حاصل از تخمین پارامتر و نیکویی برازش توابع مفصل در جدول (۳) ارائه شده است.

برازش برای انتخاب بهترین نوع توابع مفصل می‌باشد. هر چقدر مقدار آماره S_n ، معیار اطلاعات آکائیک و معیار اطلاعات بیزی کمتر باشد در صورتی که مقدار p بالای ۰/۰۵ باشد، نشان‌دهنده برازش بهتر آن مفصل بر

جدول (۳): مقادیر پارامتر و نیکویی برازش توابع مفصل

تابع مفصل	تخمین پارامتر			آزمون نیکویی برازش		
	پارامتر	روش حداکثر شیب درست‌نمایی	معیار آکائیک	معیار بیزی	آماره S_n	مقدار p
گامبل	θ	۲/۷۸۰۰	-۴۳/۳۹۱	-۴۱/۷۰۲۱	۰/۰۵۲۱	۰/۰۱۶۴
فرانک	θ	۱۱/۶۹۵۱	-۵۴/۱۱۲۶	-۵۲/۴۲۳۸	۰/۰۲۶۶	۰/۰۸۳۴
کلاتون	θ	۴/۳۸۰۹	-۶۲/۸۳۴۸	-۶۱/۱۴۵۹	۰/۰۳۲۷	۰/۰۴۳۵
گالامبوس	θ	۲/۰۲۷۳۰	-۴۲/۹۴۹۶	-۴۱/۲۶۰۷	۰/۰۵۴۸	۰/۰۱۴۴
هاسلر-ریس	θ	۲/۴۸۴۹	-۴۲/۰۱۶۲	-۴۰/۳۲۷۳	۰/۰۶۵۴	۰/۰۱۲۴
t-EV	θ	۰/۹۴۳۹	-۴۳/۱۱۵۹	-۴۱/۴۲۷	۰/۰۵۱۱	۰/۰۱۲۵
نرمال	θ	۰/۸۸۵۰	-۵۳/۸۱۳	-۵۲/۱۲۴۱	۰/۰۲۹۶	۰/۰۶۵۴
تی	θ	۰/۸۸۹۱	-۵۳/۲۸۹۲	-۵۳/۲۸۹۲	۰/۰۲۷۶	۰/۰۰۴۳

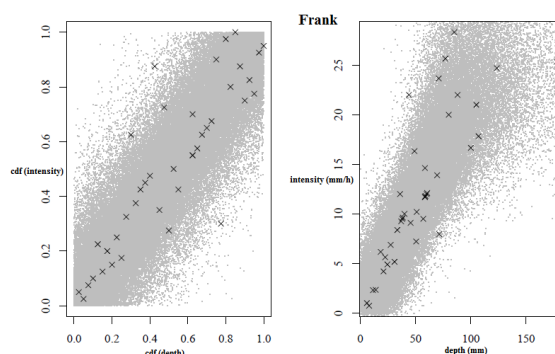
مونت کارلو با توجه به تابع مفصل مورد نظر بر روی نمودار ترسیم شده‌اند که در سمت چپ این شکل‌ها آورده شده است. در شکل ۲ که مربوط به تابع مفصل تجربی می‌باشد، هر چه نقاط به خط ۴۵ درجه نزدیک‌تر باشد نشان‌دهنده برازش بهتر آن تابع مفصل بر داده‌ها می‌باشد. تابع مفصل مناسب است که مقادیر آن کمترین اختلاف را با مقادیر حاصل از تابع مفصل تجربی داشته باشد. با تحلیل این نمودارها و مقادیر آماره بدست آمده از معیارهای نیکویی براش می‌توان مناسب‌ترین تابع مفصل برازش داده شده بر روی داده‌ها را جهت تعیین وابستگی بین متغیرهای حاشیه‌ای تعیین نمود

در واقع تأیید نهایی برای انتخاب مناسب‌ترین نوع توابع مفصل با استفاده از ابزارهای گرافیکی صورت می‌گیرد. برای جلوگیری از ارائه حجم زیادی از تصاویر در اینجا فقط نمودارهای مربوط به شبیه‌سازی مونت کارلو و نمودار تابع مفصل تجربی مربوط به تابع مفصل فرانک ارائه می‌شود. همانطور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود، نقاط \times نشان‌دهنده داده‌های مشاهداتی و هاله ابر مانند نشان‌دهنده نقاط شبیه‌سازی شده می‌باشد که در سمت راست این شکل‌ها آورده شده است. همچنین مقادیر احتمال تجمعی تجربی داده‌ها و مقادیر احتمال تجمعی ۱۰،۰۰۰ داده شبیه‌سازی شده به روش

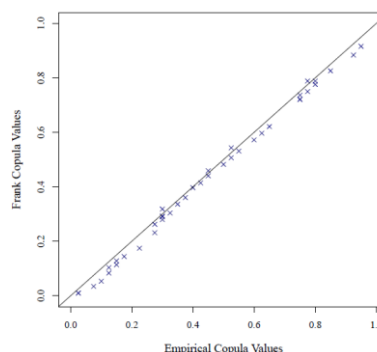
مربوط به خانواده ارشمیدسی است، وابستگی مثبت بین متغیرهای شدت و عمق بارندگی را در دنباله پایین نشان می‌دهد.

تعیین دوره بازگشت

برای تحلیل فراوانی یک متغیره، ابتدا مقدار کوانتایل مربوط به دوره بازگشت‌های ۵۰، ۱۰۰، ۲۰۰، ۵۰۰ و ۱۰۰۰ سال مربوط به متغیرهای حاشیه‌ای شدت و عمق بارندگی با توجه به توزیع حاشیه‌ای منتخب برای هر یک از متغیرها محاسبه شد. جهت تحلیل فراوانی بارندگی به صورت دو متغیره از دوره بازگشت «یا» و دوره بازگشت «و» استفاده شد. لازم به ذکر است که حد آستانه در محاسبه دوره بازگشت دو متغیره برای هر یک از متغیرهای شدت و عمق برابر مقدار کوانتایل مربوط به دوره بازگشت‌های مختلف در حالت یک متغیره می‌باشد. دوره بازگشت‌های یک متغیره، دو متغیره و مقدار کوانتایل مربوط به آنها در جدول (۴) آورده شده است. همچنین با توجه به نمودارهای دوره بازگشت که در شکل‌های ۳ و ۴ ارائه شده است، امکان قرائت مقادیر مختلف متغیرهای شدت و عمق در دوره بازگشت‌های مختلف فراهم شده است. همینطور اثر اوج گرفتن ناگهانی رویه‌ها به صورت نزدیک شدن خطوط دوره بازگشت در دوره بازگشت‌های بالاتر دیده می‌شود.



شکل (۱): نمودار شبیه‌سازی شده مربوط به تابع مفصل فرانک

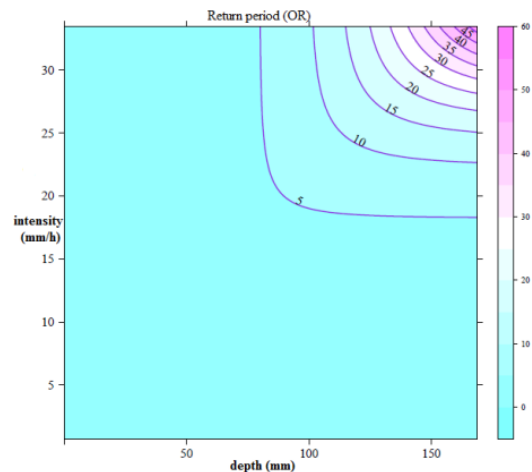


شکل (۲): نمودار تابع مفصل تجربی

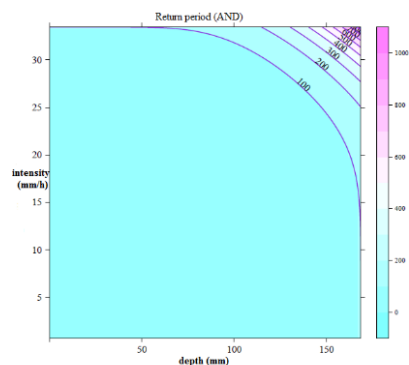
با توجه به نتایج بدست آمده از آزمون نیکویی برازش به صورت عددی و گرافیکی، تابع مفصل فرانک بهترین برازش را در بین توابع دیگر دارد. زیرا مقدار p بالاتر از 0.05 می‌باشد و مقدار آماره‌های S_n معیار اطلاعات آکائیک و معیار اطلاعات بیزی از کمترین مقدار در بین توابع مفصل دیگر برخوردار است. تابع مفصل فرانک که

جدول (۴) مقادیر دوره بازگشت‌های مختلف و کوانتایل مربوط به آنها

مقدار کوانتایل عمق بارندگی (mm)	مقدار کوانتایل شدت بارندگی (mm/hr)	تابع مفصل فرانک		دوره بازگشت یک متغیره
		دوره بازگشت «و»	دوره بازگشت «یا»	
۱۴۸/۰۳	۳۰/۴۶۷	۲۶۳	۲۸	۵۰
۱۶۸/۶۱	۳۳/۴۵۵	۹۵۴	۵۳	۱۰۰
۱۸۹/۴۸	۳۶/۲۵۴	۳۶۱۹	۱۰۳	۲۰۰
۲۱۷/۵۹	۳۹/۷۲۲	۲۱۸۸۲	۲۵۳	۵۰۰
۲۳۹/۲۶	۴۲/۲	۸۶۲۰۷	۵۰۳	۱۰۰۰



شکل (۳) نمودار کنتوری دوره بازگشت «یا» مربوط به تابع مفصل فرانک



شکل (۴) نمودار کنتوری دوره بازگشت «و» مربوط به تابع مفصل فرانک

دوره بازگشت «یا» نسبت به دوره بازگشت در حالت یک متغیره کمتر می شود. چنانچه بخواهیم در حالت «یا» به دوره بازگشت برابر با حالت یک متغیره برسیم، مقدار کوانتایل شدت و عمق، بیشتر از مقدار کوانتایل مربوط به شدت و عمق در حالت یک متغیره می شود. با افزایش مقدار کوانتایل در این حالت، ضریب اطمینان نسبت به حالت یک متغیره و حالتی که دوره بازگشت «و» باشد بیشتر می شود. اگر چه طراحی سازه از نظر اقتصادی مقرون به صرفه نیست اما برای پروژه هایی که خسارت جانی و مالی مهم تر از مسائل اقتصادی باشد، دوره بازگشت «یا» مطرح می شود. در دوره بازگشت دو متغیره حالت «و» در هر واقعه بارندگی باید هر دو پارامتر شدت و عمق از حد آستانه مورد نظر بیشتر شود

همان طور که در جدول (۴) مشاهده می شود بین دوره بازگشت های یک متغیره و دوره بازگشت های دو متغیره حالت «یا» و «و» تفاوت وجود دارد. دوره بازگشت دو متغیره در حالت «یا» مقدار کمتری نسبت به دوره بازگشت در حالت یک متغیره و همین طور نسبت به حالت «و» دارد. دوره بازگشت در حالت دو متغیره «و» نسبت به دوره بازگشت در حالت یک متغیره و حالت «یا» مقدار بیشتری دارد. در دوره بازگشت دو متغیره «یا» در هر واقعه بارندگی باید یکی از دو پارامتر شدت و عمق از حد آستانه مورد نظر بیشتر باشد. بنابراین تعداد وقایعی که بالاتر از حد آستانه باشند بیشتر است و در نتیجه احتمال وقوع آن بیشتر می شود. با توجه به رابطه معکوسی که دوره بازگشت با احتمال دارد، مقدار

می‌باشد. تحلیل دو متغیره بارندگی با استفاده از توابع مفصل می‌تواند منجر به دستیابی اطلاعات و تحلیل‌های ارزشمندی در برنامه ریزی‌های هیدرولوژیکی گردد. تحلیل تک متغیره تنها یک عدد را به ازای هر دوره بازگشت در اختیار می‌دهد ولی تحلیل دو متغیره مقادیری را برای هر متغیر شدت و عمق بارندگی در دوره بازگشت مورد نظر در اختیار قرار می‌دهد که نشان دهنده در نظر گرفتن اثر متقابل متغیرهای وابسته بارندگی در تحلیل بارندگی است. بنابراین دوره بازگشت‌های دو متغیره بارندگی می‌توانند در تحلیل ریسک، مدیریت و هشدار سیل و طراحی سازه‌های هیدرولیکی ارزشمند باشند. نتایج حاصل از این پژوهش نشان داد که تابع مفصل فرانک برازش بهتری را نسبت به بقیه توابع مفصل جهت تعیین ساختار وابستگی بین متغیرهای شدت و عمق بارندگی دارد. همچنین دوره بازگشت‌های دو متغیره براساس تابع مفصل فرانک برآورد گردید که در مقایسه با دوره بازگشت یک متغیره دارای دقت بیشتری در زمینه تحلیل‌های اقتصادی و برآورد ریسک مجاز شکست یک سازه در مقابل بارندگی است. در پایان پیشنهاد می‌شود جهت تحلیل ریسک که به دوره بازگشت یا احتمال وقوع نیاز است و همچنین برنامه‌ریزی‌های هیدرولوژیکی و طراحی سازه‌های آبی از نتایج حاصل از تحلیل چند متغیره بارندگی با استفاده از توابع مفصل که دارای کارایی و انعطاف پذیری بالای است استفاده شود.

که احتمال وقوع چنین حالتی کم است. در نتیجه مقدار دوره بازگشت در این حالت بیشتر از حالت یک متغیره می‌شود. اگر بخواهیم از دوره بازگشت دو متغیره «و» به دوره بازگشت یک متغیره برسیم، مقدار کوانتایل شدت و عمق کمتر از مقدار کوانتایل شدت و عمق در حالت یک متغیره می‌شود. با کاهش مقدار کوانتایل ریسک بالاتر می‌رود زیرا احتمال وقوع بارندگی که شدت و عمق هر دو از حد آستانه بیشتر باشد کم است. اما از نظر اقتصادی مقرون به صرفه می‌باشد. بنابراین در پروژه‌هایی که هزینه ساخت سازه در الویت است دوره بازگشت در حالت «و» مطرح می‌شود.

نتیجه‌گیری

پدیده‌های هیدرولوژیکی اغلب چند بعدی هستند از این رو به مدلسازی مشترک از چندین متغیر تصادفی نیاز دارند. بر این اساس تحلیل تک متغیره باید به تحلیل چند متغیره تعمیم داده شود. در تحلیل چند متغیره براساس توزیع‌های کلاسیک نمی‌توان دو متغیره وابسته به هم که از توزیع‌های حاشیه‌ای متفاوتی پیروی می‌کنند را مدل کرد. این در حالی است که در بیشتر موارد متغیرهای مربوط به یک پدیده از توزیع‌های حاشیه‌ای متفاوتی پیروی می‌کنند بنابراین اشکالاتی بوجود می‌آید که نمی‌تواند با ساختار وابستگی بین متغیرها مطابقت داشته باشد. جهت رفع این مشکلات استفاده از توابع مفصل راهکاری مناسب و کاربردی

منابع

- بهره‌مند، ع.، غ. تیموری، م. صمدی، ح. کورنژاد، آ. الوندی، ا. هروی، ح. بهرامی، م. تاجیکی، و م. دشتی. ۱۳۹۴. مروری بر توابع کاپولا در علم هیدرولوژی، نشریه حفاظت و بهره‌برداری از منابع طبیعی، ۴ (۲).
- حامی کوچه باغی، م.، ناظمی، ا.ح.، اشرف صدرالدینی، ع.، دلیر حسین‌نیا، ۱۳۹۵. محاسبه تبخیر- تعرق مرجع بر مبنای تحلیل آماری دمای هوا (مطالعه موردی: منطقه تبریز). نشریه دانش آب و خاک. ۲۶ (۲). ص ۳۱-۵۴.
- سالاری جزی، م.، آخوندعلی، م.ع.، ادیب، آ. و ع. دانشخواه. ۱۳۹۲. تحلیل فراوانی سیلاب دو متغیره با استفاده از توابع مفصل، علوم و مهندسی آبیاری (مجله علمی کشاورزی)، ۳۷ (۴).

عبدالحسینی، م. ۱۳۹۱. کاربرد کوپلا در تحلیل فراوانی چند متغیره‌ی جریان‌های کم و ارزیابی رگرسیون کوپلایی به منظور استفاده در تحلیل متغیره‌های غیر مستقل. رساله دکتری. دانشگاه صنعتی اصفهان. دانشکده کشاورزی. ۲۳۲ ص.

علیزاده، ا. ۱۳۹۰. اصول هیدرولوژی کاربردی، چاپ سی و سوم، انتشارات دانشگاه امام رضا، ۱۵۸-۲۲۱.

قهرمان، ب.، ح. شامکوئیان، ک. داوری. ۱۳۸۹. استخراج معادلات منطقه‌ای مقدار-مدت- فراوانی بارش با استفاده از تئوری گشتاورهای خطی (مطالعه موردی: استان‌های خراسان). مجله آبیاری زهکشی ایران. ۴ (۱).

AghaKouchak, A., A. Bardossy and E. Habib. 2010. Conditional simulation of remotely sensed rainfall data using a non-Gaussian v-transformed Copula, *Advances in Water Resources*, 33(6), 624-634.

Cherubini, U., E. Luciano, and W. Vecchiato. 2004. *Copula Methods in Finance*, John Wiley, Sons Ltd, England. 310p.

De Michele, C., and G. Salvadori. 2003. A Generalized Pareto intensity-duration model of storm rainfall exploiting Copulas. *J. Geophys. Res.*, 108(D2): 1-11.

Genest, C., and A.C. Favre, 2007. Everything you always wanted to know about Copula modeling but were afraid to ask. *J. Hydrol. Eng.*, 12(4): 347- 368.

Gottschalk, L. 1985. Hydrological regionalization of Sweden. *Hydrological Sciences Journal*. 30:65-83.

Graler, B., M. J. Van den Berg., S. Vandenberghe, A. Petroselli, S. Grimaldi, B. De Baets., and N.E.C. Verhoest. 2013. Multivariate return periods in hydrology: a critical and practical review focusing on synthetic desing hydrograph estimation, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 17: 1281-1296, doi: 10.5194/hess-17-1281-2013.

Grimaldi, S. and F. Serinaldi. 2006. Design hyetographs analysis with 3- Copula function, *Hydrolog. Sci. J.*, 51(2):223-238.

Joe, H. 1997. *Multivariate models and dependence concepts*. Chapman and Hall, London.

Kojadinovic, I. and J. Yan, 2009. Package Copula. Version 0.9-7, May 28, 2010. Available in: <http://cran.r-project.org/web/packages/copula/coupla.pdf>. Access in Feb 1, 2011.

Kojadinovic, I. and J. Yan, 2010. Modeling Multivariate Distributions with Continuous Margins Using the copula R Package. *J. Statistical Soft.* 34(9): 1-20.

Nelsen, R. 2006. *An introduction to copulas*. Springer, New York, second edition. Lecture notes in statistics.

Requena, A.I., Mediero, L. and Garrote, L. 2013. A bivariate return period based on copulas for hydrologic dam design: accounting for reservoir routing in risk estimation. *J. Hydrol. Earth Syst. Sci.* 17: 3023–3038.

Salvadori, G. and C. DeMichele. 2011. Estimating strategies for multiparameter Multivariate Extreme Value copulas. *J. Hydrol. Earth Syst. Sci.* 15, 141–150, doi: 10.5194/hess-15-141-2011.

- Salvadori, G. and C. DeMichele. 2014. Multivariate real-time assessment of droughts via Copula-based multi-site Hazard Trajectories and Fans, *Journal of Hydrolog*, 526:101-115.
- Salvadori, G. and C. DeMichele. 2006. Statistical characterization of temporal structure of storms, *Advances in Water Resources*, 29(6): 827-842.
- Sklar, A., 1959. Fonction de re'partition a'n dimensions et leurs marges. [Distribution functions, dimensions and margins]. Publications of the Institute of Statistics, University of Paris, Paris, pp. 229–231. (In French).
- Smithers, J.C. and R.E. Schulze. 2000. A methology South Africa using a regional approach based on L-moments. *J. Hydrol.*, 241, 42-52.
- Yue, S., P, Rasmussen. 2002. Bivariate frequency analysis: discussion of some useful concepts in hydrological applications. *Hydrol. Process*, 16: 2881-2898.
- Zhang, J., Z, Ding, J, You. 2014. The joint probability distribution of runoff and sediment and its change characteristics with multi - time scales. *J. Hydrol. Hydromech.* 62(3): 218-225.
- Zhang, L. and V.P. Singh. 2006. Bivariate rainfall frequency distributions using Archimedean Copulas, *Journal of Hydrology*, 332:93-109.
- Zhao, P., Lu, H., Fu, G., Zhu, Y., Su, J., Wang, J. 2017. Uncertainty of Hydrological Drought Characteristics with Copula functions and probability Distributions: A Case Study of Weihe River, China. *Water* 2017, 9, 334; doi 10.3390/w905.

Bivariate frequency analysis of rainfall intensity and depth using copula functions (Case study: Chehelchai Watershed, GorganRood, Golestan)

Z. Afsharipour¹, A. Bahremand², M. Abdolhosseini^{3*}

Abstract

Rainfall as an input factor for flood modeling and design of hydraulic structures has great importance. Rainfall frequency analysis is a major task for water resources planners and hydrologists. Considering this fact that hydrological phenomena including rainfall are multivariate (intensity-depth-duration) terms, joint modeling of several random variables would be required. Considering the importance of two rainfall characteristics including intensity and depth in flood management and design of hydraulic structures, in this research, copula function was used for the analysis of dependency structure of these two variables. For this purpose, 40 years recorded rainfall data in Minoodasht hydrometry station located on Chehelchay River in Gorganrood watershed was used. In order to determine the allowable risk of structure failure against rainfall, its univariate return period was compared with estimated joint return period through selected copula. In this study, Frank copula led to the best results in bivariate modeling of rainfall intensity and depth, according to goodness of fit tests. Associated return period was estimated by Frank copula to improve allowable structural risk estimation in comparison to univariate return period. For example, an incident with the intensity of rainfall equal to 45.43 mm/h and its depth of 168.61 mm for 100 years' univariate return period is 53 years in "or" case and 954 years in "and" case for bivariate joint return period. Comparison of bivariate analysis with univariate analysis indicates the difference the outcome of these tow methods. As due to the lack of consideration of all effective features in the phenomenon, the univariate analysis of hydrological events would not be a comprehensive analysis, therefore, the multivariate analysis of hydrological events is recommended.

Keywords: Rainfall, bivariate frequency analysis, copula, univariate return period, bivariate return period

¹ MSc Graduated of Watershed Management, Department of Watershed Engineering, Gorgan University of Agricultural Sciences and Natural Resources. Email: zeynab.afsharypour@gmail.com

² Associate Prof., Department of Watershed Management, Gorgan University of Agricultural Sciences and Natural Resources. Gorgan, Iran. Email: abdolreza.bahremand@yahoo.com

³ Assistant Prof., Department of Water Engineering, Gorgan University of Agricultural Sciences and Natural Resources, Gorgan, Iran.* (Corresponding Author) Email: abd.phd@gmail.com