

تصحیح دبی حداکثر سالانه بر اساس انتخاب مناسب‌ترین تابع توزیع احتمال در جنوب ایران

حسین صادقی مزیدی^۱، ام‌البنین بذرافشان^{۲*}، عبدالرضا بهره‌مند^۳، آرش ملکیان^۴

۱. دانشجوی دکتری، گروه مرتع و آبخیزداری، دانشکده کشاورزی و منابع طبیعی، دانشگاه هرمزگان، بندرعباس

۲. استادیار، گروه مرتع و آبخیزداری، دانشکده کشاورزی و منابع طبیعی، دانشگاه هرمزگان، بندرعباس

۳. دانشیار، گروه مرتع و آبخیزداری، دانشکده منابع طبیعی، دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان، گرگان

۴. دانشیار، گروه مرتع و آبخیزداری، پردیس کشاورزی و منابع طبیعی، دانشگاه تهران، کرج

(تاریخ دریافت ۱۳۹۶/۰۲/۲۶؛ تاریخ تصویب ۱۳۹۶/۰۳/۳۰)

چکیده

پژوهش حاضر با هدف انتخاب بهترین تابع توزیع آماری برای دبی‌های حداکثر سالانه در استان‌های جنوبی کشور ایران (سیستان و بلوچستان، فارس، کرمان، بوشهر و هرمزگان) از داده‌های روزانه دبی ۱۰۸ ایستگاه هیدرومتری (طول دوره آماری ۱۳۶۲-۱۳۹۱) استفاده و داده‌های یادشده با ۶۵ تابع توزیع آماری موجود برازش داده شد و پس از انجام آزمون‌های نکویی برازش با استفاده از محاسبات آماری، بهترین تابع توزیع آماری برای دبی‌های حداکثر سالانه تعیین شد و در نهایت مقادیر بزرگی دبی با دوره بازگشت‌های مختلف محاسبه و با نتایج به‌دست‌آمده از توابع توزیع مرسوم شامل لوگ پیرسون سه‌پارامتره، لوگ نرمال سه‌پارامتره و توزیع ویکبای مقایسه شد. نتایج نشان داد در همه استان‌های جنوبی کشور، تابع توزیع ویکبای با ۴۳/۲ درصد رتبه اول، تابع توزیع لوگ پیرسون سه‌پارامتره با فراوانی ۱۳/۶ درصد رتبه دوم و توزیع آماری لوگ نرمال سه‌پارامتره با فراوانی ۶/۵ درصد رتبه سوم بهترین توزیع آماری را به خود اختصاص داده‌اند. شاخص میانگین خطای اریب (MBE) در برآورد دبی حداکثر سالانه نشان داد در دوره بازگشت‌های ۲، ۵ و ۱۰ ساله توزیع آماری ویکبای و در دوره بازگشت‌های ۲۵، ۵۰ و ۱۰۰ ساله توزیع آماری لوگ پیرسون سه‌پارامتره برآورد بهتری داشته است. همچنین با مقایسه شاخص جذر میانگین مربع خطا (RMSE) و متوسط قدر مطلق درصد خطا (MAPE) در دو توزیع آماری ویکبای و لوگ پیرسون سه‌پارامتره مشخص شد که در دوره بازگشت‌های مختلف، توزیع آماری ویکبای برآورد بهتری از لحاظ این شاخص داشته است. بنابراین، در مناطق جنوبی کشور، کاربرد توزیع ویکبای در تحلیل فراوانی وقوع سیلاب به‌منظور پیش‌بینی دقیق‌تر مقادیر دبی حداکثر سالانه در دوره بازگشت‌های مختلف، می‌تواند راهگشا باشد.

کلیدواژگان: آزمون‌های نکویی برازش، تابع توزیع آماری ویکبای، تابع توزیع لوگ پیرسون سه‌پارامتره، دبی حداکثر سالانه.

مقدمه

از بین مخاطرات طبیعی، سیلاب بزرگ‌ترین و گسترده‌ترین آنها است که سبب خسارت و نابودی فراوانی می‌شود [۱]. ویژگی‌های وقوع این پدیده در ایران نیز شناخته شده است. به‌بیانی طی نیم قرن اخیر از نظر تعداد، حجم و خسارت، روند افزایشی داشته است. طی چهل سال گذشته بیش از ۳۷۰۰ سیل مهم در کشور ثبت شده است که ۵۲ درصد آن مربوط به ۱۰ سال اخیر است. تعداد سیل طی دوره ۱۳۷۰-۱۳۸۰ حدود پنج برابر دوره ۱۳۳۰-۱۳۴۰ بوده است [۲]. هرگونه طرح و برنامه‌ریزی که در حوضه‌های آبخیز صورت می‌گیرد، باید بر اساس تجزیه و تحلیل داده‌ها و اطلاعات مربوط با هیدرولوژی آن حوضه باشد. با تجزیه و تحلیل داده‌های هیدرولوژی که در گذشته اتفاق افتاده و اندازه‌گیری شده است، می‌توان به نتایجی رسید که اگر آن را برای آینده تعمیم دهیم، تصمیم‌گیری یا پیش‌بینی رفتار حوضه را ساده خواهد ساخت و به روند وقایعی پی برد که در آینده اتفاق خواهد افتاد [۳]. بنابراین، پیش‌بینی چگونگی وقوع یک متغیر در آینده به تجزیه و تحلیل داده‌های آن متغیر در گذشته بستگی دارد [۴]. هدف اولیه تحلیل فراوانی، ارتباط داده بزرگی رویدادهای حدى به فراوانی رخداد آنها از راه بهره‌گیری از توزیع‌های آماری است [۵]. درواقع تحلیل فراوانی، برآورد این مسئله است که چگونه یک رخداد خاص اتفاق خواهد افتاد. در هیدرولوژی توزیع‌های احتمالی بسیاری وجود دارد که کافی است داده‌های مد نظر را با یکی از توابع توزیع ثنوری برازش بدسیم و اگر نکویی برازش ثابت شد، با حل ثنوری معادله توزیع، مقدار متغیر را به ازای احتمالات مختلف به دست آوریم. مطالعه، تجزیه و تحلیل و محاسبات هیدرولوژیکی به‌منظور برنامه‌ریزی و اجرای عملیات مهندسی آب و آبخیزداری در کشوری نظیر ایران با توجه به موقعیت جغرافیایی و عوامل اکولوژیکی، بسیار اهمیت دارد. به‌طوری که اجرای هرگونه فعالیت‌های مهندسی در زمینه بهره‌برداری اصولی و علمی از منابع آب و کنترل هرزآب‌های سطحی و سیلاب‌ها بدون مطالعه دقیق و شناخت خوب خصوصیات هیدرولوژیکی منطقه غیرممکن است [۶].

اساسی‌ترین اطلاعات مورد نیاز برای پیش‌بینی سیل، استفاده از اطلاعات ثبت‌شده سیل‌های قدیمی و تجزیه و

تحلیل آنهاست [۷]. در دسترس بودن داده‌ها یکی از جنبه‌های مهم تحلیل فراوانی است. برآورد احتمال رخداد سیلاب‌های حدى در واقع یک برون‌یابی براساس داده‌های موجود است. بنابراین هرچه داده‌های پایه بیشتر باشد، صحت برآورد بیشتر خواهد شد [۸]. متداول‌ترین توزیع‌های استفاده‌شده در هیدرولوژی برای داده‌های پیوسته روش‌های نرمال^۱، پیرسون سه‌پارامتره^۲، لوگ پیرسون سه‌پارامتره^۳ و گمبل یا مقادیر حدى نوع یک^۴ است [۹] تا کنون تحقیقات مختلفی در زمینه برآورد بهترین توزیع آماری برای بررسی دبی‌های حداکثر سالانه صورت گرفته است. در ایران در منطقه البرز مرکزی [۱۰] در حوضه‌های آبخیز البرز شمالی [۱۱] در شمال خراسان [۱۲]، در فلات مرکزی ایران [۱۳]، در استان لرستان [۱۴] و در استان گلستان [۱۵] اعلام کردند، بهترین تابع توزیع آماری برای برآورد دبی حداکثر سالانه توزیع‌های لوگ پیرسون سه‌پارامتره و لوگ نرمال دوپارامتری هستند. همچنین محققان خارجی زیادی نیز به برتر بودن توزیع‌های آماری لوگ پیرسون سه‌پارامتره و لوگ نرمال سه‌پارامتره در مطالعات خود اشاره داشتند از قبیل کمیل^۵ [۱۶]، فاستر^۶ [۱۷] در ایالت‌های جورجیا، آلباما، فلوریدا، کارولینای شمالی و جنوبی و تنسی، پاریدا^۷ و همکارانش [۱۸] در حوضه‌های آبخیز جنوب آفریقا، ابراهیم^۸ و همکارانش [۱۹] در رودخانه گورارا نیجریه، سولار^۹ و همکارانش [۲۰] روابط مقدار و فراوانی برای بارندگی، جریان رودخانه و بار رسوبی را با استفاده از توزیع لوگ نرمال بررسی کردند.

بررسی منابع مختلف نشان می‌دهد محققان عمدتاً برای تحلیل فراوانی وقوع دبی حداکثر، توزیع‌های مرسوم لوگ پیرسون سه‌پارامتره و لوگ نرمال سه‌پارامتره را پیشنهاد کردند، بنابراین تحقیق حاضر بر آن است تا دقت برآورد سایر توابع توزیع آماری را بسنجد و در نهایت برای مناطق جنوبی کشور به‌واسطه شرایط اقلیمی خشک و

1. Normal distribution
2. Pearson Type III
3. Log Pearson Type III
4. Gumbel distribution (Extreme value type 1)
5. Campbell
6. Feaster
7. Parida
8. Ibrahim
9. Soler

نظر گرفته می‌شود [۲۳] و بیشتر برای جریان‌های بیشینه استفاده می‌شود [۲۴].

تابع توزیع ویکبای

این توزیع نسبت به دیگر توزیع‌های رایج استفاده‌شده در هیدرولوژی انعطاف‌پذیری بیشتری دارد، زیرا یک توزیع پنج‌پارامتره است. از روش گشتاورهای وزنی احتمال (PWM) برای به‌دست‌آوردن پارامترهای این توزیع استفاده می‌شود [۲۵]. یک متغیر تصادفی x اگر به‌صورت فرمول ۱ باشد، یک توزیع ویکبای است:

$$x = m + a[1 - (1 - F)^b] - c[1 - (1 - F)^d] \quad (1)$$

توزیع ویکبای فقط تحلیلی تعریف‌شده به شکل معکوس فرمول ۱ است. بنابراین، نمی‌تواند عبارت‌های صریح را برای تابع چگالی احتمال و تابع توزیع به‌دست آورد. اگر چه مقدار x را می‌توان به‌عنوان تابعی از پارامترها به‌دست آورد، رابطه معکوس نمی‌تواند به‌راحتی شکل بگیرد [۲۵]. بنابراین، تخمین لحظه‌ای پارامترها امکان‌پذیر نیست. علاوه بر این، برآورد احتمال حداکثر پارامترها به‌راحتی به‌دست نمی‌آید. بنابراین، در حال حاضر فقط روش گشتاور وزنی احتمال برای این توزیع در نظر گرفته می‌شود [۲۶]. این توزیع به‌طور بالقوه برای آنالیز فراوانی سیلاب به دلایلی که توسط گرین و د و همکارانش [۲۵] ارائه شده مفید است. یکی از این دلایل تعداد زیاد پارامترها در توزیع ویکبای است که نسبت به توزیع‌های با پارامتر کمتر ارتباط بهتری بین داده‌ها برقرار می‌کند. دلیل دیگر اینکه می‌تواند انواع مختلف جریان‌های کم تا سیلابی را در بر گیرد. این توزیع توسط هوتون^۴ [۲۷] برای آنالیز فراوانی سیلاب پیشنهاد شد. روش گشتاور وزنی احتمال برای برآورد پارامترهای توزیع ویکبای به‌وسیله لندور و ماتالاس^۵ [۲۸] استفاده شد.

$$x(F) = \xi + \frac{\alpha}{\beta}(1 - (1 - F)^\beta) - \frac{\gamma}{\delta}(1 - (1 - F)^{-\delta}) \quad (2)$$

الف) آزمون کولموگروف-اسمیرنوف^۶

یکی از آزمون‌هایی است که برای سنجش تبعیت توزیع یک نمونه از توزیع خاص استفاده می‌شود. آماره این آزمون بیشترین اختلاف بین فرکانس‌های مورد انتظار و واقعی

نیمه‌خشک، که تغییرپذیری زیادی در میزان باران و دبی دارد، تابع توزیع آماری مناسبی را به‌منظور پیش‌بینی بهتر مقادیر یادشده با دوره بازگشت‌های مختلف، پیشنهاد دهد. تا کنون تحقیقی دیده نشده است که در مناطق جنوبی کشور با این هدف پرداخته باشد.

مواد و روش‌ها

منطقه مطالعه‌شده

تعداد ۳۰۰ ایستگاه هیدرومتری در استان‌های جنوبی ایران (سیستان و بلوچستان، کرمان، هرمزگان، فارس و بوشهر) احداث شده است که پس از بررسی‌های اولیه مربوط به تعداد سال آماری و بازسازی نواقص آماری، در نهایت تعداد ۱۰۸ ایستگاه هیدرومتری با دوره آماری مشترک ۳۰ ساله (۱۳۶۳-۱۳۶۳ تا ۱۳۹۱-۱۳۹۲) انتخاب و عملیات تطویل، تکمیل و کفایت آماری صورت پذیرفت (شکل ۱).

توزیع‌های آماری بررسی‌شده و آزمون‌های نکویی برازش در تحقیق حاضر، برای انتخاب بهترین توزیع آماری برای دبی حداکثر سالانه ایستگاه‌های هیدرومتری بررسی‌شده از ۶۵ توزیع آماری موجود در نرم‌افزار EasyFit و سه آزمون نکویی برازش استفاده شد که شامل آزمون‌های کولموگروف-اسمیرنوف^۱، اندرسون-دارلینگ^۲ و کمترین مربعات^۳ هستند.

تابع توزیع لوگ پیرسون سه پارامتره

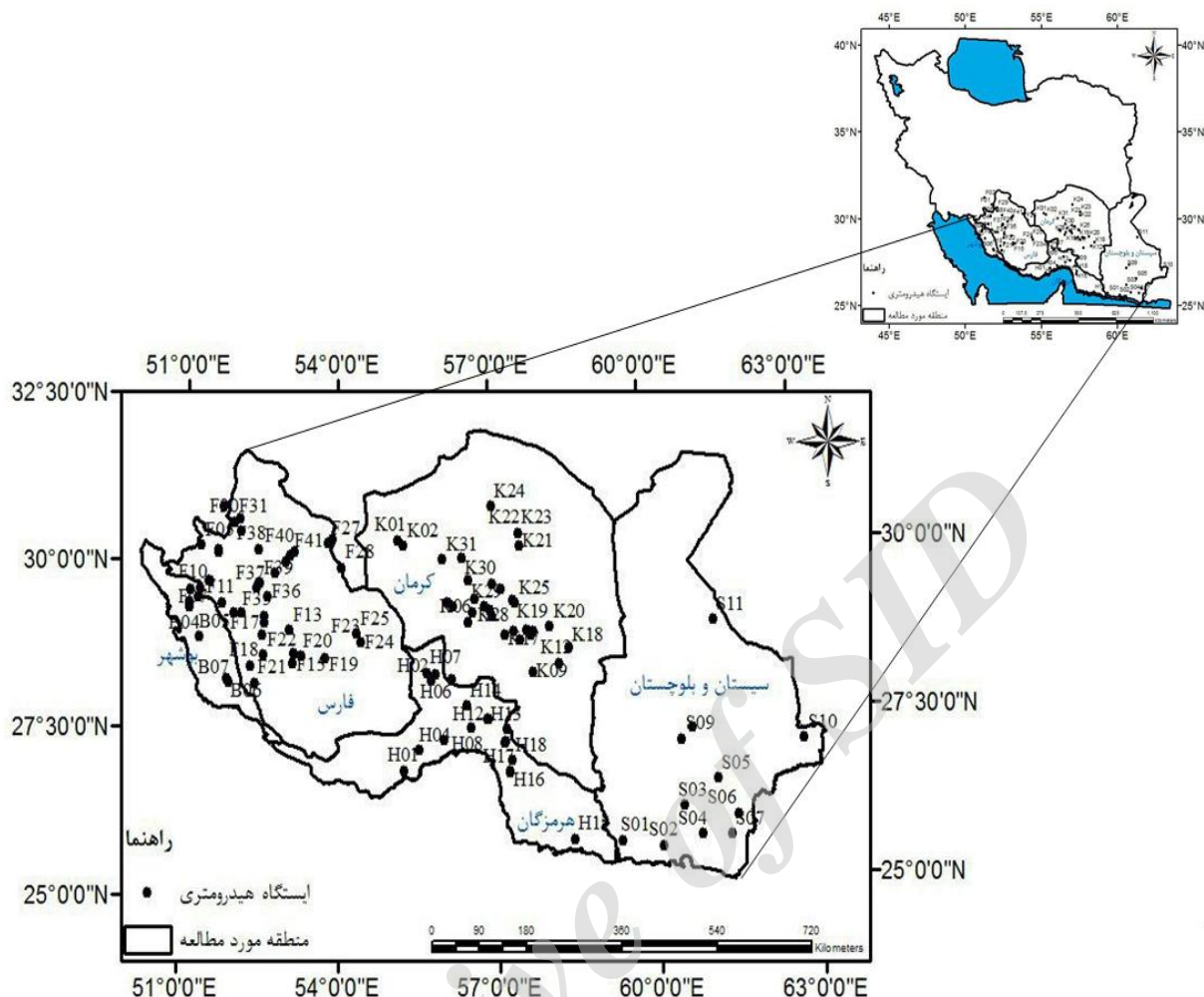
این توزیع به‌طور گسترده‌ای در تحلیل فراوانی سیل به‌خصوص برای سیلاب حداکثر سالانه و به‌صورت استاندارد برای محاسبه سیل در آمریکا استفاده می‌شود [۲۱] و از سه پارامتر میانگین، انحراف معیار و چولگی برای برآورد نمونه بهره می‌برد. اصول آن مشابه توزیع پیرسون سه پارامتره است که با لگاریتم‌گیری از نمونه‌ها، برآورد می‌کند [۲۲].

تابع توزیع لوگ نرمال سه پارامتره

این توزیع مانند توزیع لوگ نرمال است با این تفاوت که علاوه بر میانگین و انحراف معیار، ضریب چولگی نیز در

4. Houghton
5. Landwehr & Matalas
6. Kolmogorov-Smirnov

1. Kolmogorov-Smirnov
2. Anderson-Darling
3. Chi-Squared



شکل ۱. نقشه پراکنش ایستگاه‌های هیدرومتری مطالعه‌شده در استان‌های بررسی‌شده

پ) آزمون کمترین مربعات^۲
این آزمون برای مقایسه توزیع فرضی اطلاعات واقعی با یک توزیع تئوری استفاده می‌شود. آماره آزمون از رابطه ۵ تخمین زده می‌شود [۱۹]:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad (5)$$

در رابطه ۵ O_i فرکانس واقعی اطلاعات، E_i فرکانس مد نظر بر اساس توزیع تئوری آزمون‌شده، i تعداد کلاس‌ها، k تعداد کل دسته‌بندی‌هاست. چنانچه مقدار χ^2 محاسبه‌شده از رابطه ۵ کمتر از مقدار توزیع تئوری کای اسکور باشد، فرض تبعیت اطلاعات از توزیع فرض‌شده در مقدار سطح پذیرش مشخص پذیرفته می‌شود.

(به صورت قدرمطلق) اندازه‌گیری‌شده در دسته‌های مختلف است [۱۹]. این آماره به صورت رابطه ۳ نوشته می‌شود:

$$D = \max_{1 \leq i \leq n} \left(F(x_i) - \frac{i-1}{n}, \frac{i}{n} - F(x_i) \right) \quad (3)$$

که در آن D آماره توزیع و $F(x_i)$ فرکانس نسبی تجمعی واقعی و i تعداد کلاس‌ها و n تعداد کل دسته‌بندی‌هاست.

ب) آزمون اندرسون-دارلینگ^۱

یک آزمون کلی به منظور مقایسه برازش تابع توزیع تجمعی مشاهده‌شده به یک تابع توزیع تجمعی مورد انتظار است. این آزمون ارزش بیشتری به دنباله‌ها نسبت به آزمون کولموگروف-اسمیرنوف می‌دهد [۱۹].

$$A^2 = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i-1) \cdot [\ln F(X_i) + \ln(1 - F(X_{n-i+1}))] \quad (4)$$

2. Chi-Squared

1. Anderson-Darling

آماره‌های برآورد خطا

معیارهای مختلفی برای تخمین میزان خطا وجود دارد که می‌توان به میانگین خطای اریب یا انحراف^۱ (MBE)، جذر میانگین مربع خطا^۲ (RMSE) و میانگین قدر مطلق درصد خطا^۳ (MAPE) و ضریب همبستگی جزئی^۴ (r) اشاره کرد. معادلات مربوط به آن عبارت‌اند از:

$$MBE = \frac{\sum_{i=1}^N (E_s - E_o)}{N} \quad (6)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (E_s - E_o)^2} \quad (7)$$

$$MAPE = \frac{100}{N} \times \sum_{i=1}^N \left| \frac{E_s - E_o}{E_s} \right| \quad (8)$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (9)$$

E_s : مقادیر تخمینی با توزیع منتخب، E_o : مقادیر تخمینی با توزیع‌های لوگ پیرسون سه‌پارامتره و لوگ نرمال سه‌پارامتره، N : تعداد داده‌ها. مقدار مناسب شاخص‌های RMSE، MBE و MAPE برابر صفر است، در حالی که مقدار بهینه شاخص آماری ضریب همبستگی برابر یک است [۲۹].

در نهایت، جمع‌بندی روش تحقیق بدین صورت است که داده‌های دبی حداکثر سالانه ۱۰۸ ایستگاه منتخب از آمار دبی روزانه ایستگاه‌های هیدرومتری استخراج و پس از انجام آزمون‌های همگنی و تصادفی بودن داده‌ها برای تطویل و تکمیل آنها طی دوره آماری ۳۰ ساله (۱۳۶۲-۱۳۹۱) صورت پذیرفت، با استفاده از آزمون برازش کولموگروف-اسمیرنوف (K.S)، اندرسون-دارلینگ (A.D) و آزمون نکویی برازش کمترین مربعات (C.S) نسبت به انتخاب بهترین توزیع آماری دبی‌های حداکثر سالانه ایستگاه‌ها اقدام و پس از آن، با محاسبات آماری ناپارامتریک، نسبت به تعیین بهترین توزیع آماری با استفاده از شاخص‌های خطا صورت می‌پذیرد.

نتایج و بحث

انتخاب مناسب‌ترین تابع توزیع احتمال بر مقادیر حداکثر دبی متوسط سالانه

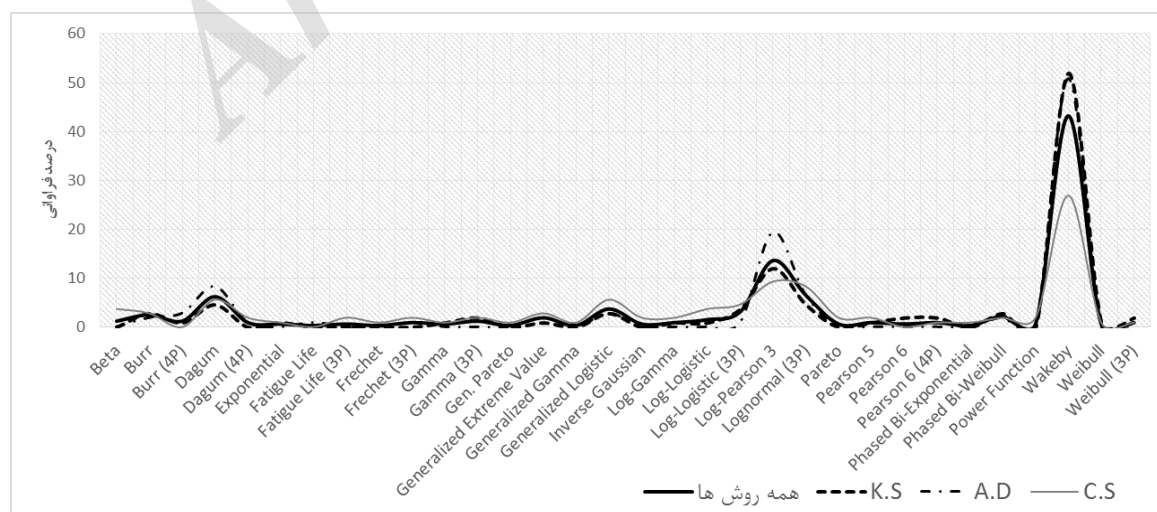
بیش از ۶۰ نوع توزیع گسسته و پیوسته وجود دارد که جدول ۲ فراوانی و درصد فراوانی توابع توزیعی (۳۰ تابع توزیع) که با مقادیر حداکثر دبی متوسط سالانه منطقه مطالعه شده برازش داشته را نشان می‌دهد. طبق نتایج، توزیع Wakeby در آزمون نکویی برازش کولموگروف-اسمیرنوف با ۵۶ مورد فراوانی (۵۱/۹ درصد)، اندرسون-دارلینگ با ۵۵ مورد فراوانی (۵۰/۹ درصد) و آزمون نکویی برازش کمترین مربعات با ۲۹ مورد فراوانی (۲۶/۹ درصد) بهترین رتبه را به خود اختصاص داده است (در شکل ۲ نیز درصد فراوانی توابع توزیع نمایش داده شده است). تنوع توزیع‌های آماری انتخاب شده در آزمون‌های نکویی برازش نیز جالب توجه است و با آزمون نکویی برازش از بین ۳۰ تابع توزیع مندرج در جدول ۱، آزمون اندرسون-دارلینگ با ۱۳ توزیع، کولموگروف-اسمیرنوف با ۲۰ توزیع و آزمون کمترین مربعات با ۲۹ توزیع بهترین برازش را بر مقادیر حداکثر دبی متوسط سالانه نشان می‌دهند.

جدول ۲ فراوانی و درصد فراوانی توابع توزیع احتمال بر مقادیر حداکثر دبی متوسط سالانه به تفکیک استان را نشان می‌دهد. در استان بوشهر تابع توزیع ویکبای با ۱۰ مورد (۴۷/۶ درصد فراوانی)، استان فارس با ۶۷ مورد (۵۴/۵ درصد فراوانی)، استان هرمزگان با فراوانی ۲۳ مورد (۴۲/۶ درصد فراوانی) و در استان کرمان با فراوانی ۳۲ مورد (۳۴/۴ درصد فراوانی) رتبه اول را به خود اختصاص داده‌اند و در بیشتر موارد تابع توزیع لوگ پیرسون سه‌پارامتره در رتبه دوم قرار دارد. در نهایت، با بررسی همه استان‌ها و همه آزمون‌های نکویی برازش مشخص شد تابع توزیع‌های ویکبای با ۱۴۰ مورد فراوانی (۴۳/۲ درصد فراوانی) رتبه اول، توزیع آماری لوگ پیرسون سه‌پارامتره با فراوانی ۴۴ مورد (۱۳/۶ درصد فراوانی) رتبه دوم و توزیع آماری لوگ نرمال سه‌پارامتره نیز با فراوانی ۲۱ مورد (۶/۵ درصد فراوانی) رتبه سوم بهترین توزیع آماری را به خود اختصاص داده‌اند.

1. Mean Bias Error
2. Root Mean Squared Error
3. Mean absolute percentage error
4. Partial correlation coefficient

جدول 1. فراوانی و درصد فراوانی توزیع‌های منتخب در آزمون‌های نکویی برازش

C.S		A.D		K.S		همه روش‌ها		توزیع فراوانی
درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	
3/7	4	-	-	-	-	1/2	4	Beta
2/8	3	1/9	2	2/8	3	2/5	8	Burr
-	-	2/8	3	0/9	1	1/2	4	Burr (4P)
5/6	6	8/3	9	4/6	5	6/2	20	Dagum
1/9	2	0/9	1	-	-	0/9	3	Dagum (4P)
0/9	1	-	-	0/9	1	0/6	2	Exponential
-	-	0/9	1	-	-	0/3	1	Fatigue Life
1/9	2	-	-	-	-	0/6	2	Fatigue Life (3P)
0/9	1	-	-	-	-	0/3	1	Frechet
1/9	2	0/9	1	-	-	0/9	3	Frechet (3P)
0/9	1	-	-	0/9	1	0/6	2	Gamma
1/9	2	-	-	1/9	2	1/2	4	Gamma (3P)
2/9	1	-	-	-	-	0/3	1	Gen. Pareto
2/8	3	1/9	2	0/9	1	1/9	6	Generalized Extreme Value
0/9	1	-	-	-	-	0/3	1	Generalized Gamma
5/6	6	2/8	3	2/8	3	3/7	12	Generalized Logistic
1/9	2	-	-	-	-	0/6	2	Inverse Gaussian
1/9	2	-	-	0/9	1	0/9	3	Log-Gamma
3/7	4	-	-	0/9	1	1/5	5	Log-Logistic
4/6	5	0/9	1	3/7	4	3/1	10	Log-Logistic (3P)
9/3	10	19/4	21	12	13	13/6	44	Log-Pearson 3
8/3	9	6/5	7	4/6	5	6/5	21	Lognormal (3P)
1/9	2	-	-	-	-	0/6	2	Pareto
1/9	2	-	-	0/9	1	0/9	3	Pearson 5
-	-	-	-	1/9	2	0/6	2	Pearson 6
0/9	1	-	-	1/9	2	0/9	3	Pearson 6 (4P)
0/9	1	-	-	-	-	0/3	1	Phased Bi-Exponential
1/9	2	1/9	2	2/8	3	2/2	7	Phased Bi-Weibull
1/9	2	-	-	-	-	0/6	2	Power Function
26/9	29	50/9	55	51/9	56	43/2	140	Wakeby
0/9	1	-	-	0/9	1	0/6	2	Weibull
0/9	1	-	-	1/9	2	0/9	3	Weibull (3P)



شکل 2. نمودار درصد فراوانی توزیع‌های منتخب در ایستگاه‌های بررسی شده با استفاده از آزمون‌های نکویی برازش

جدول ۲. فراوانی و درصد فراوانی توزیع‌های منتخب در استان‌های مختلف

سیستان	درصد فراوانی				فراوانی				توزیع آماری	
	کرمان	هرمزگان	فارس	بوشهر	سیستان	کرمان	هرمزگان	فارس		بوشهر
۳/۰	۱/۱	-	۰/۸	۴/۸	۱	۱	-	۱	۱	Beta
-	۳/۲	۱/۹	۳/۳	-	-	۳	۱	۴	-	Burr
۶/۱	-	-	۱/۶	-	۲	-	-	۲	-	Burr (4P)
-	۶/۵	۷/۴	۸/۱	-	-	۶	۴	۱۰	-	Dagum
-	-	-	۱/۶	۴/۸	-	-	-	۲	۱	Dagum (4P)
-	۱/۱	۱/۹	-	-	-	۱	۱	-	-	Exponential
-	-	۱/۹	-	-	-	-	۱	-	-	Fatigue Life
۳/۰	۱/۱	-	-	-	۱	۱	-	-	-	Fatigue Life (3P)
-	-	-	۰/۸	-	-	-	-	۱	-	Frechet
-	-	۱/۹	۱/۶	-	-	-	۱	۲	-	Frechet (3P)
-	-	۱/۹	۰/۸	-	-	-	۱	۱	-	Gamma
۶/۱	-	-	۰/۸	۴/۸	۲	-	-	۱	۱	Gamma (3P)
-	-	-	۰/۸	-	-	-	-	۱	-	Gen. Pareto
۳/۰	۱/۱	۳/۷	۱/۶	-	۱	۱	۲	۲	-	GEV
-	-	-	۰/۸	-	-	-	-	۱	-	Generalized Gamma
-	۴/۳	۷/۴	۳/۳	-	-	۴	۴	۴	-	Generalized Logistic
۳/۰	-	۱/۹	-	-	۱	-	۱	-	-	Inverse Gaussian
-	۱/۱	-	۱/۶	-	-	۱	-	۲	-	Log-Gamma
-	۳/۴	۱/۹	-	-	-	۴	۱	-	-	Log-Logistic
۳/۰	-	۳/۷	۲/۴	۱۹/۰	۱	-	۲	۳	۴	Log-Logistic (3P)
۱۲/۱	۲۶/۹	۱۳/۰	۶/۵	-	۴	۲۵	۷	۸	-	Log-Pearson 3
۹/۱	۷/۵	۹/۳	۳/۳	۹/۵	۳	۷	۵	۴	۲	Lognormal (3P)
۶/۱	-	-	-	-	۲	-	-	-	-	Pareto
-	-	-	۲/۴	-	-	-	-	۳	-	Pearson 5
-	۲/۲	-	-	-	-	۲	-	-	-	Pearson 6
-	۱/۱	-	۱/۶	-	-	۱	-	۲	-	Pearson 6 (4P)
-	-	-	-	۴/۸	-	-	-	-	۱	Phased Bi-Exponential
۱۵/۲	۲/۲	-	-	-	۵	۲	-	-	-	Phased Bi-Weibull
۳/۰	۱/۱	-	-	-	۱	۱	-	-	-	Power Function
۲۴/۲	۳۴/۴	۴۲/۶	۵۴/۵	۴۷/۶	۸	۳۲	۲۳	۶۷	۱۰	Wakeby
۳	-	-	-	۴/۸	۱	-	-	-	۱	Weibull
-	۱/۱	-	۱/۶	-	-	۱	-	۲	-	Weibull (3P)

خطای انحراف بیشتر می‌شود. میزان خطای برآوردی به‌طور متوسط در دوره بازگشت ۲۵ و ۱۰۰ سال برابر ۴۹/۸ و ۱۴۷ مترمکعب بر ثانیه است و در دوره بازگشت‌های زیاد دچار کم‌برآورد شده است. حال آنکه در مقایسه مقادیر برآوردی توسط توزیع لوگ پیرسون سه‌پارامتره، در دوره بازگشت‌های ۲، ۵ و ۱۰ ساله خطای کم‌برآورد (به‌طور متوسط ۶/۶ و ۱۱/۷ مترمکعب بر ثانیه در دوره بازگشت ۲ و ۱۰ سال) دارد؛ ولی این توزیع در تخمین دبی با دوره بازگشت‌های زیاد تخمین بیشتری دارد و هرچه دوره بازگشت زیادتر می‌شود، میزان خطای انحراف بیشتر می‌شود. میزان خطای برآوردی به‌طور متوسط در دوره بازگشت ۲۵ سال برابر با چهار مترمکعب و دوره بازگشت ۱۰۰ ساله برابر با ۹۳/۶ مترمکعب بر ثانیه است. درباره تابع توزیع ویکبای نیز تا حدودی مشابه توزیع لوگ پیرسون سه‌پارامتره است، اما میزان خطاها به‌طور چشمگیری کاهش یافته است.

شاخص‌های خطا و همبستگی در توابع توزیع لوگ پیرسون سه‌پارامتره، لوگ نرمال سه‌پارامتره و ویکبای جدول ۳ نتایج بررسی شاخص‌های خطا در دوره بازگشت‌های مختلف با استفاده از انواع آزمون‌های نکویی برآزش را نشان می‌دهد. درباره شاخص‌های خطا، بدیهی است روشی مناسب‌تر است که میزان درصد خطای کمتری داشته باشد. در مورد شاخص MBE، مقادیر منفی نشان‌دهنده کم‌برآورد^۱ و مقدار مثبت آن نشان‌دهنده بیش‌برآورد^۲ از مقدار سه توزیع استفاده‌شده است [۱۹]. توزیع لوگ نرمال سه‌پارامتره در دوره بازگشت‌های دو و پنج ساله تخمین بیشتری (بیش‌برآورد) در برآورد حداکثر دبی متوسط سالانه دارد (به‌طور متوسط ۳/۲ و ۴/۷ مترمکعب بر ثانیه در دوره بازگشت دو و پنج سال)، اما در تخمین دبی با دوره بازگشت‌های زیاد تخمین کمتری (کم‌برآورد) دارد و هرچه دوره بازگشت بیشتر می‌شود، میزان

1. Under estimate
2. Over estimate

در شاخص MAPE، متوسط قدر مطلق درصد خطا محاسبه می‌شود و بدیهی است روشی مناسب‌تر است که میزان درصد خطای کمتری داشته باشد. نتایج نشان داد توزیع لوگ نرمال سه‌پارامتره و لوگ پیرسون سه‌پارامتره در دوره بازگشت‌های زیاد خطای بیشتری در دبی حداکثر سالانه دارد، با این تفاوت که مقدار خطای برآوردی در تابع توزیع لوگ پیرسون سه‌پارامتره با افزایش دوره بازگشت نسبت به توزیع لوگ نرمال سه‌پارامتره کمتر است. درباره تابع توزیع ویکبای میزان خطا به‌طور چشمگیری در دوره بازگشت‌های میانی کاهش می‌یابد و به‌طور کلی میزان خطای برآوردی در این توزیع کمتر از سایر توزیع‌هاست.

نتایج به‌دست‌آمده از شاخص همبستگی در برآورد دبی حداکثر سالانه با توزیع ویکبای نشان می‌دهد همبستگی بین دبی برآوردی این توزیع در دوره بازگشت‌های مختلف زیاد و قابل قبول است. مقایسه این شاخص‌ها در توابع توزیع آماری ویکبای، لوگ پیرسون سه‌پارامتره و لوگ نرمال سه‌پارامتره، مشخص می‌شود که توزیع آماری ویکبای برآورد بهتری از لحاظ این شاخص داشته است. نکته شایان توجه اینکه توزیع میزان همبستگی با افزایش دوره بازگشت کاهش می‌یابد.

در این شاخص RMSE، مقایسه بر مبنای میزان نارایی و چگونگی پراکندگی دبی‌های برآوردی حول دبی‌های مشاهداتی است. این شاخص آماری با توجه به اینکه میزان خطای روش‌ها را به‌صورت توان دوم نشان می‌دهد، قضاوت در انتخاب روش مناسب‌تر را آسان می‌کند [18]، بدیهی است هر روشی که میزان خطای کمتری داشته باشد، مناسب‌تر است. توزیع لوگ نرمال سه‌پارامتره در دوره بازگشت‌های زیاد خطای بیشتری در دبی حداکثر سالانه دارد (به‌طور متوسط 15/6 مترمکعب در دوره بازگشت دو سال و 705 مترمکعب بر ثانیه در دوره بازگشت 100 سال). همچنین توزیع لوگ پیرسون سه‌پارامتره در دوره بازگشت‌های زیاد خطای بیشتری در دبی حداکثر سالانه دارد (به‌طور متوسط 31 مترمکعب در دوره بازگشت دو سال و 504 مترمکعب بر ثانیه در دوره بازگشت 100 سال) که البته مشخص است توزیع لوگ پیرسون سه‌پارامتره در دوره بازگشت‌های کم خطای بیشتری نسبت به توزیع لوگ نرمال سه‌پارامتره داشته، ولی در دوره بازگشت‌های زیاد این حالت برعکس است. با مقایسه این شاخص خطا در توزیع آماری ویکبای و دو توزیع دیگر، مشخص شد که در دوره بازگشت‌های مختلف توزیع آماری ویکبای برآورد بهتری از لحاظ این شاخص داشته است.

جدول 3. برآورد میزان شاخص MAPE، RMSE، MBE و r در تخمین دبی‌های حداکثر سالانه با استفاده از توابع توزیع لوگ نرمال سه پارامتره، لوگ پیرسون سه‌پارامتره و ویکبای

شاخص	دوره بازگشت	لوگ پیرسون سه‌پارامتره				لوگ نرمال سه‌پارامتره				ویکبای			
		متوسط	C.S	A.D	K.S	متوسط	C.S	A.D	K.S	متوسط	C.S	A.D	K.S
MBE	2	-9/17	-5/61	-5/15	3/2	0/65	4/31	4/77	-9/6	-9/17	-5/61	-5/15	-2/8
	5	-13/4	-13/8	-13/7	4/7	5/22	4/49	4/5	-13/4	-13/8	-13/7	-13/7	-2/5
	10	-11/7	-15/8	-15	-9/0	-2/12	-12/9	-12	-11/7	-4/36	-15/8	-15	6/0
	25	4/0	24/8	-10/5	-49/8	-29/96	-62/7	-55/6	4/0	24/8	-10/5	-2/3	31/0
	50	3/4	21/5	27/6	-95/6	-59/8	-125/5	-10/15	3/4	21/5	27/6	27/6	67/7
	100	93/6	157	32/14	-147/0	-85/3	-207	-148/7	93/6	157	32/14	91/12	130
RMSE	2	34/93	29/88	28/33	15/6	19/19	14/35	13/16	31/0	34/93	29/88	28/33	10/5
	5	51/7	59/53	48/25	28/1	41/75	20/49	22/17	51/7	59/53	48/25	48/25	22/7
	10	70/6	82/39	66/7	51/2	75/94	35/96	41/61	70/6	82/39	66/7	66/7	41/3
	25	141/4	161/26	145/58	181/4	202/95	166	175	141/4	161/26	145/58	145/58	106/4
	50	268/5	308/26	302/05	379/8	410/45	345	383/3	268/5	308/26	302/05	302/05	228/3
	100	504/4	567/41	625/88	705/7	746/01	18	752	504/4	567/41	625/88	625/88	461/8
MAPE	2	21/42	16/82	10/54	15/6	18/91	16/97	11/04	16/3	21/42	16/82	10/54	15/1
	5	15/51	12/2	10/88	11/0	13/04	10/45	9/39	12/9	15/51	12/2	10/88	7/8
	10	13/59	10/24	10/53	11/7	14/45	10/12	10/45	11/5	13/59	10/24	10/53	8/0
	25	19/48	13/35	15/2	22/4	24/56	20/42	22/19	16/0	19/48	13/35	15/2	10/2
	50	27/46	17/49	20/44	34/3	36/96	31/66	34/2	21/8	27/46	17/49	20/44	12/8
	100	37/93	22/56	26/02	47/8	52/03	44/18	47/14	28/8	37/93	22/56	26/02	15/6
r	2	0/99	0/99	0/99	1/00	0/99	1/00	1/00	0/99	0/99	0/99	0/99	0/99
	5	0/98	0/99	0/99	1/00	0/99	1/00	1/00	0/99	0/98	0/99	0/99	0/99
	10	0/98	0/99	0/99	0/99	0/98	1/00	1/00	0/99	0/98	0/99	0/99	0/99
	25	0/98	0/98	0/97	0/98	0/95	0/98	0/97	0/97	0/96	0/98	0/97	0/97
	50	0/94	0/93	0/92	0/91	0/88	0/94	0/9	0/94	0/93	0/92	0/92	0/92
	100	0/87	0/86	0/81	0/81	0/78	0/88	0/78	0/87	0/86	0/83	0/81	0/9

نتیجه‌گیری

برآورد مناسب مقدار متغیرهای مختلف هیدرولوژیکی و هیدرومتئورولوژیکی مانند دبی‌های بیشینه و کمینه سالانه، بارش‌های متوسط و حداکثر روزانه و سالانه و سایر متغیرها در دوره بازگشت‌های مختلف سبب کاهش عدم قطعیت در پیش‌بینی‌ها می‌شود [۲۹]. تا کنون پژوهش‌های زیادی درباره شناسایی بهترین توزیع‌های احتمالاتی قابل تطابق با سری داده‌های اندازه‌گیری و ثبت داده با تعداد مشخصی از توزیع‌های احتمالاتی صورت گرفته است. از این میان می‌توان به توزیع‌های نرمال، لوگ نرمال، پیرسون سه‌پارامتره، لوگ پیرسون یک‌پارامتره، مقادیر حد نوع ۲، پارتو، لاجستیک و تعداد محدود دیگری اشاره کرد، اما توابع توزیع احتمالاتی متعددی وجود دارد که قابلیت برازش آنها با سری زمانی داده‌های آب‌شناختی بررسی نشده است. هدف از این پژوهش، بررسی بیش از ۶۰ توزیع احتمالاتی و ارزیابی میزان تطابق آنها بر داده‌های حداکثر سالانه در ۱۰۸ ایستگاه هیدرومتری جنوب کشور ایران و بررسی توزیع‌های رایج لوگ پیرسون سه‌پارامتره و لوگ نرمال سه پارامتره (که توسط محققان گوناگون استفاده شده‌اند) در تخمین دبی حداکثر سالانه با دوره بازگشت‌های مختلف است که در ادامه با توزیع پنج‌پارامتره و یکبای مقایسه شد. نتایج بررسی آزمون‌های نکویی برازش نشان می‌دهد تابع توزیع ویکبای در بیشترین رتبه نسبت به سایر توابع توزیع قرار دارد، در رتبه دوم تابع توزیع لوگ پیرسون سه‌پارامتره و در رتبه بعدی تابع توزیع لوگ نرمال سه‌پارامتره قرار دارد. نتایج بررسی به تفکیک استان‌ها نیز تأییدکننده همین مطلب است.

در بررسی شاخص MBE مشخص شد که تابع توزیع لوگ نرمال سه‌پارامتره در دوره بازگشت‌های زیاد دچار خطای کم‌برآورد و تابع توزیع لوگ پیرسون سه‌پارامتره و ویکبای دچار خطای بیش‌برآورد شده‌اند که با نتایج ویلمات و ماتسورا [۳۰] مطابقت دارد. در واقع شاخص یادشده متوسط میزان انحراف مقادیر برآوردی را نسبت به مقادیر واقعی نشان می‌دهد و از آنجا که نسبت به سایر شاخص‌ها قدر مطلق و یا توان دومی ندارد، امکان مشخص کردن خطای بیش‌برآورد و کم‌برآورد را دارد.

با مقایسه مقدار همبستگی بین مقادیر برآوردشده و مقدار مشاهده‌ای در توابع توزیع آماری ویکبای، لوگ پیرسون سه‌پارامتره و لوگ نرمال سه‌پارامتره مشخص شد که توزیع آماری ویکبای برآورد بهتری از لحاظ این شاخص داشته است. نکته شایان توجه اینکه، درباره همه توابع توزیع، میزان همبستگی با افزایش دوره بازگشت کاهش می‌یابد. از کین [۳۱] معتقد است تابع توزیع یادشده به دلیل زیادبودن تعداد پارامترهای تخمین (پنج‌پارامتره) سبب کاهش خطا و عدم قطعیت در برآورد می‌شود.

با بررسی میزان خطای موجود بین توزیع‌های مختلف در برآورد دبی حداکثر سالانه در دوره بازگشت‌های مختلف مشخص شد که دبی‌های مربوط به ایستگاه‌های هیدرومتری موجود در مناطق خشک با وجود داشتن ویژگی‌های مشترک زیاد و نزدیک‌بودن به یکدیگر از توزیع‌های آماری متفاوت از یکدیگر پیروی می‌کنند. در نتیجه، ویژگی‌های خاص اقلیمی مناطق خشک و نیمه‌خشک از جمله بارش‌های نامنظم از نظر زمانی و مکانی می‌تواند در انتخاب نوع بهترین تابع توزیع آماری برازش داده‌شده در هر ایستگاه مؤثر باشد.

از دستاوردهای مهم این پژوهش، تفاوت نتایج با پژوهش‌های قبلی با تعداد محدودی توزیع احتمالاتی متداول است. از جمله با مطالعات عرب خدري [۱۱]، معاون هاشمی [۱۲]، کشتکار [۱۳]، اسلامی [۱۴]، مفتاح و همکارانش [۱۵]، ابراهیم و همکارانش [۱۹] و سولار و همکارانش [۲۰] تفاوت دارد که تابع توزیع‌های لوگ پیرسون سه‌پارامتره و لوگ نرمال سه‌پارامتره را به‌عنوان توزیع برتر معرفی کرده‌اند. در این تحقیق مشخص شد که رتبه این توزیع‌ها، نسبت به توزیع ویکبای کمتر است و خطای بیش‌برآورد و کم‌برآورد زیادی را در برآورد دبی در دوره بازگشت‌های مختلف دارند.

نتایج این پژوهش نشان داد با به‌کارگیری تکنیک‌های جدید و آزمون توزیع‌های مختلفی که در علم آمار و احتمالات وجود دارد، می‌توان توزیع‌هایی را شناسایی کرد که با دقت بیشتر مقادیر متغیرهای هیدرولوژیکی را در دوره بازگشت‌های مختلف برآورد کنند که بدین‌وسیله بتوان برآورد دقیق‌تر با عدم قطعیت کمتری را در احداث ابنیه و سازه‌های کنترل و مدیریت سیلاب داشت.

منابع

- [1]. Pacione M. The principles and practice of applied geography. In A. Bailly & L. J. Gibson (Eds.), *Applied Geography: A World Perspective*. 2003; pp. 23–45. Dordrecht: Springer Netherlands. doi:10.1007/978-1-4020-2442-9_3.
- [2]. Norozi GH, Sharifi F. Integrated management of watersheds key to the development of biological resources. *Journal of Forest and Range*. 2002; 56(56): 22- 31. (Persian)
- [3]. Yousefi H, Mohammadi A. Evaluation of River Discharges and Water Quality of Badvi Station in Ardebil's Qarehsou River (Case study: Badvi Station). *Extension and Development of Watershed Management*. 2017; 4(15): 1- 9. (In Persian)
- [4]. Alizadeh A. Principles of applied Hydrology. 17nd ed. Mashhad University of Imam Reza. 2004. (In Persian)
- [5]. Chow V, Maidment D, Mays L. frequency analysis. *Journal of Applied Hydrology*. 1998; p. 572. McGraw-Hill Science/Engineering/Math.
- [6]. Khani J. Regional flood frequency analysis and empirical study in order to select the most appropriate method for estimating areas without gauging stations. 2003. Final Report on research projects of the Ministry of Agriculture, 88 p.
- [7]. Patra, K. C. (2008). *Hydrology and Water Resources Engineering* (2nd ed.). Alpha Science Intl Ltd.
- [8]. Rostami R, Sedghi H, Motamedi A. Dez Basin Flood Frequency Analysis. *Journal Management System*. 2010; 2(3): 61- 70. (In Persian)
- [9]. Mahdavi M. *Applied Hydrology*. 3rd ed. Tehran University Press. 2003. (In Persian)
- [10]. Salajegheh A, Mahdavi M, Khosravi M. Determination of Suitable Probability Distribution Models for Annual Peak Discharge (Case Study: Central Alborz Region). *Journal of Watershed Management Research*. 2010; 1(1): 88- 96. (In Persian)
- [11]. Arabi Khedri M. Evaluation of peak flows in the watersheds of northern Alborz. 1991. Master's thesis, Department of Natural Resources, Tehran University, 120 p.
- [12]. Moaven Hashemi A, Regional flood analysis in North Khorasan. Publication Nivar. 1997; 25(1): 11- 17. (In Persian)
- [13]. Keshtekar AR. Peak theoretical risk assessment for minimum, medium and maximum use of the L moment in the central areas of Iran. Master's thesis, Department of Natural Resources, Tehran University. 2002; 113 p.
- [14]. Eslami H. The estimated peak discharge using experimental methods in Lorestan province. MS Thesis, Department of Natural Resources, Tehran University. 2006; 130 p.
- [15]. Meftah Halaghi M, Zangane ME, Aghili R. The comparison of the most suitable statistic distribution dependencies related to maximum daily discharge and the maximum 24 hours rainfall (case study of Gonbad Kavoods hydrometric station). 5th National Congress of Watershed Management Engineering of Iran, 2009.
- [16]. Campbell A. Flood frequency analysis of small forested watersheds for culvert design, M. Sc. thesis, 1981; 112 p.
- [17]. Feaster TD, Tasker GD. Techniques for estimating the magnitude and frequency of floods in rural basins of South Carolina, 1999. Atlanta, Georgia. 1993.
- [18]. Parida BP, Kachroo RK, Shrestha DB. Regional Flood Frequency Analysis of Mahi-Sabarmati Basin (Subzone 3-a) using Index Flood Procedure with L-Moments. *Water Resources Management*. 1998; 12(1), 1–12.
- [19]. Ebrahim HM, Isiguzo E A. Flood frequency analysis of Gurara River catchment at. *Scientific Research and Essay*. 2009; 4(6), 636–646.
- [20]. Soler M, Regüés D, Latron J, Gallart F. Frequency–magnitude relationships for precipitation, stream flow and sediment load events in a small Mediterranean basin (Vallcebre basin, Eastern Pyrenees). 2007; *Catena* 71 164–171.
- [21]. McMahon, T.A. and Srikanthan, R. Log Pearson III distribution-Is it applicable to flood frequency analysis of Australian streams? *Journal of Hydrology*. 1981; 52: 139-147.
- [22]. Gupta, I.D. and Deshpande, V.c. Application of log-Pearson type-III distribution for evaluating design earthquake magnitudes. *Journal of the Institution of Engineers (India), Civil Engineering Division*, 1994; 75: 129-134.
- [23]. Ahmad, M. I., C. D. Sinclair, and A. Werritty. "Log-logistic flood frequency analysis. *Journal of Hydrology*. 1998; 3 (4): 205-224.
- [24]. Vogel, Richard M., and Charles N. Kroll. "Low-flow frequency analysis using probability-plot correlation coefficients." *Journal of Water Resources Planning and Management*. 1989; 15(3): 338-357.
- [25]. Greenwood JA, Landwehr JM, Matalas NC, Wallis JR. 1979. "Probability Weighted Moments: Definition and Relation to Parameters of Several Distributions Expressible in Inverse Form", *Water*

- Resources Research. 1979; 15(5): 1049-1054.
- [26]. Ahmadi F, Radmanesh F, Parham GhA, Mirabbasi Najafabadi R. Comparison of conventional and intelligent in joint function parameter estimation for multivariate analysis of the current minimum frequency (case study catchment dose). ECOHYDROLOGY. 2017; 4(2): 315- 329. (In Persian)
- [27]. Houghton JC. Birth of a parent: the Wakeby distribution for modeling flood flow. Water Resources Research. 1978; 14(6): 1105-1109.
- [28]. Landwehr JM, Matalas NC. "Estimation of parameters and Quantiles of Wakeby Distributions. 2. Unknown Lower Bounds", JRR. 1979; 15(6): 1373-1379.
- [29]. Reis DS, Stedinger JR, Martins ES. Bayesian generalized least squares regression with application to log Pearson type 3 regional skew estimation. Water Resources Research. 2005; 1:41(10).
- [30]. Willmott CJ, Matsuura K. Advantages of the mean absolute error (MAE) over the root mean square error (RMSE) in assessing average model performance. Climate research. 2005; 30(1):79-82.
- [31]. Öztekin T. Estimation of the parameters of Wakeby distribution by a numerical least squares method and applying it to the annual peak flows of Turkish rivers. Water resources management. 2011; 25(5):1299-313.

Archive of SID