



## مدیریت آب و آبیاری

دوره ۵ ■ شماره ۱ ■ بهار و تابستان ۱۳۹۴

صفحه‌های ۸۱-۹۶

# کنترل و مدیریت سیلاب با شبیه‌ساز توانمند جریان‌های غیرماندگار در رودخانه

قاسم میرزائی<sup>۱</sup>، جمال محمدولی سامانی<sup>۲</sup>، مهدی مظاهری<sup>۳\*</sup>

۱. کارشناس ارشد سازه‌های آبی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

۲. استاد گروه مهندسی سازه‌های آبی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

۳. استادیار گروه مهندسی سازه‌های آبی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۴/۰۴/۲۰

تاریخ وصول مقاله: ۱۳۹۳/۱۲/۰۴

### چکیده

با توجه به اهمیت جریان‌های سیلابی و لزوم پیش‌بینی نحوه پیشروی و توسعه و سایر خصوصیات این قبیل جریان‌ها، در این تحقیق با به‌کارگیری معادلات سنت و نانت در حالت پایستار و استفاده از روش‌های بالادستی از خانواده گودانف در قالب احجام محدود، جریان‌های غیرماندگار سریع یک‌بعدی در رودخانه‌ها شبیه‌سازی شده است. اعمال شیب کف، شیب اصطکاکی، تغییرات عرض جریان و جریان‌های جانبی به‌عنوان عامل منبع، توانمندی مناسبی در مدل عددی برای شبیه‌سازی جریان در مقاطع نامنظم رودخانه‌ها و در حضور دبی جانبی ایجاد کرده است. اساس روش بر پایه حل یک سری مسائل ریمن شکل گرفته و برای محاسبه شار جریان ایجادشده، از حل‌کننده‌های تقریبی ریمن HLL و Roe استفاده شده است. برای ارتقای دقت محاسبات از مرتبه یک به دو، از الگوی MUSCL بهره گرفته شده است. عملکرد الگوهای حل عددی، با آزمون‌های استاندارد با حل تحلیلی و داده‌های آزمایشگاهی ارزیابی شد و در انتها، به بررسی میزان حساسیت پارامترهای مؤثر در نتایج مدل‌های عددی پرداخته شد. با توجه به نتایج، هر دو الگوی حل، نتایج مطلوب و با دقت فراوان ارائه می‌دهند و توانمندی مناسبی در شبیه‌سازی جریان در شرایط هیدرولیکی مختلف و در حالت یک‌بعدی در رودخانه دارند.

**کلیدواژه‌ها:** جریان جانبی، حل‌کننده تقریبی ریمن، روش حجم محدود، شکست سد، معادلات سنت و نانت.

## مقدمه

جریان‌های غیرماندگار سیالات، از دیرباز از چالش‌های مهم بشر بوده است. جریان‌های سیلابی به‌عنوان نمودی از جریان‌های غیرماندگار سطحی، چه از منظر مدیریتی و چه هیدرولیکی و سازه‌ای، اهمیت فراوانی دارند. سالانه شاهد خسارات بسیار وسیعی در نقاط مختلف دنیا در اثر سیل، سونامی و جریان‌های پیش‌بینی نشده آب هستیم. ارتقای توان محاسباتی کامپیوترها، توجهات را به سمت تخمین عددی پدیده‌ها جلب کرده است. در این میان، علم هیدرولیک محاسباتی نیز توسعه پیدا کرده و به‌عنوان ابزاری قدرتمند در اختیار مهندسان و مدیران عرصه علوم آب قرار گرفته است؛ به‌طوری که امروزه می‌توان با دقت‌های بسیار زیاد، تمامی خصوصیات جریان‌های سیلابی را برای پیشگیری از وقوع خسارات عظیم پیش‌بینی کرد. پیچیدگی شرایط هیدرولیکی و معادلات حاکم، به‌خصوص در شرایط طبیعی و غیرآزمایشگاهی، همواره محققان بسیاری را در شبیه‌سازی هرچه دقیق‌تر این پدیده‌ها به رقابت می‌کشاند.

روش اختلاف‌های محدود، نخستین روش عددی به کار گرفته شده در این زمینه است. با توجه به اینکه این روش به درجه مناسبی از نظم در شبکه‌بندی نیاز دارد، این خصوصیت سبب محدودیت کاربرد آن در مسائل پیچیده شده است (۱۷، ۳). با پیشرفت پژوهش‌ها، تمایل محققان به سمت روش‌های عددی اجزای محدود و احجام محدود سوق پیدا کرده است. از این روش‌ها می‌توان در هر نوع شبکه‌بندی سازمان‌یافته یا بی‌سازمان استفاده کرد. شکل انتگرالی معادلات استفاده‌شده و خاصیت بقای روش‌های مذکور نیز مزیتی درخور توجه است (۱۴، ۱۳، ۱۲، ۵، ۲).

یکی از نکات بسیار مهم در شبیه‌سازی جریان‌های غیرماندگار، نحوه اعمال عامل منبع در معادلات حاکم است و بخش اعظمی از کارهای صورت گرفته به این موضوع

اختصاص دارد (۱۸، ۱۰). الگوهای حل عددی گودانف<sup>۱</sup> یکی از روش‌های رایج حل معادلات حاکم بر جریان‌های غیرماندگار به شمار می‌آید. با توجه به وجود ناپیوستگی در جریان غیرماندگار سریع، لزوم استفاده از روشی وجود دارد که بتواند خاصیت بقا را حفظ کند؛ خصوصیتی که روش گودانف به‌خوبی آن را تأمین می‌کند (۲۵، ۲۱، ۷). از نکات بسیار مهم در روش گودانف، انتخاب حل‌کننده ریمن متناسب با هیدرولیک جریان است. مسائل ریمن، نوع خاصی از مسائل مقدار اولیه است که داده‌های اولیه آن معمولاً به شکل قطعه‌ای ثابت است. حل‌کننده‌های ریمن HLL<sup>۲</sup>، Roe، HLLC<sup>۳</sup>، اوشر<sup>۴</sup> و روش تجزیه بردار شار از روش‌های معتبر موجودند. روش تجزیه بردار شار در روش‌های غیرگودانف کاربرد دارد و روش اوشر دارای دقت مناسبی است؛ ولی پیچیدگی بیش از حد این روش از کاربرد کاسته است؛ ولی حل‌کننده‌های ریمن HLL و HLLC که حالت خاصی از روش HLL هستند، به‌عنوان آسان‌ترین و دقیق‌ترین حل‌کننده در نظر گرفته می‌شوند (۲۵، ۲۱). حل‌کننده ریمن Roe نیز روشی با دقت بسیار زیاد است؛ ولی از دو روش اخیر پیچیده‌تر است (۲۰، ۷).

پیچیدگی مربوط به جریان در رودخانه‌ها را می‌توان از طریق دخالت‌دادن پارامترهای مؤثر در عامل منبع بر معادلات جریان اعمال کرد. در بسیاری از کارهای صورت گرفته، عامل شیب کف آبراهه و شیب انرژی، نوعی عامل منبع هستند (۲۱). برخی محققان با افزودن عوامل مؤثر دیگری سعی کرده‌اند تا مدل‌سازی دقیق‌تری ارائه دهند. اعمال اصطکاک دیواره‌های جریان، تغییر عرض مقطع جریان و نیروی برشی آن از کارهایی است که در

1. Godunov
2. Harten, Lax, van Leer
3. Harten-Lax-van Leer-Contact
4. Osher

## مدیریت آب و آبیاری

جریان‌های جانبی، مدلی کامل و با توانمندی‌های فراوان ارائه شده است. برای ارائه مدل مذکور، از شکل انتگرالی معادلات سنت و نانت در حالت پایستار استفاده شده است که قابلیت شبیه‌سازی جریان در مقاطع نامنظم را دارد. با افزوده شدن جریان‌های جانبی، همچنان خاصیت پایستگی معادلات حفظ می‌شود. جریان جانبی یا در قالب دبی‌های ثابت در واحد طول به جریان افزوده می‌شود یا با تعیین سرریزهای جانبی، از جریان کم می‌شود. در نهایت، صحت نتایج با نتایج معادله جریان‌های متغیر مکانی مقایسه شده است. یکی دیگر از مسائل مطرح در زمینه شبیه‌سازی جریان‌های غیرماندگار، تعدد الگوهای حل است. این امر لزوم مقایسه عملکرد این روش‌ها را به دنبال دارد (۱۷)، برای آشکارساختن توانمندی‌های روش‌های رایج، عملکرد دو مدل ارائه شده در این تحقیق نیز در آزمون‌های مختلف مقایسه شده است.

#### مواد و روش‌ها

از معادلات سنت و نانت، عموماً به عنوان سیستم حاکم بر حل مسائل جریان در رودخانه‌ها استفاده می‌شود (۸). برای شبیه‌سازی جریان‌های غیرماندگار سریع، باید از شکل پایستار<sup>۱</sup> معادلات حاکم استفاده کرد (۲۰، ۴). شکل پایستار معادلات به صورت زیر است:

(۱)

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q_l$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{Q^2}{A} + gI_1 \right) = gI_r + gA(S_o - S_f) + V_x q_l$$

در این رابطه،  $A$  سطح مقطع جریان برحسب متر مربع،  $t$  زمان برحسب ثانیه،  $x$  طول جریان برحسب

این راستا صورت گرفته است (۲۰، ۷). به‌رغم پیشرفت‌های مربوط به جریان‌های غیرماندگار، پژوهش‌های انگشت‌شماری بر جریان در رودخانه‌ها متمرکز بوده است. در یکی از این پژوهش‌ها، با استفاده از حل‌کننده ریمن Roe، با تأکید بر حفظ خاصیت پایستگی، با اعمال عوامل منبع شیب کف و انرژی و تغییرات عرض جریان، به شبیه‌سازی جریان غیرماندگار پرداخته شده است. در نهایت، کارایی مدل با اعمال بر پدیده شکست سد و جریان غیرماندگار در کانالی با تغییرات عرضی سنجیده شده است. محقق نتیجه کار را بسیار رضایت‌بخش توصیف می‌کند (۱۰).

در پژوهشی دیگر با تأکید بر شبیه‌سازی جریان در بستر نامنظم رودخانه و با اعمال شیب کف و انرژی، اصطکاک دیواره‌های جریان، تغییر عرض مقطع جریان و نیروی برشی آن نتایج مطلوبی به دست آمده است (۲۰). سال ۲۰۱۱، محققان با استفاده از شکل اصلاح‌شده معادلات سنت و نانت و به‌کارگیری حل‌کننده HLLC، به شبیه‌سازی جریان در بسترهای نامنظم پرداختند. آن‌ها با اعمال شیب کف و انرژی به‌عنوان عامل منبع، نتایج کارشان را با داده‌های واقعی مقایسه و به نتایج مطلوبی دست یافتند (۲۱). با وجود کارهای صورت‌گرفته در شبیه‌سازی جریان در رودخانه، لزوم مطالعات بیشتر در این عرصه احساس می‌شود.

شکل‌گیری جریان‌های غیرماندگار در طبیعت، توأم با ورود جریان‌های انشعابی به رودخانه و احیاناً خروج مقداری از جریان در حین پیشروی است. به‌رغم آنکه این پارامتر در بیشتر کارها در نظر گرفته نشده است، اهمیت فراوانی داشته و برای کاربرد عملی مدل ضرورت دارد. در تحقیق حاضر، این امر محقق شده و جریان‌های جانبی به‌عنوان عامل منبع افزوده شده‌اند. با در نظر گرفتن شیب کف، شیب انرژی، تغییرات عرض مقطع جریان و

هر سلول استوار است. این امر سبب ایجاد تابع جریان عددی خواهد شد. شکل منفصل شده معادلات در این روش به صورت زیر است (۱۱):

$$U_i^{n+1} = U_i^n + \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[ F_{i-\frac{1}{2}} - F_{i+\frac{1}{2}} \right] + \Delta t s^n \quad (4)$$

در این رابطه، زیرنویس  $i$  شماره سلول، بالانویس  $n$  گام زمانی،  $\Delta t$  اندازه گام زمانی برحسب ثانیه و  $\Delta x$  اندازه گام مکانی برحسب متر است. یکی از روش‌ها در تولید جریان عددی در این معادله، حل سری مسائل ریمن است.

### مسئله ریمن

مسائل ریمن نوع خاصی از مسائل مقدار اولیه است که شرایط اولیه آن دارای شکلی ویژه است. معمولاً داده‌های اولیه برای مسئله ریمن به صورت داده‌های قطعه‌ای ثابت است. در این مسائل، دو ناحیه قطعه‌ای ثابت چپ و راست توسط موج‌ها به هم مرتبط می‌شوند. با توجه به مزایا و معایب حل‌کننده‌های ریمن که به آن‌ها اشاره شد، از حل‌کننده‌های HLL و Roe برای حل مسئله ریمن استفاده می‌شود.

### حل‌کننده تقریبی ریمن HLL

ایده اصلی در روش HLL، فرض وجود دو موج در ساختار حل مسئله ریمن است که این فرض برای حالت یک‌بعدی معادلات آب‌های کم‌عمق صحیح است. شار جریان محاسبه شده توسط این روش به صورت زیر است:

$$F_{i+\frac{1}{2}} = \begin{cases} F_L & S_L > 0 \\ F^{HLL} & S_L < 0 < S_R \\ F_R & S_R < 0 \end{cases} \quad (5)$$

$$F^{HLL} = \frac{S_R F_L - S_L F_R + S_R S_L (U_R - U_L)}{S_R - S_L}$$

متر،  $Q$  دبی جریان برحسب مترمکعب بر ثانیه،  $q_1$  دبی جانبی برحسب مترمربع بر ثانیه،  $g$  شتاب گرانش برحسب متر بر مجذور ثانیه،  $S_0$  شیب کف،  $S_f$  شیب انرژی و  $V_x$  سرعت جریان جانبی در راستای جریان اصلی برحسب متر بر ثانیه است. از نظر فیزیکی،  $I_1$  ترم مربوط به فشار هیدرواستاتیک آب و  $I_2$  تغییر در عرض جریان را منعکس می‌کند. شکل برداری معادلات سنت ونانت نیز به صورت زیر است:

$$U_t + F(U)_x = S(U) \quad (2)$$

در این رابطه،  $U$  بردار متغیرهای پایستار و  $F(U)$  بردار جریان یا بردار شار نام دارد. بردار  $S(U)$  نیز بردار منبع است که با توجه به شرایط جریان عبارت منبع، ممکن است اجزای مختلفی داشته باشد. در این تحقیق، با توجه به شرایط جریان در رودخانه، عوامل منع تأثیرگذار شیب کف آبراهه، نیروی اصطکاک کف، تغییرات عرض آبراهه و دبی ورودی یا خروجی جانبی در نظر گرفته شده است.

$$U = (A, Q)^T, F(U) = \left( Q, \frac{Q^2}{A} + gI_1 \right)^T, S(U) =$$

$$(q_1, gI_1 + gA(S_0 - S_f) + V_x q_1)^T$$

حل معادلات سنت ونانت، جز برای حالات خیلی ساده‌شده وجود ندارد و عموماً حل عددی معادلات صورت می‌گیرد (۱).

### روش احجام محدود

خاصیت بقای روش احجام محدود، مزیتی درخور توجه است. محققان توصیه کرده‌اند در مسائلی که ناپیوستگی در متغیرها وجود دارد، حتماً از فرم پایستار معادلات به همراه روش عددی پایستار برای مدل‌سازی استفاده شود (۱۶، ۶). اساس تکنیکی که گودانف در قالب روش احجام محدود ارائه کرده است، بر حل مسائل ریمن بین فضای

### مدیریت آب و آبیاری

### تسخیر شوک

ضعف‌های روش‌های مرتبه‌دو در مواجهه با ناپیوستگی و گرادپان‌های شدید است و در جواب‌ها، نوسانات عددی تولید می‌کند. برای کنترل این نوسانات از روش‌های TVD<sup>۳</sup> استفاده شده است. روش‌های TVD از طریق محدودکننده‌ها در نواحی اطراف ناپیوستگی برای تسخیر شوک، دقت روش عددی را به مرتبه اول کاهش می‌دهند و در سایر نواحی، دقت مرتبه‌دو حفظ می‌شود. این تکنیک در مرحله بازسازی داده‌ها در روش MUSCL اعمال شده است. در تحقیق حاضر، از محدودکننده شیب Minmod استفاده شده است (۲۳).

### محاسبه عبارت منبع

دقت و نحوه منقطع‌سازی عبارت منبع در دقت نهایی نتایج مدل‌سازی نقش مهمی دارد. منقطع‌سازی عبارت منبع به صورت نقطه‌ای در مرکز سلول صورت گرفته است (۱۰). مقاطع عرضی و تراز کف بستر در مرز سلول‌ها تعریف شده و تغییرات در داخل سلول به صورت خطی در نظر گرفته شده است. شیب انرژی نیز با معادله مانینگ محاسبه می‌شود. شکل منقطع‌شده عامل تغییر در عرض کانال به صورت زیر است:

(۸)

$$I_r(i) = \frac{1}{\Delta x} \left( \int_{\cdot}^{h(i)} (h(i) - \eta) \sigma \left( x_{i+\frac{1}{2}}, \eta \right) d\eta - \int_{\cdot}^{h(i)} (h(i) - \eta) \sigma \left( x_{i-\frac{1}{2}}, \eta \right) d\eta \right) = \frac{1}{\Delta x} \left( A_{i+\frac{1}{2}} h_i - A_{i+\frac{1}{2}} \bar{h}_{i+\frac{1}{2}} - A_{i-\frac{1}{2}} h_i + A_{i-\frac{1}{2}} \bar{h}_{i-\frac{1}{2}} \right)$$

3. Total Variation Diminishing

در این رابطه، مقدار  $\delta_L$  و  $\delta_R$ ، به ترتیب بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین سرعت موج و برحسب متر بر ثانیه است (۲۲، ۱۵).

### حل‌کننده تقریبی ریمن Roe

در این روش، سیستم معادلات غیرخطی به شکل پایستار، با تعریف ضرایب ثابتی با معادله خطی جایگزین می‌گردد:

$$U_t + \tilde{A}U_x = 0 \quad (۶)$$

در این رابطه، ماتریس  $\tilde{A}$  که ماتریس Roe نام دارد، تقریبی بر ماتریس ژاکوبین معادلات سنت و نانت است. شار محاسبه‌شده به روش Roe به صورت زیر است (۹):

$$F_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(F_L + F_R) - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^r \tilde{\alpha}_k |\tilde{\lambda}_k| \tilde{e}_k \quad (۷)$$

در این رابطه، پارامتر  $\tilde{\alpha}_k$  قدرت،  $k$  امین موج،  $\tilde{\lambda}_k$  مقدار ویژه و  $\tilde{e}_k$  بردار ویژه متوسط است. شار حاصل از حل مسئله ریمن با هر یک از روش‌های ذکرشده، سبب روش عددی با دقت مرتبه اول خواهد شد (۲۳).

### ارتقای دقت از مرتبه یک به دو

برای ارتقای دقت محاسبات به مرتبه دوم مکانی و زمانی، از روش<sup>۱</sup> MUSCL استفاده شده است. در این روش، مقادیر ثابت هر متغیر در سلول، با توجه به مقدار متغیرهای سلول مجاور به صورت خطی بازسازی می‌شوند و مقادیر حاصل‌شده نصف گام زمانی منتقل می‌شوند. این مقادیر، در انتها به عنوان شرایط اولیه برای حل مسئله ریمن به کار می‌روند. بدین ترتیب، دقت محاسبات به مرتبه دوم ارتقا می‌یابد. با اعمال روش<sup>۲</sup> SGM در محاسبات تراز، سطح آب جایگزین عمق آب شده است (۲۴).

1. Monotone Upwind Scheme for Conservation Laws

2. Surface Gradient Method

می‌شود:

(۱۱)

$$\frac{g \Delta t}{\Delta x} \left[ A_{i+\frac{1}{2}} \left( h_i + \frac{\Delta Z}{2} \right) - A_{i+\frac{1}{2}} \bar{h}_{i+\frac{1}{2}} - A_{i-\frac{1}{2}} \left( h_i + \frac{\Delta Z}{2} \right) + A_{i-\frac{1}{2}} \bar{h}_{i-\frac{1}{2}} \right] =$$

$$\frac{g \Delta t}{\Delta x} \left[ A_{i+\frac{1}{2}} h_i - A_{i+\frac{1}{2}} \bar{h}_{i+\frac{1}{2}} - A_{i-\frac{1}{2}} h_i + A_{i-\frac{1}{2}} \bar{h}_{i-\frac{1}{2}} + \left( A_{i+\frac{1}{2}} + A_{i-\frac{1}{2}} \right) \frac{\Delta Z}{2} \right]$$

با مرتب کردن طرفین معادله ۱۱، تساوی مذکور مشهود خواهد بود. از این معادله می‌توان تساوی معادله ۹ را نتیجه گرفت. پس روش مذکور دارای خاصیت بقاست. در مرحله ارتقا، دقت از مرتبه یک به دو نیز به همین روش خاصیت بقا اثبات می‌شود.

### شرایط مرزی

سیستم‌های فیزیکی در فاصله‌ای معین دارای مرزند. بدون توجه به رژیم جریان، می‌توان دو نوع شرایط مرزی را معرفی کرد: شرایط مرزی باز یا گرا دیان صفر و شرایط مرزی بسته یا انعکاسی. در دقت‌های مرتبه دو در شرط مرزی باز باید دو سلول مجازی در ابتدا و انتهای محدوده محاسباتی در نظر گرفته شود (۲۳).

### معیار پایداری

در روش‌های عددی از نوع صریح، برای پایداری روش باید محدودیت‌هایی اعمال شود. این محدودیت در قالب عدد کورانت قابل اعمال است و مقدار این متغیر در بازه [0,1] قرار دارد (۲۳، ۲۵).

آزمون‌های مختلفی برای ارزیابی عملکرد دو مدل به کار رفته است که شامل حل تحلیلی مسائل یا داده‌های آزمایشگاهی‌اند. از آزمون‌های جریان با دبی جانبی (حل تحلیلی) برای بررسی برجسته‌ترین ویژگی مدل استفاده شده است. این آزمون بر دو بخش مشتمل است. در آزمون اول، دبی به جریان اضافه و در حالت دوم، جریان از

در رابطه فوق،  $h$  عمق جریان،  $\bar{h}$  عمق متوسط در سلول،  $x$  طول آبراهه و  $\sigma$  عرض سطح آب در عمق  $\eta$  است. واحد تمامی این کمیت‌ها بر حسب متر است. یکی از نقاط متمایزکننده این تحقیق، اعمال جریان‌های جانبی است که عملاً در تمامی تحقیقات نادیده گرفته شده است. در این تحقیق، جریان جانبی اعمال شده در معادلات به دو حالت است: ۱. جریانی با دبی  $q_1$  اضافه می‌شود که در این حالت، دبی در هر سلول و در واحد عرض آن به صورت  $q_i(i)$  در معادله منفصل شده وارد خواهد شد؛ ۲. شرایط مرزی به صورت سرریز جانبی در نظر گرفته می‌شود که دبی  $q_i$  با توجه به عمق آب در سلول، به صورت آزاد از سرریز مستطیلی لبه تیز خارج می‌شود.

نکته مهم و قابل بررسی در منقطع‌سازی عبارت، شیب کف و عامل تغییر در عرض کانال، برقراری تعادل بین این عبارات و شار عبوری از وجوه حجم کنترل در حالت میدان جریان ساکن است. در واقع، چنانچه در شرایط میدان جریان ساکن خاصیت بقا توسط یک روش عددی حفظ شود، آن روش عددی خاصیت بقا را به‌طور دقیق تأمین کرده است. در غیر این صورت، روش عددی در نتایج، دارای نوسانات عددی خواهد شد (۲۰، ۱۶). شرط تحقق خاصیت بقا، تساوی رابطه زیر است که باید اثبات شود:

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} \left[ F_{i-\frac{1}{2}} - F_{i+\frac{1}{2}} \right] = t S^n \quad (9)$$

برای اثبات تساوی رابطه ۹، شار عبوری با حل‌کننده‌های ریمن HLL و Roe، محاسبه و در معادله ۹ جایگزین می‌شود:

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} \left[ gI_{i-\frac{1}{2}} - gI_{i+\frac{1}{2}} \right] = t \left[ gI_{\tau} + gA \frac{\Delta Z}{\Delta x} \right] \quad (10)$$

در رابطه ۱۰، برای اثبات تساوی طرفین معادله، مقادیر  $I_1$  و  $I_2$  در سلول  $i$  به شکل منفصل شده جایگزین

### جریان با دبی جانبی ورودی

در این آزمون، کانالی مستطیلی با عرض واحد شیب کف  $0/01$  و دبی بالادست  $7$  مترمکعب بر ثانیه در نظر گرفته شده است. طول کانال  $100$  متر است که از متر  $40$  تا  $50$ ، دبی جانبی  $0/25$  مترمکعب بر ثانیه بر متر وارد کانال می‌شود. در نهایت، دبی پایین دست به  $9/5$  مترمکعب در ثانیه افزایش می‌یابد. جریان در کانال زیر بحرانی است و مقطع کنترل در انتهای پایین دست به صورت ریزش آزاد آب در نظر گرفته شده است. ضریب زبری مانینگ کانال نیز  $0/15$  در نظر گرفته شده است.

برای شرایط اولیه جریان فرض می‌شود عمق نرمال در کل کانال برقرار است. در انتها، برای ارزیابی عملکرد الگوریتم‌های پیشنهادی، نتایج به دست آمده از مدل‌های عددی با نتایج محاسبه شده با استفاده از معادلات جریان‌های متغیر مکانی مقایسه شده است.

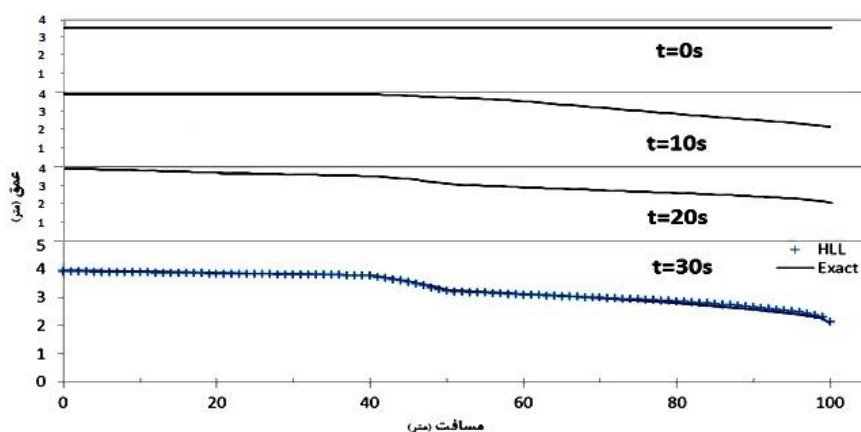
سرریز جانبی کانال بیرون می‌ریزد. یکی از ضعف‌های شبیه‌سازها، ناتوانی در شبیه‌سازی جهش هیدرولیکی است که این مورد نیز برای مدل‌ها آزموده می‌شود و در نهایت، برای آزمون عملکرد مدل در مواجهه با تغییرات عرض بستر، شکست سد در بستر تر دارای بازشدگی (داده‌های آزمایشگاهی) آزموده شده است (۲۴، ۲۲، ۱۹).

### نتایج

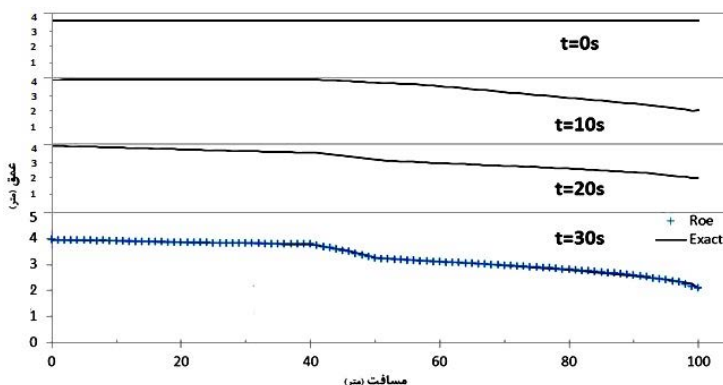
برای بررسی عملکرد، مدل‌ها در آزمون‌های طراحی شده ارزیابی می‌شوند. در هر آزمون، علاوه بر مقایسه نتایج شبیه‌سازی در زمان مورد نظر، پیشرفت کیفی نتایج در سه مرحله زمانی قبل از آن نیز ارائه شده است.

### جریان با دبی جانبی

یکی از مزایای مدل‌های عددی ارائه شده، پیش‌بینی هیدرولیک جریان در حضور جریان‌های جانبی است. در این بخش، با اعمال جریان‌های جانبی ورودی و خروجی، توانایی مدل‌های عددی در پیش‌بینی این شرایط ارزیابی شده است.



شکل ۱. مقایسه نتایج شبیه‌سازی پروفیل عمق آب در جریان با دبی جانبی ورودی به روش HLL و روش جریان‌های متغیر مکانی



شکل ۲. مقایسه نتایج شبیه‌سازی پروفیل عمق آب در جریان با دبی جانبی ورودی به روش Roe و روش جریان‌های متغیر مکانی

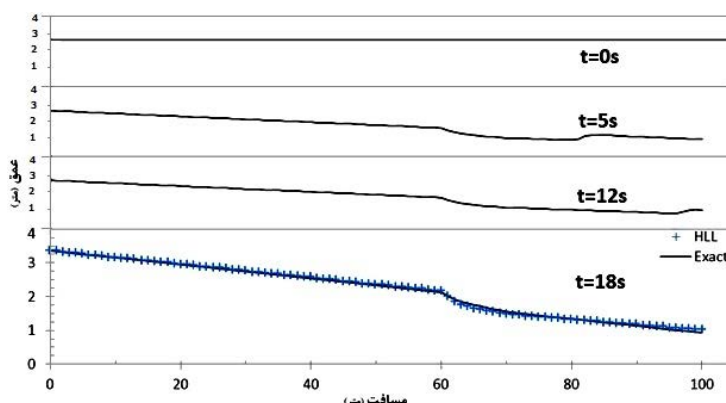
بخشی از دبی توسط سرریز جانبی مستطیلی لبه‌تیزی به ارتفاع ۰/۸ متر از کانال خارج می‌شود. جریان در کانال فوق بحرانی ضریب زبری کانال نیز ۰/۰۱۴ در نظر گرفته شده است.

برای شرایط اولیه جریان فرض شده است که عمق نرمال در کل کانال برقرار است. در انتها، برای ارزیابی عملکرد الگوریتم‌های پیشنهادی، نتایج مدل‌های عددی با نتایج محاسبه‌شده از معادلات جریان‌های متغیر مکانی مقایسه شده است.

با توجه به شکل‌های ۱ و ۲، نتایج فوق همخوانی بسیار مناسبی با روش حل دقیق نشان می‌دهد که حاکی از توانایی مناسب مدل‌های عددی در اعمال جریان‌های جانبی به صورت دبی ورودی است؛ با این تفاوت که روش Roe به اعمال اعداد کورانت کم برای حصول هم‌گرایی نیاز دارد.

### جریان با دبی جانبی خروجی

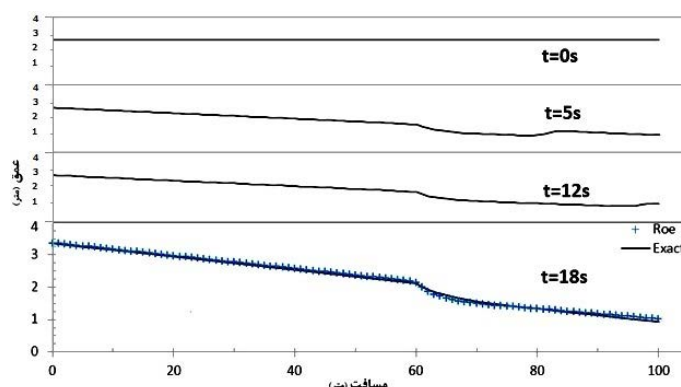
در این آزمون، کانالی مستطیلی با عرض واحد شیب ۰/۰۲ و با دبی بالادست ۷ مترمکعب بر ثانیه در نظر گرفته شده است. طول کانال ۱۰۰ متر است که از متر ۶۰ تا ۷۰



شکل ۳. مقایسه نتایج شبیه‌سازی پروفیل عمق آب در جریان با دبی جانبی خروجی به روش HLL و روش جریان‌های متغیر مکانی



کنترل و مدیریت سیلاب با شبیه‌ساز توانمند جریان‌های غیرماندگار در رودخانه



شکل ۴. مقایسه نتایج شبیه‌سازی پروفیل عمق آب در جریان با دبی جانبی خروجی به روش Roe و روش جریان‌های متغیر مکانی

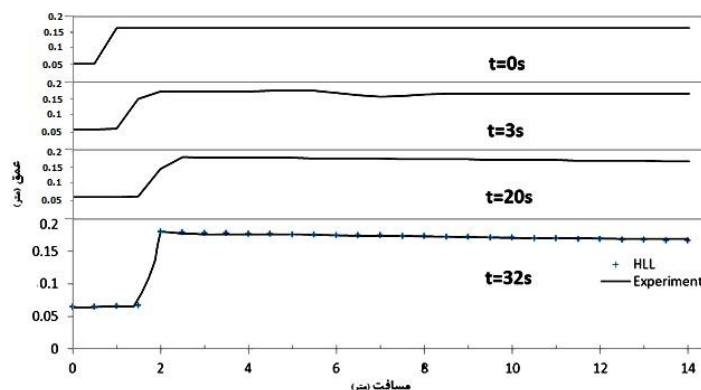
شرایط از جریان سنجیده می‌شود. برای ارزیابی مدل‌های عددی، از داده‌های آزمایشگاهی قارانگیک و چادری استفاده شده است (۲۴، ۱۷).

برای این آزمون، کانال مستطیلی به عرض ۰/۴۶ و طول ۱۴ متر در نظر گرفته شده است. شیب طولی کانال صفر است. شرایط مرزی جریان به این ترتیب است: عدد فرود ورودی ۲/۳ و سرعت ورودی ۱/۹۲ متر بر ثانیه و عمق آن ۰/۰۶۴ متر است. عمق جریان خروجی نیز ۰/۱۶۸ متر است. ضریب زبری فلوم شیشه‌ای با توجه به محیط خیس شده، حدوداً ۰/۰۰۹ و گام مکانی ۰/۵ متر در نظر گرفته شده است.

با توجه به شکل‌های ۳ و ۴، مشاهده می‌شود میزان افت آب در دهانه سرریز در روش‌های عددی، کمی بیشتر برآورد شده است. همچنین افزایش عمق آب بعد از سرریز و تشکیل پروفیل،  $S_3$  با شیب تندتری صورت گرفته است. در این آزمون نیز برای ایجاد هم‌گرایی در روش Roe، به عدد کورانت کوچک نیاز است.

### جهش هیدرولیکی

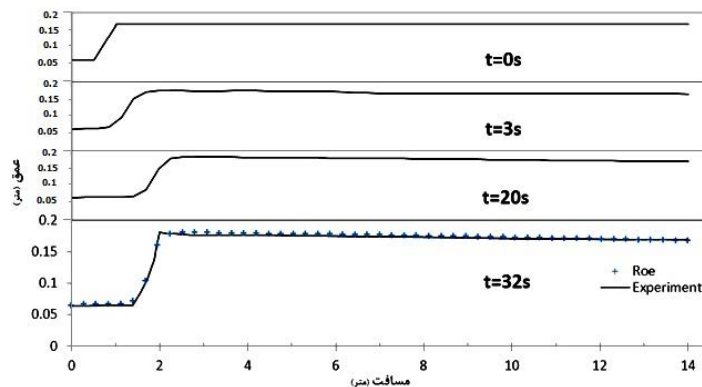
این آزمون نوعی جهش هیدرولیکی است که در اثر زبری کف در کانالی افقی اتفاق می‌افتد. در این شرایط، زبری کف تأثیر بسزایی در محل وقوع جهش دارد. یکی از ویژگی‌های این آزمون، وجود هم‌زمان جریان زیر و فوق بحرانی است که توانایی مدل عددی در شبیه‌سازی این



شکل ۵. مقایسه نتایج شبیه‌سازی پروفیل عمق آب در جهش هیدرولیکی به روش HLL و داده‌های آزمایشگاهی

## مدیریت آب و آبیاری

دوره ۵ ■ شماره ۱ ■ بهار و تابستان ۱۳۹۴



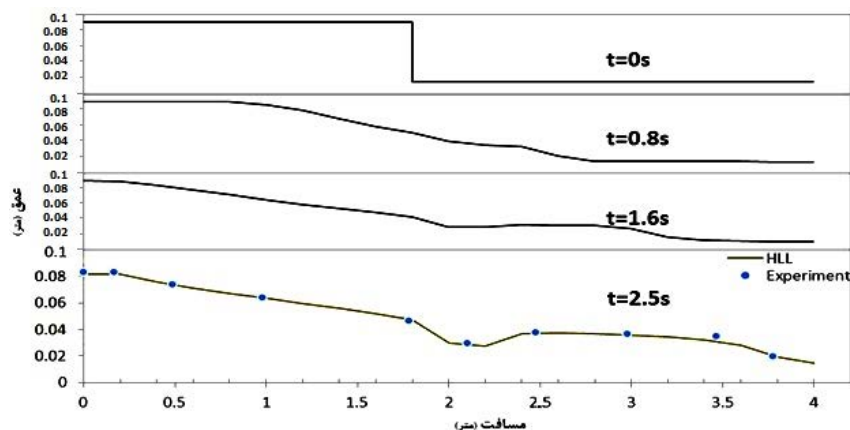
شکل ۶. مقایسه نتایج شبیه‌سازی پروفیل عمق آب در جهش هیدرولیکی به روش Roe و داده‌های آزمایشگاهی

کانال در محل سد، ۰/۱ متر است. شیب کف کانال صفر و از افت انرژی صرف‌نظر شده است. از محل قرارگیری سد به طرف پایین‌دست، عرض کانال افزایش می‌یابد. زاویه بازشدگی هریک از دیواره‌های کانال ۵ درجه است. عرض کانال در بالادست سد ثابت و ۰/۱ متر است و نتایج شبیه‌سازی بعد از ۲/۵ ثانیه مدنظر است. گام مکانی در این آزمون ۰/۲ متر در نظر گرفته شده است. موهاپاترا و همکاران از نتایج آزمایشگاهی این پدیده برای سنجش مدل عددی برای شبیه‌سازی پدیده شکست سد استفاده شده است (۱۹).

یکی از پدیده‌های چالش‌برانگیز برای شبیه‌سازها، وجود هم‌زمان جریان‌های زیر و فوق بحرانی است که با توجه به شکل‌های ۵ و ۶، عملکرد هر دو الگو بسیار مناسب بوده است.

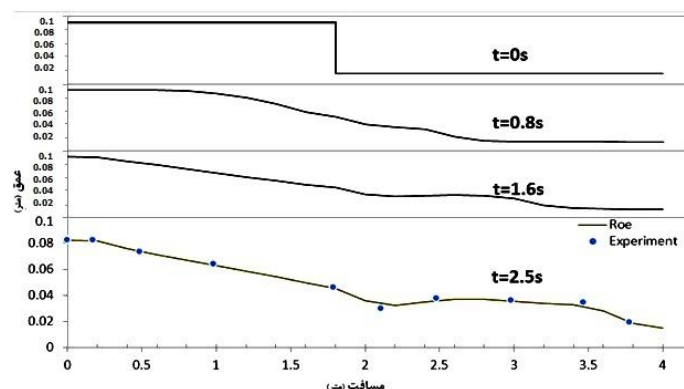
### شکست سد در کانال همراه با بازشدگی، درحالتی که بستر پایین‌دست تر باشد

در این آزمون، جریان ناشی از شکست ناگهانی سد، در کانالی به طول ۴ متر اتفاق می‌افتد. در شرایط اولیه، عمق بالادست ۰/۱ متر و عمق پایین‌دست ۰/۰۱۷۶ متر است. موقعیت سد در ۱/۸ متر از ابتدای کانال قرار دارد و عرض



شکل ۷. مقایسه پروفیل عمق شکست سد در کانال همراه با بازشدگی به روش HLL و داده‌های آزمایشگاهی

کنترل و مدیریت سیلاب با شبیه‌ساز توانمند جریان‌های غیرماندگار در رودخانه



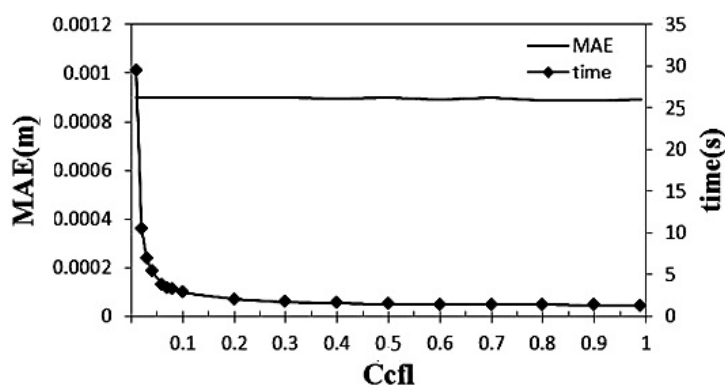
شکل ۸. مقایسهٔ پروفیل عمق شکست سد در کانال همراه با بازشدگی به روش Roe و داده‌های آزمایشگاهی

مهم‌ترین مسئله در افزایش راندمان مدل است. در واقع، باید مشخص شود برای حصول میزان مشخصی از دقت، چه مقدار هزینهٔ محاسباتی تحمیل خواهد شد. برای این منظور، از داده‌های آزمایشگاهی آزمون شکست سد در بستر تر در کانال همراه با بازشدگی استفاده شده است. با اجرای مدل‌های عددی به ازای اعداد کورانت ۰/۹۹-۰/۰۱، متوسط خطای مطلق<sup>۱</sup> شبیه‌سازی محاسبه شده است.

در جریان‌هایی که عرض تغییر می‌کند، به علت ایجاد مؤلفهٔ سرعت، مدل‌های عددی یک‌بعدی با خطا همراه خواهند شد. با توجه به شکل‌های ۷ و ۸ و یک‌بعدی بودن مدل‌های عددی ارائه‌شده، نتایج فوق درخور توجه است. در ضمن، بین آزمون‌های متعدد، این آزمون دارای دقت زیاد و زمان اجرای بسیار اندک است.

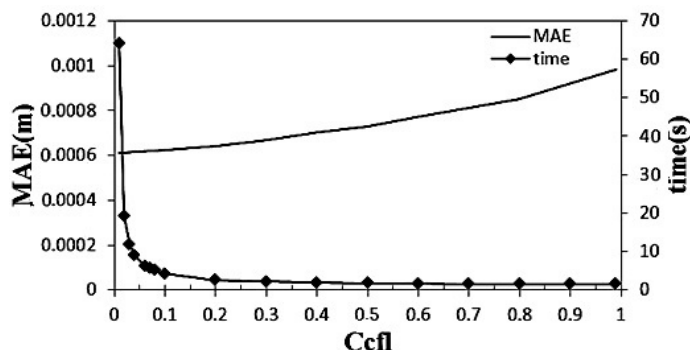
### بررسی میزان تأثیر عدد کورانت بر دقت نتایج مدل عددی

حساسیت دقت محاسبات در برابر اعداد کورانت مختلف،



شکل ۹. بررسی میزان تأثیر عدد کورانت بر خطا و هزینهٔ محاسباتی در روش HLL

1. MAE

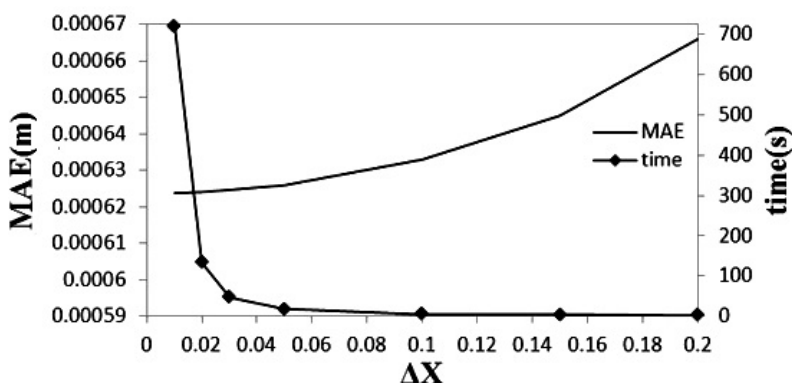


شکل ۱۰. بررسی میزان تأثیر عدد کورانت بر خطا و هزینه محاسباتی در روش Roe

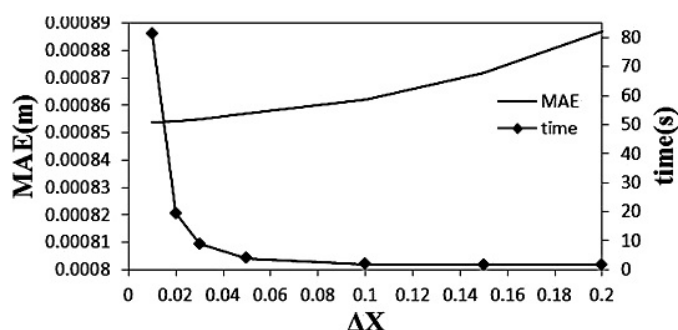
### بررسی میزان تأثیر گام مکانی بر دقت نتایج مدل عددی

در روش‌های عددی، اطلاعات مربوط به مسئله به صورت متوسطی در شبکه‌بندی‌های مکانی ارائه می‌شود. همین امر سبب ایجاد مقداری خطا در نتایج می‌شود. به نظر می‌رسد با کوچک‌تر شدن این گام‌های مکانی، دقت نتایج نیز افزایش یابد. برای بررسی این مورد، از داده‌های آزمایشگاهی آزمون شکست سد در بستر تر در کانال همراه با بازشدگی استفاده شده است. به این ترتیب که به ازای عدد کورانت ثابتی، گام‌های مکانی از ۰/۱ تا ۰/۲ تغییر می‌کند.

با توجه به شکل‌های ۹ و ۱۰، در روش HLL با کاهش عدد کورانت تغییرات بسیار جزئی در دقت شبیه‌سازی ایجاد می‌شود. حال آنکه زمان مورد نیاز برای شبیه‌سازی رشد چشمگیری می‌کند؛ پس استفاده از اعداد کورانت بیشتر، به شرط نبود پخش عددی، حالت مطلوب در این روش است. در روش Roe با کاهش عدد کورانت، دقت نتایج بهبود پیدا می‌کند؛ ولی هزینه محاسباتی در اعداد کورانت کوچک‌تر با شیب بسیار زیادی افزایش می‌یابد. حال، با توجه به دقت مورد نیاز و هزینه محاسباتی، می‌توان عدد کورانت مناسب را برای روش Roe انتخاب کرد.



شکل ۱۱. بررسی میزان تأثیر گام مکانی ( $\Delta X$ ) بر خطا و هزینه محاسباتی در روش HLL



شکل ۱۲. بررسی میزان تأثیر گام مکانی ( $\Delta X$ ) بر خطا و هزینه محاسباتی در روش Roe

و عدد کورانت برای رسیدن به دقت مورد نیاز با هزینه محاسباتی حداقل اعمال شود.

### بررسی آماری داده‌ها

برای بررسی کمی نتایج، از دو آماره میانگین خطای مطلق و ضریب تعیین استفاده شده است و داده‌های تحلیلی یا آزمایشگاهی در ۵۰۰ نقطه با داده‌های حاصل از مدل‌سازی مقایسه و خطا محاسبه شده است. نتایج این آزمون‌ها در جدول ۱ ارائه شده است.

با توجه به شکل‌های ۱۱ و ۱۲، با کاهش اندازه گام مکانی در هر دو روش، دقت نتایج افزایش می‌یابد و متعاقباً زمان مورد نیاز برای شبیه‌سازی جریان رشد می‌کند. با توجه به شرایط آزمون‌های مختلف، ممکن است تأثیر گام مکانی بر دقت نتایج، بیشتر از عدد کورانت باشد یا برعکس. ولی، روند کلی تغییرات در همه آزمون‌ها نسبت به عدد کورانت و گام مکانی تقریباً یکسان است. بهبود دقت نتایج در ابتدا هزینه زمانی کمی ایجاد می‌کند، ولی رفته‌رفته هزینه محاسبات رشد چشمگیری نشان می‌دهند. بنابراین، باید حالت بهینه‌ای از ترکیب گام مکانی

جدول ۱. مقایسه نتایج آماری دو روش HLL و Roe برای آزمون‌های مختلف

RMSE (متر)	R <sup>2</sup>	MAE (متر)	عدد کورانت	متوسط گام زمانی (ثانیه)	گام مکانی (متر)	زمان اجرای برنامه (ثانیه)	روش عددی	آزمون
۰/۰۴۳۸	۰/۹۹۳۱	۰/۰۴۰۳	۰/۹	۰/۰۹۷	۱	۱۵	HLL	جریان با دبی جانبی ورودی
۰/۰۱۹۲	۰/۹۹۸۷	۰/۰۱۴۷	۰/۳	۰/۰۲۴	۱	۸۳	Roe	
۰/۰۴۳۶	۰/۹۹۶۶	۰/۰۳۸۳	۰/۹	۰/۰۹۳	۱	۱۴	HLL	جریان با دبی جانبی خروجی
۰/۰۴۳۲	۰/۹۹۶۶	۰/۰۳۷۸	۰/۳	۰/۰۳۴	۱	۷۶	Roe	
۰/۰۰۱۹	۰/۹۹۷۰	۰/۰۰۰۹	۰/۹	۰/۱۶۸	۰/۵	۱۲	HLL	جهش هیدرولیکی
۰/۰۰۲۳	۰/۹۹۳۸	۰/۰۰۲۳	۰/۳	۰/۰۳۱	۰/۵	۴۳	Roe	
۰/۰۰۱۴	۰/۹۹۳۳	۰/۰۰۱۱	۰/۹	۰/۱	۰/۲	۲	HLL	شکست سد در بستر تر دارای بازشدگی
۰/۰۰۱۱	۰/۹۹۶۰	۰/۰۰۰۸	۰/۹	۰/۰۴	۰/۲	۲	Roe	

محاسبه شده توسط مدل‌ها افزایش می‌یابد که با افزایش هزینه محاسبات همراه است.

- به ازای اعداد کورانت بزرگ‌تر، عملکرد روش HLL هم از لحاظ هزینه محاسباتی و هم دقت محاسبات، بسیار مناسب‌تر از روش Roe است؛ ولی در اعداد کورانت کوچک، عملکرد روش Roe از لحاظ دقت محاسبات مناسب‌تر است؛ هرچند هزینه محاسباتی تا حدودی افزایش می‌یابد.

- برای افزایش دقت محاسبات به ازای حداقل هزینه محاسباتی، باید ترکیبی از کاهش اندازه گام زمانی و عدد کورانت بر مدل عددی اعمال شود.

- یکی از مزیت‌های مدل‌های عددی ارائه شده در این تحقیق، قابلیت اعمال جریان‌های جانبی است که برای شبیه‌سازی جریان در رودخانه‌ها باید در نظر گرفته شود. این جریان‌ها به صورت دبی جانبی ورودی یا خروجی است که با توجه به آزمون‌های مربوط به این زمینه، هر دو مدل نتایج رضایت‌بخشی را در حضور این شرایط در جریان ارائه می‌دهند.

- هر دو روش عددی ارائه شده نسبتاً ساده‌اند و به دور از هرگونه پیچیدگی، قادر به شبیه‌سازی جریان‌های دارای مقاطع نامنظم و خصوصیات یک‌بعدی هستند. از این ویژگی می‌توان به‌عنوان ابزاری توانمند برای کنترل و مدیریت جریان‌های سیلابی استفاده کرد.

با توجه به جدول مشاهده می‌شود در تمامی آزمون‌ها، هر دو روش موفقیت چشمگیری در شبیه‌سازی جریان دارند. مدل‌های عددی موجود و پرکاربرد امروزی مانند پرایزنم و آبوت، قادر به شبیه‌سازی جریان‌های دارای موج شوک نیستند و با توجه به جدول فوق، برتری مدل‌های ارائه شده در این تحقیق بسیار درخور توجه است.

### نتیجه‌گیری

در این تحقیق، از حل‌کننده‌های تقریبی ریمن HLL و Roe در قالب الگوریتم‌های حل یکسان در مدل‌سازی عددی جریان‌های سیلابی استفاده شده است. مطابق نتایج آزمون‌های طراحی شده برای شرایط مختلف هیدرولیکی، عملکرد مدل‌های عددی مذکور به صورت زیر است:

- با توجه به نتایج آزمون جهش هیدرولیکی، هر دو الگو برای شرایطی عملکرد مناسب دارند که جریان به‌طور هم‌زمان شامل بخش زیر و فوق بحرانی است.

- در اغلب آزمون‌ها برای جلوگیری از پخش عددی روش Roe از عدد کورانت کوچک استفاده شده است. این امر گام‌های زمانی کوچکی را بر روش عددی تحمیل می‌کند که نتیجه آن، افزایش زمان اجرای این مدل عددی است؛ ولی روش HLL در همه آزمون‌ها پایداری مناسبی از خود نشان داد و برای اعداد کورانت زیاد، نتایج بدون نوسان و قابل قبولی ارائه می‌دهد.

- دقت روش Roe وابستگی زیادی به عدد کورانت دارد و در اعداد کورانت کوچک‌تر، دقت محاسبات افزایش چشمگیری می‌یابد؛ حال آنکه در روش HLL با اعمال اعداد کورانت کوچک‌تر، تفاوت زیادی در دقت نتایج ایجاد نمی‌شود.

- با کاهش اندازه گام زمانی و مکانی، دقت نتایج

open channel. Nottingham University, Nottingham, Ph.D. Dissertation.

10. Garcia-Navarro P and Vazques-Cendon M E (2000) On numerical treatment of the source terms in the shallow water equations. *Computers and Fluids*, 29(8): 951–979.
11. Guinot V and Delenne C (2012) MUSCL schemes for the shallow water sensitivity equations with passive scalar transport. *Computers and Fluids*, 59 (1): 11-30.
12. Korichi Kh and Hazzab A (2010) Application of Shock Capturing Method for Free Surface Flow Simulation. *Jordan Journal of Civil Engineering*, 4(4): 310-320.
13. Lai W and Khan A A (2012) Discontinuous Galerkin method for 1D shallow water flows in natural rivers. *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, 6(1): 74-86.
14. Lencina I V (2007) Comparison between 1D and 2D models to analyze the dam break wave using the FEM method and the shallow water equations. Royal Institute of Technology, Sweden, Master's Dissertation.
15. Leon A S (2007) Improved Modeling of Unsteady Free Surface, Pressurized and Mixed Flows in Storm-sewer Systems. Illinois University, Urbana-Champaign, Ph.D. Dissertation.
16. Leveque R J (2002) Finite-Volume Methods for Hyperbolic Problems. Cambridge University Press, New York, 580 p.
17. Liang D and Falconer R and Lin B (2006) Comparison between TVD-Mac Cormack and ADI-type solvers of the shallow water equations. *Advances in Water Resources*, 29(12): 1833-1845.

## منابع

1. ضیاء ع (۱۳۸۷) الگوریتم عددی ساده و کارآمد برای مدل‌سازی شکست سد. دانشگاه تهران، تهران، پایان‌نامه دکتری.
2. Ahmad M F and Mamat M and Rizki S and Mohd I and Abdullah I (2011) The Development of Numerical Method or Shock Waves and Wave Propagation on Irregular Bathymetry. *Applied Mathematical Sciences*. 5(6): 293-308.
3. Akbari G and Firoozi B (2010) Implicit and Explicit Numerical Solution of Saint-Venant Equations for Simulating Flood Wave in Natural Rivers. 5th National Congress on Civil Engineering, Iran.
4. Aldrighetti E (2007) Computational hydraulic techniques for the Saint Venant Equations in arbitrarily shaped geometry. degli Studi University, Trento, Ph.D. Dissertation.
5. Benkhaldoun F and Seaid M (2010) A simple finite volume method for the shallow water equations. *journal of Computational and Applied Mathematics*, 234(1): 58-72.
6. Brufau P and Ghilardi P and Savi F (2001) 1D Mathematical modelling of debris flow. *journal of Hydraulic Research*. 38(6): 435-446.
7. Capart H and Eldho T I and Huang S Y and Young D L and Zech Y (2003) Treatment of Natural Geometry in Finite Volume River Flow Computations. *journal of Hydraulic Engineering*. 129(5): 385-393.
8. Chaudhry M H (2008) Open-Channel Flow. 2<sup>th</sup> ed. Springer, Carolina, 523 p.
9. Crossley A J (1999) Accurate and efficient numerical solution for Saint Venant equations of

18. Liang Q and Marche F (2009) Numerical resolution of well-balanced shallow water equations with complex source terms. *Advances in Water Resources*, 32(6): 873–884.
19. Mohapatra P K and Bhallamudi S M (1996) Computation of a dam-break flood wave in channel transitions. *Advances in Water Resources*, 19(3): 181-187.
20. Sanders B F (2001) High Resolution and Non-Oscillatory Solution of the St.Venant Equations in Non-Rectangular and Non-Prismatic Channels. *Journal of Hydraulic Research*, 39(3): 236-244.
21. Song L and Zhou J and Guo j and Liu Y (2011) A robust well-balanced finite volume model for shallow water flows with wetting and drying over irregular terrain. *Advances in Water Resources*, 34(7): 915–932.
22. Toro E F (2001) *Shock Capturing Methods for Free Surface Shallow Flows*. Wiley, Chichester, 326 p.
23. Toro E F (2009) *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics*. 3<sup>th</sup>ed. Springer, Verlag Berlin Heidelberg, 724 p.
24. Zhou J G and Causon D M and Mingham C G and Ingram D M (2001) Surface gradient method for treatment of source terms in the shallow-water equations. *Computer and Physics*, 168(1): 1-25.
25. Zia A and Banhashemi M A (2008) Simple efficient algorithm (SEA) for shallow flows with shock wave on dry and irregular beds. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 56(11): 2021-2043.