



## ارزیابی مدل‌های تلفیقی با کاربرد الگوریتم‌های فرا ابتکاری بهینه‌سازی PSO و GA در مدل ANFIS برای پیش‌بینی ضریب انتشار آلاینده در رودخانه‌ها

یاسر مه‌ری<sup>۱</sup>، میلاد مه‌ری<sup>۲</sup>، جابر سلطانی<sup>۳\*</sup>

۱. دانشجوی دکتری سازه‌های آبی، دانشکده مهندسی و فناوری کشاورزی، دانشگاه تهران، کرج، ایران.

۲. دانشجوی کارشناسی ارشد سازه‌های آبی، گروه مهندسی آبیاری و زهکشی، پردیس ابوریحان دانشگاه تهران، تهران، ایران.

۳. استادیار، گروه مهندسی آبیاری و زهکشی، پردیس ابوریحان دانشگاه تهران، تهران، ایران.

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۸/۱۲/۱۵

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۸/۰۸/۱۹

### چکیده

در سال‌های اخیر مسائل مربوط به انتشار آلودگی در رودخانه‌ها و مجاری روباز به یکی از مسائل مهم مورد بررسی پژوهش‌گران تبدیل شده است. با توجه به تأثیر آلودگی روی سلامتی انسان و آبریان موجود در رودخانه‌ها، پیش‌بینی و پیشگیری از آن در رودخانه‌ها که یکی از منابع تأمین آب می‌باشد، بسیار ضروری است. برای توصیف نحوه انتشار طولی آلودگی در رودخانه‌ها از ضریب انتشار طولی در رودخانه‌ها استفاده می‌شود. برای اندازه‌گیری این ضریب روش‌های مختلفی اعم از تجربی و ریاضی وجود دارد که محدودیت‌های زیادی دارند و قابل تعمیم نیستند. بنابراین در این پژوهش با بهره‌گیری از تلفیق الگوریتم‌های بهینه‌سازی GA و PSO با مدل هوشمند ANFIS روشی جدید برای پیش‌بینی این ضریب با کدنویسی در محیط نرم‌افزار MATLAB با ۱۱۶ داده نرمال ارائه شد. پارامترهای عرض سطح آزاد، عمق جریان، سرعت برشی و سرعت جریان در رودخانه برای ورودی مدل و ضریب انتشار طولی برای پارامتر هدف انتخاب شد. در نهایت با توجه به پیش‌بینی‌های انجام‌شده روش ANFIS-PSO با دقت  $MSE=0.0037$  و  $RMSE=0.061$  و  $R=0.9622$  و روش ANFIS-GA با دقت  $MSE=0.012$  و  $RMSE=0.11$  و  $R=0.739$  دارای دقت بیش‌تری نسبت به مدل ANFIS با دقت  $MSE=0.040$  و  $RMSE=0.200$  و  $R=0.698$  می‌باشند. از طرف دیگر با مقایسه دو روش ANFIS-PSO و ANFIS-GA مشاهده می‌شود که الگوریتم بهینه‌سازی PSO نسبت به روش GA دارای عملکرد بهتری در بهبود ساختار ANFIS بوده است. در نهایت روش ANFIS-PSO را می‌توان روشی مناسب‌تر برای پیش‌بینی ضریب انتشار طولی پیشنهاد می‌شود.

**کلیدواژه‌ها:** آلودگی، روش‌های ترکیبی، مدل‌سازی، هوش مصنوعی.

## Evaluation of combined Models with Optimization Approach of PSO and GA in ANFIS for Predicting of Dispersion Coefficient in Rivers

Yeaser Mehri<sup>1</sup>, Milad Mehri<sup>2</sup>, Jaber Soltani<sup>3\*</sup>

1. Ph.D. Candidate in Hydraulic Structures, Faculty of Irrigation and Reclamation Engineering., University of Tehran, Iran.

2. M.Sc. Student in Hydraulic Structures, Department of Irrigation and Drainage Engineering, College of Aburayhan, University of Tehran, Iran.

3. Assistant Professor, Department of Irrigation and Drainage Engineering, College of Aburayhan, University of Tehran, Iran.

Received: November 10, 2019

Accepted: March 05, 2020

### Abstract

Recently, water pollutions in rivers and canals have become the main issue for researchers. In addition, water pollutants have different effects on human and aquatic health. So, the prediction of pollution in water in different water resources like rivers has been the main topic for researching. The longitude dispersion coefficient which is experimental and theoretical method that is the best way for describing longitude dispersion. In this study, a new method has been used for predicting the longitude dispersion by ANFIS developing with PSO and GA optimization. For this purpose, the programs run with 116 normalizing data by writing of code in MATLAB software. The river wide, water depth, velocity and Shear velocity were used for input parameter and dispersion coefficient was used for the porpuse parameter. Results showed that the ANFIS-PSO model predicts dispersion coefficient with  $MSE=0.0037$ ,  $RMSE=0.061$  and  $R=0.9622$  and ANFIS-GA model predicts dispersion coefficient with  $MSE=0.012$ ,  $RMSE=0.11$  and  $R=0.739$  that have better accurate than ANFIS with  $MSE=0.040$ ,  $RMSE=0.200$  and  $R=0.698$ . By evaluating the two models, it was found that the PSO algorithm has better performance than GA algorithm in ANFIS model. The ANFIS-PSO model was the most accurate among the three studied models. Finally, it was concluded that the ANFIS-PSO model is more appropriate model to estimate in RMSE, MSE and R for dispersion coefficient

**Keywords:** Artificial Intelligent, combined methods, modeling, pollution.

## مقدمه

یکی از مباحث مهم و چالش‌های پر اهمیت در مدیریت و مهندسی منابع آب نحوه تعامل، پیش‌گیری و مقابله با آلودگی‌های به‌وجودآمده در محیط‌های مختلف آبی است. انتشار آلودگی در رودخانه‌ها در چند سال اخیر به‌علت وجود پیامدهای زیست‌محیطی به‌خصوص خطراتی که برای انسان‌ها داشته، به‌صورت ویژه‌ای مورد توجه قرار گرفته است. به همین منظور پژوهش‌گران بسیاری روی این موضوع متمرکز شده‌اند. به‌طور معمول این آلودگی‌ها منشأ انسانی داشته و با تخلیه آلاینده در رودخانه‌ها ایجاد می‌شود. به‌طور کلی، مراحل انتشار آلودگی در رودخانه‌ها به سه بخش عمده تقسیم‌بندی می‌شود. مرحله اول اختلاط عمقی، مرحله دوم اختلاط عرضی و مرحله نهایی اختلاط طولی است. با توجه به اهمیت اختلاط طولی بررسی این پدیده از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. یکی از مشخصه‌های اصلی انتشار طولی آلودگی در رودخانه‌ها و مجاری روباز، ضریب انتشار طولی است که یک پارامتر اساسی در مدل‌سازی هیدرولیکی آلودگی در رودخانه است. برای تعیین این ضریب معادلات تجربی و تئوری بسیاری ارائه شده است که هر کدام مختص شرایطی خاص است و قابلیت تعمیم در شرایط پیچیده را ندارند. لذا پیدا کردن راه‌کاری مناسب برای این موضوع از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. با توجه به پیچیده‌بودن انتخاب ضریب انتشار در رودخانه، عموماً برای اندازه‌گیری آن از برداشت‌های آزمایشگاهی و داده‌های میدانی استفاده می‌شود که کاری دشوار و هزینه‌بر است. بنابراین ضریب انتشار طولی یک پارامتر مهم و اساسی در توصیف فرآیند انتقال آلودگی در رودخانه‌ها و مجاری روباز است (۱۵). به‌طور کلی ضریب انتشار طولی به‌صورت تئوریک با استفاده از رابطه (۱) محاسبه می‌شود:

$$D_L = -\frac{1}{hD} \int_0^h u' \int_0^y \int_0^y u' dy dy dy \quad (1)$$

که در آن  $D_L$  ضریب انتشار طولی،  $h$  عمق جریان،  $y$  مختصات در جهت عرضی و  $u'$  انحراف سرعت از سرعت

متوسط مقطع عرضی است. ضریب انتشار آلودگی را می‌توان در پنج حالت مختلف بررسی و مورد ارزیابی قرار داد که عبارتند از ۱- جریان ورقه‌ای آرام، ۲- جریان لایه‌ای آشفته، ۳- انتشار در جریان لایه‌ای غیرماندگار، ۴- انتشار در حالت دو بعدی، ۵- انتشار در جریان بدون محدودیت (۱۱). پژوهش‌های قابل‌توجهی توسط پژوهش‌گران به‌صورت میدانی، آزمایشگاهی و ریاضی در ارتباط با ضریب پخش انجام شده است. الدر (۹) به‌صورت آزمایشگاهی، ضریب پخش طولی را بررسی و برای کانال‌های عریض رابطه‌ای ارائه داد. فیشر (۱۲) انتشار آلودگی را در عرض کانال به‌صورت آزمایشگاهی مورد بررسی و تحلیل قرار داد. فیشر و همکاران (۱۱) مراحل اختلاط آلودگی را در رودخانه‌ها مورد بررسی و تحلیل قرار دادند و آن را به سه بخش تقسیم‌بندی کردند. کاشفی‌پور و فلکونر (۱۸) رابطه‌ای را برای محاسبه ضریب پخش طولی در ۳۰ رودخانه ارائه کردند و نتیجه گرفتند این رابطه دارای دقت مناسبی در پیش‌بینی ضریب پخش آلودگی دارد. حقیابی (۱۳) با استفاده از روش هوشمند MARS مقدار ضریب انتشار آلودگی را در رودخانه‌ها پیش‌بینی کرد. او با استفاده از این مدل با دقت  $RMSE=0.068$  و  $R=0.95$  نشان داد این مدل دقت کافی در پیش‌بینی ضریب انتشار را دارد. شن و همکاران (۲۴) با استفاده از توانایی دستگاه ADCP توانستند ضریب پخش طولی را به‌صورت میدانی در تعدادی از رودخانه‌ها به‌دست آورند. زنگ (۲۷) از مدل دو بعدی MIKE21 برای شبیه‌سازی ضریب پخش طولی در رودخانه‌ها استفاده کرد و دقت آن را مورد ارزیابی قرار داد. زنگ و هوای (۲۶) از معادلات مختلف برای پیش‌بینی ضریب انتشار طولی استفاده کردند. دی‌سریو و همکاران (۷) از روش آزمایشگاهی برای بررسی مقدار ضریب پخش طولی در کانال با پوشش گیاهی و بدون پوشش گیاهی استفاده کردند. جدول (۱) روابطی که توسط پژوهش‌گران ارائه شده است را نشان می‌دهد.

ارزیابی مدل‌های تلفیقی با کاربرد الگوریتم‌های فرا ابتکاری بهینه‌سازی PSO و GA در مدل ANFIS برای پیش‌بینی ضریب انتشار آلاینده در رودخانه‌ها

**Table 1. Previous study formulas for longitudinal dispersion coefficient following the general form**

NO	Formula\Constant	Coefficient
1	Elder (1959)	$\frac{D_L}{H u_*} = 5.93$
2	Fischer (1967)	$D_L = 0.011 \frac{U^2 B^2}{H u_*}$
3	McQuivey and Keefer (1974)	$\frac{D_L}{H u_*} = 0.058 \left(\frac{1}{S}\right) \left(\frac{U}{u_*}\right)$
4	Sumer (1969)	$D_L = 6.32 UH$
5	Koussis and Rodriguez (1998)	$\frac{D_L}{H u_*} = 0.6 \left(\frac{B}{H}\right)^2$
6	Kashefipour and Falconer (2002)	$\frac{D_L}{HU} = \left[ 7.428 + 1.775 \left(\frac{B}{H}\right)^{0.620} \left(\frac{U}{u_*}\right)^{0.572} \right] \left(\frac{U}{u_*}\right)$
7	Sahay and Dutta (2009)	$\frac{D_L}{H u_*} = 2 \left(\frac{B}{H}\right)^{0.96} \left(\frac{U}{u_*}\right)^{1.25}$
8	Disley <i>et al.</i> (2015)	$\frac{D_L}{H u_*} = 3.563 \left(\frac{U}{\sqrt{gH}}\right)^{-0.4117} \left(\frac{B}{H}\right)^{0.6776} \left(\frac{U}{u_*}\right)^{1.0132}$

دقت مناسبی برای محاسبه ضریب پخش دارد. در این پژوهش دقت مدل برابر  $RMSE=0.085$  و با  $R=0.98$  است. همچنین از متولا و وو (۶) از روش ماشین‌بردار پشتیبان برای برآورد این ضریب در شرایط میدانی و طبیعی در رودخانه‌ها استفاده کردند و دقت این روش را بررسی کرده و نتیجه گرفتند این مدل توانایی پیش‌بینی ضریب پخش طولی در رودخانه‌ها را دارد. دقت ارائه شده در این مدل برابر با  $RMSE=0.0078$  و با  $R=0.9025$  است. اعتمادشهودی و تقی‌پور (۱۰) از الگوریتم M5 برای پیش‌بینی ضریب پخش استفاده کردند. با توجه به این‌که این مدل توانایی ارائه رابطه را دارد، به‌عنوان یک رابطه مناسب برای این منظور ارائه شد. نجف‌زاده و ستار (۲۲) از ترکیب GMDH و ANFIS و GEP برای پیش‌بینی ضریب پخش آلودگی در لوله‌ها با اعداد رینولدز مشخص استفاده کردند. آن‌ها از ۲۳۳ داده آزمایشگاهی استفاده کردند و توانستند با استفاده از این مدل‌ها روابطی با دقت مناسب نسبت به روش‌های دیگر دارد. ستار و قره‌باغی

پژوهش‌های متنوعی در ارتباط با پیش‌بینی مباحث مرتبط با ضرایب کاربردی در مهندسی آب و همچنین ضریب انتشار آلودگی با استفاده از مدل‌های هوشمند انجام شده است. مهري و همکاران (۲۱) ضریب تخلیه در سرریزها را با استفاده مدل هوشمند GMDH توسعه یافته پیش‌بینی کردند. آن‌ها نتیجه گرفتند شبکه عصبی در بهبود ساختار GMDH نقش مؤثری دارد. آنا‌تی و همکاران (۴) با ترکیب مدل ANFIS با PSO عمق آب‌شستگی را پیش‌بینی کردند. آن‌ها از ۱۸۸ داده آزمایشگاهی برای مدل‌سازی استفاده کردند. بعد از آنالیز ابعادی پارامترهای ورودی را تعیین و دقت مدل‌سازی ارائه شده توسط آن‌ها  $RMSE=1.435$  است. سردهارا و همکاران (۲۵) ماکزیمم عمق آب‌شستگی را با استفاده از مدل‌های SVM-PSO و ANFIS پیش‌بینی کردند و نتیجه گرفتند مدل SVM-PSO دارای دقت بیشتری نسبت به مدل‌های دیگر است. از متولا و قانی (۵) با استفاده از مدل GP مقدار ضریب پخش طولی را پیش‌بینی کرد و نتیجه گرفت که این مدل

دارد (۲۲). با همین ایده و ترکیب این مدل با مدل‌های بهینه‌سازی PSO و GA می‌توان برای بهتر شدن عملکرد مدل ANFIS تلاش کرد. استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی در مدل ANFIS یکی از ایده‌های جدید در پیش‌بینی پارامترهای مرتبط است. تاکنون بررسی‌های زیادی در مورد شبیه‌سازی با ANFIS در مباحث رودخانه‌ای انجام شده است ولی هیچ بررسی مرتبطی با پیش‌بینی آلودگی در رودخانه با استفاده از ترکیب مدل‌های فرا ابتکاری بهینه‌سازی PSO و GA و مدل هوشمند ANFIS انجام نشده است. با توجه به دشواری‌های بررسی‌های میدانی و هزینه‌های بسیار زیاد و همچنین عدم دقت کافی، ارائه راه‌کاری از این دست، لازم و ضروری است. استفاده از روش‌های عددی و هوشمند یکی از راه‌کارهای حل این مشکل است که هم دقت کافی و هم هزینه محاسباتی کم‌تری نسبت به سایر روش‌ها را دارند. از این‌رو، در پژوهش حاضر با ترکیب دو روش بهینه‌سازی GA و PSO با مدل ANFIS، با توجه به پژوهش‌های قبلی، برای اولین بار این مدل برای پیش‌بینی ضریب انتشار طولی آلاینده‌ها در رودخانه ارائه می‌شود.

### مواد و روش‌ها

در این تحقیق از دو الگوریتم PSO و GA برای بهینه‌سازی ANFIS در پیش‌بینی ضریب پخش آلودگی در رودخانه‌ها استفاده شده است و مدل‌ها با استفاده از کدنویسی در محیط نرم‌افزار MATLAB پیاده‌سازی شد. داده‌های میدانی مرتبط با رودخانه و ضریب انتشار طولی، از مرجع (۲۷) برداشت شد. در مجموع ۱۱۶ داده برای مدل‌سازی در این پژوهش استفاده شد. این داده‌ها از رودخانه‌های مختلف در سطح جهان برداشت و جمع‌آوری شده است. با توجه به روش‌های معمول یادگیری در ANFIS امکان گرافتادن در نقاط بهینه

(۲۳) از روش GEP برای محاسبه ضریب پخش طولی با استفاده از داده‌های میدانی استفاده کردند و دقت این مدل را مورد ارزیابی قرار دادند. آن‌ها از ۱۵۰ داده برای مدل‌سازی استفاده کردند و نتیجه گرفتند این مدل، دقتی مناسب دارد. نبی‌زاده و همکاران (۳) در تحقیقی از سامانه استنتاج فازی-عصبی تطبیقی برای پیش‌بینی دبی روزانه برای جریان رودخانه ليقوان استفاده کردند. آن‌ها با استفاده از این مدل با دقت  $RMSE=0.0078$  و  $R=0.9025$  با دبی روزانه را پیش‌بینی کردند. جمشیدی و نیک‌سخن (۱) با استفاده از مدل Qual2kw مقدار بار مجاز تخلیه آلودگی روزانه در پایین‌دست رودخانه سفید رود را تعیین کردند. این پژوهش به تعیین هزینه‌های تصفیه در شرایط مختلف پرداخته است. قلعه‌نی و ابراهیمی (۲) از الگوریتم ژنتیک و جستجوی مستقیم در بهینه‌سازی پارامترهای مدل غیرخطی ماسکینگ‌هام استفاده کردند و این دو روش را با یکدیگر مقایسه کردند.

در توابع ریاضی محدوده‌بندی‌ها به صورت عدد محض بوده و در بیش‌تر پدیده‌های موجود در طبیعت این موضوع صادق نیست و نمی‌توان محدودیت خاصی برای پدیده‌ها اعمال کرد. از این‌رو، منطق فازی برای حل این مشکل به وجود آمد. در منطق فازی پارامترها با متغیرهای توصیفی تعریف می‌شوند که مشکل نظریه کلاسیک مجموعه‌ها که به صورت صفر و یک عمل می‌کند را حل می‌کند ولی منطق فازی میزان تعلق هر پارامتر با متغیرهای توصیفی را ارائه می‌کند (۲۰). روش استنتاج فازی روشی غیرخطی است که روابط بین پارامترهای مؤثر و تأثیر پذیر با قوانین اگر- آنگاه فازی تعریف می‌شود (۱۶). مدل استنتاج فازی-عصبی برای اولین بار توسط جانگ در سال ۱۹۹۳ که ترکیبی از سیستم‌های فازی و شبکه عصبی مصنوعی بود ارائه شد. مدل ANFIS ترکیبی از دو روش یادشده است که ایرادهای کم‌تری نسبت به دو مدل دیگر

ارزیابی مدل‌های تلفیقی با کاربرد الگوریتم‌های فرا ابتکاری بهینه‌سازی PSO و GA در مدل ANFIS برای پیش‌بینی ضریب انتشار آلاینده در رودخانه‌ها

### مدل ANFIS

ساختارهای مختلفی برای اجرای یک سیستم فازی توسط شبکه‌های عصبی پیشنهاد شده‌اند که یکی از پر قدرت‌ترین آن‌ها ANFIS است که توسط جریس ابداع گردیده است. منطق فازی با توابع عضویت و شبکه عصبی با نرون‌ها کار می‌کند، پارامترهای ورودی در ابتدا از توابع عضویت عبور کرده و مقدار عضویت پارامترهای ورودی به بازه‌های مختلف فازی مشخص می‌گردد. سیستم فازی عصبی، ترکیبی از دو روش شبکه عصبی و سامانه استنتاج فازی است. در این روش با استفاده از توانایی یادگیری شبکه عصبی، اشکال اصلی سامانه استنتاج فازی که تعیین توابع عضویت و بهینه‌سازی آن است را حل می‌نماید (۱۷). ساختار مدل فازی-عصبی دارای پنج لایه است که هر کدام از لایه‌ها به ترتیب شامل گره‌های ورودی، گره‌های قاعده، گره‌های متوسط، گره‌های نتیجه و گره‌های خروجی می‌باشند. هر گره دارای تابعی با پارامترهای قابل تنظیم یا ثابت است (۱۹). پارامترهایی که به توابع عضویت ارتباط دارند در مرحله آموزش تغییر می‌یابند و محاسبه آن‌ها با استفاده از بردار گرادیان می‌باشد، به گونه ای که این بردار یک معیار مناسب برای اندازه‌گیری مطلوبیت مدل‌سازی پارامترها فراهم می‌آورد. پس از ایجاد بردار گرادیان از مدل‌های بهینه‌سازی برای بهینه‌سازی پارامترها و به حداقل رساندن خطاها استفاده شد.

### مدل تلفیقی ANFIS و PSO

بهینه‌سازی گروهی ذرات برای اولین بار توسط ابهارت و کندلی مطرح شد (۸). این روش با به وجود آوردن مجموعه‌ای از ذرات یا راه‌حل‌ها که به صورت تصادفی به وجود می‌آید ایجاد می‌شود. سپس با استفاده از بهروزرسانی مکرر ذرات به جستجوی بهینه‌ترین حالت می‌پردازد. روابط (۳) و (۴) معادلات حاکم بر این روش را نشان می‌دهند.

موضعی وجود دارد، برای حل این مشکل با استفاده از ترکیب با روش‌های بهینه‌سازی ذکر شده می‌توان این مشکل را رفع و دقت پیش‌بینی را افزایش داد. با یک جستجوی تصادفی امکان گرافتادن در نقاط بهینه موضعی کاهش می‌یابد. طبق شکل‌های (۱) و (۲) نحوه مدل‌سازی نشان داده شده است. نکته قابل ذکر تعریف تابع هزینه به صورت میانگین مجذور مربعات خطا و تنظیم پارامترهای فازی بر این اساس است. پارامترهای مؤثر روی ضریب انتشار آلودگی در رابطه (۲) نشان داده شده است که این پارامترها عبارتند از:

$$D_x = f(B, H, U, u_*) \quad (2)$$

که در آن B عرض سطح آزاد در رودخانه، H عمق جریان،  $u^*$  سرعت برشی، U سرعت جریان و  $D_x$  ضریب انتشار طولی است. همچنین جدول (۲) داده‌های مورد استفاده در این پژوهش را نشان می‌دهد. در این تحقیق از این پارامترها به عنوان ورودی مدل‌ها استفاده و مقدار ضریب انتشار DC پارامتر هدف قرار داده شد.

Table 2. Comparison of models

Model	RMSE	R
Kashefipur and Falconer (2001)	252.3	0.585
ANFIS	0.200	0.698
ANFIS-GA	0.110	0.737
ANFIS-PSO	0.061	0.962

علاوه بر روش‌های تئوری، با توجه به پژوهش‌های قبلی، به طور معمول برای شرایط پیچیده مانند رودخانه‌هایی که دارای پیچان‌رود هستند و همچنین برای شرایطی که در کانال جریان ثانویه یا هندسه کانال منشوری نباشد از روش‌های تجربی استفاده می‌شود که بسیار وقت‌گیر و هزینه‌بر است. لذا از روش‌های عددی و مدل‌سازی هوشمند برای این موضوع می‌توان استفاده کرد که هم هزینه کم‌تر و هم سرعت بالاتری نسبت به روش‌های دیگر دارد و از طرفی دارای دقت بیش‌تر نیز می‌باشد.

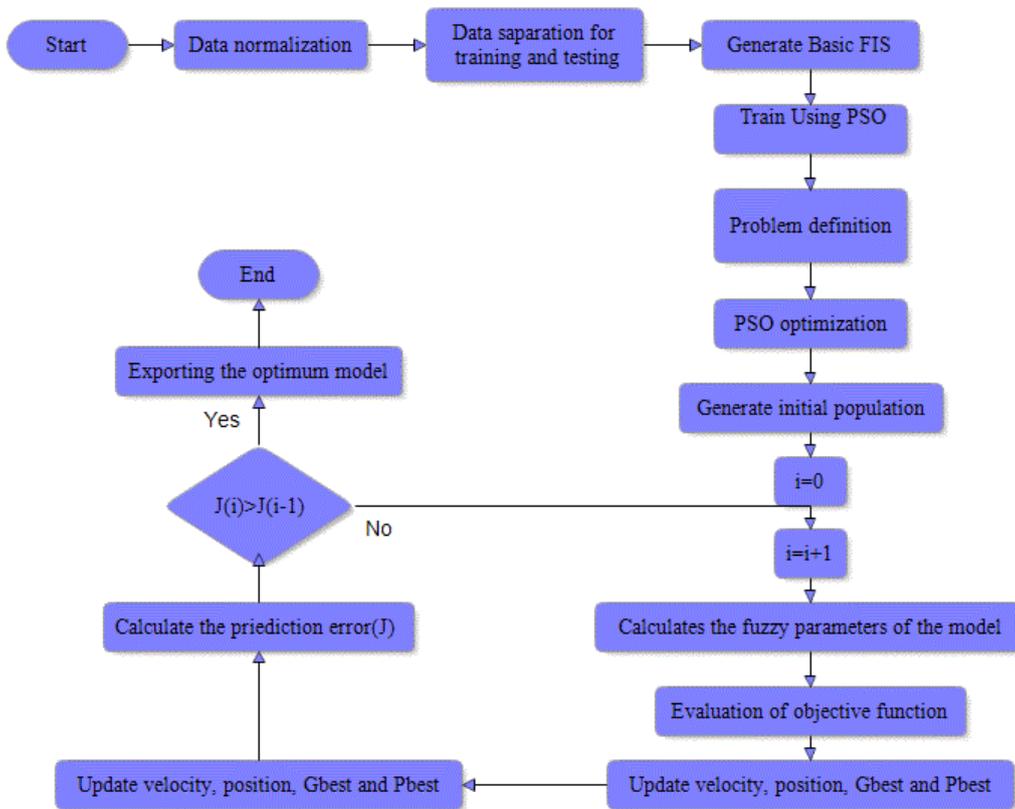


Figure 1. Flowchart of ANFIS-PSO

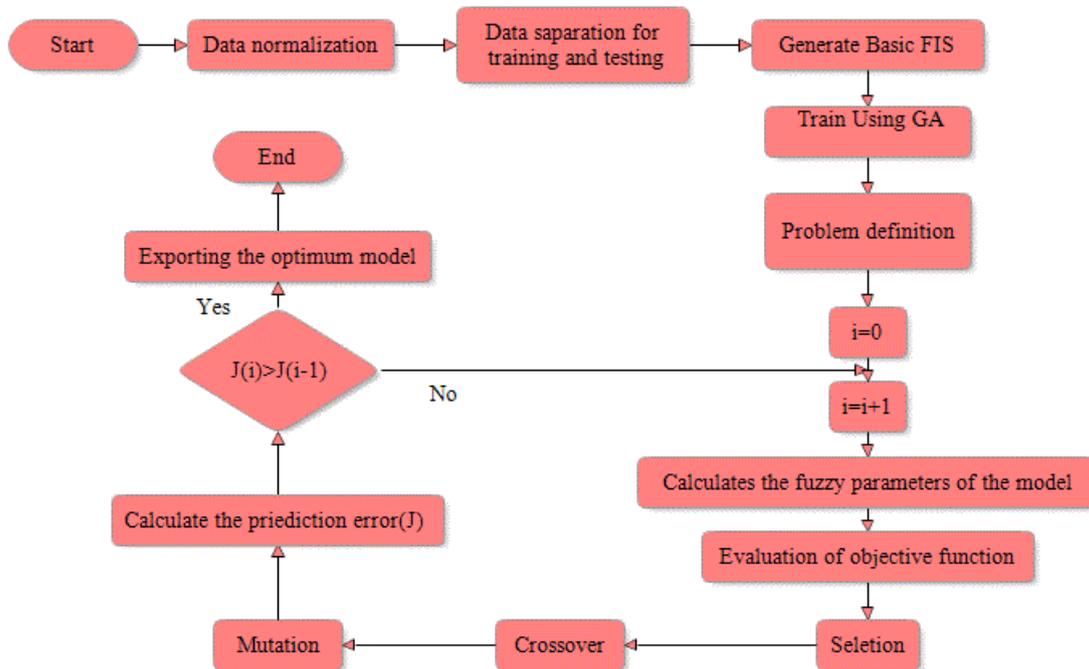


Figure 2. Flowchart of ANFIS-GA

ارزیابی مدل‌های تلفیقی با کاربرد الگوریتم‌های فرا ابتکاری بهینه‌سازی PSO و GA در مدل ANFIS برای پیش‌بینی ضریب انتشار آلاینده در رودخانه‌ها

برش است که روی افرادی که به‌عنوان والد انتخاب شده‌اند اعمال می‌شود. در مرحله سوم که جهش نام دارد یک ژن می‌تواند با ژن دیگری در طول کروموزوم تعویض شود یا مقدار ژن تغییر کند. فلوجارت مدل ANFIS-GA را در شکل (۲) نشان داده شده است.

### شاخص‌های ارزیابی عملکرد

در بررسی دقت روش‌ها، باید یک شاخص معیاری برای ارزیابی آن‌ها باشد. برای این منظور از روش جذر میانگین مربعات خطا (RMSE) و ضریب رگرسیون همبستگی (R) و میانگین مربعات خطا (MSE) استفاده شده است (روابط ۵، ۶ و ۷).

$$R = \frac{\sum XY}{\sqrt{\sum X^2 \sum Y^2}} \quad (5)$$

$$RMSE = \left[ \frac{\sum (X - Y)^2}{N} \right]^{0.5} \quad (6)$$

$$MSE = \frac{\sum (X - Y)^2}{N} \quad (7)$$

### نتایج و بحث

با توجه به اهمیت پیش‌بینی ضریب انتشار طولی در رودخانه‌ها، در این تحقیق از سه مدل هوشمند ANFIS، ANFIS-GA، ANFIS-PSO برای شبیه‌سازی و پیش‌بینی ضریب انتشار طولی آلودگی استفاده شد. در این مطالعه با کدنویسی در محیط نرم‌افزار MATLAB، دو مدل بهینه‌سازی GA و PSO با مدل ANFIS ترکیب و نتایج آن مورد ارزیابی قرار گرفته و با یکدیگر مقایسه می‌شوند.

### ارزیابی مدل ANFIS

در این روش ۸۰ درصد داده‌ها برای آموزش و ۲۰ درصد آن برای آزمون مورد استفاده قرار گرفت. بعد از نرمال‌کردن و جداکردن داده‌ها به دو بخش آموزش و آزمون می‌توان مشاهده کرد که خطای این روش در مرحله آموزش با

با فرض وجود فضای D بعدی و ذره i ام در این فضا به‌صورت  $X_i$  و بردار سرعت با  $V_i$  نشان داده می‌شود. بهترین موقعیت که ذره  $i$  ام پیدا کرده است، به‌صورت  $P_{best_i}$  نشان داده می‌شود و بهترین موقعیتی که بهترین ذره در بین کل ذرات پیدا کرده است، با  $G_{best_i}$  نشان داده می‌شود.

$$V_i(t) = \omega V_i(t-1) + \rho_1 (X_{P_{best_i}} - X_i(t)) + \rho_2 (X_{G_{best_i}} - X_i(t)) \quad (3)$$

$$X_i(t) = X_i(t-1) + V_i(t) \quad (4)$$

که در آن  $\rho_1 = C_1 R_1$  و  $\rho_2 = C_2 R_2$  می‌باشد. هم‌چنین در آن  $C_1$  و  $C_2$  ضریب ثابت آموزش،  $R_1$  و  $R_2$  دو عدد تصادفی با توزیع یکنواخت بین صفر و یک است. فلوجارت برنامه نوشته‌شده مدل ANFIS-PSO در شکل (۱) نشان داده شده است.

### مدل تلفیقی ANFIS و GA

الگوریتم ژنتیک GA برای اولین بار توسط هلند ارائه شد (۱۴). این الگوریتم، یکی از الگوریتم‌های تکاملی است که با استفاده از جستجوی تصادفی از مدل‌سازی بیولوژیکی طبیعی الگوبرداری می‌کند. مؤلفه اصلی این الگوریتم کروموزوم است که یک راه‌حل در فضای جستجوی مسأله بهینه‌سازی را نشان می‌دهد. این الگوریتم جواب‌هایی را انتخاب می‌کند که بقای نسل بیش‌تری دارد و ویژگی بهتری نسبت به سایر جواب‌ها دارد. در این الگوریتم ابتدا به‌صورت تصادفی، جامعه‌ای از کروموزوم‌ها تولید می‌شود و سپس ویژگی‌های مثبت آن بررسی می‌شود. سپس توسط عملگرهای برش و جهش جامعه‌ای جدید با مقادیر ویژگی‌های مثبت بالاتر تولید می‌شود. بنابراین، این الگوریتم دارای سه مرحله است. در مرحله اول که انتخاب نام دارد کروموزوم‌های نسل بعدی از کروموزوم‌های نسل فعلی با استفاده از قانون بقای نسل تعیین می‌شود. مرحله دوم عمل

**ارزيابي مدل تلفيقي ANFIS-GA**

در اين تحقيق، با تركيب مدل بهينه‌سازي GA با ANFIS، مدلی جديد برای پيش‌بيني ضريب انتشار طولی رودخانه‌ها ارائه شد. برای اين منظور با نرمال‌کردن همه داده‌ها، داده‌ها بين [0,1] قرار داده شد. کم‌ترين مقدار داده برای هر پارامتر صفر و بیش‌ترين مقدار آن یک استفاده می‌شود. ۸۰ درصد داده‌ها برای آموزش و ۲۰ درصد داده‌ها برای آزمون اين مدل قرار گرفت. شکل (۴) عملکرد مدل ANFIS-GA را برای داده‌های آموزش را نشان می‌دهد. مقدار خطا در اين مرحله  $MSE=0.0095$  و  $RMSE=0.097$  با  $R=0.783$  می‌باشد. در قسمت ۴- الف مقادير اين شکل ضريب انتشار مشاهده‌شده در رودخانه را در مقابل مقادير پيش‌بيني شده اين ضريب را نشان می‌دهد. البته تراکم داده با توجه به رنج آن در مقادير نزديک به صفر بیش‌تر است. قسمت ۴- ب روند پيش‌بيني را در هر نمونه می‌توان مشاهده کرد. قسمت ۴- ج مقادير خطا را برای پيش‌بيني هر نمونه نشان می‌دهد. شکل (۵) عملکرد اين مدل را در مرحله آزمون نشان می‌دهد که در آن  $MSE=0.012$  و  $RMSE=0.11$  با  $R=0.739$  می‌باشد.

$MSE=0.000006$  و  $RMSE=0.0024$  با  $R=0.99$  برابر است. خطا در مرحله آزمون نیز با توجه شکل (۳) با مقدار  $MSE=0.040$ ،  $RMSE=0.200$  و با  $R=0.698$  برابر است. اين شکل خود دارای سه نمودار برای تطابق داده‌ها پيش‌بيني شده و مشاهداتی است و پراکندگی داده‌ها در پيش‌بيني مقادير و در نهايت مقادير خطا و دامنه آن را می‌توان مشاهده کرد. در اين مرحله دیده می‌شود اين مدل در مرحله آموزش دارای دقت مناسب و در مرحله آزمون دقت کافی را نداشته است. شکل ۳- الف، نمودار داده‌های میدانی را در مقایسه با داده‌های پيش‌بيني شده توسط مدل ANFIS در مرحله آزمون را نشان می‌دهد. خط آبی دقت صددرصدی را نشان می‌دهد. پراکندگی داده‌ها نشان می‌دهد که در اين مرحله مدل ANFIS به تنهایی قادر به پيش‌بيني درست مقدار ضريب انتشار آلودگی نیست. در شکل ۳- ب مقادير ضريب انتشار  $D_c$  در مقابل مقدار مشاهده‌شده هر نمونه را نشان می‌دهد. نمودار ۳- ج مقدار خطای متوسط را برای هر نمونه در مرحله آزمون نشان می‌دهد که در برخی موارد خطای زیادی مشاهده می‌شود.

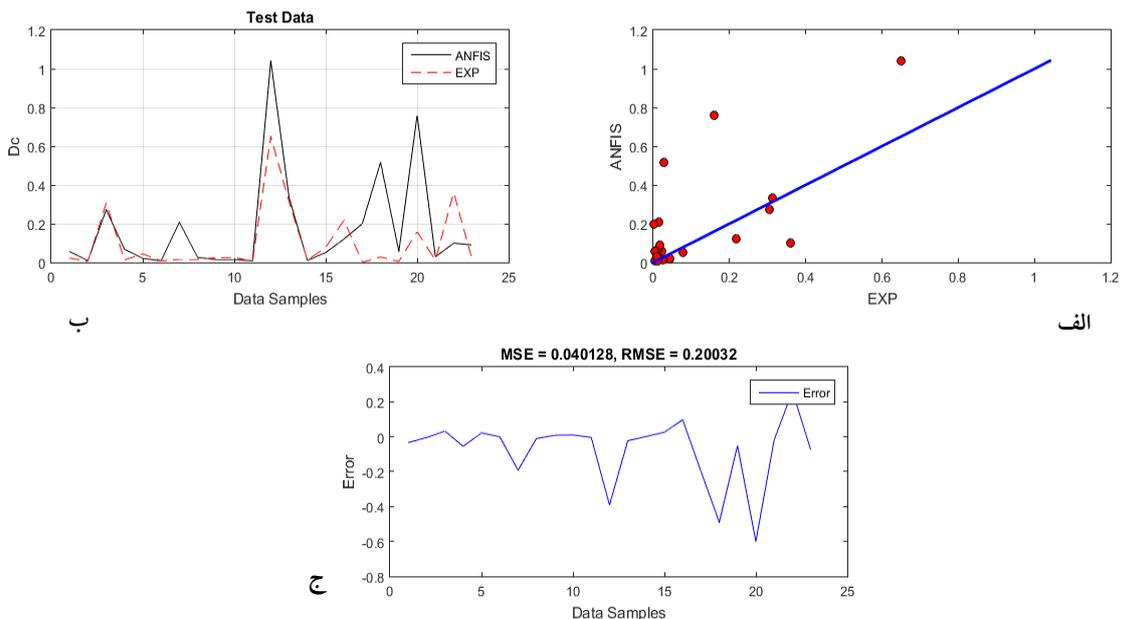


Figure 3. ANFIS model performance in test stage

ارزیابی مدل‌های تلفیقی با کاربرد الگوریتم‌های فرا ابتکاری بهینه‌سازی PSO و GA در مدل ANFIS برای پیش‌بینی ضریب انتشار آلاینده در رودخانه‌ها

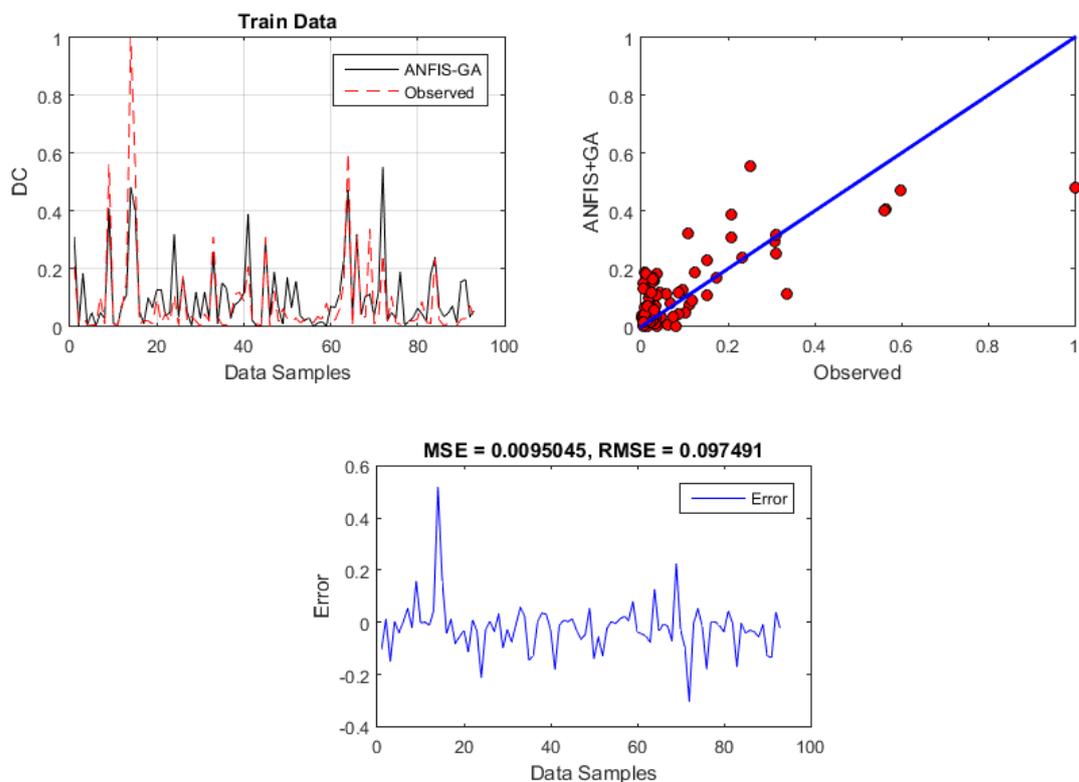


Figure 4. ANFIS-GA model performance in train stage

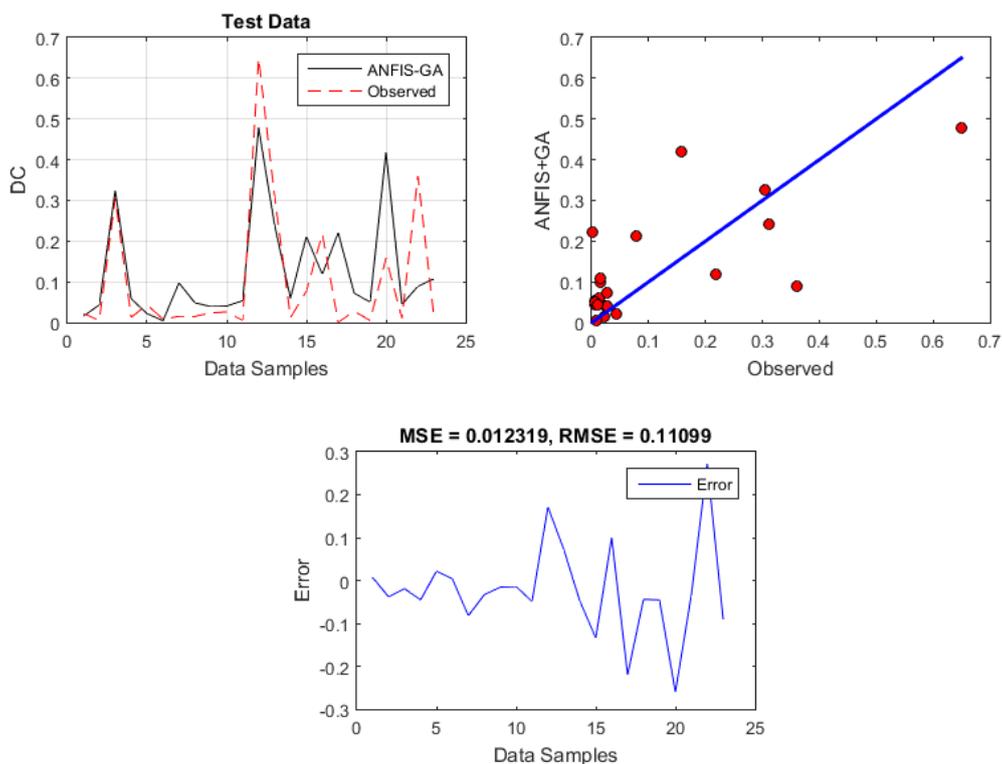


Figure 5. ANFIS-GA model performance in test stage

بهرتر نرون‌ها برای آموزش ANFIS می‌شود. در این مدل بعد از نرمال کردن داده‌ها (قرار دادن داده‌ها بین صفر و یک)، در مرحله آموزش می‌توان عملکرد مدل را در شکل (۷) مشاهده کرد که مقدار خطای  $MSE=0.0026$  و  $RMSE=0.051$  با  $R=0.947$  را نشان می‌دهد. قسمت ۷-الف که داده‌های پیش‌بینی شده را در مقابل داده‌های مشاهداتی در رودخانه نشان می‌دهد، دقت مناسب و روند قابل قبولی را نسبت به روش‌های قبلی نشان می‌دهد. قسمت ۷-ب روند پیش‌بینی را برای هر نمونه از داده‌ها نشان داده و قسمت ۷-ج خطای پیش‌بینی را نشان می‌دهد. هم‌چنین شکل (۸) عملکرد مدل را مرحله آزمون نشان می‌دهد که در آن  $MSE=0.0037$  و  $RMSE=0.061$  با  $R=0.9622$  می‌باشد. مشاهده می‌شود که در قسمت‌های ۸-الف، ب و ج این شکل خطای کم‌تری نسبت به روش‌های ANFIS و ANFISGA قابل مشاهده است. مقایسه‌ای بین ضریب انتشار طولی مشاهداتی و پیش‌بینی شده را می‌توان برای همه داده‌ها در شکل (۹) مشاهده نمود که در آن  $MSE=0.0028$  و  $RMSE=0.053$  با  $R=0.9489$  می‌باشد.

همان‌طورکه مشاهده می‌شود در قسمت ۵-الف پراکندگی داده نسبت به مرحله آموزش وضعیت مناسبی نداشته و قابل اتکا نیست و دقت پیش‌بینی آن کم‌تر از مرحله آموزش است. همین موضوع را در قسمت‌های ۵-ب و ج نیز می‌توان مشاهده کرد. هم‌چنین شکل (۶) ضریب انتشار طولی مشاهداتی را در مقابل داده‌های پیش‌بینی شده را برای همه نمونه‌ها نشان می‌دهد که تطابق قابل قبول در این مدل دارد و در آن برابر با  $MSE=0.010$  و  $RMSE=0.100$  با  $R=0.7738$  می‌باشد. با ارزیابی کلی در سه شکل (۴)، (۵) و (۶) می‌توان به این نتیجه دست یافت که روش بهینه‌سازی GA با وجود بهبود ساختار ANFIS و کاهش مقدار خطا نسبت به مرحله قبل، دقت مورد انتظار را برای پیش‌بینی را ارائه نکرده است.

#### ارزیابی مدل تلفیقی ANFIS-PSO

استفاده از روش بهینه‌سازی PSO برای بهینه‌کردن ساختار مدل ANFIS یکی دیگر از روش‌های قابل استفاده به‌منظور پیش‌بینی دقیق‌تر است. بهینه‌کردن سبب یادگیری

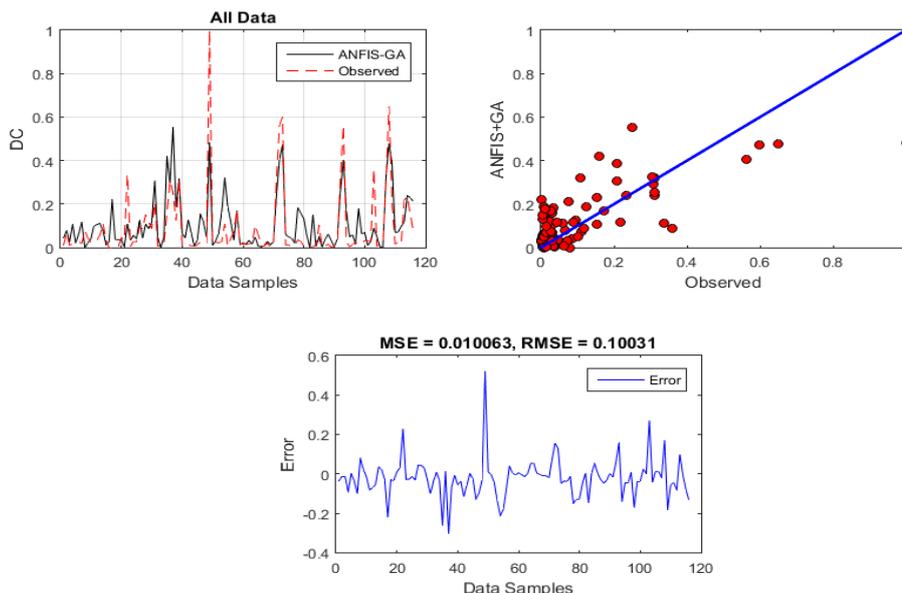


Figure 6. ANFIS-GA model performance for all data

ارزیابی مدل‌های تلفیقی با کاربرد الگوریتم‌های فرا ابتکاری بهینه‌سازی PSO و GA در مدل ANFIS برای پیش‌بینی ضریب انتشار آلاینده در رودخانه‌ها

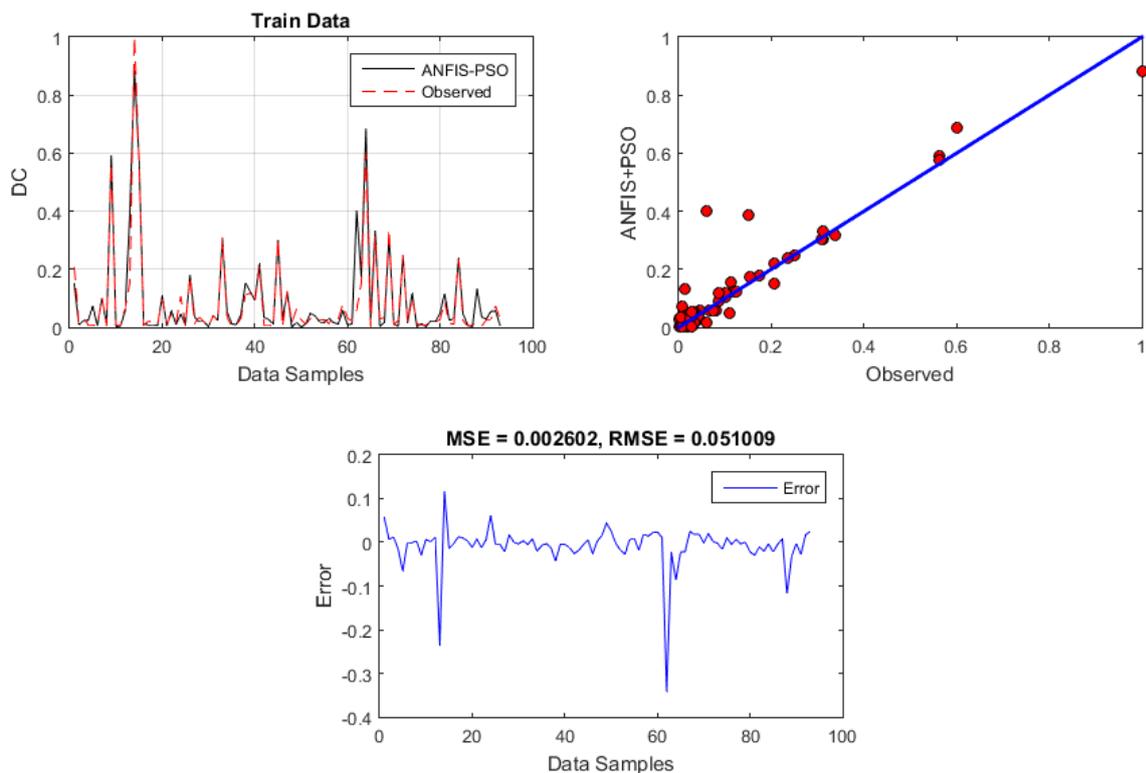


Figure 7. ANFIS-PSO model performance in train stage

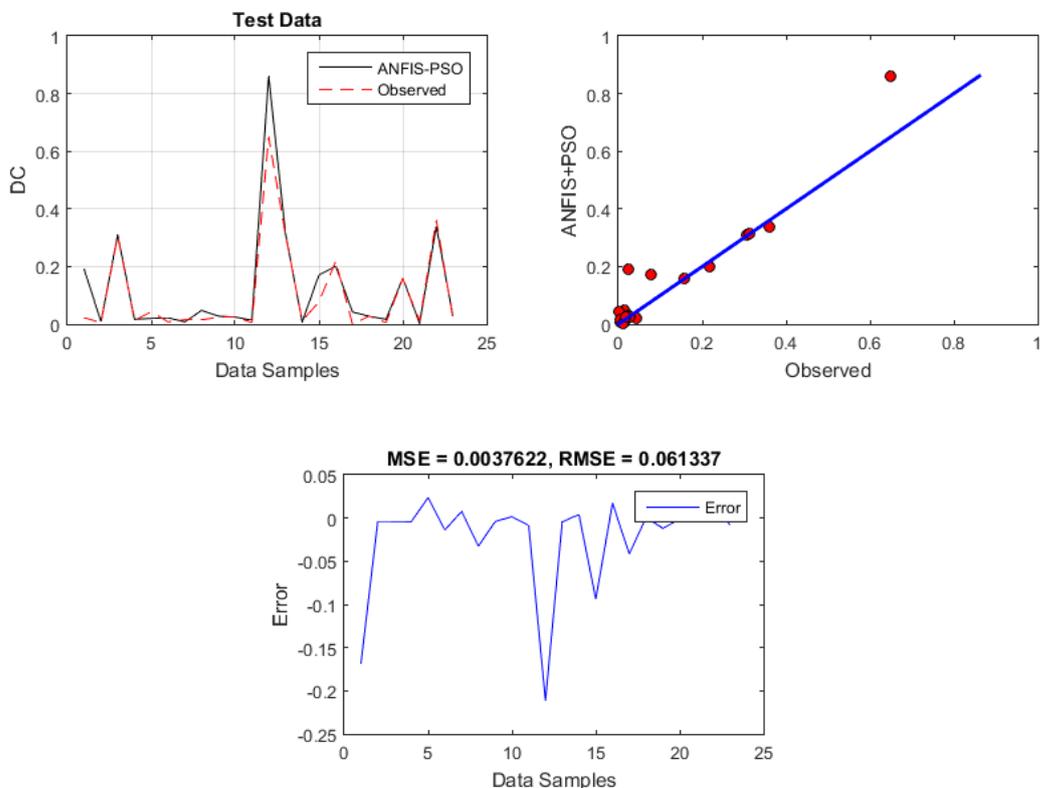


Figure 8. ANFIS-PSO model performance in test stage

### مقایسه بین مدل‌ها

بعد از ارزیابی مدل‌ها، در این مرحله لازم است اختلاف این مدل‌ها با یکدیگر مورد بررسی قرار گیرد و بهترین مدل از بین آن‌ها ارائه شود. با توجه به شکل (۱۰) مقایسه‌ای بین مدل‌های مورد استفاده در این پژوهش انجام شده است که نشان می‌دهد روش ANFIS-PSO از

لحاظ دقت، بهتر از مدل‌های دیگر عمل می‌کند. هم‌چنین در جدول (۲) می‌توان یک ارزیابی کلی از نحوه پیش‌بینی ضریب انتشار طولی را با هر یک از روش‌های ارائه شده مشاهده کرد. در این جدول و براساس خطاهای موجود نیز می‌توان مشاهده کرد که مدل ANFIS-PSO دارای عملکرد مناسبی است.

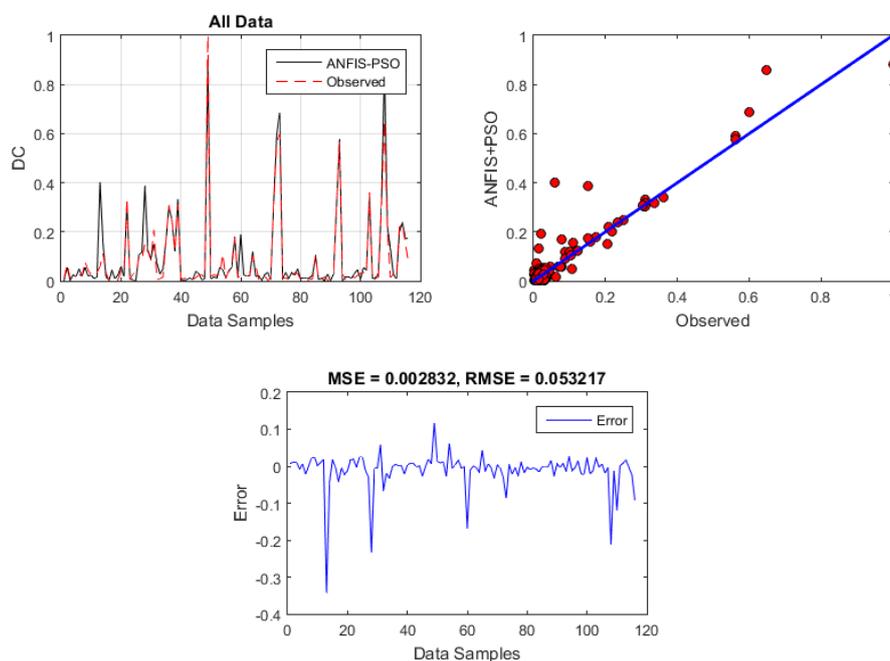


Figure 9. ANFIS-PSO model performance for all data

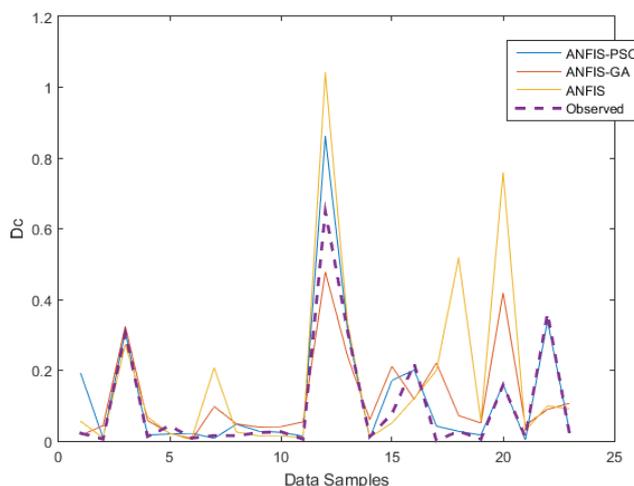


Figure 10. Comparison of the studied models

ارزیابی مدل‌های تلفیقی با کاربرد الگوریتم‌های فرا ابتکاری بهینه‌سازی PSO و GA در مدل ANFIS برای پیش‌بینی ضریب انتشار آلاینده در رودخانه‌ها

### نتیجه‌گیری

خروجی یا پارامتر هدف استفاده شد. با توجه به ارزیابی‌های انجام‌شده بهینه‌سازی به روش GA و PSO روی افزایش دقت روش ANFIS تأثیرگذار بوده است و دقت پیش‌بینی در آن افزایش پیدا کرده است. از بین دو روش GA و PSO، روش PSO عملکرد مناسب‌تری در بهینه‌کردن روش ANFIS داشته است. در نهایت بین سه مدل ارائه‌شده ANFIS-PSO با  $MSE=0.0037$  و  $RMSE=0.061$  با ANFIS-GA با  $R=0.962$  دارای بیش‌ترین دقت و بعد مدل ANFIS-GA با  $R=0.737$  در مرحله بعدی قرار گرفت.

مطالعه و اندازه‌گیری ضریب انتشار طولی آلودگی یکی از چالش‌های اصلی پژوهش‌گران مرتبط با علم آب است. به همین دلیل در این تحقیق روش‌های جدیدی، برای پیش‌بینی این پارامتر با استفاده از سه روش هوشمند ANFIS، ANFIS-PSO، ANFIS-GA ارائه شده است. با استفاده از روش‌های بهینه‌سازی یادگیری نرون‌ها بهبود یافته و در نهایت مقدار خطای پیش‌بینی کاهش می‌یابد. برای این منظور با توجه به آنالیز ابعادی، پارامترهای B و H و  $u^*$  و U برای ورودی در مدل‌ها مورد استفاده قرار گرفت و Dc برای

Table 3. Data (26)

Number	Width (m)	Depth	Velocity (m/s)	Shear velocity (m/s)	Dispersion coefficient (m <sup>2</sup> /s)	Number	Width (m)	Depth	Velocity (m/s)	Shear velocity (m/s)	Dispersion coefficient (m <sup>2</sup> /s)
1	80	2.74	0.034	0.0024	22.3	59	12.8	0.3	0.42	0.057	17.5
2	80	2.74	0.14	0.0097	34.9	60	24.08	0.98	0.59	0.098	101.5
3	37	0.81	0.29	0.07	23.2	61	11.89	0.66	0.43	0.085	20.9
4	42	0.8	0.42	0.069	30.2	62	21.03	0.48	0.62	0.069	25.9
5	67	0.55	0.35	0.044	30.2	63	48.7	0.55	0.26	0.052	37.8
6	86	2.93	1.2	0.53	153	64	92.96	0.71	0.16	0.046	41.4
7	203	1.35	0.39	0.065	92.9	65	51.21	0.65	0.62	0.044	29.6
8	20	0.42	0.29	0.045	13.9	66	97.54	1.15	0.32	0.058	119.8
9	13	0.81	0.37	0.081	13.9	67	40.54	0.41	0.23	0.04	66.5
10	20	1.2	0.45	0.099	32.5	68	42.41	0.69	0.23	0.064	40.8
11	13	0.26	0.31	0.044	7	69	49.68	0.41	0.15	0.081	29.3
12	16	0.43	0.37	0.056	13.9	70	42.98	1.13	0.63	0.081	53.3
13	183	2.33	0.89	0.066	465	71	75.59	1.95	0.74	0.138	88.9
14	201	3.56	1.28	0.084	837	72	91.9	2.44	0.52	0.094	166.9
15	197	3.11	1.53	0.078	892	73	32	0.5	0.24	0.038	52.2
16	15.9	0.49	0.21	0.079	19.52	74	14.48	0.31	0.25	0.062	1.9
17	18.3	0.84	0.52	0.1	21.4	75	13.72	0.85	1.29	0.553	2.9
18	16.2	0.49	0.25	0.079	9.5	76	15.85	0.22	0.39	0.053	7.1
19	46.9	0.86	0.28	0.067	13.93	77	17.53	0.45	0.32	0.024	5.8
20	59.4	2.13	0.86	0.104	53.88	78	15.7	0.23	0.36	0.039	69
21	53.3	2.09	0.79	0.107	46.45	79	33.38	1.4	0.2	0.031	54.7
22	18.6	0.39	0.14	0.116	9.85	80	21.34	0.52	0.54	0.027	501.4
23	33.8	0.85	0.16	0.055	9.5	81	14.94	0.59	0.27	0.08	10.3
24	36	0.58	0.3	0.049	8.08	82	31.39	0.81	0.48	0.072	45.1
25	24.4	1.56	0.67	0.043	9.57	83	29.87	0.4	0.34	0.02	44
26	19.8	0.41	0.29	0.044	13.94	84	253.59	1.62	0.61	0.032	143.8
27	86	2.94	1.2	0.514	153.29	85	161.54	3.96	0.29	0.06	130.5
28	15.8	0.39	0.32	0.06	9.29	86	152.4	3.66	0.45	0.057	227.6
29	19.8	0.52	0.43	0.069	16.26	87	155.14	1.74	0.47	0.036	177.7
30	24.4	0.71	0.52	0.081	25.55	88	116.43	1.65	0.58	0.054	131.3
31	35.1	0.32	0.21	0.043	4.65	89	160.32	2.32	1.06	0.054	308.9
32	36.6	0.45	0.32	0.051	13.94	90	14.17	0.5	0.13	0.037	12.8
33	47.5	0.87	0.44	0.07	37.16	91	12.19	0.51	0.23	0.03	14.7
34	182.9	2.23	0.93	0.065	464.52	92	21.34	0.93	0.36	0.035	24.2
35	201.2	3.56	1.27	0.082	836.13	93	711.2	19.94	0.56	0.041	237.2
36	67.1	0.98	0.88	0.11	41.81	94	533.4	4.94	1.05	0.069	457.7
37	32.6	0.3	0.43	0.046	9.29	95	537.38	8.9	1.51	0.097	374.1
38	50.9	0.42	0.46	0.046	20.9	96	44.2	1.37	0.99	0.142	184.6
39	35.1	0.98	0.21	0.041	39.48	97	85.34	2.38	1.74	0.153	464.6
40	75	1.6	0.22	0.99	17	98	16.66	0.49	0.2	0.08	16.84
41	30	1.1	0.38	0.025	35.9	99	48.46	1.16	0.21	0.069	14.76
42	158	4.3	0.19	0.007	48.9	100	18.29	0.38	0.15	0.116	20.71
43	232	3.4	0.24	0.043	52	101	36.78	0.87	0.13	0.054	15.5
44	202	4.6	0.18	0.036	49.1	102	28.65	0.61	0.35	0.069	10.7
45	194	6.3	0.22	0.039	537.7	103	19.61	0.84	0.49	0.101	20.82
46	183	5.7	0.11	0.02	13.3	104	57.91	2.45	0.75	0.104	40.49
47	259	3.3	0.17	0.017	24.2	105	53.24	2.41	0.66	0.107	36.93
48	259	3.4	0.17	0.018	22.1	106	16.76	0.47	0.24	0.08	24.62
49	230	3.5	1.08	0.085	455.1	107	180.59	3.28	1.62	0.078	1486.45
50	176	3.4	1.61	0.082	966.2	108	25.91	0.94	0.34	0.067	32.52
51	229	3.4	1.24	0.082	309.8	109	36.58	0.91	0.4	0.067	39.48
52	102	4.4	0.17	0.008	22.4	110	64.01	0.76	0.67	0.268	34.84
53	167	0.2	0.47	0.159	43.2	111	59.44	1.1	0.88	0.119	41.81
54	27	1.1	0.44	0.007	24.6	112	68.58	2.16	1.55	0.168	162.58
55	78	1.2	1.42	0.026	325.6	113	24.99	0.58	1.01	0.14	13.94
56	300	0.3	1	0.029	349.6	114	34.14	2.47	0.82	0.18	65.03
57	300	0.4	0.97	0.032	227.7	115	70.1	2.35	0.43	0.101	111.48
58	76	1.2	1.41	0.058	116.4	116	71.63	3.84	0.76	0.128	260.13

12. Fisher, M. E. (1967). The theory of equilibrium critical phenomena. *Reports on progress in physics*, 30(2), 615.

13. Haghbi, A. H. (2016). Prediction of longitudinal dispersion coefficient using multivariate adaptive regression splines. *Journal of Earth System Science*, 125(5), 985-995.

14. Holland, J. H. (1992). *Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*. MIT press.

15. Huai, W., Shi, H., Song, S. & Ni, S. (2018). A simplified method for estimating the longitudinal dispersion coefficient in ecological channels with vegetation. *Ecological Indicators*, 92, 91-98.

16. Jacquin, A. P. & Shamseldin, A. Y. (2006). Development of rainfall-runoff models using Takagi-Sugeno fuzzy inference systems. *Journal of Hydrology*, 329(1-2), 154-173.

17. Jang, J. S. R., Sun, C. T. & Mizutani, E. (1997). Neuro-fuzzy and soft computing-a computational approach to learning and machine intelligence [Book Review]. *IEEE Transactions on automatic control*, 42(10), 1482-1484.

18. Kashefipour, S. M. & Falconer, R. A. (2002). Longitudinal dispersion coefficients in natural channels. *Water Research*, 36(6), 1596-1608.

19. Kisi, O., Haktanir, T., Ardicioglu, M., Ozturk, O., Yalcin, E. & Uludag, S. (2009). Adaptive neuro-fuzzy computing technique for suspended sediment estimation. *Advances in Engineering Software*, 40(6), 438-444.

20. Kosko, B. (1994). Fuzzy systems as universal approximators. *IEEE transactions on computers*, 43(11), 1329-1333.

21. Mehri, Y., Soltani, J. & Khashehchi, M. (2019). Predicting the coefficient of discharge for piano key side weirs using GMDH and DGMDH techniques. *Flow Measurement and Instrumentation*, 65, 1-6.

22. Najafzadeh, M. & Sattar, A. M. (2015). Neuro-fuzzy GMDH approach to predict longitudinal dispersion in water networks. *Water Resources Management*, 29(7), 2205-2219.

23. Sattar, A. M. & Gharabaghi, B. (2015). Gene expression models for prediction of longitudinal dispersion coefficient in streams. *Journal of Hydrology*, 524, 587-596.

24. Shen, C., Niu, J., Anderson, E. J. & Phanikumar, M. S. (2010). Estimating longitudinal dispersion in rivers using Acoustic Doppler Current Profilers. *Advances in Water Resources*, 33(6), 615-623.

## منابع

۱. جمشیدی، ش.، و نیک‌سخن، م. (۱۳۹۴). تخصیص بهینه بار آلودگی بر مبنای الگوی تجارت کیفیت آب در پایین‌دست رودخانه سفیدرود. مدیریت آب و آبیاری. ۵ (۲): ۲۴۳-۲۵۹.

۲. قلعه‌نی، م.، و ابراهیمی، ک. (۱۳۹۱). ارزیابی الگوریتم‌های جستجوی مستقیم و ژنتیک در بهینه‌سازی پارامترهای مدل غیرخطی ماسکینگام- یک سیلاب از کارون. مدیریت آب و آبیاری. ۲ (۲): ۱-۱۲.

۳. نبی‌زاده، م.، مساعدی، ا.، و دهقانی، ا. (۱۳۹۱). تخمین هوشمند دبی روزانه با بهره‌گیری از سامانه استنباط فازی- عصبی تطبیقی. مدیریت آب و آبیاری. ۲ (۱): ۶۹-۸۰.

4. Annaty, M., Eghbalzadeh, A. & Hosseini, S. (2015). Hybrid ANFIS model for predicting scour depth using particle swarm optimization. *Indian J. Sci. Technol*, 8(22), 642-649.

5. Azamathulla, H. M. & Ghani, A. A. (2011). Genetic programming for predicting longitudinal dispersion coefficients in streams. *Water resources management*, 25(6), 1537-1544.

6. Azamathulla, H. M. & Wu, F. C. (2011). Support vector machine approach for longitudinal dispersion coefficients in natural streams. *Applied Soft Computing*, 11(2), 2902-2905.

7. De Serio, F., Mefteh, M. B., Mossa, M. & Termini, D. (2018). Experimental investigation on dispersion mechanisms in rigid and flexible vegetated beds. *Advances in Water Resources*, 120, 98-113.

8. Eberhart, R. & Kennedy, J. (1995). A new optimizer using particle swarm theory. In *MHS'95. Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science* (pp. 39-43). Ieee.

9. Elder, J. (1959). The dispersion of marked fluid in turbulent shear flow. *Journal of fluid mechanics*, 5(4), 544-560.

10. Etemad-Shahidi, A. & Taghipour, M. (2012). Predicting longitudinal dispersion coefficient in natural streams using M5' model tree. *Journal of hydraulic engineering*, 138(6), 542-554.

11. Fischer, H. B., List, J. E., Koh, C. R., Imberger, J. & Brooks, N. H. (2013). *Mixing in inland and coastal waters*. Elsevier.

ارزیابی مدل‌های تلفیقی با کاربرد الگوریتم‌های فرا ابتکاری بهینه‌سازی PSO و GA در مدل ANFIS برای پیش‌بینی ضریب انتشار آلاینده در رودخانه‌ها

25. Sreedhara, B. M., Rao, M. & Mandal, S. (2019). Application of an evolutionary technique (PSO–SVM) and ANFIS in clear-water scour depth prediction around bridge piers. *Neural Computing and Applications*, 31(11), 7335-7349.
26. Zeng, Y. & Huai, W. (2014). Estimation of longitudinal dispersion coefficient in rivers. *Journal of hydro-environment research*, 8(1), 2-8.
27. Zhang, W. (2011). A 2-D numerical simulation study on longitudinal solute transport and longitudinal dispersion coefficient. *Water Resources Research*, 47(7), 1-13.