

## محاسبه بده سرریز جانبی لبه پهن دوزنقه‌ای در رژیم جریان زیر بحرانی بر اساس تئوری جریان متغیر مکانی

فائزه ولایتی<sup>۱</sup> و علیرضا خواه<sup>۲\*</sup>

۱ و ۲- به ترتیب: دانشجوی سابق کارشناسی ارشد سازه‌های آبی؛ و دانشیار گروه مهندسی آبیاری و آبادانی دانشکده مهندسی کشاورزی و فناوری، پردیس کشاورزی و منابع طبیعی، دانشگاه تهران، تهران، ایران  
تاریخ دریافت: ۹۵/۱۱/۱۵؛ تاریخ پذیرش: ۹۷/۴/۳۱

### چکیده

جریان در سرریزهای جانبی، موضوع بسیاری از مطالعات هیدرولیکی بوده است. اغلب این مطالعات مربوط به ضریب بده سرریز جانبی لبه تیز و با مقطع مستطیلی می‌باشد و ضریب بده سرریزهای جانبی لبه پهن با مقاطع دیگری، نظیر دوزنقه‌ای کمتر مورد توجه قرار گرفته است. تحقیق حاضر با انجام ۱۸۷ آزمایش به منظور بررسی ضریب بده سرریز جانبی لبه پهن دوزنقه‌ای، تحت شرایط رژیم جریان زیر بحرانی صورت گرفته است. از آنجایی که معادله دینامیکی حاکم بر سرریزهای جانبی به دلیل غیرخطی بوده و دارا بودن متغیرهای زیاد، دارای حل تحلیلی کامل نمی‌باشد، لذا در این تحقیق با استفاده از روش عددی رانگ کوتای مرتبه چهارم، نیمرخ سطح آب در طول سرریز جانبی محاسبه شد. با بررسی نتایج آزمایشگاهی و با استفاده از تحلیل ابعادی و آماری روابطی به منظور تخمین ضریب بده پیشنهاد شد. مشخص گردید ضریب بده سرریز جانبی دوزنقه‌ای لبه پهن به عدد فرود جریان بالادست، نسبت عمق جریان به پهنای تاج سرریز و شیب جداره جانبی سرریز بستگی دارد. رابطه پیشنهادی تخمین ضریب بده دارای خطایی در حدود ۴ درصد است و نشان می‌دهد روش حل عددی دقیق است.

### واژه‌های کلیدی

اندازه‌گیری جریان، تحلیل جریان، روش رانگ کوتای مرتبه چهارم، مطالعه آزمایشگاهی، نیمرخ سطح آب

### مقدمه

شده‌اند (Borghei *et al.*, 1999). یکی از سازه‌هایی که به‌طور گسترده برای کنترل جریان استفاده می‌شود، سرریز جانبی می‌باشد. سرریزهای جانبی از انواع سازه‌های هیدرولیکی هستند که در دیواره کانال اصلی، احداث شده و جریان بر روی آن‌ها به‌صورت آزاد و تحت تاثیر نیروی ثقل است. هنگامی که سطح آب در کانال بالاتر از تاج سرریز قرار می‌گیرد، قسمتی از جریان توسط آن‌ها به خارج از کانال هدایت می‌گردد (Ranga Raju *et al.*, 1979). از سرریزهای جانبی در سامانه‌های فاضلاب شهری، آبرسانی و آبیاری، کنترل سطح آب و بده در

هر سازه طبیعی و یا ساخته دست بشر که در مسیر جریان قرار گیرد و روابط بده و عمق جریان را در اطراف خود تثبیت نماید، یک سازه کنترل جریان نامیده می‌شود (Chanson, 2004). از عمومی‌ترین سازه‌های کنترل و اندازه‌گیری جریان می‌توان سرریزها، فلوم‌ها و روزنه‌ها را نام برد. سرریزها از قدیمی‌ترین و ساده‌ترین سازه‌های هیدرولیکی هستند که قرن‌ها به‌وسیله مهندسیین هیدرولیک برای اندازه‌گیری جریان، انحراف جریان، تنظیم عمق آب، هدایت سیلاب و منظوره‌های دیگر استفاده

از روش‌های عددی مانند تفاضل‌های محدود این معادله را حل کردند. برقعی و همکاران (Borghai *et al.*, 1999). تاثیر متغیرهای هیدرولیکی و هندسی کانال و شکل سرریز را بر ضریب بده جریان زیر بحرانی برای سرریزهای جانبی مستطیلی لبه‌تیز مورد مطالعه قرار دادند. نتایج نشان داد که فرضیه ثابت بودن انرژی مخصوص در طول سرریز جانبی قابل قبول است. هنر و همکاران (Honar *et al.*, 2002)، تاثیر طول و ارتفاع تاج سرریز جانبی مایل بر ضریب بده را در جریان زیر بحرانی، در کانال‌های منشوری و غیر منشوری مستقیم مستطیلی مورد بررسی قرار دادند. وطن‌خواه (Vatankhah, 2012a; b; c)، به بررسی حل تحلیلی نیم‌رخ سطح آب روی سرریزهای جانبی واقع در کانال‌های مثلثی، دوزنقه‌ای و دایره‌ای برای شرایط جریان زیر بحرانی و فوق بحرانی پرداخت. حدادی و رحیم‌پور (Haddadi & Rahimpour, 2012)، بر اساس نتایج آزمایش‌های انجام شده روی ضریب بده جریان، معادله‌ای تجربی برای سرریز جانبی لبه‌پهن با مقطع دوزنقه‌ای با شیب‌های جانبی ۱، ۱/۵ و ۲ در کانال مستطیلی و تحت شرایط جریان زیر بحرانی ارائه دادند. ایشان با در نظر گرفتن فرض کومار و پاتاک (Kumar & Pathak, 1987) برای بده واحد طول سرریز مثلثی و همچنین در نظر گرفتن مجموع روابط بده واحد طول سرریز مثلثی و مستطیلی برای سرریز دوزنقه‌ای و با حل تحلیلی معادله دینامیکی سطح آب، رابطه‌ای نظیر دیمارچی برای محاسبه طول سرریز ارائه کردند. از آنجایی که مجموع بده واحد طول سرریز مثلثی و مستطیلی برابر بده واحد طول سرریز دوزنقه‌ای نیست، فرض انجام شده به بررسی بیشتر نیاز دارد. تفاوت اصلی مطالعه حاضر با تحقیق انجام شده توسط حدادی و رحیم‌پور (Haddadi & Rahimpour, 2012)، در فرض اولیه صحیحی است که برای بده واحد طول سرریز دوزنقه‌ای در نظر گرفته شده است. تحقیق حاضر با

شبکه‌های آبیاری و زهکشی، انحراف سیل و بده مازاد رودخانه‌ها و کانال‌ها، کنترل و ذخیره سیلاب در حوزه‌های آبخیز، بهداشت محیط و حفاظت محیط زیست استفاده می‌شود. سرریزهای جانبی در اشکال مختلف نظیر مستطیلی، دوزنقه‌ای، مثلثی و مرکب ساخته و در کانال‌هایی با مقاطع عرضی متفاوت استفاده می‌شوند. جریان در محدوده سرریز جانبی در داخل کانال اصلی از نوع جریان متغیر مکانی با کاهش بده می‌باشد.

بیشتر مطالعات انجام شده توسط محققین داخلی و خارجی، در رابطه با سرریز جانبی لبه‌تیز با مقطع مستطیلی می‌باشد و توجه کمتری به سرریزهای جانبی لبه‌پهن با مقطعی غیر مستطیلی شده است. از جمله این تحقیق‌ها می‌توان به مطالعات نادمورتی و تامسون (Nadesamoorthy & Thompson, 1972)، هگر (Hager, 1987)، سینگ و همکاران (Singh *et al.*, 1994)، کاسترو-ارگاز و هگر (Castro-Orgaz & Hager, 2012) و باقری و همکاران (Bagheri *et al.*, 2014) اشاره نمود. دیمارچی (De Marchi, 1934) اولین محقق بود که یک حل تحلیلی برای محاسبه نیم‌رخ سطح آب در طول سرریز جانبی مستطیلی واقع در کانال‌های مستطیلی با در نظر گرفتن یک سری فرضیات ساده کننده ارائه داد.

سابرامانیا و آواستی (Subramanya & Awasthy, 1972) مطالعاتی را روی سرریزهای جانبی لبه‌تیز مستطیلی واقع در یک کانال مستطیلی انجام دادند. بر اساس گزارش ارائه شده توسط آنها، عدد فرود بیشترین تاثیر را در تغییرات ضریب بده داشته است، آنها همچنین برای رژیم جریان‌های زیر بحرانی و فوق بحرانی دو رابطه ارائه دادند. اویماز و اسمیت (Uyumaz & Smith, 1991) و اویماز (Uyumaz, 1992) با فرض ثابت بودن انرژی مخصوص و ضریب بده سرریز، توانستند معادله نظری سرریز جانبی مستطیلی را به ترتیب در کانال‌های مستطیلی، دایره‌ای و مثلثی به دست آورند. آنها با استفاده

### مواد و روش‌ها

#### معادلات حاکم

معادله دینامیکی حاکم بر هیدرولیک جریان در سرریزهای جانبی به صورت رابطه ۱ است (Chow, 1959):

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f - \frac{\alpha Q}{gA^2} \frac{dQ}{dx}}{1 - \frac{\alpha Q^2 T}{gA^3}} \quad (1)$$

که در آن،

$dy/dx$  = تغییرات سطح آب نسبت به محور طولی؛  
 $x$  = فاصله از ابتدای لبه بالایی سرریز و در امتداد محور طولی کانال اصلی؛  $S_0$  = شیب کف کانال؛  $S_f$  = شیب اصطکاکی؛  $\alpha$  = ضریب تصحیح انرژی جنبشی؛  $Q$  = بده کانال اصلی؛  $g$  = شتاب ثقل؛  $A$  = سطح مقطع جریان؛  $T$  = عرض سطح آزاد آب در کانال اصلی؛ و  $dQ/dx$  = تغییرات بده در طول سرریز جانبی.

برای رسم نیمرخ سطح آب لازم است تا معادله  $dQ/dx$  مشخص شود. با در نظر گرفتن معادله بده در واحد طول سرریزهای مستطیلی معمولی برای نوارهای قائم مستطیلی کوچک در طول سرریز جانبی دوزنقه‌ای، خواهیم داشت (روابط ۲ و ۳):

$$\frac{dQ}{dx} = -\frac{2}{3} C_d \sqrt{2g} (y - P(x))^{\frac{3}{2}} \quad (2)$$

$$P(x) = H + \frac{H - P}{2a} (|x - a| + |x - b| - (a + b)) \quad (3)$$

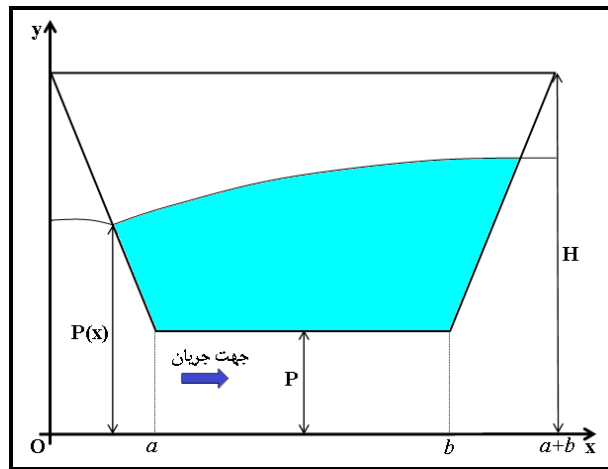
که در آنها،

$P(x)$  = ارتفاع تاج سرریز در موقعیت  $x$  از ابتدای سرریز؛  
 $y$  = عمق آب در امتداد  $x$  نسبت به کف کانال اصلی؛  $C_d$  = ضریب بده سرریز جانبی؛  $P$  = ارتفاع تاج سرریز و  $a$  و  $b$  و  $H$  = فواصل هندسی مشخص که در شکل ۱ نشان داده شده است.

استفاده از معادله بده در واحد طول سرریزهای مستطیلی معمولی برای المان‌های جزئی (نوارهای مستطیلی قائم) سرریزهای جانبی دوزنقه‌ای انجام شده است. این شیوه یعنی استفاده از نوارهای مستطیلی قائم، برای سرریزهای جانبی با هر شکلی قابل کاربرد می‌باشد. ظهیری و همکاران (Zahiri et al., 2013)، به بررسی ضریب بده سرریز جانبی لبه‌تیز با مقطع مرکب مستطیلی شکل با ارتفاع تاج مختلف، تحت شرایط رژیم جریان زیر بحرانی پرداختند و مشخص کردند ضریب بده سرریز جانبی مرکب تابعی از عدد فرود اولیه، نسبت ارتفاع سرریز به عمق اولیه و نسبت طول سرریز به عمق اولیه است. کشاورزی و بال (Keshavarzi & Ball, 2014)، به بررسی ضریب بده سرریز جانبی با طول و ارتفاع‌های تاج مختلف که در کانال دوزنقه‌ای با شیب دیواره‌های کناری ۱/۵، ۱، ۰/۵ و صفر واقع بود، پرداختند.

طراحی دقیق و اصولی سرریزهای جانبی نیازمند تخمین دقیق از الگوی جریان، شدت جریان و همچنین سایر پارامترهای هیدرولیکی می‌باشد (Aghayari & Honar, 2008). تخمین میزان بده عبوری از سرریزهای جانبی به عوامل مختلفی از جمله عدد فرود جریان در کانال اصلی، شیب، شکل کانال اصلی، عمق آب بالادست سرریز و غیره بستگی دارد. ریاحی‌بانی (Riyahi-Bani, 2013) به بررسی نظری و آزمایشگاهی سرریز جانبی دوزنقه‌ای لبه‌تیز واقع در کانال مستطیلی تحت رژیم جریان زیر بحرانی پرداخت و با استفاده از روش تحلیلی، روش حل عددی و استفاده از معادله سرریز معمولی روابطی را برای تخمین ضریب بده براساس متغیرهای بی-بعد موثر به دست آورد.

در این تحقیق با انجام مطالعه نظری و آزمایشگاهی، نتایج حاصل از معادله حاکم بر بده سرریزهای جانبی لبه‌پهن دوزنقه‌ای در رژیم جریان زیر بحرانی ارائه گردیده است.



شکل ۱- ابعاد و مشخصات سرریز جانبی دوزنقه‌ای

$$Q_2 = By_2 \sqrt{2g(E_1 - y_2)} \quad (5)$$

که در آن،

$y_2 =$  عمق آب در انتهای سرریز.

با داشتن بده در ابتدا و انتهای سرریز و تفاضل آن‌ها بده سرریز شده از سرریز جانبی قابل محاسبه خواهد بود.

$$Q_s = Q_1 - Q_2 \quad (6)$$

که در آن،

$Q_s =$  بده سرریز جانبی؛  $Q_1 =$  بده کانال اصلی در ابتدای سرریز که معلوم فرض می‌گردد؛ و  $Q_2 =$  بده کانال اصلی در پایین دست سرریز.

در صورتی که بده سرریز شده محاسباتی با بده سرریز شده آزمایشگاهی برابر باشد، ضریب بده فرض شده صحیح بوده در غیر این صورت با فرض یک ضریب بده جدید مراحل محاسبات تا برابر شدن بده جانبی آزمایشگاهی و محاسباتی برای هر سری از آزمایش‌ها تکرار می‌گردد.

### تحلیل ابعادی

در این تحقیق، تاثیر متغیرهای مختلف از جمله مشخصه‌های هیدرولیکی و هندسی به صورت مجزا در به دست آوردن ضریب  $C_d$  مورد بررسی قرار گرفته است.

با در نظر گرفتن برخی فرضیات ساده کننده در رابطه ۱، از جمله ثابت در نظر گرفتن انرژی مخصوص در طول سرریز جانبی که معادل در نظر گرفتن  $S_0 = S_f = 0$  یا  $S_0 = 0$  و  $S_f = 0$  است و قرار دادن ضریب تصحیح انرژی  $\alpha$  مساوی یک و با جای گذاری روابط ۲ و ۳ در رابطه ۱، معادله دیفرانسیل حاکم بر این نوع جریان‌ها به صورت رابطه ساده شده ۴ به دست می‌آید:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\left(\frac{Q}{gA^2}\right)^2 \frac{2}{3} C_d \sqrt{2g} (y - P(x))^{\frac{3}{2}}}{1 - \frac{Q^2 T}{gA^3}} \quad (4)$$

برای حل عددی نیمرخ سطح آب (رابطه ۴) با استفاده از روش رانگ کوتای مرتبه چهارم، مقطع کنترل در ابتدای سرریز در نظر گرفته شده است. در ابتدا مشخصات سرریز، بده و همچنین عمق در ابتدای سرریز در رابطه ۴ اعمال شده سپس با فرض ضریب بده اولیه و استفاده از روش رانگ کوتای مرتبه چهارم، نیمرخ سطح آب در طول سرریز محاسبه می‌گردد و در نهایت به انتهای سرریز جانبی رسیده و عمق پایین دست محاسبه می‌شود. در ادامه با استفاده از عمق به دست آمده از انتهای سرریز مطابق رابطه ۵ بده در مقطع انتهایی سرریز محاسبه می‌شود و نهایتاً بده سرریز جانبی مطابق رابطه ۶ تعیین می‌گردد:

شاخص متوسط قدر مطلق خطا<sup>۱</sup> (MAPE) و متوسط جذر مربعات خطا<sup>۲</sup> (RMSE) به صورت روابط ۹ و ۱۰ استفاده شد.

$$MAPE = \frac{100}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{C_d(estimated)_i - C_d(observed)_i}{C_d(observed)_i} \right| \quad (9)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{100}{N} \sum_{i=1}^N (C_d(estimated)_i - C_d(observed)_i)^2} \quad (10)$$

که در آنها،

$N$  = تعداد داده‌های آزمایشگاهی؛  $i$  = شماره آزمایش؛  $C_d(observed)$  = ضریب بده آزمایشگاهی؛ و  $C_d(estimated)$  = ضریب بده تخمین زده شده توسط روابط پیشنهادی.

### تجهیزات آزمایشگاهی

مطالعه آزمایشگاهی حاضر بر روی مدل فیزیکی ساخته شده در آزمایشگاه هیدرولیک گروه آبیاری و آبادانی دانشگاه تهران انجام گرفت. فلوم آزمایشگاهی با چارچوب فولادی و بدنه‌ای از جنس پلکسی گلاس به طول ۱۲ متر، عرض ۰/۲۵ متر و ارتفاع ۰/۵ متر می‌باشد. این کانال شیب‌پذیر روی پایه‌هایی به ارتفاع ۱/۶ متر قرار گرفته است. کانال مورد نظر توسط دوربین نقشه‌برداری به‌طور افقی تراز گردیده است. کانالی از جنس پلکسی گلاس به طول ۱/۸ متر، عرض ۰/۲۵ متر و ارتفاع یک متر برای انتقال بده سرریز شده به حوضچه تخلیه تعبیه شده است. در ابتدای کانال به‌منظور آرام‌سازی جریان از یک شبکه توری فلزی و دو شناور استفاده گردیده شده است. سرریز جانبی در فاصله ۶ متری از ابتدای کانال قرار گرفته است. شمای کلی از فلوم آزمایشگاهی مورد استفاده در این تحقیق در شکل ۲ نشان داده شده است.

عوامل موثر بر شرایط هیدرولیکی مشخص شده است و سپس با استفاده از نظریه پای باکینگهام به استخراج متغیرهای بی‌بعد موثر برای ارائه رابطه مناسب برای ضریب بده پرداخته شده است (رابطه ۷).

$$C_d = f\left(\frac{W}{y_1}, \frac{P}{y_1}, \frac{B}{y_1}, Fr_1, Re, We, S_0, Z\right) \quad (7)$$

که در آن،

$Fr_1$  = عدد فرود در ابتدای سرریز؛  $Re$  = عدد رینولدز؛  $We$  = عدد وبر؛  $B$  = عرض کانال اصلی؛  $P$  = ارتفاع تاج سرریز؛  $y_1$  = عمق جریان در ابتدای سرریز؛  $W$  = پهنای تاج سرریز؛  $S_0$  = شیب کف کانال؛ و  $Z$  = شیب جداره جانبی سرریز.

عدد رینولدز معرف اثر لزجت و عدد وبر معرف اثر کشش سطحی می‌باشد. از آنجایی که تیغه آب روی مدل هیدرولیکی از ضخامت کافی برخوردار بود (بیشتر از سه سانتی‌متر) و همچنین جریان در تمامی آزمایش‌ها با توجه به دامنه عدد رینولدز در حالت آشغته بود، از اثرات لزجت و کشش سطحی صرف‌نظر شده است (Hager, 1987). با توجه به ثابت بودن عرض و شیب طولی کانال از اثر این متغیرها نیز صرف‌نظر شده است. در نهایت با حذف متغیرهای بی‌بعدی که تاثیر کمی دارند، رابطه ابعادی به صورت رابطه ۸ خواهد بود.

$$C_d = f\left(Fr_1, \frac{W}{y_1}, \frac{P}{y_1}, Z\right) \quad (8)$$

در ادامه با استفاده از متغیرهای بی‌بعدی که با تحلیل ابعادی به‌دست آمد، به بررسی نقش هر یک از آنها و ارائه رابطه تخمینی مناسب برای ضریب بده در این روش پرداخته می‌شود.

در تخمین ضریب بده بر اساس متغیرهای بی‌بعد و همچنین تحلیل نتایج، از روابط و مشخصه‌های آماری نظیر



انتهای کانال اصلی پس از عبور از سرریز جانبی، توسط سرریز مثلثی لبه‌تیز با زاویه راس ۲۹ درجه اندازه‌گیری شد. اندازه‌گیری نیمرخ سطح آب در کانال اصلی توسط عمق‌سنج نیرپیک با دقت  $\pm 0/1$  میلی‌متر انجام شد. عمق‌سنج قابلیت حرکت در جهت طولی و عرضی را داشت. مشخصات و محدوده متغیرهای هیدرولیکی و هندسی این آزمایشات در جداول ۱ و ۲ ارائه شده است.

جدول ۱- محدوده مقادیر متغیرهای هیدرولیکی استفاده شده در آزمایش‌ها

متغیر	بده ورودی (لیتر بر ثانیه)	بده سرریز جانبی (لیتر بر ثانیه)	عدد فرود بالادست	عمق جریان در ابتدای سرریز (سانتی متر)	عمق جریان در انتهای سرریز (سانتی متر)
مقدار	۱۴/۳۵-۹۰/۱۴	۱/۱۴-۳۴/۳۹	۰/۰-۱۹/۹۷	۸/۲۵-۳۴/۷۹	۹/۲۶-۴۲/۹۱

جدول ۲- مقادیر متغیرهای هندسی استفاده شده در آزمایش‌ها

متغیر	طول تاج سرریز (سانتی متر)	شیب کف کانال (درصد)	پهنای تاج سرریز (سانتی متر)	شیب جداره جانبی سرریز	ارتفاع سرریز (سانتی متر)
مقدار	۴۰	۰	۴٫۸	۱٫۰/۶۷	۵٫۱۰، ۱٫۵

## نتایج و بحث

کردن شاخص متوسط قدر مطلق درصد خطا حاصل می‌شود.

در این مطالعه، داده‌ها به صورت کاملاً تصادفی به دو مجموعه تقسیم شده‌اند. ۸۰ درصد داده‌ها برای واسنجی معادلات تخمین ضرایب بده و ۲۰ درصد باقی‌مانده نیز برای مرحله صحت‌سنجی استفاده شده‌اند.

در جدول ۳ روابط پیشنهادی تعیین ضریب بده با استفاده از روش حل عددی معادله جریان متغیر مکانی آورده شده است.

همان‌طور که از جدول ۳ مشاهده می‌شود با دخالت گام به گام متغیرهای بی‌بعد موثر متوسط درصد خطای معادلات کمتر می‌شود، به طوری که متوسط درصد خطای رابطه کلی ۱۶ با در نظر گرفتن تمامی متغیرهای بی‌بعد برابر ۴ درصد می‌باشد که نسبت به رابطه ۱۲ حدود ۳ درصد کاهش یافته است. در صورت حذف متغیر بی‌بعد  $Z$  از معادله کلی خطایی ناچیز در حدود ۰/۱۳ به رابطه تخمین بده افزوده می‌شود. در نتیجه رابطه ۱۵ به‌عنوان رابطه پیشنهادی تخمین ضریب بده معرفی می‌شود. در شکل‌های ۴ و ۵ مقادیر ضریب بده محاسباتی در برابر

به‌منظور تخمین مناسب ضریب بده، معادلات برازشی مختلف با استفاده از متغیرهای بی‌بعد مختلف و لحاظ کردن گام به گام اثر آنها ارائه شده است. در تجزیه و تحلیل‌های انجام شده روی داده‌های آزمایشگاهی مشاهده شد که تاثیر متغیر  $P/y_1$  ناچیز است بنابراین از ارائه گزارش‌ها مربوط به تاثیر این متغیر بر ضریب بده صرف‌نظر شده است. در محاسبه ضریب بده توسط معادلات پیشنهادی، چندین رابطه مختلف غیر خطی نظیر چند جمله‌ای، توانی و ضریبی ارائه شده است که در نهایت با توجه به مقادیر متوسط درصد خطای مطلق و سادگی شکل ظاهری معادلات، شکل کلی معادله پیشنهادی به صورت رابطه ۱۱ در نظر گرفته شد.

$$C_d = (Fr_1)^{a_1} \times \left(\frac{y_1}{W}\right)^{a_2} \times (a_3 + a_4(Z) + a_5(Z)^2) \quad (11)$$

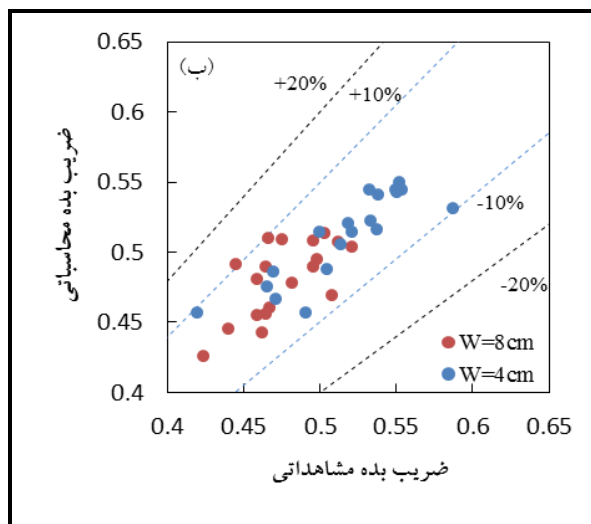
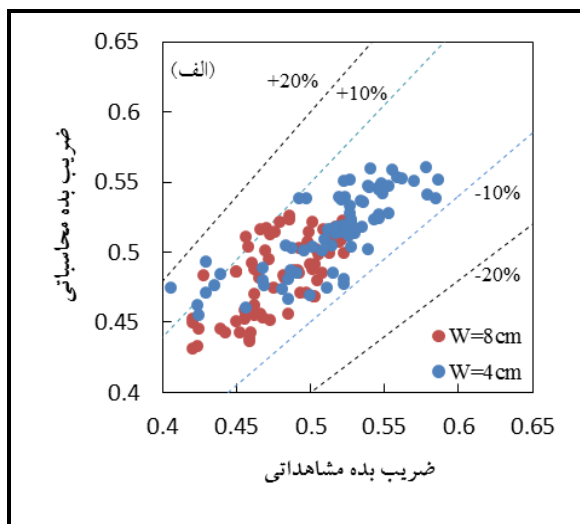
که در آن،

ضرایب برازشی  $a_1$  تا  $a_5$  مقادیر ثابت بوده و با استفاده از گزینه حل گر اکسل مقدار بهینه آنها با شرط حداقل

ضریب بده آزمایشگاهی و همچنین مقادیر ضریب بده همان‌طور که مشاهده می‌شود درصد بالایی از تخمینی توسط رابطه برازشی ۱۵ به تفکیک پهنای تاج در تخمین‌ها، دارای خطایی کمتر از  $\pm 10\%$  درصد برابر عدد فرود رسم شده است. می‌باشند.

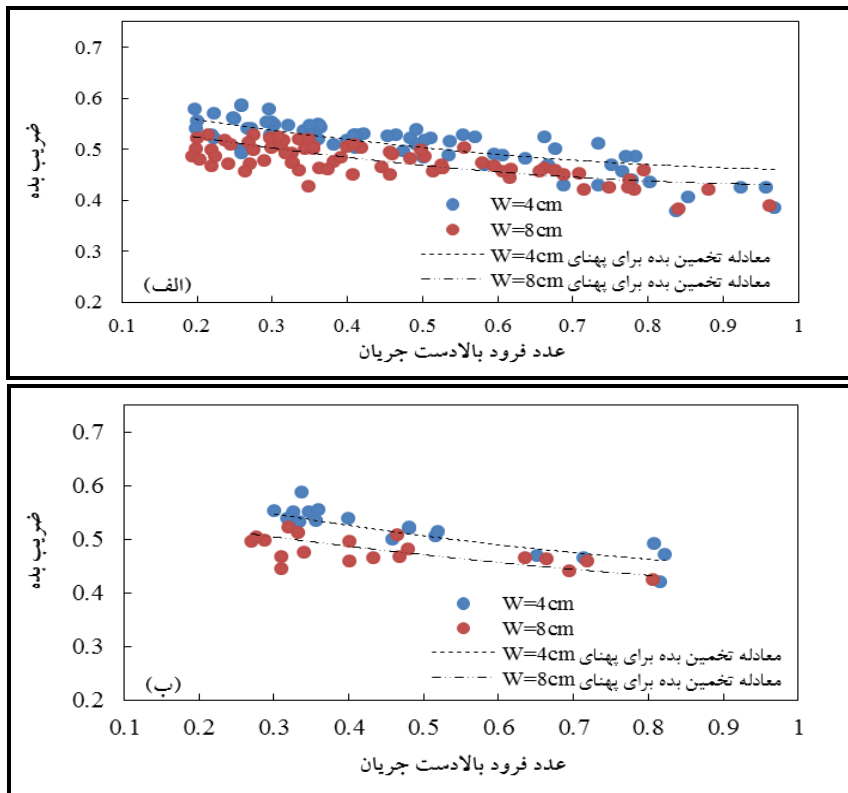
جدول ۳- روابط تعیین ضریب بده با استفاده از روش حل عددی

معادله ضریب بده	۸۰ درصد-واسنجی ۲۰ درصد- صحت سنجی	MAPE	RMSE	رابطه
$C_d = 0.4934$	۸۰ درصد	۷/۱۸	۰/۰۴۲۷	(۱۲)
	۲۰ درصد	۶/۵۲	۰/۰۳۸۷	
$C_d = 0.4299(Fr_1)^{-0.158}$	۸۰ درصد	۵/۴۰	۰/۰۳۲۸	(۱۳)
	۲۰ درصد	۵/۳۶	۰/۰۳۲۲	
$C_d = 0.4297\left(\frac{y_1}{W}\right)^{0.1362}$	۸۰ درصد	۴/۷۵	۰/۰۳۰۴	(۱۴)
	۲۰ درصد	۳/۵۴	۰/۰۲۲۱	
$C_d = 0.4165(Fr_1)^{-0.077}\left(\frac{y_1}{W}\right)^{0.103}$	۸۰ درصد	۴/۱۴	۰/۰۲۶۱	(۱۵)
	۲۰ درصد	۳/۱۷	۰/۰۲۰۸	
$C_d = (Fr_1)^{-0.071}\left(\frac{y_1}{W}\right)^{0.1052} \times (0.544 - 0.373Z + 0.25Z^2)$	۸۰ درصد	۴/۰۱	۰/۰۲۴۵	(۱۶)
	۲۰ درصد	۲/۷۷	۰/۰۱۸۳	



شکل ۴- مقایسه مقادیر ضریب بده محاسباتی از رابطه ۱۵ و آزمایشگاهی برای الف) ۸۰ درصد داده‌ها و ب) ۲۰ درصد داده‌ها





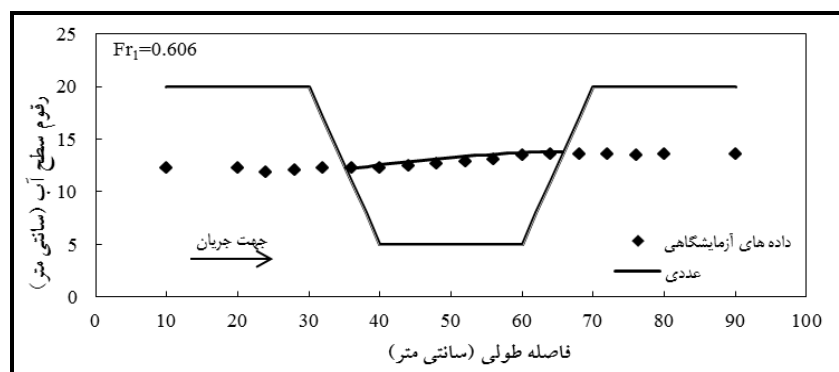
شکل ۵- ضرایب بده آزمایشگاهی و تخمینی با استفاده از رابطه ۱۵ در برابر عدد فرود به تفکیک پهنا (الف) ۸۰ درصد داده‌ها و (ب) ۲۰ درصد داده‌ها

دارای نوسانات کمتری بوده و تحت تاثیر لبه سرریز و دیواره کانال نیست به‌عنوان محور اندازه‌گیری در سرریزهای جانبی معرفی و در محاسبات لحاظ شد. نوسانات و تغییرات سطح آب در محور لبه سرریز شدیدتر و با افزایش فاصله از سرریز از تغییرات سطح آب کاسته می‌شود و پروفیل سطح آب انحنای ملایم‌تری پیدا می‌کند. مقایسه نیمرخ‌های آزمایشگاهی و نیمرخ نظیر به‌دست آمده از حل عددی در شکل ۶ نشان می‌دهد که تطابق خوبی بین نتایج آزمایشگاهی و حل عددی وجود دارد و حل عددی به‌خوبی نیمرخ سطح آب را تخمین زده است.

با توجه به شکل ۵ مشاهده می‌شود با افزایش پهنای تاج، ضریب بده سرریز جانبی کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش عدد فرود ضریب بده جریان کاهش می‌یابد، دلیل این امر این است که با افزایش عدد فرود و سرعت عبور جریان در کانال اصلی، جریان تمایل کمتری به ریزش از سرریز جانبی دارد و بدین ترتیب ضریب بده کاهش می‌یابد.

#### نیمرخ طولی در امتداد سرریز جانبی

اندازه‌گیری نیمرخ سطح آب در کانال اصلی در سه محور لبه سرریز، محور مرکزی کانال و محور انتهایی به موازات سرریز جانبی انجام شد. محور مرکزی کانال که



شکل ۶- مقایسه نیمرخ‌های برداشت شده در محور مرکزی کانال و نیمرخ‌های حاصل از حل عددی

به‌خوبی قادر به تخمین نیمرخ سطح آب خواهد بود. به‌منظور تخمین ضریب بده روابط برازشی مختلف تحت یک فرایند گام به گام ارائه و مناسب‌ترین رابطه برای تخمین ضریب بده تعیین شد. مشخص گردید ضریب بده سرریز جانبی دوزنقه‌ای لبه‌پهن به عدد فرود جریان بالادست، نسبت عمق جریان به پهنای تاج سرریز و شیب جداره جانبی سرریز بستگی دارد. رابطه پیشنهادی تخمین ضریب بده دارای متوسط خطای ۴ درصد است و نشان می‌دهد روش حل عددی دارای دقت بالایی است. نتایج حاصل از این تحقیق دقت قابل قبول روش حل عددی جریان متغیر مکانی با کاهش بده را برای تخمین نیمرخ سطح آب و ضریب بده عبوری از سرریز جانبی با مقطع دوزنقه‌ای لبه‌پهن با تاج تخت را نشان می‌دهند.

### نتیجه‌گیری

در این تحقیق به بررسی ضریب بده سرریزهای جانبی با مقطع دوزنقه‌ای لبه‌پهن با تاج تخت با استفاده از حل عددی معادله دیفرانسیلی حاکم بر جریان متغیر مکانی با کاهش بده، پرداخته شد. برای این منظور، نتایج مربوط به ۱۸۷ آزمایش که در راستای این هدف انجام شد، مورد بررسی قرار گرفت. در این مطالعه محور مرکزی کانال به‌عنوان محور اندازه‌گیری در سرریزهای جانبی معرفی شد. حل عددی پروفیل سطح آب با استفاده از روش رانگ کوتای مرتبه چهارم با استفاده از نرم‌افزار متلب انجام شد. مقایسه نیمرخ‌های آزمایشگاهی و نیمرخ به‌دست آمده از حل عددی نظیر، بیانگر تطابق مناسب بین نتایج آزمایشگاهی و حل عددی است، بنابراین حل عددی

### مراجع

- Aghayari, F. and Honar, T. 2008. An experimental study of spatial discharge coefficient in broad crested side weirs. J. Agric. Sci. Nat. Resour. 15(1): 36-46. (in Persian)
- Bagheri, S., Kabiri-Samani, A. R. and Heidarpour, M. 2014. Discharge coefficient of rectangular sharp-crested side weirs, Part I: Traditional weir equation. Flow Meas. Instrum. 35, 109-115.
- Borghei, S. M., Jalili, M. R. and Ghodsian, M. 1999. Discharge coefficient for sharp-crested side weir in subcritical flow. J. Hydraul. Eng. ASCE. 125(10): 1051-1056.
- Castro-Orgaz, O. and Hager, W. 2012. Subcritical side wier flow at high lateral discharge. J. Hydraul. Eng. ASCE. 138(9): 777-787.
- Chanson, H. 2004. Hydraulics of Open Channel Flow. 2<sup>nd</sup> Ed. Butterworth-Heinemann.
- Chow, V. T. 1959. Open Channel Hydraulic. McGraw-Hill Book Co. New York, NY.

- De Marchi, G. 1934. Saggio di teotia de funzionamenta degli stramazzi laterali. L'Energia Electricia, Rome, Italy. 11(11): 849-860. (in Italian)
- Haddadi, H. and Rahimpour, M. 2012. A discharge coefficient for a trapezoidal broad-crested side weir in subcritical flow. Flow Meas. Instrum. 26, 63-67.
- Hager, W. H. 1987. Lateral outflow over side weirs. J. Hydraul. Eng. ASCE. 113(4): 491-504.
- Honar, T., Javan, M. and Keshavarzi, A. 2002. Discharge coefficient of inclined side weir in non- prismatic rectangular channels. J. Water Soil Sci. 6(3): 63-75. (in Persian)
- Keshavarzi, A., and Ball, J. 2014. Discharge coefficient of sharp crested side weir in trapezoidal channel with different side wall slopes under subcritical flow conditions. J. Irrig. Drain. Eng. ASCE. 63(4): 512-522.
- Kumar, C. P. and Pathak, S. K. 1987. Triangular side weirs. J. Irrig. Drain. Eng. ASCE. 113(1): 98-105.
- Nadesamoorthy, T. and Thompson, A. 1972. Discussion of spatially varied flow over side weirs. J. Hydraul. Div. 98(12): 2234-2235.
- Ranga-Raju, K. G., Gupta, S. K. and Prasad, B. 1979. Side weir in rectangular channel. J. Hydraul. Div. ASCE. 105(5): 547-554.
- Riyahi-Bani, S. 2013. Theoretical and experimental study for a sharp crested trapezoidal side weir in subcritical flow regime. M. Sc. Thesis. Tehran University. Karaj, Iran. (in Persian)
- Singh, R., Manivannan, D. and Satyanarayana, T. 1994. Discharge coefficient of rectangular side weirs. J. Irrig. Drain. Eng. ASCE. 120(4): 814-819.
- Subramanya, K. and Awasthy, S. C. 1972. Spatially varied flow over side weirs. J. Hydraul. Div. ASCE. 98(1): 1-10.
- Uyumaz, A. 1992. Side weir in triangular channel. J. Irrig. Drain. Eng. ASCE. 118(6): 965-970.
- Uyumaz, A. and Smith, R. H. 1991. Design procedure for flow over side weirs. J. Irrig. Drain. Eng. ASCE. 117(1): 79-90.
- Vatankhah, A. R. 2012a. Analytically solution for water surface profile along a side weir in triangular channel. Flow Measure. Instrum. 23(1): 76-79.
- Vatankhah, A. R. 2012b. Water surface profile over side weir in a trapezoidal channel. Water Manage. 165(5): 247-252.
- Vatankhah, A. R. 2012c. New solution method for water surface profile along a side weir in a circular channel. J. Irrig. Drain. Eng. 138(10): 948-954.
- Zahiri, A., Azamathulla, H. M. and Bagheri, S. 2013. Discharge coefficient for compound sharp crested side weirs in subcritical flow conditions. J. Hydrol. ASCE. 480, 162-166.

## **Discharge Computation of Trapezoidal Broad-Crested Side Weir in Subcritical Flow Regime using Spatially Varied Flow Theory**

**F. Velayati and A. R. Vatankhah\***

\* Corresponding Author: Associate Professor, Department of Irrigation and Reclamation Engineering, University of Tehran, Karaj, Iran. Email: arvatan@ut.ac.ir

Received: 3 February 2017, Accepted: 22 July 2018

### **Abstract**

Flow over side weirs has been the subject of many studies. Most of these studies related to sharp crested side weirs with rectangular cross sections and less attention has been given to the discharge coefficient over the broad-crested side weirs with trapezoidal cross section. In this research, a comprehensive laboratory study including 187 tests has been conducted to investigate the discharge coefficient over the broad-crested trapezoidal side weir under subcritical flow regime. In this research, water surface profile along the side weir was computed by using the fourth order Runge-Kutta method, because dynamic equation, governing side weirs, lacked complete analytical solution due to its nonlinearity quality and possessing many variables involved. By analyzing experimental data and using dimensional analysis as well as statistical analysis, some relationships were proposed to estimate the discharge coefficient. The results suggest that the discharge coefficient of flow depends on the Froude number, the ratio of initial depth to crest width, and the side slope of the weir. The mean absolute percentage error of proposed relationship, about 4%, indicated that the numerical method was very accurate.

**Keywords:** Flow Analysis, Flow Measurement, Fourth Order Runge-Kutta Method, Laboratory Study, Water Surface Profile