

حل تحلیلی معادله جریان متلاطم درون آبخوان آبرفتی با تغذیه یکنواخت سطحی

اسحاق انصاری^{۱*}، محسن مسعودیان^۲ و محمد صدقی اصل^۳

۱ و ۲- به ترتیب: دانشجوی دکتری؛ و دانشیار گروه مهندسی آب، دانشکده مهندسی زراعی، دانشگاه کشاورزی و منابع طبیعی ساری، ساری، ایران

۳- دانشیار گروه علوم خاک، دانشکده کشاورزی، دانشگاه یاسوج، یاسوج، ایران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۹/۱۵؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۳/۷

چکیده

تخمین پروفیل سطح آب در آبخوان‌ها هنگامی با اهمیت خواهد شد که متاثر و هم‌زمان با تغذیه سطحی (مانند بارش) باشد. تغذیه سطحی می‌تواند موقعیت و وضعیت نیمرخ سطح آب را دچار نوسان کند و مهندس طراح نتواند پروفیل سطح آب را به خوبی برآورد کند. این حالت در شرایطی سخت‌تر خواهد شد که مصالح آبخوان درشت‌دانه یا به اصطلاح مصالحی با نفوذپذیری بالا و سرعت جریان آب نیز در وضعیت غیرداری باشد. به همین دلیل ضروری است با محاسبه مقدار دقیق نیمرخ نش از آبخوان و در نظر گرفتن مسائل فنی، از خطرهای جانی و مالی محتمل جلوگیری شود. در همین راستا با ارائه یک حل تحلیلی (ریاضی) با اثر تغذیه و فرضیات غیرداری و جریان متلاطم توسعه یافته به بررسی پروفیل جریان درون مصالح درشت‌دانه پرداخته شده است. در این تحقیق، از داده‌های یک مدل آزمایشگاهی با طول، عرض و ارتفاع به ترتیب ۵، ۶/۰ و ۱ متر، با شیب ۱۳۵/۰ و دارای شرایط مرزی تراز آب بالادست و پایین دست مختلف و متاثر از تغذیه سطحی، مدل سازی و برای مقایسه و ارزیابی مدل تحلیلی این پژوهش از معادلات دیگر محققان استفاده شد که در نهایت نتایج حاصل از این تحقیق، دقت بالای حل ارائه شده را نشان داده است.

واژه‌های کلیدی

بستر شیب‌دار، پروفیل جریان، جریان غیرداری، مدل تحلیلی

مقدمه

محسوب می‌شود. در خصوص جریان‌های آب در خاک و بررسی نیمرخ سطح آب، تحقیقاتی صورت گرفته است که تقریباً در تمامی آنها با در نظر گرفتن محیط‌های ریزدانه با نفوذپذیری پایین یا به اصطلاح محیط‌های داری و آن‌هم در شرایط بدون تغذیه سطحی بوده است. در حالی که بسیاری از جریان‌های عبوری از مصالح درشت‌دانه و با نفوذپذیری بالا و به اصطلاح غیرداری، با اثر تغذیه که در این شرایط همراه هستند و به همین دلیل برآورد پروفیل سطح آب نیاز به دقت بیشتری دارد، زیرا تخمین نامناسب

آبخوان یا لایه آبدار عبارت است از تشکیلاتی زمین‌شناسی با نفوذپذیری کافی که آب را در داخل خود ذخیره و از خود رها می‌کند؛ معمول‌ترین مواد تشکیل‌دهنده آبخوان‌ها شن و ماسه تحکیم نیافته (غیریکپارچه) هستند که در دره‌های آبرفتی یافت می‌شوند (Mahmoodian-Shooshtari, 2015). بنابراین، حرکت آب در خاک و بالا آمدن سطح آب در نقاط مختلف محیط خاکی یکی از مسائل بسیار مهم در زمینه‌های مختلف مهندسی آب و سدسازی

و محصولات ژئوسنتیک را بررسی کرد. هدف این محققان در واقع مقایسه پیش‌بینی رفتار داری و غیرداری و پیش‌بینی عملکرد زهکشی مصالح مختلف درشت‌دانه بود. کاسترو ارگاز (Castro-Orgaz, 2012) با حل معادله دیفرانسیل مرتبه دومی برای حل مسئله تغذیه سطحی به جواب‌هایی دست یافت و مدل تحلیلی اصلاح‌شده دوپوئی - فرشهایم را با راه‌حل دوبعدی که خود به‌دست آورده بود، مقایسه و نتایج خوبی مشاهده کرد. کاسترو ارگاز و همکاران (Castro-Orgaz et al., 2013) با ارائه رابطه‌ای برای حالت بدون تغذیه سطحی به‌وسیله معادلات دوپوئی - فاوور و با استفاده از این معادلات می‌گویند معادلات دوپوئی - فرشهایم فرم خاصی از روابط عمومی با محدودیت فراتر از شیب‌های محلی کوچک و خطوط جریان افقی هستند. صدقی‌اصل و همکاران (Sedghi-Asl et al., 2014) با مطالعه آزمایشگاهی به ارائه روابط تحلیلی برای جریان داری و غیرداری پرداختند و موفق شدند عمق نرمال جریان درون محیط متخلخل و رابطه میان عمق نرمال و طول محیط متخلخل را بیابند. صلاحی نیا (Salahinia, 2015) در تحقیق آزمایشگاهی با یک فلوم به طول، عرض و ارتفاع به ترتیب ۲/۲، ۰/۴ و ۰/۸ متر، دبی جریان و نیمرخ نشن را برای سه نوع مصالح ریزدانه، درشت‌دانه و مخلوط و سه شیب بستر افق، ملایم و تند در حضور تغذیه سطحی را بررسی کرد. این مدل در حضور شیب بستر و بارش سطحی قادر به پاسخگویی روابط تحلیلی نبود؛ دلیل آن کوچک بودن ابعاد فلوم گزارش شده است.

صدقی‌اصل و انصاری (Sedghi-Asl & Ansari, 2016) رابطه‌ای تحلیلی برای جریان ساده توسعه یافته مستلطم (آشفته) را طبق نظریه دوپوئی - فرشهایم ارائه دادند و در تحقیق خویش حالت بی‌بعد رابطه را برای نشان دادن دقت راه‌حل

نیمرخ سطح آب می‌تواند خسارت‌هایی جبران‌ناپذیر به‌بار آورد (Naderi, 2017).

چاپمن (Chapman, 1957) می‌گوید رابطه‌ای که دوپوئی - فرشهایم ارائه داده است ارتفاع درست سطح آب را در آبخوان نتیجه نمی‌دهد. وی عقیده دارد در فرضیات دوپوئی - فرشهایم جریان، افقی فرض شده و از مؤلفه عمودی سرعت و در نتیجه از وجود سطح تراوش در دیواره نهر پایین دست صرف‌نظر شده است. چیلدز (Childs, 1971) با بررسی زهکشی آب زیرزمینی مستقر بر سطح شیب دار در دو حالت حضور و غیبت تغذیه سطحی به کمک روش‌های تقریبی و انتگرال‌های عددی با الهام گرفتن از تقریب دوپوئی - فرشهایم در شرایط جریان ماندگار، روابطی تقریبی برای جریان درون آبخوان درشت‌دانه ارائه داد و با رسم نمودارهایی سعی در بیان راه‌حل‌ها داشته و به این نکته پی برده است که مقادیر کوچک تغذیه سطحی و شیب‌های بزرگ تأثیر به‌سزایی در حداکثر ارتفاع سطح ایستابی آب بین دو زهکش مجاور دارد.

بی‌بر (Bear, 1972) روابط تحلیلی دوپوئی مربوط به جریان درون آبخوان درشت‌دانه را در دو حالت حضور و غیبت تغذیه سطحی ارائه داد. این روابط نشان می‌دهد که تقریب دوپوئی از جمله قوی‌ترین ابزارها برای پرداختن به جریان‌های آزاد است. چاپمن (Chapman, 1980) با مدل کردن آبخوان درشت‌دانه روی بسترهای شیب‌دار و با الهام از تقریب دوپوئی - فرشهایم و بسط روابط به‌دست آمده توسط چیلدز (Childs, 1971) به ارائه مدل تقریبی سه‌بعدی و یک رابطه جدید پرداخته است. بوردیر و زیمر (Bordier & Zimmer, 2000) به‌طور آزمایشی دو قانون فرشهایم و ایزباش (معادله توانی) با توان ۲ بین سرعت جریان و گرادیان هیدرولیکی برای معادله حرکت جریان در مواد درشت‌دانه شنی

درشت‌دانه با نفوذپذیری و سرعت جریان بالا دارد، استفاده از فرضیات دارسی منطقی نیست و باید از فرضیات غیردارسی برای حل معادله جریان استفاده کرد (Sedghi-Asl, 2009; Naderi, 2017). روش حل تحلیلی به صورت رابطه ۱ است.

$$\frac{\partial q}{\partial x} = w \rightarrow q = wx + q_0 \quad (1)$$

که در آن،

w = تغذیه (شدت بارش)؛ q_0 = دبی در واحد عرض؛ x = فاصله هر نقطه بستر تا نقطه مربوط به تراز آب بالادست؛ و q = دبی جریان در نقطه دلخواه x .
 سرعت جریان در لایه‌های درشت‌دانه، خطی و دارسی نیست و بنابراین فرض اصلی، این است جریان از قانون غیردارسی پیروی می‌کند (Sedghi-Asl, 2009). رابطه ایزباش با توجه به شکل ۱ ارتباط بین سرعت و گرادیان هیدرولیکی را به صورت می‌دهد (Sedghi-Asl & Ansari, 2016).

$$i = \frac{dh}{dx} = a \cdot v^b \quad (2)$$

که در آن،

i یا $\frac{dh}{dx}$ = گرادیان هیدرولیکی؛ v = سرعت جریان؛ و a و b = ضرایب‌های رابطه ایزباش. شکل ۲ محیط مورد مطالعه در این پژوهش را نشان می‌دهد.

اگر جریان را متلاطم کاملاً توسعه یافته فرض کنیم $b=2$ خواهد بود. پس، رابطه ایزباش به شکل رابطه ۳ و دبی عبوری از محیط متخلخل از رابطه ۴ به دست می‌آید (Sedghi-Asl & Ansari, 2016) و با ساده‌سازی، معادله به شکل رابطه ۵ به دست می‌آید.

$$i = \frac{dh}{dx} = a \cdot v^2 \quad (3)$$

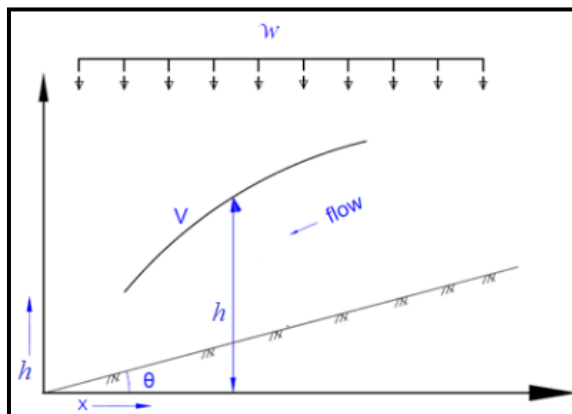
$$q = \left(-\frac{1}{a} \frac{\partial h}{\partial x} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot h = wx + q_0 \quad (4)$$

ارائه کردند. از مطالب بالا می‌توان نتیجه گرفت که معادله کاسترو ارگاز (Castro-Orgaz, 2012) و کاسترو ارگاز و همکاران (Castro-Orgaz et al., 2013) بر اساس دوپویی فاوور هستند که برخلاف دوپویی-فرشه‌ایمر منحنی‌الخطاند و برای هر شیبی از سطح آب کاربرد دارند. کارهای چیلدرز (Childs, 1971) و صدقی‌اصل و انصاری (Sedghi-Asl & Ansari, 2016) بر اساس فرضیات دوپویی-فرشه‌ایمر توسعه یافته است که دقیق تر از فرضیات دوپویی-فرشه‌ایمر است. سایر مقالات مندرج در مرور منابع بر اساس فرضیات دوپویی-فرشه‌ایمر ساده هستند. همان طور که در تحقیقات بالا اشاره شده است، اکثر محققان در پژوهش‌های خودشان به بررسی جریان در شرایط دارسی و برای حالت غیبت تغذیه پرداخته‌اند و هر یک دارای نقص و و فرضیاتی است که از کیفیت و واقعیت محیط جریان، از حالت طبیعی دور است. ولی در این تحقیق با در نظر گرفتن تمام شرایط یک محیط درشت‌دانه و با فرضیات غیردارسی و همچنین اثر شیب ۰/۱۳۵، که در اکثر مواقع بستر جریان در طبیعت شیب‌دار (به‌ویژه شیب ملایم) است، محیط متخلخل درشت‌دانه با اثر تغذیه بررسی و با مدل‌های تحلیلی بی‌یر (Bear, 1972) و کاسترو ارگاز (Castro-Orgaz, 2012) مقایسه می‌شود.

مواد و روش‌ها

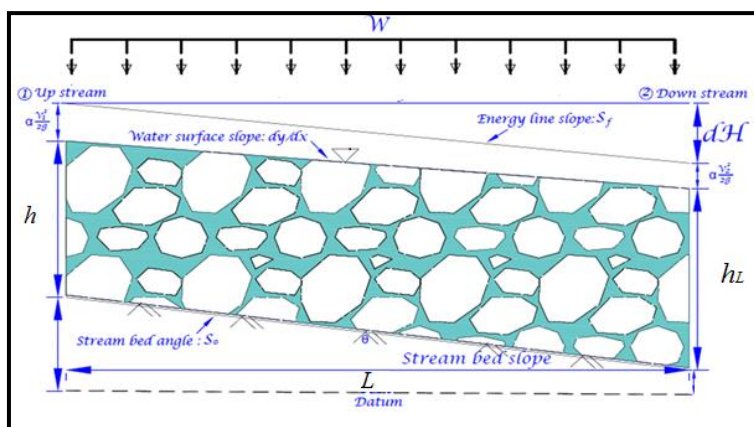
معرفی مدل تحلیلی (ریاضیاتی)

در این بخش از پژوهش، به بررسی تحلیلی پروفیل جریان درون محیط متخلخل درشت‌دانه با بستر شیب‌دار (با شیب برابر با ۰/۱۳۵) تحت اثر تغذیه (ناشی از بارش و یا وارد کردن مستقیم آب) پرداخته می‌شود. از آنجا که زهکش سنگ‌ریز مصالح



شکل ۱- تصویری از وضعیت جریان در شرایط تغذیه

Figure 1- Photo of flow condition under recharge



شکل ۲- تصویری از محیط مورد مطالعه در این پژوهش

Figure 2- Photo of media used in this research

$$-\frac{1}{a} \frac{\partial h}{\partial x} \cdot h^2 = (wx + q_0)^2 \rightarrow h^2 \frac{\partial h}{\partial x} = -a(wx + q_0)^2 \quad (5)$$

$$C = \frac{h_L^3}{3} + aw^2 \frac{L^3}{3} + awq_0L^2 + aq_0^2L \quad (7)$$

بنابراین، با انتگرال گیری جواب عمومی معادله، به صورت رابطه ۶ حاصل می شود.

با جایگذاری ثابت انتگرال در رابطه ۶ و ساده سازی، شکل نهایی معادله برای به دست آوردن پروفیل سطح آب برای مصالح درشت دانه در شرایط تغذیه به صورت رابطه ۸ خواهد بود.

$$\frac{h^3}{3} = -aw^2 \frac{x^3}{3} - awq_0x^2 - aq_0^2x + C \quad (6)$$

با قرار دادن شرط مرزی پایین دست محیط متخلخل و ساده سازی، ثابت انتگرال، از رابطه ۷ به دست می آید.

$$h = [aw^2(L^3 - x^3) + 3wq_0(L^2 - x^2) + 3aq_0^2(L - x) + h_L^3]^{1/3} \quad (8)$$

بررسی کرده است. این مدل یک کانال آزمایشگاهی است به طول ۵ متر، عرض ۰/۶ متر و ارتفاع ۱ متر که با استفاده از اسکلت فولادی و جداره پلکسی-گلاس ساخته شده است. در این مدل آزمایشگاهی، ترازهای پیژومتریک با استفاده از پیژومترهای شفاف با قطر ۵ میلی متر، که در کف فلوم به کار رفته، اندازه گیری شد. این پژوهش آزمایشگاهی برای شرایط خاص در شیب ۰/۱۳۵ برای مصالح درشت-دانه (ماسه تمیز شکسته) با ضریب هدایت هیدرولیکی ۸/۸۴ سانتی متر بر ثانیه و استفاده از روش آزمایش بار ثابت، به عنوان شرایط مرزی هیدرولیکی اجرا شد. سامانه ایجاد تغذیه سطحی (بارش) در شرایط خاص برای ایجاد بارش یکنواخت روی سطح مصالح از لوله های آبیاری کم فشار استفاده شده است. با استفاده از داده های این مدل آزمایشگاهی پروفیل جریان درون محیط های متخلخل درشت دانه بررسی و برای مقایسه و ارزیابی مدل تحلیلی این پژوهش از روابط تحلیلی دیگر محققان استفاده شد که نتایج آن در بخش دیگر آورده شده است. شکل ۳ نمای فلوم آزمایشگاهی و مصالح استفاده شده در مدل آزمایشگاهی نادری (Naderi, 2017) را نشان می دهد.

که در آن،

$h_l =$ عمق پایین دست (تراز آب پایین دست) محیط متخلخل؛ $w =$ تغذیه (شدت بارش)؛ $q_0 =$ دبی در واحد عرض؛ $L =$ طول کل بستر؛ $x =$ فاصله هر نقطه بستر؛ و $a =$ ضریبی که متأثر از نفوذپذیری و شرایط جریان است که با استفاده از رابطه ۹ به دست می آید.

$$a = \frac{1}{(k \cdot i)^{0.5}} \quad (9)$$

که در آن،

$k =$ نفوذپذیری مصالح محیط متخلخل؛ و $i =$ گرادیان هیدرولیکی محیط متخلخل.

این شکل از معادله (رابطه ۸) به دلیل اعمال فرضیات جریان غیر داری و معادله افت فشار ایزباش با معادلات موجود در منابع متفاوت است و از طریق معادل سازی هدایت هیدرولیکی قانون داری و رابطه ایزباش به دست می آید (Sedghi-Asl, 2009).

مدل آزمایشگاهی

نادری (Naderi, 2017)، در آزمایشگاه ژئوتکنیک دانشگاه یاسوج، حرکت آب را در لایه های مختلف خاک و اثر نفوذ ناشی از تغذیه (بارش باران) را بر میزان این حرکت یا نیمرخ سطح آب در خاک



شکل ۳- تصویری از نمای جانبی فلوم آزمایشگاهی و مصالح محیط متخلخل

Figure 3- Side view of laboratory flume and porous media

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - y_i)^2}{N}} \quad (13)$$

$$X = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (14)$$

که در آنها،

RSME = نسبت میانگین مجذور خطا؛ N = تعداد داده‌های حل تحلیلی؛ x = میانگین داده‌های حل تحلیلی؛ x_i = مقدار هر مرحله از داده‌های حل تحلیلی این پژوهش؛ و y_i = مقدار هر مرحله از داده‌های تحلیلی بی‌یر (Bear, 1972) یا کاسترو ارگاز (Castro-Orgaz, 2012).

هرچه NOF بیشتر باشد، اختلاف بیشتر است؛ کمتر بودن NOF و نزدیک‌تر بودن آن به صفر، بیانگر همبستگی بالا بین نتایج تحلیلی (ریاضیاتی) و نتایج تحقیقات دیگر محققانی است که در بالا به آنها اشاره شده است. در بخش‌های زیر، نتایج مدل‌سازی تحت تأثیر شرایط مرزی و تغذیه مختلف، شامل مقایسه گرافیکی پروفیل سطح آب و جدول درصد خطا ارائه می‌شود. علاوه بر این، برای توزیع و پراکندگی مقدار خطا در هر نقطه از طول مسیر از رابطه خطای نسبی استفاده شده است.

$$RE = \frac{|h_A - h_{B,C}|}{h_{B,C}} \quad (15)$$

که در آن،

h_A = مقدار عمق جریان مدل تحلیلی (ریاضی) این پژوهش؛ و $h_{B,C}$ = مقدار عمق جریان مدل تحلیلی بی‌یر (Bear, 1972) یا کاسترو ارگاز (Castro-Orgaz, 2012). بالا بودن RE بیانگر تفاوت بالای نتایج تحلیلی این پژوهش و دیگر محققان است و کمتر بودن RE و نزدیک‌تر بودن آن به صفر بیانگر دقت بالای بین نتایج است.

مدل تحلیلی دیگر محققان

برای ارزیابی نتایج حل تحلیلی (ریاضی) این پژوهش از رابطه‌های تحلیلی بی‌یر و کاسترو ارگاز استفاده شد. رابطه بی‌یر (Bear, 1972) برای حالت با حضور تغذیه سطحی به شکل رابطه ۱۰ است.

رابطه دیگر برای ارزیابی این پژوهش، رابطه تحلیلی کاسترو ارگاز (Castro-Orgaz, 2012) است که به صورت رابطه ۱۱ تعریف شده است.

$$h = \left[h_0^2 - \frac{h_0^2 - h_L^2}{L} x + \frac{N}{K} (L - x)x \right]^{1/2} \quad (10)$$

$$h^2 = \left[h_D^2 + \frac{N}{K} (L^2 - x^2) + \frac{2}{3} \left(\frac{N}{K} \right)^2 x^2 \right] \left(1 - \frac{2N}{3K} \right)^{-1} \quad (11)$$

که در آنها،

h_0 = عمق پایین دست؛ k = ضریب هدایت هیدرولیکی؛ N = شدت بارش؛ L = طول کل بستر؛ و x = فاصله هر نقطه بستر.

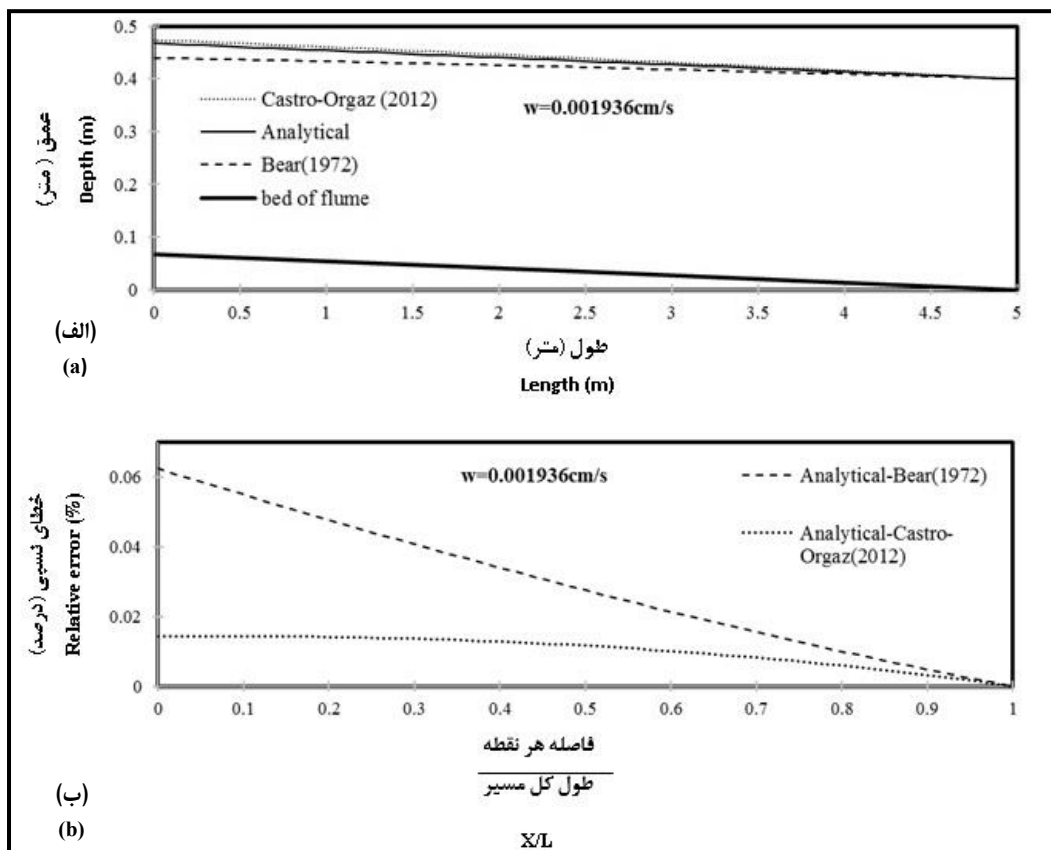
در نهایت، نقاط ضعف و قوت مدل تحلیلی (ریاضی) این پژوهش در مقایسه با رابطه‌های تحلیلی بی‌یر (Bear, 1972) و کاسترو ارگاز (Castro-Orgaz, 2012) مشخص می‌شود و در انتهای هر مرحله، مقدار خطای حاصل از مدل تحلیلی (ریاضی) برای شرایط هیدرولیکی (شرایط مرزی) و شرایط تغذیه مختلف با استفاده از تابع هدف نرمال NOF مشخص و ارائه خواهد شد (روابط ۱۲ تا ۱۴) (Naderi, 2017).

$$NOF = \frac{RMSE}{X} \quad (12)$$

نتایج و بحث

با مدل تحلیلی بی-یر (Bear, 1972) و کاسترو ارگاز (Castro-Orgaz, 2012) نشان می‌دهد. در این مدل سازی، شرایط مرزی بالادست و پایین دست در نظر گرفته شده برای تمام مدل‌ها برابر مدل آزمایشگاهی نادری (Naderi, 2017)، به ترتیب ۰/۴۴ و ۰/۴ است. همان‌طور که مشخص است، حل تحلیلی این پژوهش به لحاظ شماتیک به خوبی توانسته مدل سازی را پیش برد و مشخص است که نسبت به حل تحلیلی کاسترو ارگاز (Castro-Orgaz, 2012) خطای کمتر و نسبت به مدل تحلیلی بی-یر (Bear, 1972) خطای بیشتری نشان داده است.

در این پژوهش، مقایسه گرافیکی پروفیل سطح آب برای چهار حالت از شرایط مرزی اجرا و نتایج آنها در شکل‌های ۴ تا ۷ نشان داده شده است. خطای حاصل از مدل سازی برای تمام مدل‌ها تحت تأثیر شرایط مرزی و تغذیه مختلف نشان داده شده است. شرایط مرزی تعریف شده برای تمام مدل‌ها عیناً برابر با داده‌های مدل آزمایشگاهی نادری (Naderi, 2017) است و در مجموع ۴ حالت شرط مرزی و ۸ حالت تغذیه بررسی شده است. شکل ۴ مقایسه پروفیل حل تحلیلی این پژوهش را



شکل ۴- الف) مقایسه نیمرخ خط فریاتیک مدل تحلیلی برای تراز آب بالادست و پایین دست به ترتیب ۰/۴۴ و ۰/۴ و

و ب) رسم گرافیکی خطای نسبی نیمرخ خط فریاتیک نسبت به طول مسیر جریان

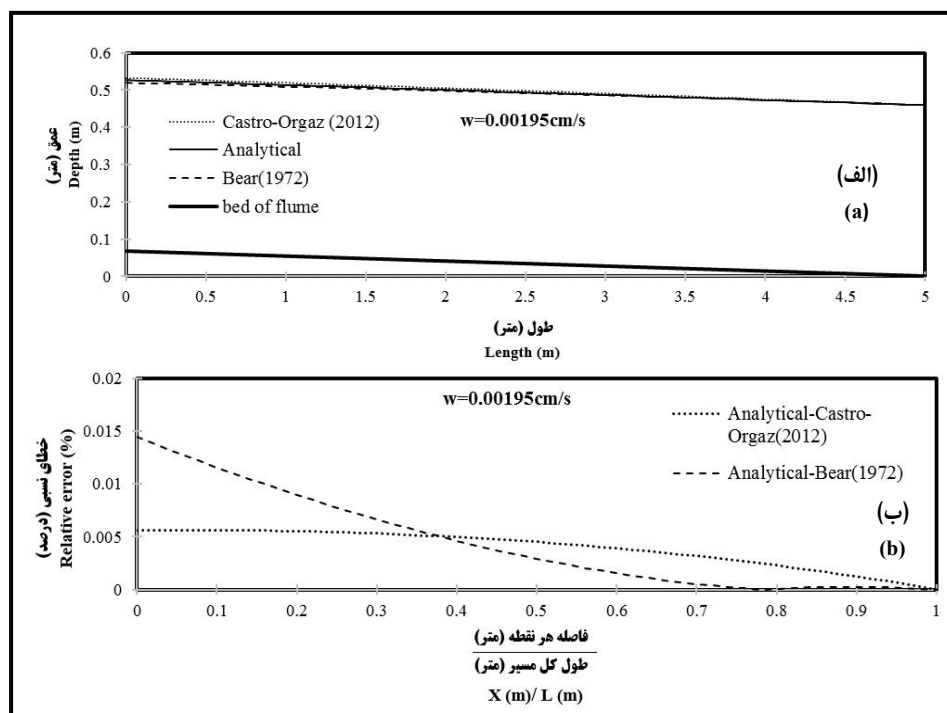
Figure 4- a) Comparison of the analytical seepage line for upstream and downstream 0.44 and 0.4 respectively and b) Relative errors of the seepage line with respect to the length

پایین‌دست اتفاق می‌افتد و سپس با یک مقدار خطای ثابت در طول مسیر، که بسیار کم و معمولاً کمتر از یک درصد است، مدل‌سازی را انجام می‌دهد. در ادامه مدل‌سازی برای شرایط مرزی مختلف انجام شده که نتایج و روند قبلی نیز تکرار شده است (شکل‌های ۵ و ۶).

شکل ۷، مقایسهٔ پروفیل حل تحلیلی این پژوهش را با مدل تحلیلی بی‌یر (Bear, 1972) و کاسترو ارگاز (Castro-Orgaz, 2012) نشان می‌دهد. در این مدل‌سازی، شرط مرزی بالادست و پایین‌دست به ترتیب ۰/۷۲۶ و ۰/۶۲ است. در این حالت باز هم خطای حل تحلیلی این پژوهش در مقایسه با حل کاسترو ارگاز (Castro-Orgaz, 2012) بسیار ناچیز و برابر با ۰/۰۵۸ درصد، نزدیک به صفر، است و این خود دلیلی بر دقت مدل تحلیلی این پژوهش است.

همان‌طور که در شکل ۴-ب مشخص است، مقدار خطای پروفیل سطح آب حل تحلیلی این پژوهش با مدل بی‌یر (Bear, 1972) یا همان {Analytical- Bear (1972)} در ابتدا بیشتر شده است و هرچه به انتها نزدیک‌تر می‌شود، خطا کمتر و به صفر نزدیک‌تر شده است.

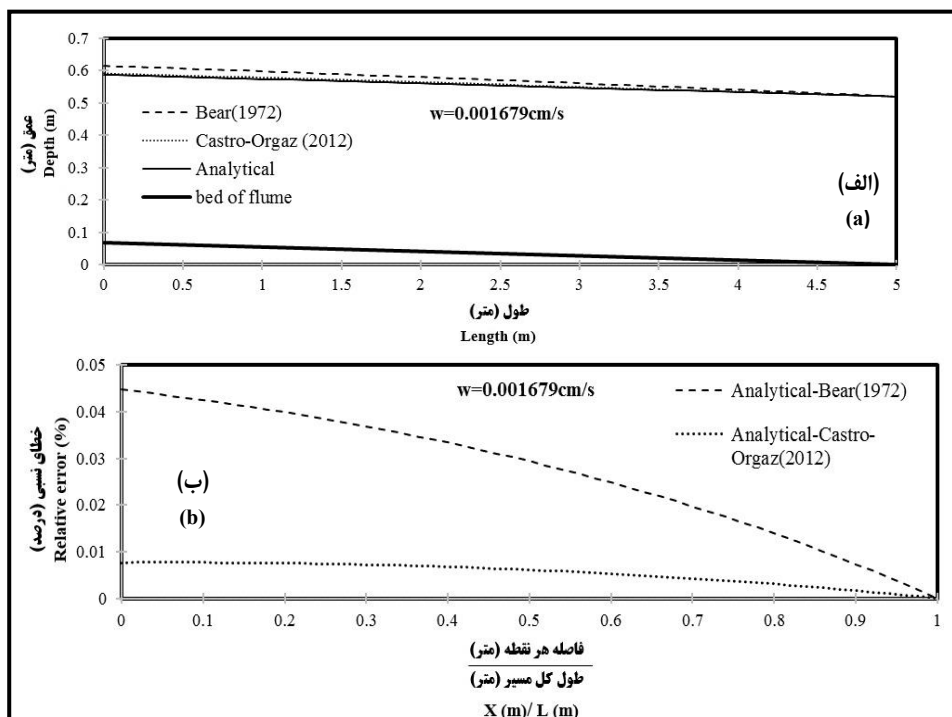
در مقایسه با مدل کاسترو ارگاز (Castro-Orgaz, 2012) مقدار خطا در هر نقطه میزان کمتری نشان می‌دهد و علاوه بر این در طول زیادی از مدل‌سازی، مقدار خطا دارای آهنگ خطای ثابتی با حداکثر میزان ۱/۱ درصد است. بنابراین، به دلیل این‌که روابط حل تحلیلی این پژوهش و حل تحلیلی کاسترو ارگاز (Castro-Orgaz, 2012) بر اساس شرط مرزی پایین‌دست تعریف شده است، کمترین خطای پروفیل سطح آب در نقاط نزدیک به شرط مرزی



شکل ۵- الف) مقایسهٔ نیمرخ خط فریاتیگ مدل تحلیلی برای تراز آب بالادست و پایین‌دست به ترتیب ۰/۵۲ و ۰/۶۲

و ب) رسم گرافیکی خطای نسبی نیمرخ خط فریاتیگ نسبت به طول مسیر جریان

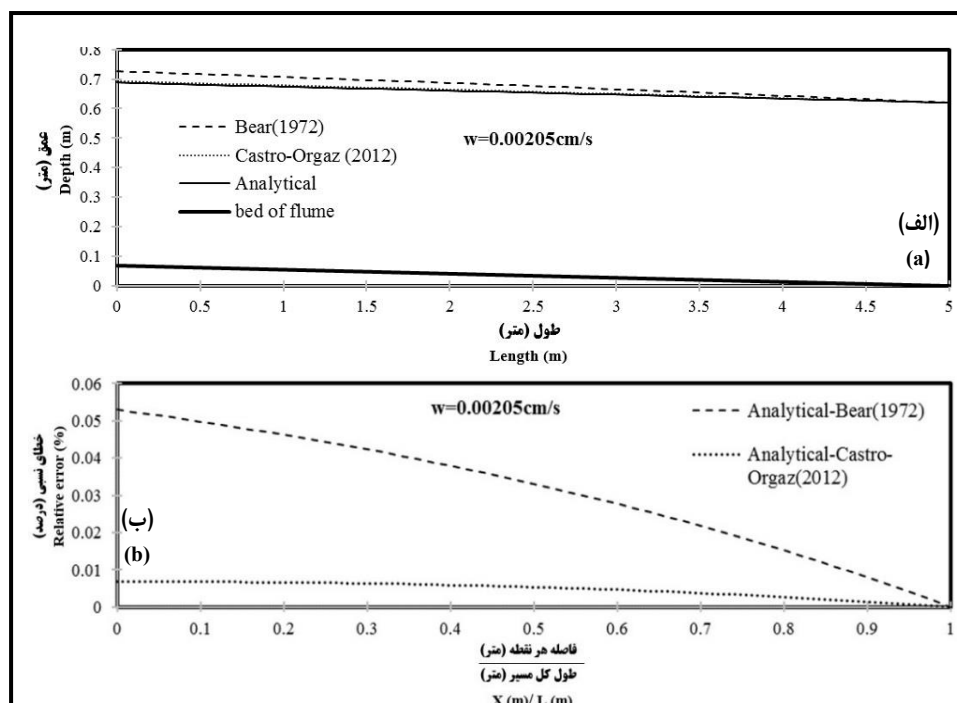
Figure 5- a) Comparison of the analytical seepage line for upstream and downstream 0.52 and 0.46 respectively and b) Relative errors of the seepage line with respect to the length



شکل ۶- الف) مقایسه نیمرخ خط فریاتیگ مدل تحلیلی برای تراز آب بالادست و پایین دست به ترتیب 0.615 و 0.52 و

ب) رسم گرافیکی خطای نسبی نیمرخ خط فریاتیگ نسبت به طول مسیر جریان

Figure 6- a) Comparison of the analytical seepage line for upstream and downstream 0.615 and 0.52 respectively and b) Relative errors of the seepage line with respect to the length



شکل ۷- الف) مقایسه نیمرخ خط فریاتیگ مدل تحلیلی برای تراز آب بالادست و پایین دست به ترتیب 0.726 و 0.62 و

ب) رسم گرافیکی خطای نسبی نیمرخ خط فریاتیگ نسبت به طول مسیر جریان

Figure 7- a) Comparison of the analytical seepage line for upstream and downstream 0.726 and 0.62 respectively and b) Relative errors of the seepage line with respect to the length

در مدل‌سازی اولیه شکل ۴-الف پروفیل سطح آب را پایین‌تر برآورد کرده است و هرچه به مراحل بعدی، یعنی مدل‌سازی با شرایط مرزی دیگر و به اصطلاح اختلاف هد بیشتر پیش برویم پروفیل سطح آب سیر صعودی یافته تا این‌که در مدل‌سازی نهایی شکل ۷-الف پروفیل سطح آب را بالاتر برآورد کرده است؛ در حالی‌که مدل تحلیلی این پژوهش و مدل کاسترو ارگاز (Castro-Orgaz, 2012) در هر چهار شکل اشاره شده تقریباً منطبق بر هم هستند که صحت این موضوع در جدول ۱ کاملاً مشهود و درصد خطای NOF نشان‌دهنده این موضوع است.

جدول ۱، میزان خطای NOF پروفیل سطح آب این پژوهش را در مقایسه با مدل تحلیلی بی‌یر (Bear, 1972) و کاسترو ارگاز (Castro-Orgaz, 2012) برای هر چهار حالت شرایط مرزی و هشت حالت تغذیه در شرایط شیب‌دار بودن بستر جریان نشان می‌دهد. اگر با دقت به شکل‌های ۴-الف تا ۷-الف توجه شود، مشاهده خواهد شد که پروفیل سطح آب در مدل‌سازی بی‌یر (Bear, 1972) نسبت به مدل تحلیلی این پژوهش و مدل کاسترو ارگاز (Castro-Orgaz, 2012) رفتار متفاوتی نشان داده است، یعنی

جدول ۱- میزان خطای NOF مدل تحلیلی این پژوهش نسبت به مدل تحلیلی دیگر محققان

Table1- NOF of analytical model of this research with respect other methods

| تابع هدف نرمال کاسترو- ارگاز NOF (Analytical- Castro-Orgaz) | تابع هدف نرمال بی‌یر NOF (Analytical- bear) | دبی (میلی لیتر بر ثانیه) Discharge (milt/s) | تغذیه (سانتی‌متر بر ثانیه) Recharge (cm/s) | تفاوت هد بالادست و هد پایین دست (متر) Difference head (m) | هد آب پایین دست (متر) Downstream head (m) | هد آب بالادست (متر) Upstream head (m) |
|--|---|--|---|---|--|--|
| 0.011 | 0.0351 | 183.5 | 0.001936 | 0.04 | 0.4 | 0.044 |
| 0.012 | 0.0349 | 183.5 | 0.00218 | 0.04 | 0.4 | 0.44 |
| 0.0087 | 0.0066 | 323.27 | 0.00195 | 0.06 | 0.46 | 0.52 |
| 0.0095 | 0.0065 | 323.27 | 0.00213 | 0.06 | 0.46 | 0.52 |
| 0.0059 | 0.031 | 579.29 | 0.001679 | 0.095 | 0.52 | 0.615 |
| 0.0075 | 0.0313 | 579.29 | 0.00213 | 0.095 | 0.52 | 0.615 |
| 0.0052 | 0.035 | 803.23 | 0.00205 | 0.106 | 0.62 | 0.726 |
| 0.0058 | 0.035 | 803.23 | 0.00228 | 0.106 | 0.62 | 0.726 |

دقت بسیار بالاتر و ریسک بسیار کمتر، پروفیل سطح آب را برآورد کند. یادآوری می‌شود که محدودیت حل تحلیلی پژوهش حاضر این است که برآورد پروفیل خط فریاتییک برای یک حالت شیب (۰/۱۳۵) و در یک بعد بررسی شده است.

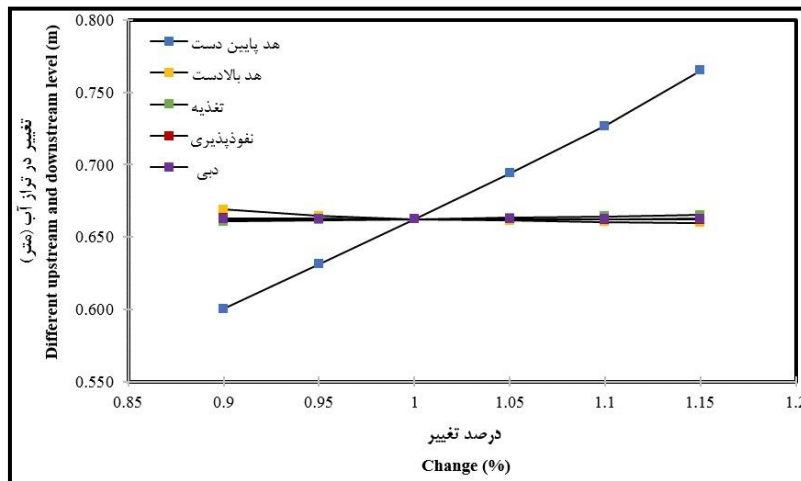
آنالیز حساسیت مدل تحلیلی

در این مرحله، پارامترهای ورودی در محدوده‌ای قابل قبول تغییر داده می‌شود تا تغییرات نسبی در واکنش مدل به آن تغییرات مشاهده شود. برای بررسی آنالیز حساسیت، به‌طور تصادفی از شرایط

نکته دیگر از جدول ۱ این است در تمام مدل‌سازی با شرایط مرزی مختلف، حداکثر خطای پروفیل سطح آب (NOF) مدل تحلیلی این پژوهش و مدل تحلیلی بی‌یر (Bear, 1972) ۳/۵ درصد است و این میزان در مقایسه با مدل کاسترو ارگاز (Castro-Orgaz, 2012) حداکثر یک درصد است، و هرچه اختلاف هد بیشتر باشد درصد خطا کمتر است و این یعنی مدل تحلیلی این پژوهش می‌تواند پروفیل خط فریاتییک در مقیاس بزرگ‌تر را به‌خوبی تخمین و ارائه نماید و مهندس طراح با اطمینان و

۱/۱۵ درصد همان پارامتر تغییر داده شده و تأثیر آن بر ارتفاع نیمرخ سطح آب در یک مقطع بررسی و نتایج در شکل ۸ و جدول ۲ آورده شده است. در این آنالیز، مرکز فلوم (فاصله ۲/۵ متر از مرزهای فلوم) به عنوان مقطع اصلی در نظر گرفته شده است.

مرزی بالادست و پایین دست به ترتیب ۰/۷۲۶ و ۰/۶۲ استفاده شده است. در حل تحلیلی این پژوهش پارامترهای ورودی شامل هد آب بالادست، هد آب پایین دست، تغذیه، نفوذپذیری و دبی هستند که در هر مرحله یکی از پارامترها در محدوده ۰/۹ تا



شکل ۸- شمای کلی آنالیز حساسیت نیمرخ خط فرباتیک برای پارامترهای مختلف
Fig. 8- Sensitivity analysis of the seepage line for various parameters

جدول ۲- مقدار کمی تراز نیمرخ سطح آب با توجه به تغییرات پارامترها

Table 2- Value of water surface considering changes parameters

| تغییر (درصد) | هد آب پایین دست (متر) | هد آب بالادست (متر) | تغذیه (سانتی متر بر ثانیه) | نفوذپذیری (سانتی متر بر ثانیه) | دبی (میلی لیتر بر ثانیه) |
|--------------|-----------------------|---------------------|----------------------------|--------------------------------|--------------------------|
| Change (%) | Downstream head (m) | Upstream head (m) | Recharge (cm/s) | Permeability (cm/s) | Discharge (mlt/s) |
| 0.9 | 0.6 | 0.669 | 0.660 | 0.662 | 0.663 |
| 0.95 | 0.631 | 0.664 | 0.661 | 0.662 | 0.663 |
| 1 | 0.662 | 0.662 | 0.662 | 0.662 | 0.663 |
| 1.05 | 0.694 | 0.661 | 0.663 | 0.662 | 0.663 |
| 1.10 | 0.726 | 0.660 | 0.664 | 0.662 | 0.663 |
| 1.15 | 0.765 | 0.659 | 0.665 | 0.661 | 0.663 |

تغییرات قابل توجه نبوده است. بنابراین مهندس طراح برای محاسبات پروفیل سطح آب همیشه باید دقت کافی و توجه ویژه در مقدار پارامتر هد پایین دست داشته باشد زیرا توجه نکردن به این پارامتر باعث بروز خطا و برآورد نادقیق پروفیل سطح آب خواهد شد. رابطه کاسترو-ارگاز و همکاران (Castro-Orgaz et al, 2013) بر اساس فرضیات

با توجه به شکل ۸ و جدول ۲، بیشترین و کمترین حساسیت مدل تحلیلی این پژوهش به ترتیب مربوط است به پارامتر هد آب پایین دست و دبی جریان، به نحوی که بازه تغییرات تراز نیمرخ سطح آب در مرکز فلوم برای پارامتر هد پایین دست از ۰/۶۰۰ تا ۰/۷۶۵ متغیر است که مقدار این تغییرات برابر ۰/۱۶۵ و برای دبی جریان درصد

می‌دهد. این درصد خطای بیشتر به این دلیل است که در معادله بی‌یر (Bear, 1972) از هر دو شرط مرزی بالادست و پایین دست برای برآورد پروفیل سطح آب استفاده می‌شود و این موضوع در شرایطی که تراز آب بالادست در اختیار نباشد نمی‌توان از رابطه بی‌یر (Bear, 1972) استفاده کرد که این خود یک نقطه ضعف برای معادله بی‌یر (Bear, 1972) و یک نقطه قوت برای حل تحلیلی این پژوهش است. نتیجه مهم و قابل تأمل دیگری که در مقایسه حل تحلیلی این پژوهش و حل کاسترو-ارگاز (Castro-Orgaz, 2012) به دست آمد این است که وقتی اختلاف تراز آب بالادست و پایین دست بیشتر شده، مقدار خطای حاصل به حدود ۰/۵ درصد رسیده است که نشان‌دهنده دقت حل تحلیلی این پژوهش برای مدل‌های با ابعاد بزرگ‌تر و استفاده از این حل برای برآورد پروفیل سطح آب در آبخوان‌های حاوی مصالح درشت‌دانه (جریان غیرداری) و حساسیت طراحی بالاست. مهندس طراحی می‌تواند با ریسک بسیار کمتر و دقت خیلی بیشتر نسبت به معادلاتی که دیگر محققان ارائه داده‌اند، برای تخمین پروفیل سطح آب در شرایط تغذیه استفاده کند. محدودیت حل تحلیلی این پژوهش این است که پروفیل خط فریاتیکی در یک شیب (۰/۰۱۳۵) بررسی شده که این نقص به دلیل کمبود داده‌های آزمایشگاهی است. دیگر محدودیت این تحقیق یک بعد بودن پژوهش است؛ البته دیگر تحقیقات معرفی شده نیز این محدودیت را دارند؛ با این همه، حل تحلیلی معرفی شده دقت خیلی خوبی داشته است.

دوپویی فاوور استوار است ولی رابطه تحقیق حاضر و رابطه بی‌یر (Bear, 1972) براساس فرضیات جریان دوپویی-فرشه‌ایم استوار هستند. به علاوه، رابطه‌های کاسترو-ارگاز و همکاران (Castro-Orgaz et al, 2013) و بی‌یر (Bear, 1972) بر اساس جریان داری بنا شده‌اند در حالی که رابطه تحقیق حاضر بر اساس جریان غیرداری استوار است. طبق مشاهدات، رابطه‌های کاسترو-ارگاز و همکاران (Castro-Orgaz et al, 2013) و رابطه تحقیق حاضر انطباق خیلی خوبی دارند و هر دو نسبت به روش بی‌یر (Bear, 1972) اختلافشان محسوس است. تفاوت بین روش بی‌یر (Bear, 1972) با نتایج تحقیقات کاسترو-ارگاز و همکاران (Castro-Orgaz et al, 2013) و تحقیق حاضر در مقیاس آبخوان، که طول برحسب کیلومتر و عمق برحسب متر است، قابل توجه خواهد بود و حتی می‌تواند به حدود چند ده سانتی‌متر نیز برسد.

نتیجه‌گیری

یافته‌های حاصل از این پژوهش نشان می‌دهد حل تحلیلی ارائه شده بر اساس فرضیات غیرداری و جریان متلاطم توسعه یافته درون مصالح درشت‌دانه برای شیب ۰/۰۱۳۵ با اثر تغذیه نتایج خیلی دقیقی ارائه می‌دهد. همان‌طور که از نتایج تحقیق مشخص گردید، مدل تحلیلی این پژوهش به دلیل استفاده از شرط مرزی پایین دست در معادله، نسبت به حل تحلیلی کاسترو-ارگاز (Castro-Orgaz, 2012) انطباق بسیار خوبی دارد و در مقایسه با حل بی‌یر (Bear, 1972) خطای حداکثر ۳/۵ درصد را نشان

مراجع

Bear, J. 1972. Dynamics of Fluids in Porous Media. Elsevier Science, New York.

- Bordier, C. and Zimmer, D. 2000. Drainage equation and no-Darcian modelling in coarse porous media or geosynthetic materials. *J. Hydrol.* 228, 174-187.
- Castro-Orgaz, O. 2012. Second-order two-dimensional solution for the drainage of recharge based on Picard iteration technique: A generalized Dupuit–Forchheimer equation. *Water Resour. Res.* <https://doi.org/10.1029/2011WR011751>.
- Castro-Orgaz, O., Giraldez, J. V. and Mateos, L. 2013. Where is the water table? A reassessment of Dupuit–Forchheimer theory using higher order closure hypothesis. *Estudios en la Zona No Saturada del Suelo.* 11, 169-173.
- Chapman, T. G. 1957. Two dimensional ground water flow through a bank with vertical faces. *Geotechnique.* 7(1): 35-40.
- Chapman, T. G. 1980. Modeling groundwater flow over sloping beds. *Water Resour. Res.* 16(6): 1114-1118.
- Childs, E. C. 1971. Drainage of groundwater resting on a sloping bed. *Water Resour. Res.* 7(5): 1256-1263.
- Mahmoodian-Shooshtari, M. 2015. *Hydraulics of Ground Water.* Shahid Chamran University Press. Ahvaz, Iran. (in Persian)
- Naderi, S. 2017. Experimental investigation of drainage flow under soil variability and surface recharge flow. M. Sc. Thesis. Faculty of Engineering, Department of Civil Engineering, Yasouj University, Yasouj, Iran. (in Persian)
- Salahinia, S. 2015. Experimental investigation of the subsurface flow under rainfall recharge and soil variability. M. Sc. Faculty of Engineering, Department of Civil Engineering, Yasouj University, Yasouj, Iran. (in Persian)
- Sedghi-Asl, M. 2009. Investigation of Dupuit Approximate Limits for gradually varied flow in coarse grained porous media. Ph. D. Thesis. University of Tehran, Tehran, Iran. (in Persian)
- Sedghi-Asl, M. and Ansari, E. 2016. Adoption of extended Dupuit–Forchheimer assumptions to non-Darcy flow problems. *Transport Porous Med.* 113(3): 457-468.
- Sedghi-Asl, M., Rahimi, H., Farhoudi, J. and Hartman, S. 2014. An analytical solution for 1-D non – Darcy flow through. *Transport Porous Med.* 104, 565-579.

Analytical Solution of Turbulent Flow Equation in Alluvial Aquifer with Uniform Recharge Surface

E. Ansari*, M. Masoudian and M. Sedghi-Asl

* Corresponding Author: Ph. D. Student, Water Engineering Department, Faculty of Agricultural Engineering, Agricultural and Natural Resources University of Sari, Sari, Iran. Email: ansari.eshagh@yahoo.com

Received: 6 December 2018, Accepted: 28 May 2019

Abstract

Estimating water surface profile would be important if it happens simultaneously with surface recharging (eg. precipitation). Surface recharging can fluctuate the subsurface water profile, so that designers cannot predict the water profile. This condition will be worsened when the media consists of coarse alluvial and highly permeable texture and the flow regime is Non-Darcy. For this reasons, it is necessary to determine accurate seepage profile through the media and consider the technical problems to avoid financial and human risks. In this regard, subsurface profiles through coarse porous media was investigated by presenting analytical solution considering recharge and Non-Darcy assumption and full-developed turbulent flow. In this study, we used the data resulted from a laboratory model (5*0.6*1 m with 0.0135 slope) and different upstream and downstream level affected by surface recharge for modelling. Results showed acceptable accuracy when analytical results were compared with available analytical solutions of other researcher.

Keywords: Analytical Model, Bed Sloped, Non-Darcy Flow, Water Profile