

مشخصه‌های آماری ذرات ضبط مغناطیسی

علی سبیط و محمد اخوان

آزمایشگاه تحقیقاتی مغناطیس (MRL)، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شریف

(دریافت مقاله: ۸۰/۶/۱۲ ؛ دریافت نسخه نهایی: ۸۱/۷/۴)

چکیده

در ضبط مغناطیسی، از منحنی مغناطش باقی مانده محیط بر حسب میدان اعمال شده، ($M_r(H)$)، پارامترهایی به دست می‌آیند که بیانگر خواص محیط از لحاظ ظرفیت ضبط و نسبت سیگنال به نویه می‌باشند. بنابر مدل Stoner-Wohlfarth (SW)، حلقه پسماند ذره مغناطیسی تک حوزه ناهمسانگرد، در جهت آسان ذره، مربعی شکل است و در جهت سخت آن بین دو حد H_k و $-H_k$ خطی می‌باشد. در مورد باقی از ذرات یکسان با محورهای آسان موازی، نویه محیط به روش آماری توسط Mallinson محاسبه شده است. مدل Preisach در تکمیل مدل SW برای ذرات با محور آسان موازی، توزیعهای گوسی از H_k و میدان برهmekش H_i در نظر می‌گیرد و مربعی بودن حلقه مغناطش پسماند محیط را محاسبه می‌کند. با وجود این لازم است در محیطی با توزیع جهت داری از محور آسان ذرات، سازوکار تغییرات M_r از روی مشخصه‌های آماری سیستم شناخته شود. در کار حاضر، ابتدا نمونه‌هایی از ذرات آهن تک حوزه و سوزنی شکل به طول $0.3 \mu\text{m}$ رشد داده و بافت‌های جهت داری از آنها تهیه شده است. آنگاه با چندین اندازه گیری مغناطیسی، توزیع محور آسان نمونه‌ها تعیین، و اثر پهنه‌ای این توزیع روی اندازه‌های M_r و وادارندگی (H_c) بررسی شده است. تفاوت نتایج با مدل SW در مورد H_i بیانگر نوعی همبستگی ذرات در ماده است که منشأ آن برهمکنش دو قطبیهای مغناطیسی است. همچنین روشی برای تعیین توزیع میدان کلیدزنی ذرات ارائه گردیده و برای نمونه‌های مختلف اعمال شده است. باریک بودن این توزیع، عامل کاهش پهنه‌ی ناحیه گذار مغناطش در محیط ضبط و افزایش سیگنال است. بالا بودن میدان در بیشینه توزیع، نشانه تووانایی افزایش ظرفیت ضبط در محیط است.

واژه‌های کلیدی: ذرات ریز مغناطیسی، توزیع میدان کلیدزنی، توزیع محورهای آسان، محیط ضبط مغناطیسی

۱. مقدمه

تغییرات مغناطش باقیمانده ($M_r(H)$) در محیط ضبط مغناطیسی، نتیجه پاسخ محیط به میدان هد (سوزن ضبط، head) است و در ذخیره سازی اطلاعات دیجیتالی به صورت ناحیه‌هایی با مغناطش مثبت یا منفی و ناحیه‌های گذار بین آنها شکل می‌گیرد. با عبور این ناحیه‌های گذار، سیگنال خروجی در هد القا می‌شود. بر اساس القای متقابل بین محیط و هد، قله این سیگنال با به کار بردن میدان هد به دست می‌آید [۱].

$$V_{\text{peak}}^{\text{peak}} \approx \frac{4\mu_0}{\pi} v w \delta' M_r \frac{H_g}{i} \tan^{-1}\left(\frac{g/2}{d+a}\right), \quad (1)$$

که در آن v سرعت محیط، w پهنه‌ی مسیر، δ' ضخامت لایه مغناطیسی، M_r مغناطش باقی مانده محیط، H_g میدان درون شکاف هد، i جریان هد، g پهنه‌ی شکاف، d فاصله صفحه بالای لایه مغناطیسی از سطح هد، و $2a$ پهنه‌ی ناحیه گذار مغناطش در محیط است. برای یک ضبط مغناطیسی با ظرفیتی در حدود 1 MB/in^3 ، ابعاد g, d, δ' و طول Bit از مرتبه میکرون، a کسری از آن و w یک مرتبه بزرگتر از میکرون می‌باشند [۲]. M_r تابع میدان است و در بخش‌های بعدی مورد بررسی قرار می‌گیرد. اندازه a نیز با فرآیند "نوشتن" مشخص می‌گردد. در "نوشتن"، مغناطش موضعی محیط تحت تأثیر میدانهای

تک حوزه مغناطیسی ناهمسانگرد در یک میدان اعمال شده مطالعه می‌شود. بر اساس مدل Stoner-Wohlfarth (SW) جهت گیری بردار گشتاور مغناطیسی ذره تک حوزه ناهمسانگرد در میدان مغناطیسی \bar{H} با معادله انرژی تعیین می‌شود (شکل ۱-الف)

$$E = E_a - \mu_0 M_s \bar{H} = KV \sin^2 \varphi - V \mu_0 H M_s \cos(\theta - \varphi) \quad (3)$$

که در آن E_a انرژی ناهمسانگردی مغناطیسی، K ضریب ناهمسانگردی مغناطیسی و V حجم ذره است. در غیاب میدان H کمترین انرژی ذره در $\varphi = 0^\circ$ و یا $\varphi = \pi$ است و در این حالت مغناطش در محور آسان (EA) قرار می‌گیرد. اکنون اگر میدان مخالف صفر و در جهت $\theta = 0^\circ$ به کار رود، انرژی دو مقدار کمینه متناظر با مغناطشهای M_s و $-M_s$ دارد که به ترتیب به حالت‌های انرژی کمینه منفی و انرژی کمینه مثبت تعلق دارند.

$$E_{\min} = \mp \mu_0 M_s VH, \quad M = \pm M_s, \quad \varphi = \begin{cases} 0^\circ \\ \pi \end{cases} \quad (4)$$

و بیشینه انرژی در زاویه φ_1 است به طوری که:

$$E_{\max} = KV \left[1 + \left(\frac{\mu_0 M_s H}{K} \right)^2 \right], \quad \cos \varphi_1 = - \frac{\mu_0 M_s H}{K}. \quad (5)$$

با معکوس کردن میدان، حالت کمینه پاییتر، متناظر با M_s به کمینه بالاتر (حالت $-M_s$) تبدیل می‌شود. ولی سیستم برای گذار به کمینه پاییتر باید از یک سد انرژی ΔE بگذرد.

$$\Delta E = E_{\max} - E_{\min} = KV \left(1 - \frac{|H|}{H_k} \right)^2, \quad H_k = \frac{V}{\mu_0 M_s}, \quad (6)$$

که در اینجا H_k میدان ناهمسانگردی ذره است. این گذار به شرطی رخ می‌دهد که اندازه H در جهت معکوس به H_k برسد و سد انرژی بنابر معادله (۶) صفر شود. نتیجه این تحلیل، یک حلقة پسماند مربعی برای ذره در حالتی است که میدان موازی با محور آسان ذره اعمال بشود. اکنون در جهت سخت (HA)،

$\theta = \frac{\pi}{2}$ ، $E_{\min} = \frac{\pi}{2} M_s H$ متناظر است با مغناطشی که متناسب با H است.

$$E_{\min} = - \frac{(\mu_0 M_s H)^2}{4K}, \quad (7)$$

$$M = M_s \sin \varphi = \left(\frac{\mu_0 M_s}{4K} \right) H. \quad (8)$$

به این ترتیب برای ذرهای که میدان بر محور آسان آن عمود

هد H و محیط H_d (میدان وامغناطش) قرار می‌گیرد. علاوه بر این، منحنی مشخصه مغناطش محیط $M(H)$ تعیین کننده تغییرات مغناطش بر حسب فاصله از مرکز هد در امتداد مسیر است.

$$\frac{dM}{dx} \Big|_{x_0} = \frac{dM}{dH_{\text{tot}}} \Big|_{H_c} \left(\frac{dH}{dx} + \frac{dH_d}{dx} \right) \Big|_{x_0} \quad (2)$$

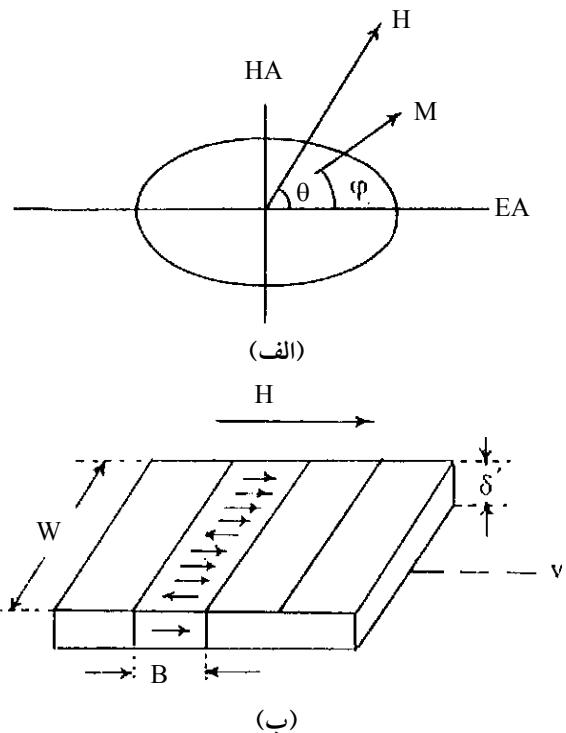
در اینجا، H_c وادارندگی (coercivity) محیط است و x وسط گذار مغناطش را نشان می‌دهد. با اعمال میدانهای H و H_d پهنهای ناحیه گذار به دست می‌آید [۱و۳].

به منظور افزایش ظرفیت یا چگالی ضبط و نیز افزایش سیگنال خروجی، لازم است اندازه a کاهش یابد. در مورد یک حلقة پس ماند ایده‌آل (مربعی)، a به کمترین مقدار می‌رسد. پس از عبور از برابر هد، M_r تبدیل به M_{rc} می‌شود. بنابراین، به جای حلقة (H) می‌توان مستقیماً حلقة $M_r(H)$ را در نظر گرفت [۴]. ناحیه کار، بخش خطی حلقة پسماند در دو سوی H_{rc} است که در آن $M_r = 0$. به این ترتیب، سیگنال ورودی روی یک میدان DC سوار می‌شود که اندازه آن برابر H_{rc} است.

برای بررسی تحلیلی مشخصه‌های مغناطیسی محیط، پهنهای گذار مغناطش و محل تشکیل آن، شناسایی ساختار محیط لازم است. به طور کلی تغییر مغناطش در یک ماده فرومغناطیس با دو ساز و کار انجام می‌شود: حرکت دیوارهای حوزه و چرخش گشتاور مغناطیسی حوزه‌ها. از آنجا که حرکت دیوارها با تغییر شکل و ابعاد حوزه‌ها همراه است، تغییر مغناطش یک محیط ضبط با چنین ساز و کاری قابل پذیرش نیست زیرا مغناطش موضعی باید رفتار کلیدزنی مستقل داشته باشد و این با چرخش گشتاور مغناطیسی حوزه‌ها امکان پذیر است. از این رو محیط ضبط مغناطیسی با ساختار لایه‌های نازک [۲] و یا بافت جهت‌داری از ذرات مغناطیسی تک حوزه و ناهمسانگرد [۵] تهیه می‌شود. اغلب محیطهای ضبط مغناطیسی متداول و ارزان از نوع دوم می‌باشند [۶]. این محیطها شامل یک پوسته نازک از بافت ذرات فوق در یک ماده پلیمر آلی هستند که روی زیرلایه‌های مختلفی پوشش داده می‌شوند. مشخصه‌های مغناطیسی چنین محیطی مانند M_r ، H_c و $\frac{dM}{dH}$ به خواص مغناطیسی تعادلی و دینامیکی ذرات تک حوزه و نیز مشخصه‌های آماری محیط بستگی دارند. در اینجا نخست رفتار

یکدیگر همچنان وجود دارد و موجب انحراف مشخصه‌های مغناطیسی می‌بینند از نتایج مدل SW می‌گردد. با وجود این، مدل SW شروع مناسبی است. سد انرژی ΔE (رابطه ۶) نتیجه ناهمسانگردی ذرات است که ممکن است منشأ بلوروی یا شکلی داشته باشد و عامل پایداری مغناطیسی ماده در برابر افزایش دما است. در این مورد عامل $e^{\frac{\Delta E}{kT}}$ تعیین کننده زمان پایداری محیط است [۷]. بنابر ملاحظات فوق، ناهمسانگرد بودن ذرات به دو دلیل لازم است: (الف) وجود حلقه پسماند با H_c و M_r (بالا، ب) پایداری مغناطیسی محیط.

سیگنال خروجی باید نتیجه یک پاسخ خطی ماده به سیگنال ورودی، و دارای توان بالا و نووفه پایین باشد. در ضبط با طرفیت بالا طول Bit (B) و پهنای ناحیه گذار (a) کاهش می‌یابند. $\frac{dM}{dH}$ بالا برای کاهش a (رابطه ۲)، M_r بالا برای افزایش سیگنال (معادله ۱)، و H_c بالا برای کاهش اندازه Bit ۲x. مورد نیاز است. کاهش x با افزایش H_c به این دلیل است که مرکز ناحیه گذار از تلاقی خط $H=H_c$ با منحنی $H_{tot}(x)=H(x)+H_d(x)$ به دست می‌آید. علاوه بر این، از نظر مفهومی H_c بالا تضمین کننده رفتار کلیدزنی مستقل برای هر Bit در برابر میدان H_d محیط است زیرا برای Bit کوچک، فاصله از ناحیه گذار کاهش یافته و در این فاصله H_d بزرگتر است [۱] و H_c باید بالاتر از H_d در تمام نقاط باشد. از سوی دیگر، افت و خیز در محل ناحیه گذار، به ویژه در چگالی ضبط بالا عدم دقت در فاصله بین پالسهای خروجی را در پی دارد و روی هم افتادگی قسمتی از این پالسهای یک نووفه است. نووفه گذار حاصل از همگن نبودن محیط در مقیاس طول هر Bit است. ملاحظات فوق را می‌توان از دیدگاه ساختار محیط و مشخصه‌های آماری آن مورد توجه قرار داد. ذرات کوچکتر و سوزنی شکل به علت داشتن ضرب ناهمسانگردی مغناطیسی بالا و در نتیجه H_c و H_d بزرگتر برای طرفیت‌های ضبط بالا مناسبند. کاهش اندازه ذرات به حد ناپایداری دمایی محدود می‌شود. اگر ذرات به اندازه‌ای بزرگ باشند که تغییرات میدان با فاصله، در طول یک ذره روی رفتار کلیدزنی آن مؤثر باشد، نووفه ذرات پدید می‌آید [۱]. چنین نووفه‌ای در محیطی با یک توزیع ذرات از اندازه ذرات قابل پیش‌بینی است. به طور کلی، مشخصه‌های محیط و سازوکار تغییرات مغناطش باقی مانده



شکل ۱. (الف) تک حوزه مغناطیسی ناهمسانگرد در میدان، (ب) طرح توزیع گشتاورهای مغناطیسی ذرات در یک Bit.

باشد، مغناطش بین دو حد $\frac{\pi}{2} \pm \varphi$ به طور خطی با H تغییر می‌کند و در خارج از این فاصله در یکی از دو حد M_s و M_d - ثابت می‌مانند. در اندازه‌های θ بین صفر و $\frac{\pi}{2}$ ، حلقه مغناطش تک حوزه بین دو شکل مربعی و خطی است [۵]، به گونه‌ای که با افزایش θ اندازه‌های M_r و H_c کاهش می‌یابند. برای یک توزیع تصادفی محورهای آسان در یک سیستم از ذرات تک حوزه مشابه، داریم $[۳] H_c = \frac{M_s}{2}$ و $M_r = \frac{H_k}{2}$ که در آن M_s و M_r به ترتیب مغناطشهای اشباع و باقی مانده محیط هستند.

محیط ضبط مغناطیسی شامل بافتی با یک توزیع جهت دار از محور آسان ذرات است. تغییر پارامترهای M_r و H_c با پهنای توزیع در این مقاله تعیین می‌شود. در چنین محیطی، تغییرات مغناطش در ناحیه گذار با تغییر نسبت تعداد گشتاورهای مغناطیسی تک حوزه‌ها در یک سوی جهت تقارن به سوی مخالف آن انجام می‌شود. هر چند که با جدا نمودن حوزه‌های مغناطیسی از یکدیگر، برهمکنش تبادلی فقط درون هر حوزه مؤثر است، ولی برهمکنش دوقطبیهای مغناطیسی حوزه‌ها با

بر حسب میدان، بستگی دارند به میدان کلیدزنی ذرات و توزیع آن که خود از توزیعهای محور آسان، برهمکنشها و اندازه ذرات نتیجه می‌شود. در کار حاضر ذرات آهن تک حوزه و سوزنی شکل رشد داده شده است، بافت‌های جهت داری از آنها تهیه و با اندازه‌گیریهای مغناطیسی، توزیع محور آسان و توزیع میدان کلیدزنی تعیین می‌شوند. هدف، تبیین و به کار بردن روش آماری برای بررسی خواص محیط ضبط مغناطیسی ذره‌ای است.

$$\text{SNR} = \frac{\bar{N}}{1 - \bar{P}} \quad (14)$$

برای \bar{m} کوچک، و تراکم کسری پایین نسبت توان سیگنال به نویه مناسب با مجدول S است

$$\text{SNR} \approx \bar{m} \bar{N} \quad (15)$$

مشابه بودن ذرات و همجهت بودن محورهای آسان آنها منجر به رفتار کلیدزنی یکسان ذرات در محیط می‌شود ولی در واقع ذرات مغناطیسی به لحاظ هر یک از مشخصات خود دارای یک توزیع آماری هستند. توزیعهای محور آسان، میدان ناهمسانگردی، میدان برهمکنش و سرانجام توزیع میدان کلیدزنی، در پهنه‌ای ناحیه گذار و پهنه‌ای پالسهای تولید شده مؤثرند. لازم به ذکر است که برای ذرات مغناطیسی می‌توان میدان کلیدزنی H_s را به صورت کمترین اندازه یک میدان اعمال شده در یک جهت معین برای معکوس کردن مغناطیش ذره در راستای آسان تعریف کرد. در حقیقت این توزیعها، حلقه پسماند محیط را از شکل مربعی خارج نموده، S و $\frac{dM}{dH}$ را کاهش می‌دهند. در اینجا به بررسی توزیعها می‌پردازیم.

سیستمی از ذرات تک حوزه ناهمسانگرد با میدانهای ناهمسانگردی متفاوت و محورهای آسان موازی با یکدیگر را در نظر می‌گیریم. حلقه پسماند هر ذره بنابر مدل SW مربعی است و اگر ذرات بدون برهمکنش فرض شوند، مرکز تقارن آن منطبق بر مبدأ مختصات M(H) است. این حلقه محور H را در دو نقطه H_k - H_k -قطع می‌کند، ولی به علت وجود میدانهای برهمکنش ذرات، مرکز هر حلقه تک ذره‌ای مقداری روی محور H جایه جا می‌شود. این جایه جایی دارای یک توزیع است. اگر برای یک ذره نوعی، میدان برهمکنش H_i باشد، دو پارامتر u و v که نشان دهنده محل تلاقی نمودار M(H) این ذره با محور H می‌باشند (شکل ۲-الف) عبارتند از:

$$u = H_k + H_i \quad , \quad v = -H_k + H_i \quad (16)$$

u و v دو میدان کلیدزنی بالا و پایین ذره هستند. مسئله را در دستگاه مختصات u-v در نظر می‌گیریم. وضعیت هر ذره با نقاطی در این صفحه مشخص می‌شود و به علت شرط $v < u$ فقط واقعی فقط در نیمی از این صفحه قرار دارند که شامل ربع

۲. توزیعهای

نسبت سیگنال به نویه در "نوشتن"، با یک مدل آماری توسط Malinson [۸] محاسبه شده است. در این مدل که ذرات، یکسان فرض می‌شوند اگر تراکم کسری (packing fraction) متوسط ذرات مغناطیسی در محیط را \bar{P} بنامیم. هر ذره با احتمال \bar{P} مغناطیسی است و گشتاور مغناطیسی آن تحت تأثیر میدان با احتمال P' تغییر جهت می‌دهد (شکل ۱-ب). متوسط تعداد ذرات در یک Bit را \bar{N} و گشتاور مغناطیسی هر ذره را M_r می‌نامیم.

واریانس (مجدول پهنه‌ای منحنی توزیع آماری) برای "نوشتن" برابر است با:

$$\sigma_w^2 = \bar{N}(\mu' - \bar{\mu}') = \mu' \bar{N}(1 - \bar{m}') \quad (9)$$

\bar{m} برابر مربعی بودن (S) است.

$$\bar{m} = \frac{\bar{\mu}}{\mu} = \frac{\bar{N}\bar{\mu}}{\bar{N}\mu} = \frac{M_r}{M_s} = S \quad (10)$$

و واریانس تراکم حجمی

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= \bar{\mu}' N_{\max} \bar{P}(1 - \bar{P}) = \mu' \bar{m}' N_{\max} \bar{P}(1 - \bar{P}) \\ &= \mu' \bar{m}' \bar{N}(1 - \bar{P}), \end{aligned} \quad (11)$$

واریانس کل

$$\sigma_{\text{tot}}^2 = \sigma_w^2 + \sigma_p^2 = \mu' \bar{N}(1 - \bar{m}' \bar{P}) \quad (12)$$

و نسبت توان سیگنال به توان نویه

$$\text{SNR} = \left(\frac{M_r}{\sigma_{\text{tot}}^2} \right) = \frac{(\bar{m}\bar{\mu}\bar{N})'}{\mu' \bar{N}(1 - \bar{m}' \bar{P})} = \frac{\bar{N}}{\frac{1}{\bar{m}'} - \bar{P}} \quad (13)$$

می‌باشد.

معادله (۱۳) نشان می‌دهد که با افزایش تراکم ذرات مغناطیسی در محیط (\bar{N} بزرگ) و نیز افزایش مربعی بودن، نسبت سیگنال به نویه بالا می‌رود ولی با کوچک شدن اندازه

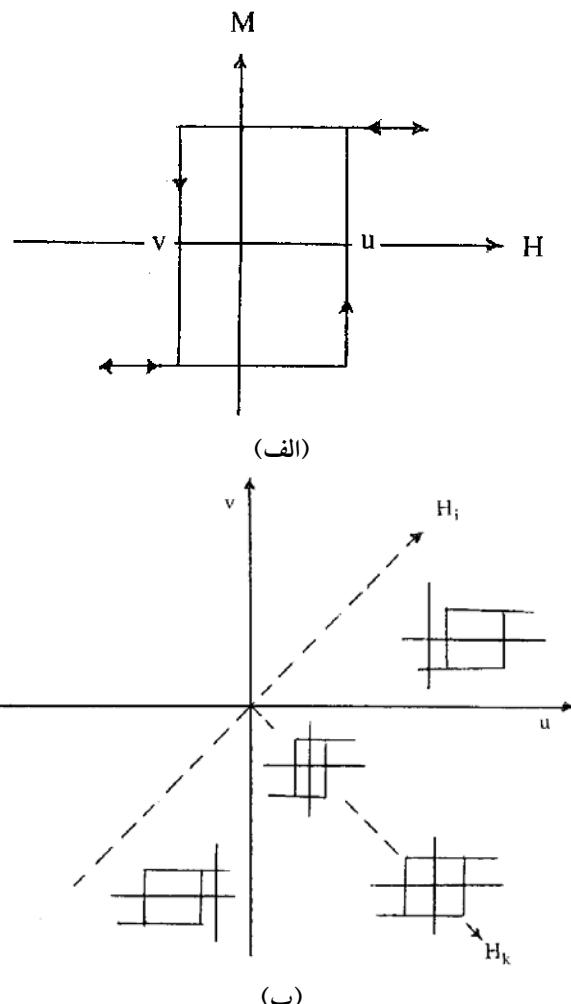
ردیف شدن ذرات دارد. بنابراین، توزیع محور آسان ذرات، $f(\alpha)$ ، یکی از مشخصه‌های آماری مهم ماده است. با یک محاسبه می‌توان بین این توزیع و بستگی زاویه‌ای مغناطش باقی‌مانده ماده، $M_r(\theta)$ ، ارتباط برقرار کرد. در کار حاضر $(M_r(\theta))$ را با آزمایش به وسیله VSM اندازه‌گیری نموده و $f(\alpha)$ را برای نمونه‌های مختلف تعیین نموده‌ایم.

در مقدمه توضیح داده شد که برای محیط، $\frac{dM_r}{dH}$ نقش مهمی در کاهش پهنای ناحیه گذار و افزایش سیگنال دارد و نیز امکان بالا بردن ظرفیت یا چگالی ضبط بستگی به اندازه H_0 و یا H_{rc} دارد. σ پهنای توزیع میدان کلیدزنی و H_m میدان کلیدزنی در بیشینه این توزیع به عنوان دو پارامتر مستقل، بیانگر خواص فوق هستند. میدان کلیدزنی،تابع زاویه بین میدان و محور آسان ذره (δ) است [۱۱]، $H_s(\delta)$ ، و از تلاقي منحنی آن با منحنی میدان هد بر حسب زاویه، محل گذار مغناطش (x_0) تعیین می‌شود [۱۲ و ۱۳]. اگر توزیع میدان کلیدزنی (SFD) باریک باشد می‌توان بر اثر یک تغییر جزئی میدان در اطراف بیشینه توزیع، بخش بزرگی از گشتاورهای مغناطیسی را تغییر جهت داد. به این ترتیب گذارهای باریک در محیط تشکیل می‌شود. $f(\alpha)$ توزیع SFD بستگی به چند منحنی مشخصه دیگر دارد: $f(\alpha)$ ، $H_s(\delta)$ ، و توزیعهای H_i و H_k . در بخش‌های ۳ و ۴ منحنی‌های $f(\alpha)$ و SFD با استفاده از اندازه‌گیری‌های مغناطیسی برای نمونه‌هایی از ذرات سوزنی آهن با طول $0.3 \mu\text{m}$ که رشد داده شده‌اند و برای دو نمونه از محیط‌های ضبط مغناطیسی تجاری، تعیین می‌شوند.

۳. آزمایش

ذرات آهن تک حوزه و سوزنی شکل، با ترکیب نمودن NaBH_4 و FeSO_4 در حضور میدان مغناطیسی رشد داده شدند. ذرات آهن به دست آمده پس از حذف یونهای اضافی، در خلاء 10^{-3} Torr خشک گردیدند تا از تبدیل شدن به اکسید آهن بر اثر اکسیژن محلول در آب، جلوگیری شود. توضیحات بیشتر در مورد مراحل رشد ذرات در جای دیگر آمده است [۱۴]. شکل و اندازه ذرات رشد داده شده با بررسی تصویرهای SEM تعیین گردیدند.

به منظور همگن سازی محیط، ذرات آهن نمونه‌ای که در میدان رشد داده شده بود پس از مخلوط کردن آن با پلی وینیل



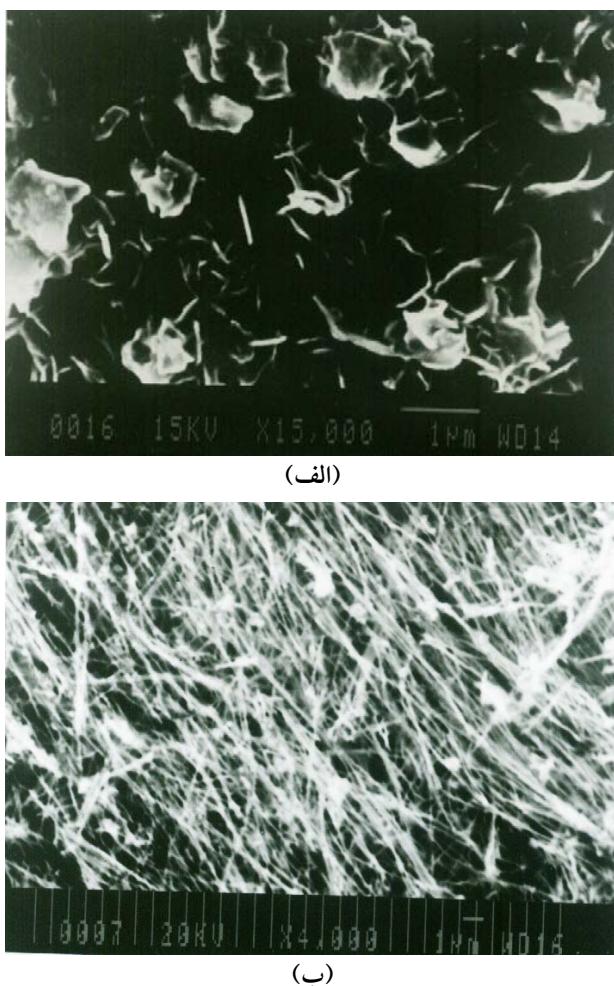
شکل ۲. (الف) اثر برهمکنش روی حلقه پسماند تک ذره در جهت آسان، (ب) نمایش توزیع H_i و H_k برای ذرات در محیط.

چهارم و نیمی از رباعهای اول و سوم است (شکل ۲-ب). در مدل Preisach، تابع توزیع دو پارامتر u و v را می‌نامیم [۹]. شرط بهنجارش این تابع چنین است

$$\mu \int_{-\infty}^{\infty} du \int_{-\infty}^{u} dv P(u, v) = M_s, \quad (17)$$

M_s مغناطش اشباع محیط است. در پیوست (الف) با استفاده از این مدل، پذیرفتاری (χ) و مربعی بودن محیط (S) بر حسب پهنای توزیع میدان کلیدزنی محاسبه شده است.

در تحلیلهای گذشته، محورهای آسان ذرات، موازی با dM/dH فرض شده است. آزمایش نشان می‌دهد که M_r و برای یک بافت جهت‌دار از ذرات مغناطیسی بستگی به درجه



شکل ۳. تصویر SEM از ذرات آهن تک حوزه ساخته شده: (الف) پس از مخلوط نمودن با پلی وینیل کلراید رقیق شده، و (ب) رشد داده شده در حضور میدان.

تجارتی $\gamma\text{Fe}_2\text{O}_3$ و CrO_2 (به ترتیب نمونه‌های ۴ و ۵)، اندازه‌گیری شد. به این ترتیب که در هر زاویه معین θ بین جهت بافت و میدان، ابتدا اندازه میدان را از صفر تا 5kOe افزایش و سپس تا صفر کاهش دادیم و در این حالت مغناطش را اندازه‌گیری کردیم (M_r). این کار برای زاویه‌های مختلف θ بین صفر و $\frac{\pi}{2}$ تکرار شد. شکل ۴ نسبت $\frac{M_r}{M_s}$ را بر حسب زاویه برای ۵ نمونه نشان می‌دهد. در اینجا M_r مغناطش باقیمانده در زاویه θ و M_s مغناطش اشباع هر نمونه در میدان است. اختلاف نسبت $\frac{M_r}{M_s}$ مربوط به دو زاویه $\theta=0^\circ$ و $\theta=\frac{\pi}{2}$ برای هر یک از نمونه‌های (۱-۳) بیانگر میزان جهتدار

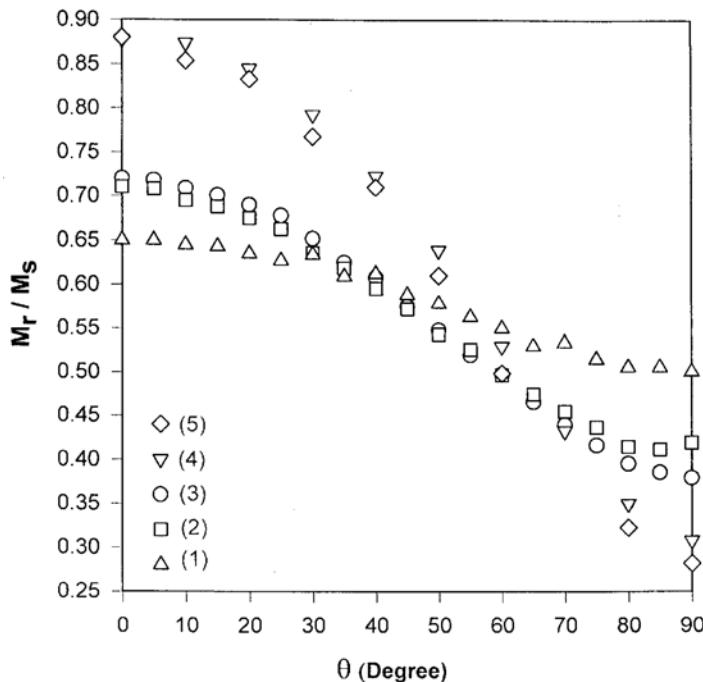
کلراید به مدت ۳ ساعت در آسیاب با گلوله‌های شنی قرار داده شد. آنگاه روی پلی استر پوشش داده شد و بلافالصله وارد میدان مغناطیسی H_1 گردید تا پس از خشک شدن تبدیل به بافت جهتداری از ذرات مغناطیسی بشود. نمونه‌های (۱)، (۲) و (۳) به ترتیب متأثر با 200Oe و 150Oe و $H_1=75\text{Oe}$ هستند. اندازه‌گیری مغناطش نمونه‌های دیگری با همین توزیع‌های شکل و اندازه ذرات ولی با توزیع تصادفی محور آسان نیز مورد نیاز است. در بنابراین یکی از نمونه‌ها در میدان صفر شکل گرفته است. در مورد نمونه‌های تجاری $\gamma\text{Fe}_2\text{O}_3$ ، CrO_2 ، به وسیله حلالهای آلی، جهت‌گیری محورهای آسان ذرات در لایه مغناطیسی، تبدیل به توزیع تصادفی آنها گردید تا بتوان در مقایسه با نمونه‌های جهت‌دار، (محیط ضبط) اثر توزیع محور آسان یا اثر درجه ردیف شدن ذرات روی مغناطش محیط را مورد بررسی قرار داد.

در اندازه‌گیریهای متواالی، مغناطش نمونه‌ها در شرایط مختلف به وسیله سیستم VSM مشخص گردید. در این سیستم مبنای اندازه‌گیری مغناطش، سیگنال حاصل از نوسانات مکانیکی نمونه است که در بوبینهای کوچکی القا می‌شود. این سیگنال با مغناطش نمونه رابطه خطی دارد. با یک تقویت کننده تفاضلی در مدار، اثر تغییرات احتمالی در فرکانس یا دامنه نوسانات حذف می‌گردد. توسط یک نمونه نیکل تک بلور، سیستم را کالیبره نمودیم. نوسان نمونه در میدان مغناطیسی یکنواخت انجام می‌شود که حد بالای آن 2T و دقت نسبی آن 0.01% می‌باشد. تغییرات میدان با نرخهای زمانی معین تنظیم و مغناطش نمونه‌ها در زاویه‌ها و میدانهای مختلف با دقت 10^{-2} emu اندازه‌گیری شد.

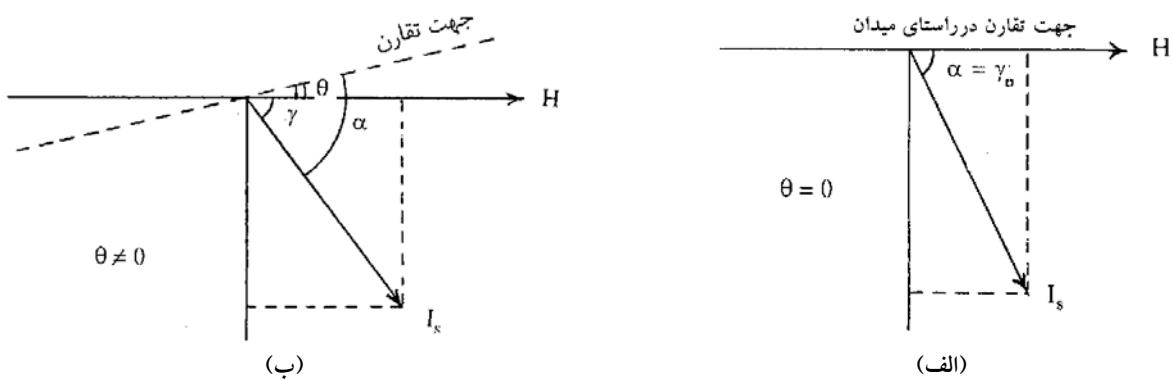
۴. نتایج و بحث

ریزساختار نمونه‌های ساخته شده با تصاویر SEM نمایان شد. شکل ۳-الف این ذرات را در محیط پلی وینیل کلراید، نشان می‌دهد. شکل ذرات، سوزنی و طول متوسط آنها $0.3\text{ }\mu\text{m}$ است. ذراتی که در میدان $H=1\text{T}$ رشد داده شده‌اند، زنجیره‌هایی را تشکیل می‌دهند که حاصل برهمکنش دوقطبیهای مغناطیسی آنها است (شکل ۳-ب).

مغناطش باقیمانده بر حسب زاویه برای بافت‌های جهتداری از ذرات آهن ساخته شد (نمونه‌های ۱-۳) و نیز برای دو نوار



شکل ۴. مغناطیش باقیمانده نمونه‌های جهتدار بر حسب زاویه بین میدان و جهت بافت.



شکل ۵. مؤلفه‌های گشتاور مغناطیسی تک ذره با چرخش نمونه در میدان.

مغناطیسی یک ذره که پس از قطع میدان مغناطیسی H ، در جهت آسان ذره قرار می‌گیرد، I_s است که با جهت بافت زاویه α می‌سازد (شکل ۵). مغناطیش پسماند بهنجار شده در امتداد H برابر است با

$$m_r(\theta) = \frac{M_r(\theta)}{M_s} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos \gamma f(\cos \alpha) d\gamma. \quad (18)$$

در پیوست (ب) با استفاده از سری فوریه نشان داده شده است

که توزیع $f(\alpha)$ را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$f(\alpha) \equiv A_0 + A_1 \cos(\alpha), \quad (19)$$

شدن بافت محیط در میدان H است زیرا تنها تفاوت این سه نمونه از لحاظ اندازه این میدان است. در چارچوب مدل SW این نتیجه قابل پیش‌بینی است که یک توزیع جهتدار از محورهای آسان منجر به افزایش مغناطیش باقیمانده سیستم از مقدار M_s تا حد $M_r = M_s$ در جهت بافت می‌شود و بنابر معادلات (۱۰) و (۱۲) نسبت سیگنال به نوافه بالا می‌رود. اکنون توزیع محور آسان ذرات در بافت، $f(\alpha)$ را از روی نمودارهای $\frac{M_r(\theta)}{M_s}$ تعیین می‌کنیم. رابطه $f(\alpha)$ با $M_r(\theta)$ به شرح زیر به دست می‌آید [۱۰]: ذرات مشابه، و گشتاور

کوچک، میدان کلیدزنی چند برابر کمتر از میدان ناهمسانگردی ذره است. وقتی میدان در راستای بافت اعمال می‌شود، بر اثر برهمکنشها، میدان مؤثر در این راستا افزایش می‌یابد و منجر به معکوس شدن گشتاور ذرات در میدان اعمال شده‌ای می‌شود که تنها به اندازه کسر کوچکی از \bar{H}_k ذرات است. بنابراین H_c در راستای آسان، کوچکتر از \bar{H}_k است. اختلاف اندازه‌های H_c در دو راستای آسان و سخت نیز کمتر از مقدار \bar{H}_k است که مدل SW پیش‌بینی می‌کند. بنابراین با جهت‌دار کردن محیط، میزان تغییر در H_c ، کمتر از تغییر در M_r آن است.

منحنی $\frac{dM_r}{dH}$ نیز در محیط قابل اهمیت است [۱۶] و توزیع میدان کلیدزنی یک تعبیر آماری از آن ارائه می‌دهد. مغناطش باقیمانده نمونه‌ها در جهت بافت را برای میدانهای مختلف H اندازه‌گیری و منحنی $M_r(H)$ را تعیین نمودیم. این اندازه‌گیریها با سیستم VSM و به ترتیب زیر انجام گردید: ابتدا میدان را تا $T = 0/5$ افزایش و سپس آن را تا صفر کاهش دادیم و در جهت معکوس تا مقدار H افزایش دادیم. پس از قطع این میدان M_r اندازه‌گیری شد. این مراحل برای مقادیر مختلف H از صفر تا $2/5$ kOe به ترتیب تکرار گردید. شکل ۷ نتایج را برای نمونه‌های مختلف نشان می‌دهد. محل تلاقی هر منحنی با خط $M_r = 0$ نشان دهنده مقدار H_{rc} نمونه است که در آن مقدار $\frac{dM_r}{dH}$ بیشینه است. پهنهای کل منحنی $\frac{dM_r}{dH}$ در نیمه ماقزیم آن را ΔH_r می‌نامیم. اندازه H_{rc} و $(\Delta H_r)_r$ را در جدول ۲ نشان داده‌ایم تا با نتایج متناظر بعدی در منحنی SFD مقایسه شوند.

برای به دست آوردن توزیع میدان کلیدزنی، ابتدا توزیع $f(\alpha)$ را تبدیل به توزیع فضایی $F(\alpha) = f(\alpha) \sin \alpha$ می‌کنیم. فرض کنیم میدان در جهت بافت اعمال شود ($\alpha = \delta$). میدان کلیدزنی در هر زاویه را متناظر با توزیع $f(\alpha)$ ذرات در این زاویه در نظر می‌گیریم تا SFD به دست آید. در واقع $f(\alpha)$ توزیع ذراتی است که محور آسان آنها با جهت بافت محیط زاویه α می‌سازد. اکنون اگر میدان در جهت بافت اعمال شود، برای ذراتی که محور آسان آنها با میدان زاویه $\delta = \alpha$ می‌سازد، میدان کلیدزنی برابر $H_s(\delta)$ یا $H_s(\alpha)$ می‌باشد. با حذف α بین دو منحنی $f(\alpha)$ و $H_s(\alpha)$ ، توزیع میدان کلیدزنی (SFD) به دست می‌آید. به این ترتیب H تعداد گشتاورهای معکوس شده بر اثر

جدول ۱. ضرایب A_1 و A_2 به دست آمده از روی نتایج اندازه‌گیریهای $M_r(\theta)$

نمونه	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)	(۵)
A_1	۰/۹۲۱	۰/۸۸۶	۰/۸۸۷	۱/۰۰	۰/۹۶۳
A_2	۰/۳۳۵	۰/۶۸۶	۰/۷۷۸	۱/۲۹	۱/۳۸
$S = \frac{M_r}{M_s}$	۰/۶۶	۰/۷۲	۰/۷۸	۰/۸۸	۰/۸۹

که در آن

$$A_1 = \int_0^{\pi} m_r(\theta) d\theta, \quad (20)$$

$$A_2 = \int_0^{\pi} m_r(\theta) \cos(2\theta) d\theta, \quad (21)$$

است.

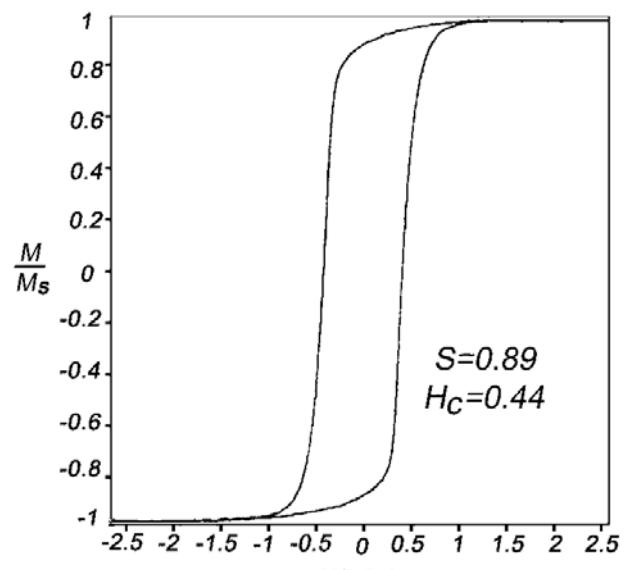
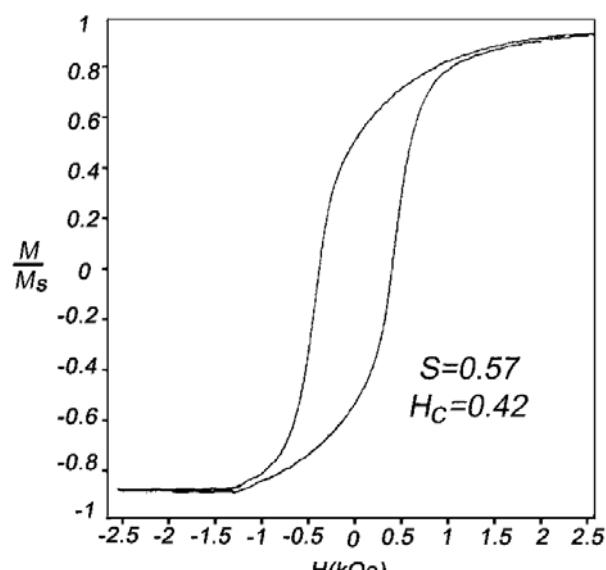
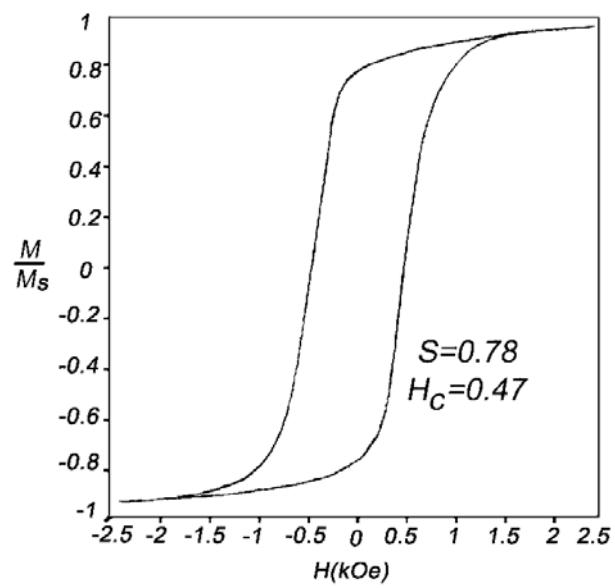
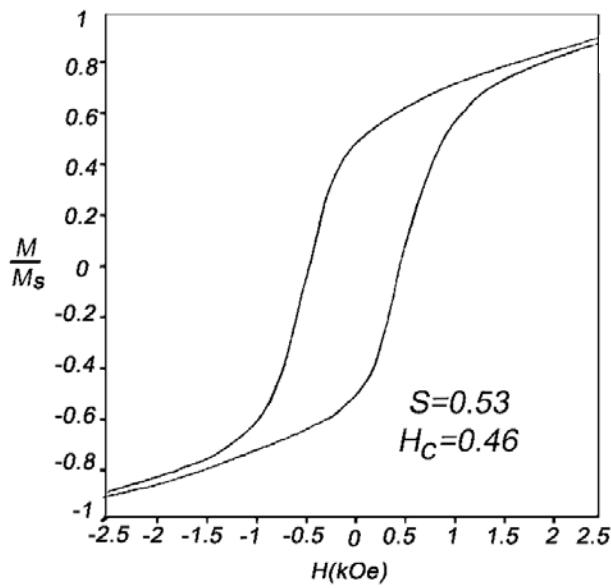
ضرایب A_1 و A_2 در جدول ۱ جمع‌آوری شده است. پهنهای توزیع برای نمونه‌های ۱ تا ۵ به ترتیب کاهش می‌یابد زیرا ضریب A_2 به همین ترتیب افزایش یافته است. ملاحظه می‌شود که نمونه‌هایی با توزیع $f(\alpha)$ تیزتر دارای مغناطش باقیمانده بالاتر در $\theta = 0^\circ$ هستند. توزیع $f(\alpha)$ در تعیین توزیع میدان کلیدزنی SFD به کار رفته است.

با کاهش پهنهای توزیع $f(\alpha)$ ، بنابر مدل SW باشد H_c محیط نیز مانند M_r در جهت بافت افزایش یابد ولی با اندازه گیری H_c نمونه‌ها و مقایسه آن با H_c در بافت‌های بدون جهت از همان ذرات، چنین تغییری مشاهده نمی‌شود. با توجه به شکل ۶ معلوم می‌شود که برای بافت جهت‌دار ذرات آهن (شکل ۶-الف) در مقایسه با بافت تصادفی آن (شکل ۶-ب) M_r به میزان ۷٪ افزایش یافته و H_c تقریباً ثابت است. تغییرات M_r و H_c در مورد نمونه γFe_2O_3 تجاری (شکل‌های ۶-ج و ۶-د) به ترتیب ۵٪ و ۵٪ است. دلیل انحراف از نتایج مدل SW در مورد H_c را باید در برهمکنش دوقطبی مغناطیسی ذرات جستجو نمود که در این باره توضیح می‌دهیم.

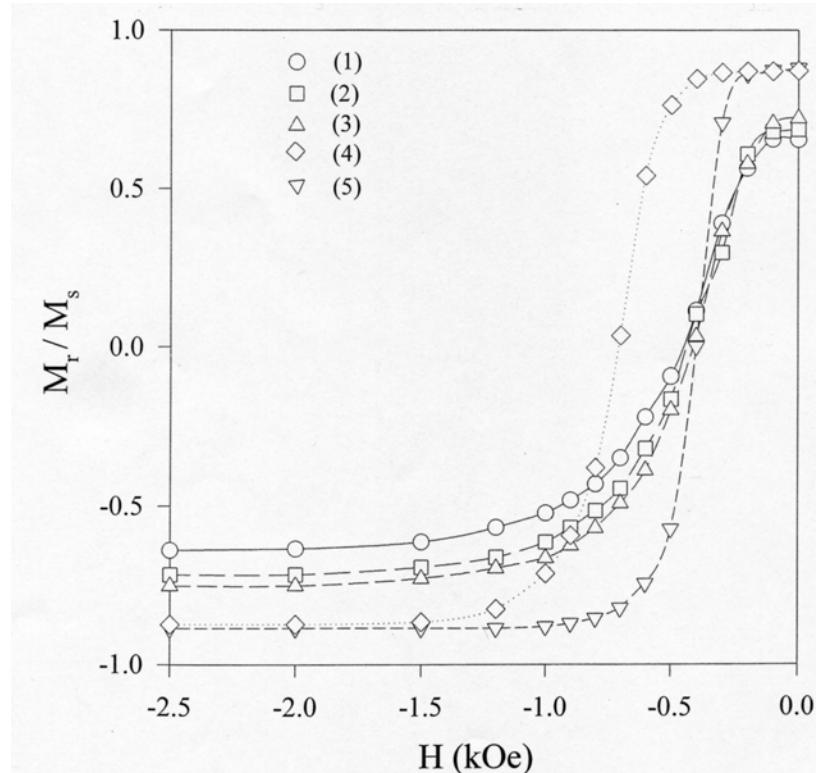
بستگی زاویه‌ای میدان کلیدزنی ذرات $H_s(\delta)$ با اندازه‌گیریهای مغناطیسی متواالی تعیین شده‌اند و نتایج در جای دیگر آمده است [۱۵]. بر اساس این نتایج، در زاویه‌های δ

جدول ۲. پهنهای توزیع میدان کلیدزنی، مقدار H_s در ماکریمم توزیع (H_m) و مقایسه آنها با نتایج منحنی $M_r(H)$

H_{rc}	H_m	$2(\Delta H_r)$	σ_{tot}	σ	σ_{max}	S_{random}	نمونه
۰/۴۴	۰/۴۵	۰/۶۶	۰/۶۷	۰/۶۵	۰/۱۴	۰/۵۳	۱
۰/۴۳	۰/۴۱	۰/۶۵	۰/۶۱	۰/۵۹	۰/۱۴	۰/۵۳	۲
۰/۴۱	۰/۴۰	۰/۵۸	۰/۵۹	۰/۵۷	۰/۱۴	۰/۵۳	۳
۰/۷۲	۰/۷۲	۰/۴۳	۰/۵۰	۰/۴۴	۰/۲۰	۰/۵۶	۴
۰/۴۲	۰/۴۲	۰/۲۶	۰/۲۹	۰/۲۵	۰/۱۰	۰/۵۷	۵



شکل ۶. مقایسه S و H_c در حلقه‌های پسماند. (الف) و (ب) به ترتیب مربوط به بافت‌های جهتدار و تصادفی از ذرات آهن ساخته شده، و (ج) و (د) به ترتیب مربوط به بافت‌های جهتدار و تصادفی از ذرات $\gamma\text{Fe}_3\text{O}_4$ در نوار ضبط تجاری.



شکل ۷. منحنی مغناطیش باقیمانده بر حسب میدان برای نمونه های (۱) تا (۵).

مناسب می شود. هر چند که توزیع میدان ناهمسانگردی H_k و H_i توزیع میدان برهمنکش H_m ، توابع گوسی هستند، لیکن SFD با شکل گوسی تفاوت دارد. در یک نمونه معمولی اثر توزیعهای H_k و H_i روی پهنهای SFD در مقایسه با اثر توزیع ($f(\alpha)$ ، کوچک است. این موضوع به صورت زیر قابل توضیح است.

(الف) ابتدا ذراتی با یک بافت کاملاً جهتدار (محورهای آسان ذرات موازی با یکدیگر) را در نظر می گیریم. اگر u و v (شکل ۲-الف) برای تمام ذرات به ترتیب مثبت و منفی باشند در این صورت $S=S_A=1$. در چنین سیستمی با در نظر گرفتن توزیعهایی از H_k و H_i ، رابطه (الف-v) را به کار می بریم. بر این اساس اگر $\frac{\bar{H}_k}{\sigma} < \sqrt{2}$ در این شرایط $S=S_A \approx 1$.

(ب) بنابر مدل SW، برای محیطهایی با ذرات مشابه و بدون برهمنکش ولی با درجه‌ای از نظم ذرات $S=S_r < 1$ و در مورد یک بافت تصادفی داریم $S=S_r=0.5$.

(ج) در حالت کلی برای محیطهایی با توزیعهای H_k و H_i و نیز دارای درجه‌ای از ردیف شدن ذرات در بافت.

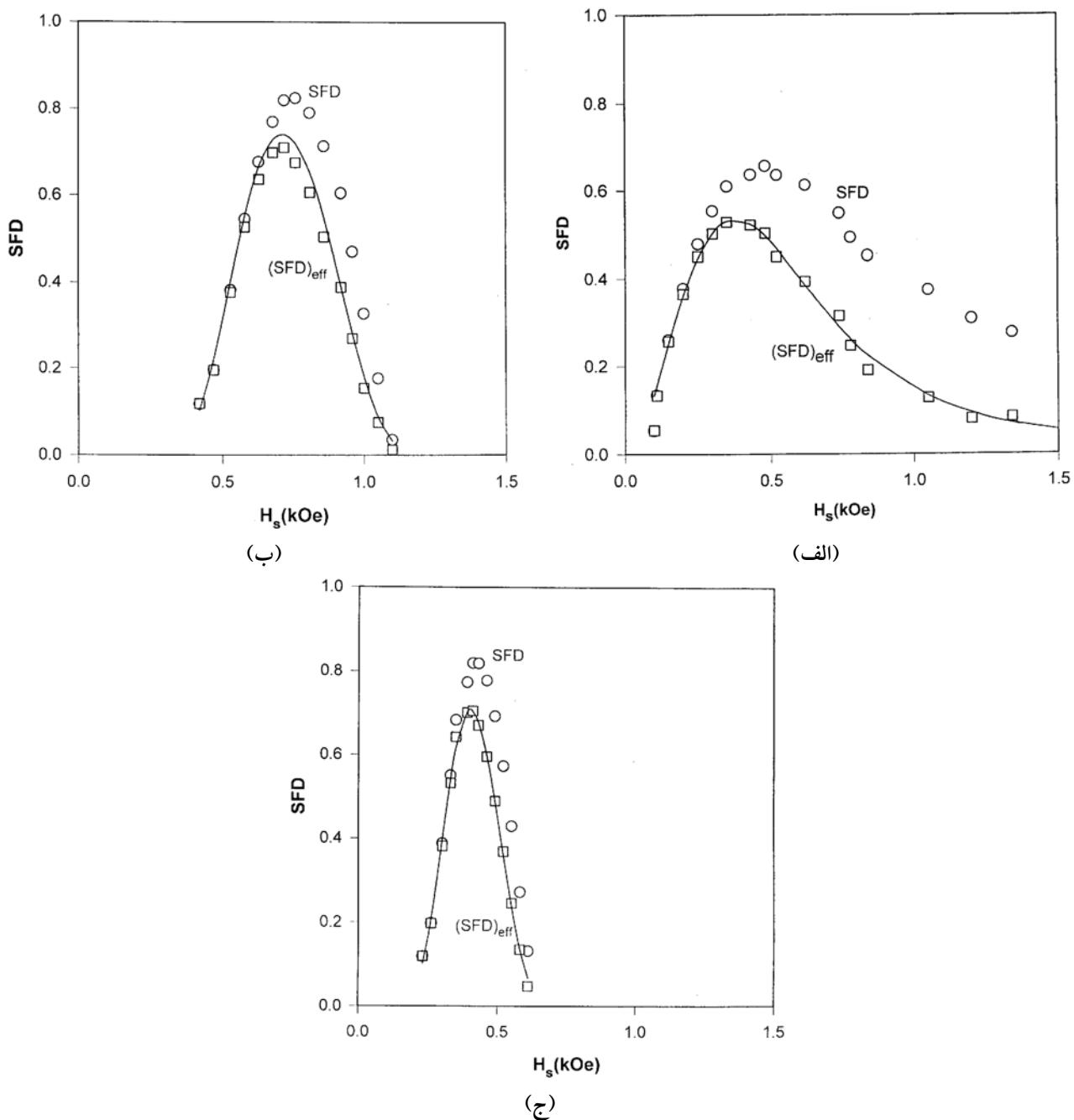
$$S = S_A S_r. \quad (23)$$

تغییر میدان به اندازه dH ، $dN \cos \alpha = (SFD) \cos \alpha dH$ تعداد مؤثر آنها در راستای میدان است. بنابراین

$$(SFD)_{eff} = (SFD) \cos \alpha = f[\alpha(H)] \sin \alpha \cos \alpha, \quad (22)$$

که در آن $\alpha(H) = \delta(H_S)$ است.

در شکلهای ۸-الف تا ج منحنیهای SFD و $(SFD)_{eff}$ که با این روش تعیین شده‌اند برای سه نمونه نشان داده شده است. میدان H_m در بیشینه هر توزیع، برابر میدان H_{rc} نمونه است که از حلقه (H) آن به دست می‌آید (جدول ۲). علاوه بر این، با توجه به جدول معلوم می‌شود که پهنهای هر توزیع در نیمه ماکریم آن (σ) دو برابر پهنهای منحنی $\frac{dM_r}{dH}$ بر حسب H است زیرا با معکوس شدن گشتاور هر ذره در راستای آسان، مغناطیش آن به اندازه $2M$ تغییر می‌کند. به این ترتیب H_m و σ می‌توانند به عنوان دو پارامتر مستقل شناخته شوند که رفتار کلیدزنی ذرات را به مشخصه‌های ماکروسکوپیک محیط ارتباط می‌دهند. از لحاظ کاربردی در محیط ضبط، H_m تعیین کننده محل گذار σ و σ تعیین کننده پهنهای a ناحیه گذار است. H_m بالا و σ کوچک منجر به یک ضبط مغناطیسی با ظرفیت بالا و سیگنال



شکل ۸ توزیع میدان کلیدزنی و توزیع مؤثر آن برای: (الف) بافت جهتدار از ذرات آهن ساخته شده، (ب) نوار CrO_2 و (ج) نوار $\gamma\text{Fe}_3\text{O}_4$

$\sigma_0 = \frac{\bar{H}_k}{\sqrt{2}}$ زیرا σ_0 توزیع میدان کلیدزنی برای یک بافت ایده‌آل است که ذرات آن کاملاً ردیف شده‌اند. مقدار $\sigma_{\text{tot}} = \sqrt{\sigma_0^2 + \sigma_{\text{max}}^2}$ برای نمونه‌های مختلف در جدول ۲ آمده است. σ_{tot} را با معادله $\sigma_{\text{tot}} = \sqrt{\sigma_0^2 + \sigma_{\text{max}}^2}$ تعریف می‌کنیم. جدول همچنین σ (حاصل از توزیع محورهای آسان)

به منظور تخمین σ حاصل از توزیعهای H_k و H_i (رابطه الف-۸) یک میحط ضبط ذرهای، می‌توان S_{random} را برای نمونه‌ای دارای بافت بدون جهت با همان توزیعهای H_k و H_i اندازه‌گیری نمود. از آنجا که بر طبق نتیجه فوق $S_{\text{random}} \approx 0.5$ برابر S_A و $\sigma_0 \approx 2\sigma_{\text{random}}$ از معادله (الف-۷) به دست می‌آید. $S_{\text{random}} \approx 0.5$ در حدود ۰/۵ به دست می‌آید. از شکل‌های (۶-ب و ۶-د) برای (الف-۷) نتیجه می‌آید. بنابراین برای هر دو نمونه $S_A \approx 1$. اکنون بنابر نتیجه (الف):

$$m = \frac{M}{M_s} = -1 + 2 \int_{-\infty}^{H_i} du \int_{-\infty}^u dv P(u, v). \quad (\text{الف}-1)$$

ضریب ۲ به این دلیل است که بر اثر معکوس شدن گشتاور مغناطیسی هر ذره، مغناطش با اندازه ۲ واحد تغییر می‌کند.

$$\frac{dm}{dH} \text{ با استفاده از توابع توزیع گوسی} \\ P(H_k, H_i) = \frac{1}{2\pi\sigma_k\sigma_i} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{(H_k - \bar{h}_k)^2}{\sigma_k^2} + \frac{(H_i - \bar{h}_i)^2}{\sigma_i^2} \right) \right], \quad (\text{الف}-2)$$

قابل محاسبه است. اگر میدان اولیه H_1 باشد آنگاه در یک میدان افزاینده H داریم

$$\frac{dm}{dH} = 2 \int_{H_i}^H P(H, v) dv. \quad (\text{الف}-3)$$

زیرا آن دسته از ذرات در تغییر مغناطش بر اثر تغییر میدان H در اطراف H سهم دارند که قبلاً بر اثر میدان H_1 در حالت پایین قرار داشته‌اند. یعنی $v < H_1$ و به علاوه u آنها برابر H باشد. پس باید $v < H = u$. به همین طریق در میدان کاهنده داریم

$$\frac{dm}{dH} = 2 \int_{H_i}^{H_j} P(u, H) du. \quad (\text{الف}-4)$$

با به کار بردن روابط (الف-۲) و (الف-۴) پس از محاسبه [۹] پذیرفتاری در میدان کاهنده برابر می‌شود با

$$\frac{dm}{dH} = \chi = \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{\pi}} \exp \left[-\frac{(H + \bar{h}_k)^2}{2\sigma_0^2} \right], \quad (\text{الف}-5)$$

و با تعریف تابع

$$\text{erf} \left(\frac{Z}{\sigma_0 \sqrt{2}} \right) = \frac{1}{\sigma_0} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^Z \exp \left(-\frac{w^2}{2\sigma_0^2} \right) dw, \quad (\text{الف}-6)$$

S یعنی مقدار نهایی m در $H = 0$ از رابطه (الف-۷) به دست می‌آید

$$S = \text{erf} \left(\frac{\bar{h}_k}{\sigma_0 \sqrt{2}} \right). \quad (\text{الف}-7)$$

در روابط (الف-۵) تا (الف-۷)، σ پهنه‌ای توزیع میدان کلیدزنی ماده با فرض موازی بودن تمام محورهای آسان است.

$$\sigma_0^2 = \sigma_i^2 + \sigma_k^2 \quad (\text{الف}-8)$$

در چنین سیستمی $\bar{h}_k = H_1$ است.

و σ_{tot} حاصل از هر سه توزیع را نشان می‌دهد.

به طور خلاصه، اندازه‌گیریهای مغناطیسی روی بافت‌های جهت‌دار از ذرات مغناطیسی رشد داده شده در آزمایشگاه و نیز محیط‌های ضبط تجاری انجام و نتایج با بافت‌های تصادفی متناظر آنها مقایسه گردید و نشان داده شد که تغییر M_r بر حسب پهنه‌ای توزیع محور آسان با نتایج مدل SW سازگار است ولی در مورد H_0 چنین نیست. میدان کلیدزنی در جهت بافت چند برابر کوچکتر از \bar{H}_k ذرات است و این حاصل از اثر برهمکنشها به صورت یک میدان متوسط است. از دیدگاه مدل Preisach محیط ضبط مغناطیسی مجموعه آماری از ذرات SW با محورهای آسان موازی و توزیع‌های گوسی از H_k و H_i با $= 0$ است، ولی "روشن میدان کلیدزنی"، سیستم با برهمکنشهای آن را به واحدهایی جهت‌دار به تعداد ذرات مغناطیسی تقسیم می‌کند، و توزیع محورهای آسان را نیز به حساب می‌آورد. ما برای میدان کلیدزنی که از رفتار این واحدها تعریف می‌شود، یک توزیع به دست آوردهیم. با تعیین $f(\alpha)$ و SFD، معلوم شد که توزیع میدان کلیدزنی، یک دیدگاه آماری برای تحلیل خواص ($M_r(H)$ و H_0) سیستم توأم با یکدیگر ارائه می‌دهد که در آن نقش توزیع محور آسان ذرات در محیط نیز روشن است. برای داشتن سیگنال مناسب و ظرفیت بالا در ضبط مغناطیسی، باید در منحنی SFD محیط، به ترتیب σ کوچک و H_m بالا باشد.

قدرتانی

بخشی از این تحقیق با حمایت معاونتهای محترم پژوهشی و تحصیلات تکمیلی دانشگاه صنعتی شریف صورت گرفته است.

پیوست الف. محاسبه χ و با مدل Preisach

بافتی از ذرات مغناطیسی تک حوزه و ناهمسانگرد با محورهای آسان موازی را با توجه به پارامترهای u , v , u , v , u و v و توزیع $P(u, v)$ که در متن تعریف شده‌اند در نظر می‌گیریم. اگر ماده نخست در حالت اشباع منفی باشد و آنگاه میدان را تا H_1 بالا ببریم، بر اثر معکوس شدن گشتاورهای ذراتی که میدان کلیدزنی u آنها کمتر از H_1 می‌باشد، مغناطش بهنجار شده محیط از مقدار اولیه $1 - \chi$ تغییر پیدا نموده و به مقدار زیر رسد

و B_{vn} را از روابط B_r و B_θ

$$B_o = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi m_r(\theta) d\theta,$$

و

$$B_{vn} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi m_r(\theta) \cos(vn\theta) d\theta,$$

در معادله (ب-۳) جایگزین می‌کنیم تا ضرایب A_{vn} و A_r بر حسب $M_r(\Theta)$ محاسبه شوند.

پیوست ب. محاسبه توزیع $f(\alpha)$

با استفاده از سری فوریه برای توابع $f(\cos\alpha)$ و $M_r(\theta)$ داریم

$$f(\cos \alpha) = A_o + \sum_{n=1}^{\infty} A_{vn} \cos(vn\alpha), \quad (ب-۱)$$

$$M_r(\theta) = B_o + \sum_{n=1}^{\infty} B_{vn} \cos(vn\theta). \quad (ب-۲)$$

روابط (ب-۱) و (ب-۲) را در رابطه (۱۸) به کار می‌بریم تا ضرایب A_{vn} بر حسب B_{vn} به دست آیند

$$A_{vn} = \frac{\pi}{v} \frac{(vn-1)(vn+1)}{(-1)^{n+1}} B_{vn}. \quad (ب-۳)$$

مراجع

9. E D Torre, *Magnetic Hysteresis*, IEEE Press (1999) 31-74.
10. M el-Hilo, P E Kelly, K O'Grady, J Popplewell and R W Chantrell, *IEEE Trans. Magn.* **26** (1990) 210.
11. F Cebollada, M F Rossignol, D Givord, V Villas-Boas and J M Gonzales, *Phys. Rev. B* **52** (1995) 13511.
12. H J Richer, *IEEE Trans. Magn.* **33** (1997) 1073.
13. H J Richter, in *High Density Digital Recording*, ed. K. H. J. Buschow, Gary J. Long and Fernande Gredjean, Kluwer Academic Publishers (1993) 197-216.
14. A Sebt, M Ghominezhad and M Akhavan, in: *Proceedings of the First Regional Conference on Magnetic and Superconducting Materials (MSM-99)*, eds. M Akhavan, J. Jensen and K. Kitazawa, vol. B World Scientific, Singapore (2000) 1107.
15. A Sebt and M Akhavan, *J. Magn. Magn. Mater.* **237** (2001) 111-118.
16. M Jackson and K O'Grady, *J. Appl. Phys.* **85** (1999) 5540.
1. Shan X Wang, Alexander M Taratorin, *Magnetic Information Storage Technology*, Academic Press, New York (1999) 31-79.
2. J C Lodder, in *High Density Digital Recording*, ed. K. H. J. Buschow, Gary J. Long and Fernande Grandjean, Kluwer Academic Publishers (1993) 59-99.
3. R W Chantrell and K O Grady, *J. Phys. D* **25** (1992) 1-23.
4. James E Monson, in *Magnetic Recording Technology*, ed. C. Denis Mee and Eric D. Daniel, McGraw-Hill (1996) 9.1-9.51.
5. E Koster, in *Magnetic Recording Technology*, ed. C. Denis Mee and Eric D. Daniel, McGraw-Hill (1996) 3.1-3.74.
6. K O'Grady, H Laidler, *J. Magn. Magn. Mater.* **200** (1999) 616-633.
7. Robert L White, *J. Magn. Magn. Mater.* **209** (2000) 1.
8. John C Mallinson, *IEEE Trans. Magn.* **27** (1991) 3519.