مجلهٔ پژوهش فیزیک ایران، جلد ٤، شمارهٔ ۱، زمستان ۱۳۸۲

توابع ساختار در واپاشی ضعیف و نیمه لپتونی مزون B به مزونهای D و D^*

منصور حقیقت و محمد مومنی
دانشگاه صنعتی اصفهان، دانشکده فیزیک

(دریافت مقاله: ۸۲/۲/۱٦ ؛ دریافت نسخه نهایی: ۸۲/۸/۵)

چکیده

در این مقاله با استفاده از معادلهٔ بته ـ سالپتر با یک هسته محصور کننده، تابع موج مرتبه اول را برای مزون‌های سنگین به دست آورده‌ایم. سپس با استفاده از آن توابع ساختار واپاشیهای B به D و D^* را به دست آورده و شیب و خم توابع ساختار را محاسبه کرده‌ایم. نتایج به دست آمده همخوانی خوبی با مقادیر تجربی دارند.

واژه‌های کلیدی: معادلهٔ بته– سالپتر، واپاشی مزونهای سنگین، واپاشی ضعیف

۱. مقدمه

QCD به عنوان نظریه برهمکنشهای قوی دارای موفقیتهای چشم‌گیری در توصیف فیزیک انرژی بالا بوده است. کشف آزادی مجانبی، محاسبه تعداد زیادی از کمیتهای فیزیکی را به صورت اختلالی ممکن کرده است. با این وجود QCD در ناحیه فروسرخ بد رفتار می‌باشد. به عنوان مثال، وسیله‌ای برای توصیف محصور شدگی کوارکها نداریم، به طوری‌که یا باید با به‌کارگیری نظریه پیمانه‌ای شبکه‌ای آن را توصیف کنیم و یا آن را به QCD واگذار کنیم تا با ایجاد نظریه‌های مؤثر حل گردد.

امروزه، واپاشیهای ضعیف هادرونهایی که شامل کوارکهای سنگین هستند برای آزمایش مدل استاندارد و اندازه‌گیری پارامترهای مربوط به آن به کار گرفته می‌شوند. به ویژه، این واپاشیها وسیله مناسبی برای به دست آوردن درایه‌های ماتریس CKM می‌باشند. با توجه به مشکلات QCD به کارگیری راههای کاملاً مستقل برای بررسی این‌گونه واپاشیها از اهمیت زیادی برخوردار است.

برای توصیف دینامیک کوارکها در درون هادرونها و واپاشیهای ضعیف هادرونی، جریانهای بیان کننده گذارها را بر حسب توابع ساختار ناوردایی که تنها به انتقال تکانه ، q^2، بین هادرونها بستگی دارند، بیان می‌کنند. یکی از روشهای به دست آوردن توابع ساختار، استفاده از تابع موج بته ـ سالپتر (BS) می‌باشد[۱]. در این مقاله ما با استفاده از توابع موج مرتبه صفرم و مرتبه اول BS، توابع ساختار را برای گذارهای نیمه لپتونی مزونهای سنگین ($B \to D^* l\bar{\nu}$ و $B \to Dl\bar{\nu}$) به دست خواهیم آورد.

در بخش بعدی ابتدا برای به دست آوردن تابع موج مرتبه صفرم از مراجع[۱ و۲] که مبنای آنها در مرتبه صفرم $HQET$ است، پیروی خواهیم کرد. در ادامه، یک هسته محصورکننده[۳] برای معادله بته ـ سالپتر معرفی کرده و با استفاده از این هسته توابع موج مرتبه اول بته ـ سالپتر را به دست می‌آوریم. در دو بخش انتهایی به ترتیب به کمک توابع موج مراتب صفرم و اول بته ـ سالپتر توابع ساختار گذارهای $B \to D^* l\bar{\nu}_l$ و $B \to Dl\bar{\nu}_l$ را به دست خواهیم آورد.

۲. معادله بته ـ سالپتر و هسته محصور کننده

معادلهٔ بته ـ سالپتر برای حالت مقید دو فرمیونی، «کوارکها»، در فضای تکانه به صورت زیر است:

$$\psi(p,P) = S_1(p_1)\int \frac{d^4 p'}{(2\pi)^4} K(p,p',P)\psi(p',P) S_2(p_2) \quad (1)$$

$\psi(p,P)$ دامنه بته ـ سالپتر برای حالت مقید با تکانه P می‌باشد و $K(p,p',P)$ یک هسته معادله بته ـ سالپتر است و S_iها انتشارگرهای ذره آزاد می‌باشند. به طور کلی، هسته K یک جمع از تمام نمودارهای کاهش ناپذیر باز بهنجار شده است که نمایش دهنده تابع گرین با دو میدان فرودی و دو میدان خروجی می‌باشند.

بنابراین اگر دامنه تابع موج مرتبه صفر ($\psi_0(p,P)$) و هسته معادله بته ـ سالپتر در دست باشد، آن‌گاه می‌توانیم تابع موج حالت مقید را تا هر مرتبه دلخواهی به دست آوریم.

برای به‌دست آوردن تابع موج مرتبه صفرم از مراجع[۱ و ۲] که مبنای آنها در مرتبه صفرم $HQET$ است، پیروی خواهیم کرد. کوارک سنگین آزاد بوده و با سرعتی برابر با سرعت هادرون حرکت می‌کند بنابراین می‌توان نوشت:

$$\upsilon=\frac{p_Q}{m_Q}=\frac{P}{M}\ , \qquad (۲)$$

که P و M تکانه و جرم مزون و p_Q و m_Q تکانه و جرم کوارک سنگین می‌باشند. زمانی که کوارک سنگین آزاد است می‌توان اسپین کوارک را به روش معمول، در یک فضای چهار بعدی از اندیسهای دیراک نشاند. به عنوان مثال، یک مزون سنگین به وسیله یک تابع موج دو اندیسی ϕ_α^β، نمایش داده می‌شود. اما هنگامی که کوارک سنگین با سرعتی برابر با سرعت مزون حرکت می‌کند $\frac{p_Q}{m_Q}=\frac{P}{M}$، در معادله برگمن ـ ویگنر[۱] صدق می‌کند.

$$\left(\frac{\not p_Q}{m_Q}-1\right)_\alpha^{\alpha'}\phi_{\alpha'}^\beta \approx \left(\frac{\not P}{M}-1\right)_\alpha^{\alpha'}\phi_{\alpha'}^\beta=0\,. \qquad (۳)$$

معادله بالا به تابع موج شبه نرده‌ای زیر منجر می‌شود:

$$\phi_\alpha^\beta(P,k)=\frac{1}{2M}\left[(\not P+M)\gamma_5\right]_\alpha^\beta A(k)_\gamma^\beta\ , \qquad (۴)$$

$A(k)_\gamma^\beta$ یک ماتریس نمایش دهنده درجات آزادی کوچک(گلوئونهای نرم و کوارک سبک) است، که یک تابع ماتریسی اسکالر لورنتسی از تکانه کوارک سبک می‌باشد. در این‌جا ما $A(k)$ را به صورت زیر انتخاب می‌کنیم:

$$A(k)=\frac{a}{m^2+k^2}\ , \qquad (۵)$$

که در آن a یک ثابت بهنجارش است. k تکانه و m جرم کوارک سبک است. پس تابع موج مرتبه صفرم را به صورت زیر خواهیم داشت:

$$\psi_{0\alpha}^{\ \beta}(P,k)=\phi_\alpha^\beta(P,k)=\frac{1}{2M}\left[(\not P+M)\gamma_5\right]_\alpha^\gamma\left(\frac{a}{m^2+k^2}\right)_\gamma^\beta$$

(۶- الف) اسپین صفر

$$\psi_{0\alpha}^{\ \beta}(P,k)=\phi_\alpha^\beta(P,k)=\frac{1}{2M}\left[(\not P+M)\not\varepsilon\right]_\alpha^\gamma\left(\frac{a}{m^2+k^2}\right)_\gamma^\beta\,.$$

(۶- ب) اسپین یک

حال برای به دست آوردن تابع موج مرتبه اول کافی است که هسته $K(p,p',P)$ را داشته باشیم. در مرجع [۳] با گرفتن یک هسته محصور کننده، K_{con} را برای معادله BS به شکل برهم‌نهی هسته‌های نردبانی در فضای تکانه و بعد از چرخش ویک[۲]:

$$K_{con}(k_E)=\sum_j\frac{C_j}{k_E^2+\alpha_j^2\mu^2}\ ,\quad k_E^2=k_0^2+\vec k^2\ , \qquad (۷)$$

و به کارگیری شرایط

$$C_j=\mu^{-2}\tilde C_j\ ;\ \sum_j\tilde C_j=0\ ;$$
$$\sum_j\alpha_j^2\tilde C_j=0\ ;\ \sum_j\alpha_j^2\ln\alpha_j\tilde C_j^2\equiv A\neq 0\,, \qquad (۹)$$

یک هسته به شکل زیر به دست آورده‌اند:

$$K_{con}(k)=(-2\pi)^4U^4\delta^{(4)}(k_E)\,, \qquad (۱۰)$$

که در آن برای ساده‌سازی، ثابت جفت شدگی مؤثر جدید U که دارای بعد جرم است، وارد شده است. تبدیل فوریه هسته (۱۰) یک ثابت، $\sim u^4$، در فضای چهار بعدی است. این بدین معنی است که مانند یک پتانسیل ثابت غیر نسبیتی که برای آن رفتار $\sim\delta(t_0)\cdot const$، گونه را انتظار داریم، رفتار نمی‌کند. بنابراین، هسته (۱۰) دقیقاً با پتانسیل ثابت غیر نسبیتی متناظر نیست و ثابت مؤثر، u^4 به یک ثابت در یک چنین پتانسیلی مربوط نمی‌شود.

از اثر هسته (۱۰)، روی معادله بته ـ سالپتر (۱) و تحت چرخش ویک خواهیم داشت:

۱. Bergman-Wigner

۲. Wick rotation

$$\psi(p,P) = -U^{4} S_{1}^{F}\psi(p,P)S_{2}^{F} \;, \qquad (11)$$

۳. محاسبه توابع ساختار با استفاده از مرتبه صفرم بته ـ سالپتر

ماتریس جریان تولید کننده گذار مزونها را به صورت زیر داریم:

$$\left\langle \bar{B}_2 \middle| J_\mu^{V-A} \middle| B_1 \right\rangle = Tr\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\phi_1(P,k)(m-\not{k})\bar{\phi}_2(P',k)\;\Lambda_\mu \qquad (12)$$

که در آن ϕ_i تابع موج مزون iام است که می توان آن را به کمک معادله (۱) و یا (۱۱) و با استفاده از تقریب (۶) تا هر مرتبه دلخواه محاسبه کرد. Λ_μ بیان کننده جریان رأس ضعیف بوده و متناسب با ماتریس *CKM* است و برابر با $V_{21}\gamma_\mu(1-\gamma_5)$ می‌باشد، که در آن V_{21} درایه متناظر با این گذار است. بنابراین ماتریس Λ جریان را برای گذارهای $B\to D^{(*)}l\bar{\nu}$ به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$\left\langle \bar{D} \middle| J_\mu^{V} \middle| B \right\rangle = \frac{a^2}{4MM'}Tr\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4}\frac{(\not{P}+M)\gamma_5}{m^2+k^2}(m-\not{k})\frac{\gamma_5(\not{P}'+M')}{m^2+k^2}\gamma_\mu(1-\gamma_5)\,, \qquad (13\text{-الف})$$

و

$$\left\langle \bar{D}^* \middle| J_\mu^{V-A} \middle| B \right\rangle = \frac{a^2}{4MM'}Tr\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4}\frac{(\not{P}+M)\gamma_5}{m^2+k^2}(m-\not{k})\frac{\not{\varepsilon}(\not{P}'+M')}{m^2+k^2}\gamma_\mu(1-\gamma_5)\,. \qquad (13\text{-ب})$$

انتگرال‌گیری روی k به صورت لگاریتمی واگرا است، بنابراین با استفاده از قاعده‌مند کردن ابعادی[۱]، آن را قاعده‌مند می‌کنیم. که با انجام این کار و محاسبه Trها این روابط به آسانی به صورت زیر ساده می‌شوند:

$$\left\langle \bar{D} \middle| J_\mu^{V} \middle| B \right\rangle = \frac{4ma^2}{4MM'}\int\frac{d^Dk}{(2\pi)^D}\frac{MM'}{(m^2+k^2)^2}(\upsilon+\upsilon')_\mu \,, \qquad (14\text{-الف})$$

و

۱.Dimensional regularization

$$\left\langle \bar{D}^* \middle| J_\mu^{V-A} \middle| B \right\rangle = \frac{-4ma^2}{4MM'}\int\frac{d^Dk}{(2\pi)^D}\frac{MM'}{(m^2+k^2)^2}[(\omega+1)\varepsilon_\mu-\upsilon\cdot\varepsilon\upsilon'_\mu+i\upsilon^\alpha\varepsilon^\beta\upsilon'^\gamma\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu}]\,. \qquad (14\text{-ب})$$

عبارت $\int\frac{d^Dk}{(2\pi)^D}\frac{1}{(m^2+k^2)^2}$ در بهنجارش، با استفاده از قضیه لوک حذف می‌شود و نیازی به محاسبه آن نداریم. بنابراین توابع ساختار در این حالت پس از بهنجارش برابراند با:

$$h_+ = h_{A_1} = h_V = h_{A_3} = 1 \;, \qquad h_- = h_{A_2} = 0\,. \qquad (15)$$

این نتیجه دور از انتظار نیست زیرا توابع موجی که ما انتخاب نمودیم، توابع موج استاتیک کوارک بی‌نهایت سنگین بودند، و همان طور که *HQET* پیش‌بینی می‌کند برای این حالت توابع ساختار در بیشینه پس‌زنی، رابطه (۱۵) را برآورده می‌کنند[٤-٦].

۴ . محاسبه توابع ساختار با استفاده از تابع موج مرتبه اول بته ـ سالپتر

برای به دست آوردن نتایج بهتر، توابع موج مرتبه صفر (۶- الف و ب) را در معادله (۱۱) که معادله بته ـ سالپتر مرتبه اول با یک هسته محصور کننده است قرار می‌دهیم تا تابع موج مرتبه یک، $\phi^{(1)}$، را به دست آوریم. بنابراین توابع موج مرتبه یک برای مزونها به صورت زیر خواهند بود:

$$\phi^{(1)}(P,k) = S_1^F\phi^{(0)}(P,k)S_2^F \propto \frac{1}{m_1-(\not{P}-\not{k})}\frac{(M+\not{P})\gamma_5}{2M}A(k)\frac{a}{m-\not{k}}\;,$$

(۱۶- الف) اسپین صفر

$$\phi^{(1)}(P',k,\varepsilon) = S_1^F\phi^{(0)}(P',k,\varepsilon)S_2^F \propto \frac{1}{m_2-(\not{P}'-\not{k})}\frac{(M'+\not{P}')\not{\varepsilon}}{2M'}A(k)\frac{a}{m-\not{k}}\;,$$

(۱۶- ب) اسپین یک

ماتریسهای جریان تولید کننده گذارهای $B\to D^{(*)}l\bar{\nu}$ با توجه به رابطه (۱۲) و جای‌گذاری روابط بالا در آنها به صورت زیر می‌باشند.

$$\left\langle \bar{D} \middle| J_\mu^{V} \middle| B \right\rangle = \frac{V_{cb}a^2}{4MM'}\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4}$$

$$\times Tr\{\frac{1}{m_1-(\not P-\not k)}(M+\not P)\gamma_5\frac{1}{m-\not k}(m-\not k)\frac{1}{m-\not k}$$
$$\gamma_5(M'+\not P')\frac{1}{m_2-(\not P'-\not k)}\gamma_\mu(1-\gamma_5)\frac{1}{(m^2+k^2)^2}\} ,$$
(۱۷– الف)

$$\left\langle \overline{D}^*\left|J_\mu^{V-A}\right|B\right\rangle=\frac{V_{cb}a^2}{4MM'}\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4}\times Tr\{\frac{1}{m_1-(\not P-\not k)}$$
$$(M+\not P)\gamma_5\frac{1}{m-\not k}(m-\not k)\frac{1}{m-\not k}\not\epsilon(M'+\not P')$$
$$\frac{1}{m_2-(\not P'-\not k)}\gamma_\mu(1-\gamma_5)\frac{1}{(m^2+k^2)^2}\} ,$$
(۱۷– ب)

کـه بـا فـرض روی لاک جـرم(mass shell) بـودن کـوارکهای سنگین، یعنی

$$P^2=M^2=(m_1+m)^2 ,\quad P'^2=M'^2=(m_2+m)^2 \tag{18}$$

و جبر γها به صورت زیر ساده می‌شوند:

$$\left\langle \overline{D}\left|J_\mu^{V}\right|B\right\rangle=V_{cb}a^2\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4}Tr$$
$$\left\{\frac{(M+\not P)(m-\not k)(M'+\not P')\gamma_\mu(1-\gamma_5)}{[2P\cdot k-k^2][2P'\cdot k-k^2](m^2-k^2)(m^2+k^2)^2}\right. ,$$
$$-\frac{2(M+M')(M+\not P)(M'+\not P')\gamma_\mu(1-\gamma_5)}{4MM'[2P\cdot k-k^2][2P'\cdot k-k^2](m^2+k^2)^2}$$
$$\left.+\frac{(M+\not P)(M'+\not P')(m+\not k)\gamma_\mu(1-\gamma_5)}{4MM'[2P\cdot k-k^2][2P'\cdot k-k^2](m^2+k^2)^2}\right\}$$
(۱۹– الف)

$$\left\langle \overline{D}^*\left|J_\mu^{V-A}\right|B\right\rangle=V_{cb}a^2\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4}Tr$$
$$\left\{\frac{(M+\not P)(m-\not k)\gamma_5\not\epsilon(M'+\not P')\gamma_\mu(1-\gamma_5)}{[2P\cdot k-k^2][2P'\cdot k-k^2](m^2-k^2)(m^2+k^2)^2}\right.$$
$$-\frac{2(M+M')(M+\not P)\gamma_5\not\epsilon(M'+\not P')\gamma_\mu(1-\gamma_5)}{4MM'[2P\cdot k-k^2][2P'\cdot k-k^2](m^2+k^2)^2}$$
$$\left.+\frac{(M+\not P)\gamma_5\not\epsilon(M'+\not P')(m+\not k)\gamma_\mu(1-\gamma_5)}{4MM'[2P\cdot k-k^2][2P'\cdot k-k^2](m^2+k^2)^2}\right\} .$$
(۱۹– ب)

اگر از پارامتریزاسیون فاینمن کمک بگیریم، خواهیم داشت:

$$\frac{1}{R_1}=\frac{-1}{(k^2-2P\cdot k)(k^2-2P'\cdot k)(k^2-m^2)(k^2+m^2)^2}$$
$$=\Gamma(5)\int_0^1 dx x^2\int_0^1 dy y\int_0^1 dz\frac{x^2y(1-x)}{\{-k_1'^2+L_1(\omega)\}^5} ,$$
$$\frac{1}{R_2}=\frac{1}{(k^2-2P\cdot k)(k^2-2P'\cdot k)(k^2+m^2)^2}$$
$$=\Gamma(4)\int_0^1 dx x\int_0^1 dy\frac{xy(1-x)}{\{-k_2'^2+L_2(\omega)\}^4} , \tag{20}$$

کـه در آنها R_iها مخرج کسرهای اول و دوم(یا سوم) می‌باشند. و k_i'ها و $L_i(\omega)$ها به صورت زیر تعریف شده‌اند:

$$k_1'=k-(xyzP+xy(1-z)P'),$$
$$k_2'=k-(xyP+x(1-y)P')$$
$$L_1(\omega)=[xyzM+xy(1-z)M']^2+2MM'x^2y^2z$$
$$(1-z)(\omega-1)+(xy+1-2x)m^2$$
$$L_2(\omega)=[xyM+x(1-y)M']^2+2MM'x^2y$$
$$(1-y)(\omega-1)+(1-x)m^2 . \tag{21}$$

ابـتدا هـریک از ردهـای واقـع در صورت کسرهای زیر انتگرال (۱۹–الف و ب) را محاسبه می‌کنیم.

صورت کسر اول رابطه (۱۹–الف) برابر است با:

$$4\{m(M'P_\mu+MP'_\mu)-P\cdot kP'_\mu+P\cdot P'k_\mu$$
$$-P'\cdot kP_\mu-iP^\alpha k^\beta P'^\gamma\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu}\} ,$$
(۲۲– الف)

و صورت کسر اول رابطه (۱۹–ب) برابر است با:

$$-4\{mMM'\varepsilon_\mu$$
$$+M(k\cdot\varepsilon P'_\mu-k\cdot P'\varepsilon_\mu+\varepsilon\cdot P'k_\mu-ik^\alpha\varepsilon^\beta P'^\gamma\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu})$$
$$-M'(k\cdot P\varepsilon_\mu-\varepsilon\cdot Pk_\mu+k\cdot\varepsilon P_\mu-ik^\alpha P^\beta\varepsilon^\gamma\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu})$$
$$-m(P\cdot\varepsilon P'_\mu-P\cdot P'\varepsilon_\mu+P\cdot\varepsilon P_\mu-iP^\alpha\varepsilon^\beta P^\gamma\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu})\} ,$$
(۲۲– ب)

کـه بـا استفاده از جای‌گذاری $k_1'=k-(xyzP+xy(1-z)P')$ در روابـط بـالا و حذف جملات فرد نسبت به k_1' به ترتیب به شکل زیر ساده می‌شوند:

$$4MM'\{m-xyzM-xy(1-z)M'\}(\upsilon+\upsilon')_\mu ,$$
(۲۳– الف)

$$-4MM'\{m-xyzM-xy(1-z)M'\}$$
$$[(1+\omega)\varepsilon_\mu-\upsilon\cdot\varepsilon\upsilon'_\mu+i\upsilon^\alpha\varepsilon^\beta\upsilon'^\gamma\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu} .$$
(۲۳– ب)

صورت کسرهای دوم به سادگی به شکل زیر به دست می‌آیند:

$$2(M+M')Tr\{(M'\not{P}+M\not{P}')\gamma_\mu(1-\gamma_5)\} = 8MM'(M+M')(\upsilon+\upsilon')_\mu \ ,$$ (۲۴– الف)

و

$$-2(M+M')Tr\{(M'M\not{\varepsilon}+\not{P}\not{\varepsilon}\not{P}')\gamma_\mu(1-\gamma_5)\} = -8MM'(M+M')[(\omega+1)\varepsilon_\mu-\upsilon\cdot\varepsilon\upsilon'_\mu + i\upsilon^\alpha\varepsilon^\beta\upsilon'^\gamma\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu}] \ ,$$ (۲۴– ب)

و صورت کسرهای سوم به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\begin{aligned} &Tr\{(M+\not{P})(M'+\not{P}')(m+\not{k})\gamma_\mu(1-\gamma_5)\} \\ &= 4\{m(M'P_\mu+MP'_\mu)+MM'k_\mu+P\cdot P'k_\mu \\ &-P\cdot kP'_\mu+P'\cdot kP_\mu-iP^\alpha k^\beta P'^\gamma\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu}\} \\ &= 4MM'\{[m+xyM(\omega-1)+2x(1-y)M'] \\ &(\upsilon_\mu+\upsilon'_\mu)+xyM(\omega+1)(\upsilon_\mu-\upsilon'_\mu)\} \ , \end{aligned}$$ (۲۵– الف)

و

$$\begin{aligned} &Tr\{(\not{P}-M)\not{\varepsilon}(M'+\not{P}')(m+\not{k})\gamma_\mu(1-\gamma_5)\} \\ &= -4\{mMM'\varepsilon_\mu-m(P\cdot\varepsilon P'_\mu-P\cdot P'\varepsilon_\mu \\ &+P'\cdot\varepsilon P_\mu-iP^\alpha\varepsilon^\beta P'^\gamma\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu}) \\ &+M(P'\cdot\varepsilon k_\mu-k\cdot\varepsilon P'_\mu+P'\cdot k\varepsilon_\mu \\ &-i\varepsilon^\alpha P'^\beta k^\gamma\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu})-M'(P\cdot\varepsilon k_\mu-P\cdot k\varepsilon_\mu \\ &+k\cdot\varepsilon P_\mu-iP^\alpha\varepsilon^\beta k^\gamma\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu}) \\ &= -4MM'\{[m+xyM+x(1-y)M'] \\ &[(\omega+1)\varepsilon_\mu-\upsilon\cdot\varepsilon\upsilon'_\mu+i\upsilon^\alpha\varepsilon^\beta\upsilon'^\gamma\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu}] \\ &-2M'xy\upsilon\cdot\varepsilon\upsilon_\mu-2Mxy(i\upsilon^\alpha\varepsilon^\beta\upsilon'^\gamma\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu})\}\} \ , \end{aligned}$$

(۲۵– ب)

کـه در گـام سـوم در هـر دو رابطـه بـالا از تغییـر متغییـر $k'_2 = k-xyP-x(1-y)P'$ اسـتفاده کـرده‌ایم. و نیز از نوشتن جمـلات فـرد نسـبت به k'_2 به این دلیل که انتگرال‌گیری روی آنهـا صـفر می‌شود، خودداری کرده‌ایم. بنابراین توابع ساختار به صورت زیر در می‌آیند:

$$\begin{aligned} &h_+(\omega) = \\ &C\left\{2\int_0^1 dx\int_0^1 dy\int_0^1 dz\,\frac{4MM'x^2y(1-x)[m-xyzM-xy(1-z)M']}{\sqrt{MM'}(L_1(\omega))^3}\right. \\ &\left.-\int_0^1 dx\int_0^1 dy\,\frac{x(1-x)[-2(M+M')+(m+xyM+x(1-y)M')]}{\sqrt{MM'}(L_2(\omega))^2}\right\}, \\ &h_-(\omega) = C\int_0^1 dx\int_0^1 dy\,\frac{x(1-x)[xyM(\omega+1)]}{\sqrt{MM'}(L_2(\omega))^2} \ . \end{aligned}$$

(۲۶– الف)

و

$$\begin{aligned} &h_{A_1}(\omega) = h_{A_3}(\omega) = \\ &C'\left\{2\int_0^1 dx\int_0^1 dy\int_0^1 dz\,\frac{4MM'x^2y(1-x)[m-xyzM-xy(1-z)M']}{\sqrt{MM'}(L_1(\omega))^3}\right. \\ &\left.-\int_0^1 dx\int_0^1 dy\,\frac{x(1-x)[-2(M+M')+(m+xyM+x(1-y)M')]}{\sqrt{MM'}(L_2(\omega))^2}\right\}, \end{aligned}$$

(۲۶–ب)

$$\begin{aligned} &h_V(\omega) = \\ &C'\left\{2\int_0^1 dx\int_0^1 dy\int_0^1 dz\,\frac{4MM'x^2y(1-x)[m-xyzM-xy(1-z)M']}{\sqrt{MM'}(L_1(\omega))^3}\right. \\ &\left.-\int_0^1 dx\int_0^1 dy\,\frac{x(1-x)[-2(M+M')+(m-xyM+x(1-y)M')]}{\sqrt{MM'}(L_2(\omega))^2}\right\}, \\ &h_{A_2}(\omega) = C'\int_0^1 dx\int_0^1 dy\,\frac{2x(1-x)(2Mxy)}{\sqrt{MM'}(L_2(\omega))^2}. \end{aligned}$$

کـه در آنها C و C' ثابتهای بهنجارش می‌باشند و با استفاده از قضیه لوک محاسبه می‌شوند[۷].

بـرای محاسـبات بعـدی لازم اسـت کـه توابع ساختار را به صـورت توابعـی از پارامتـر بـدون بعد $\omega=\upsilon\cdot\upsilon'$ داشته باشیم، حـال آن کـه توابع ساختار به دست آمده در روابط (۲۷ الف) و (۲۷ ب) عـلاوه بـر ω بـه صـورت توابـعـی از x و y نـیز مـی‌باشـند، کـه ابـتدا باید روی آنها انتگرال‌گیری کنیم، اما چون نـرم‌افزار متمتیکا (*MATHEMATICA*) نمی‌تواند این انتگرالها را بـه همین شکل به صورت پارامتری حل نماید، و نیز با توجه به ایـن‌کـه توابـع سـاختار بـر اساس قضیه لوک تنها تا مرتبه $\frac{1}{M}$ بهـنجار مـی‌باشند، قبل از انتگرال‌گیری روی x و y، آنها را برحسب $\frac{1}{M}$ بسط می‌دهیم و سپس روی x و y انتگرال می‌گیریم.

معمـولاً حاصل ضرب $|V_{cb}|\ \mathcal{F}_{(*)}(\omega)$ را به صورت یک تابع از ω تعیـین مـی‌کـنند، و بـه وسـیله برونیابـی داده‌هـا در نقطه پـس‌زنـی صـفر، $\omega=1$ ، $|V_{cb}|$ بـه دسـت مـی‌آیـد($\mathcal{F}(\omega)$ و $\mathcal{F}_*(\omega)$ به ترتیب ترکیبی از توابع $h_\pm$ و h_V و h_{A_i} می‌باشند). بـرای ایـن کـار معمـولاً مقادیـر $\mathcal{F}_{(*)}(\omega)\ |V_{cb}|$ را برای ωهای مختـلف از راه تجربـی بـه‌دسـت آورده و یک منحنی به‌صورت خطـی یـا مربعـی بـه آنها برازش داده و از این طریق $\mathcal{F}_{(*)}(\omega)$ $|V_{cb}|$ در $\omega=1$ و در نتـیجه $|V_{cb}|$ را بـه دسـت مـی‌آورنـد. بنابـراین شـیب و خم منـحنی توابع ساختـاری که از راه نظـری به دست می‌آیند،

جـدول ۱. مقادیـر بـه دسـت آمـده برای شیب و خم برای توابع ساختار گذار $B \to D^{(*)} l\, \bar{\nu}_l$ ($V_{\rm cd}$ برای گذار $B \to Dl\, \bar{\nu}_l$ برابر با ۰/۰۳۹ و برای گذار $B \to D^{*} l\, \bar{\nu}_l$ برابر با ۰/۰۳٤ در نظر گرفته شده‌اند.)

	مقادیر نظیر $\lvert V_{cb}\rvert\ \mathcal{F}^*(1)\times 10^3$	مقادیر نظیر $\lvert V_{cb}\rvert\ \mathcal{F}(1)\times 10^3$	شیب ($\hat{\rho}^2$)	شیب ($\hat{\rho}_*^2$)	خم ($\hat{c}$)	خم ($\hat{c}^*$)
مقادیر محاسبه شده	۳۹/۴۴	۴۵/۵۴	۰/۷۶	۰/۷۹	۰/۵۲	۰/۵۲
مقادیر تجربی [۸و۹]	۳۸/۸±۴/۳±۲/۵	۳۱/۱±۹/۹±۸/۶	۰/۷۶±۰/۱۶±۰/۰۸	۱/۱۷±۰/۲۲±۰/۰۶	–	–
	۳۵/۱±۱/۹±۲/۰	۳۷/۷±۹/۹±۶/۵	۰/۶۹±۰/۱۴±۰/۰۹	۰/۸۴±۰/۱۲±۰/۰۸	–	–
مقادیر نظری[۱۰]	۳۲/۹۸	۳۴/۳۴	۰/۷۰	۰/۶۵	۰/۲۲	۰/۲
	۳۹/۳۹	۳۴/۳۴	۰/۸۵	۰/۹۱	۰/۳۱	۰/۵۶

مهـم مـی‌باشنـد. به همیـن دلیل عدم دقت اصلی در محـاسبات نظـری بـرای تعیـین $\lvert V_{cb}\rvert$ مـربوط بـه مقدار $\mathcal{F}_{(*)}(1)$ و شکل منحنـــی $\mathcal{F}_{(*)}(\omega)$ اســـتفاده شـــده در بـــرازش داده هـــای آزمایشـگاهی اسـت. بـه عبارت دیگر مقادیر مختلف از شیب و خـم منجـر به مقادیر متفاوتی برای $\lvert V_{cb}\rvert$ خواهد شد. از این‌رو توابـع سـاختار را نیـز بـه صـورت یـک بسـط حـول $\omega = 1$ می‌نویسند. چون حدود مقادیر قابل دسترس ω در این واپاشیها کـوچک اسـت ($1 < \omega < 1/5$)، بنابـراین بسـط توابـع ساختار حول $\omega = 1$ معقول است [۸]:

$$\mathcal{F}_{(*)}(\omega) = \mathcal{F}_{(*)}(1)[1-\hat{\rho}^2(\omega-1)+\hat{c}(\omega-1)^2+\cdots]. \qquad (27)$$

شیب $\hat{\rho}^2$ و خم $\hat{c}$ به عنوان پارامتر در نظر گرفته می‌شوند.

۵. نتیجه گیری

نـتایج بـه دسـت آمـده بـا استفاده از تابع موج مرتبه صفرم بته ـ سالپتر همان نتایجی را می‌دهند که HQET در حد کوارک بـی‌نهایـت سـنگین و در بیشـینه پـس‌زنـی پیش‌بینی می‌کند. در جـدول ۱ مقادیر به دست آمده با استفاده از تابع موج مرتبه اول BS به همراه برخی از مقادیر تجربی و همچنین مقادیر به دست آمـده از روشـهای نظـری دیگر آورده شده است. همان‌گونه که مشـاهده می‌شود نتایجی که با استفاده از تابع موج مرتبه اول بته ـــ سـالپتر بـرای گـذارهای سـنگین به سنگین به دست آمده‌اند، هـم‌خوانـی خوبـی بـا مقادیر تجربی و همچنین مقادیر به دست آمده به روشهای دیگر دارند.

قدردانی

قسـمتی از هـزینه هـای طـرح پژوهشـی فـوق توسـط دانشگاه صنعتی اصفهان پرداخت شده است.

مراجع

1. F Hussian, J G Korner and G Thompson, *Ann. Phys. (NY)* **206** (1991) 334.
2. F Hussian, J G Korner, K Schilchev, G Thompson and Y L Wu, *Phys. Lett. B***244** No. 2 (1990) 259.
3. A Yu Umnikov and F C Khanna, *Int. J. Mod. Phys. A***11** (1995) 3935. [arXiv:hep-ph/9508240 v1 4 Aug 95].
4. M Neubert, *Phys. Rep.* (1994) 245.
5. M Neubert and V Rieckert, *Nucl. Phys. B* **382** (1992) 97.
6. B Stech, *Phys. Lett. B***354** (1995) 447.
7. M E Luke, *Phys. Lett. B* **252** (1990) 447.
8. B Grinstein and Z Ligeti, *Phys.Lett. B***526** (2002) 345. [arXiv:hep-ph/0111392 v1 29 Nov 2001].
9. M Artuso and E Barberio, arXiv:hep-ph/0205163 v1 15 May 2002.
10. D Merten, R Ricken, M Koll, B Metsch and H Petry, *Eur. Phys. J. A***13** (2002) 477. [arXiv:hep-ph/0104029 V2 10 Apr 2001].