مجلهٔ پژوهش فیزیک ایران
مجلهٔ پژوهش فیزیک ایران، جلد ٤ شمارهٔ ٢، تابستان ١٣٨٣

مطالعه نظری قفل‌شدگی تزریقی لیزر TEA-CO ٢

محمد حسین زندی و علیرضا بهرامپور
دانشگاه شهید باهنر کرمان ، بخش فیزیک

(دریافت مقاله: ٨٠/١٢/٢١ ؛ دریافت نسخه نهایی: ٨٢/١٠/٢٢)

چکیده
روشهای مختلف برای شرح نظریه قفل شدگی تزریقی نوسانات لیزر وجود دارد. در اکثر این روشها شرایط مرزی روی آینه‌ها به‌صورت معادله تفاضلی نوشته می‌شود، درنهایت با تقریب به یک معادله دیفرانسیل تبدیل وحل می‌گردد. ما سعی کردیم بر اساس معادلات ماکسول، معادله دیفرانسیل حاکم بر رفتار موج در داخل محیط را نوشته و حل نماییم. در نتیجه به راحتی وابستگی زمانی شدت لیزری که در یکی از مدهای طولی خود نوسان می‌کند به‌دست می‌آید.

واژه‌های کلیدی: قفل‌شدگی تزریقی، شرایط مرزی، موج تزریقی

۱. مقدمه

بعد از توسعه اولین لیزرها، قفل شدگی نوسانات لیزر به روش تزریق مورد مطالعه قرار گرفته است. بررسی قفل شدگی نوسانات لیزر به روش تزریق در مطالعه مسائل اصولی دینامیک غیرخطی (به‌طور مثال: آشوب، دو پایداری و....) و همچنین در کنترل وتحقیق خواص آماری تابش لیزر (به‌عنوان مثال: دانستیه ،نوفه‌های فاز ویا چلانندگی) کاربرد زیادی دارد. در طی دهه گذشته مطالعات نظری وکارهای عملی روی خواص لیزرهای گازی تزریقی گسترش زیادی نموده است. پارامتر مهم در این پدیده افزایش در پهنای خط است، که مشخصه آن جفت شدگی فاز – دامنه می‌باشد. مطالعه قفل شدگی تزریقی نوسانات لیزر $TEA-CO_2$ توسط گروههای مختلفی انجام شده است [۱–۹]. لاچامبر [۷] و تاشیرو [۸] در مدلهای خود شرایط مرزی روی آینه‌ها را نوشته وبه یک معادله تفاضلی تبدیل کرده‌اند سپس با تقریب، این معادله را به شکل یک معادله دیفرانسیل درآورده و با برقرای شرایط، بر روی بهره محیط فعال، آن را حل نموده‌اند. تاشیرو بهره محیط فعال را ثابت فرض کرده است، در صورتی‌که لاچامبر برای محاسبه بهره محیط از معادلات گیلبرت [۹] استفاده نموده است .بنابراین درکلیه مطالعات پیشین به جای آنکه معادله حاکم بر رفتار موج در داخل محیط را بنویسند و شرایط مرزی روی آینه‌ها را بر آن اعمال کنند تنها معادلات دیفرانسیل حاکم بر شرایط مرزی مورد توجه واقع بوده است و این معادلات تنها بر روی آینه‌ها صادق بوده و در فاصله زمانی بین یک رفت وبرگشت بر روی آینه‌ها اطلاعی از رفتار موج نمی‌دهد. در این پژوهش با نوشتن معادلات کلاسیکی حاکم بر محیط با تقریب معادلات آهنگ، یک دستگاه معادلات انتگرال دیفرانسیل به‌دست آمده است. از آنجا که حل این معادلات پیچیده می‌باشد با تقریبهای زیر:

- میانگین‌گیری کمیتهای وابسته به مکان در طول کاواک،
- صرفه‌نظر کردن از میدان مدهای طولی در توان خروجی،
- متناسب گرفتن توان ٢ تبدیل فوریه میدان اکتریکی با شدت خروجی،

و با اعمال شرایط مرزی به حل عددی معادلات پرداخته و مشاهده شد که نتایج این مدل با تقریبهای ذکر شده با نتایج

مدل محققین پیشین از سازگاری خوبی برخوردار است[۹،۸،۷] .

در صورت وجود مدهای کاواک و موج تزریقی به‌صورت همزمان، بین آنها زنش به‌وجود می‌آید. یادآور می‌شود که مدهای کاواک توسط نوفه تحریک می‌شوند و حال آنکه موج تزریقی توسط موج تابانده شده از بیرون شکل می گیرد، با توجه به اینکه نسبت توان لیزر تزریقی به نوفه محیط خیلی بزرگ است، رقابت بین موج تزریقی و مدهای درون کاواک مانع شکل گرفتن مد درون کاواک می‌شود. اگر موج تزریقی نداشته باشیم نوفه محیط مد کاواک را تحریک می‌کند و لیزر روی یکی از مدهای کاواک نوسان می‌کند، وقتی تزریق وجود داشته باشد از نوسان مدهای کاواک جلوگیری می‌کند و فقط مد تزریقی تقویت می‌شود و خارج می‌گردد و مد کاواک وجود ندارد که زنش به‌وجود آید. حتی در صورتی که موج تزریقی بعد از شکل گرفتن مدهای کاواک اعمال شود باعث خفه شدن مدهای کاواک میگردد و به این ترتیب می توان معکوس کننده‌های نوری را ساخت [۱۰].

فاصله بین دو مد طولی متوالی (FSR) به طول لیزر بستگی دارد، مثلاً اگر طول لیزر $0/5\ m$ باشد، $\Delta f = \dfrac{c}{2L} = \dfrac{3\times 10^{8}}{2\times 0/5} = 300\,MHZ$ و حال آنکه پهنای خط لیزر تزریقی توسط نویز (رفتار آماری) لیزر تعیین می‌گردد که کمتر از چند MHZ می‌باشد، بنابراین فاصله بین آنها خیلی کم است و به همین جهت برای تنظیم فرکانس لیزر لزومی ندارد که لیزر TEA کوک پذیر باشد. لیزری که موج تزریق را تولید می‌کند (که معمولاً پیوسته است) باید کوک‌پذیر باشد در هر صورت هر دو کار در آزمایشگاه به راحتی قابل دسترسی است. حوزه کوک‌پذیری لیزر تزریقی بین دو مد طولی متوالی (FSR) است.

۲. مدل

در این مدل بر اساس معادلات ماکسول، معادلات حاکم بر محیط نوشته می‌شود و یک دستگاه معادلات انتگرال دیفرانسیل به‌دست می‌آید و سعی می‌گردد با یک سری تقریب این معادلات حل شود. معادله حاکم بر میدان الکتریکی داخل حفره لیزر $E(z,t)$ با توجه به معادله موج ناشی از معادلات ماکسول توسط رابطه زیر داده می‌شود:

$$-\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + \mu_\circ\sigma_\circ \frac{\partial E}{\partial t} + \mu_\circ\varepsilon_\circ \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -\mu_\circ \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}, \tag{1}$$

که $P(z,t)$ قطبش دی الکتریک القا شده محیط یعنی $P = \varepsilon_\circ \chi E$ است و χ ضریب پذیرفتاری دی الکتریک می‌باشد. بنابراین داریم

$$-\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + \mu_\circ\sigma_\circ \frac{\partial E}{\partial t} + \mu_\circ\varepsilon_\circ (1+\chi) \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \tag{2}$$

به راحتی می توان میدان E را بر حسب میدان مربوط به مدهای طولی کاواک و میدان تابش تزریقی نوشت:

$$E = \sum_n A_n(t) u_n(z) + B(z,t),$$

جمله اول این عبارت میدان الکتریکی داخل کاواک خالی می‌باشد که بر حسب ویژه توابع کاواک خالی $u_n(z)$ بسط داده شده است. $B(z,t) = \varepsilon'(z,t) e^{i(\omega_\circ t - k_\circ z)}$، میدان ناشی از تابش تزریقی است. با قرار دادن عبارت فوق در معادله (۲) خواهیم داشت:

$$\sum_n A_n(t) k_n^2 u_n(z) + \sum_n \mu_\circ\sigma_\circ \dot{A}_n u_n(z) + \mu_\circ\varepsilon_\circ (1+\chi) \sum_n \ddot{A}_n(t) u_n(z) - \frac{\partial^2 B}{\partial z^2} + \mu_\circ\sigma_\circ \frac{\partial B}{\partial t} + \mu_\circ\varepsilon_\circ (1+\chi) \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = 0.$$

پس از ضرب کردن u_m در رابطه بالا و انتگرال‌گیری در طول کاواک به‌دست می‌آوریم:

$$k_m^2 A_m(t) + \mu_\circ\sigma_\circ \dot{A}_m(t) + \mu_\circ\varepsilon_\circ (1+\chi) \ddot{A}_m(t) - \left\langle m \left| \frac{\partial^2 B}{\partial z^2} \right.\right\rangle + \mu_\circ\sigma_\circ \left\langle m \left| \frac{\partial B}{\partial z} \right.\right\rangle + \mu_\circ\varepsilon_\circ (1+\chi) \left\langle m \left| \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} \right.\right\rangle = 0\ ,$$

$\varepsilon(z,t)$ دامنه کند تغییر میدان تزریقی و $A_m(t) = \varepsilon'_m(t) e^{-i\omega_m t}$، که $\varepsilon'_m(t)$ دامنه کند تغییر میدانهای داخل کاواک لیزر است و منظور از نماد $\langle\ |\ \rangle$ ضرب داخلی در فضای $L^2(R)$ می‌باشد. با توجه به تقریب تغییرات آرام $\ddot{\varepsilon} \cong 0$ و $\sigma_\circ \dot{\varepsilon} \cong 0$ [۱۱] داریم:

$$k_m^2 A_m + \mu_0\sigma_0 \dot{A}_m + \mu_0\varepsilon_0(1+\chi)\ddot{A}_m \cong$$
$$\left[2K_m(K_m-(1-\chi)\varepsilon'_m + i\omega_m\mu_0(\sigma_0\varepsilon'_m + 2\varepsilon_0(1+\chi)\dot{\varepsilon}'_m)\right]e^{-i\omega_m t},$$

که $K_m = \dfrac{\omega_m}{c}$ ،$k_m = \dfrac{\Omega_m}{c}$ Ω_m, ω_m به ترتیب فرکانسهای لیزر و کاواک خالی است. معادله موج به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$2K_m(k_m-(1+\frac{1}{2}\chi)K_m)\varepsilon'_m - i\omega_m\mu_0(\sigma_0\varepsilon'_m + 2\varepsilon_0(1+\chi)\dot{\varepsilon}'_m)$$
$$-2ik_0\left\langle m\left|e^{ik_0 z}\left(\frac{\partial\varepsilon'}{\partial z}+\frac{1+\chi}{c}\frac{\partial\varepsilon'}{\partial t}+\frac{c\mu_0\sigma_0}{2}\varepsilon'+\frac{\chi k_0}{2i}\varepsilon'\right)\right.\right\rangle e^{i(\omega_n-\omega_0)t}=0 .$$

(۳)

با تعریف:

$$\frac{c_m(t)}{c} = \left\langle m\left|\left(\frac{\partial\varepsilon'}{\partial z}+\frac{1+x}{c}\frac{\partial\varepsilon'}{\partial t}+\frac{\mu_0\sigma_0}{2}c\varepsilon'-\frac{ixk_0}{2}\varepsilon'\right)e^{+ik_0 z}\right.\right\rangle,$$

که منظور از آن تصویر ε' در جهت n امین مد میدان است، به راحتی معادله (۳) را به شکل زیر می‌توان نوشت:

$$\left[2K_m(K_m-(1+\frac{1}{2}\chi)K_m)\varepsilon'_m(t) - i\omega_m\mu_0(\sigma_0\varepsilon'_m(t) + 2\varepsilon_0(1+\chi)\dot{\varepsilon}'_m)\right]$$
$$=2ik_0\frac{c_m(t)}{c}e^{i(\omega_m-\omega_0)t}.$$

و یا

$$\left[2\frac{\Omega_m}{c^2}(\omega_m-\Omega-\frac{1}{2}\chi\Omega_m)\varepsilon'_m(t) - i\omega_m\mu_0(\sigma_0\varepsilon'_m(t)+2\varepsilon_0(1+\chi)\dot{\varepsilon}'_m)\right]$$
$$=2i\omega_0\frac{c_m(t)}{c^2}e^{i(\omega_m-\omega_0)t} .$$

با تعریف $\Delta\omega_m = \Omega_m - \omega_m$، داریم:

$$\left[2\frac{\Omega_m}{c^2}(\Delta\omega_m-\frac{1}{2}\chi\Omega_m)\varepsilon'_m(t) - i\omega_m\mu_0\sigma_0\varepsilon'_m(t)+2i\varepsilon_m\mu_0\varepsilon_0(1+\chi\dot{\varepsilon}'_m)\right]$$
$$=2i\omega_0\frac{c_m(t)}{c^2}e^{i(\omega_m-\omega_0)t} .$$

و یا

$$\dot{\varepsilon}'_m + \left(\frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0(1+\chi)} + i\frac{\Delta\omega_m-(1/2)\chi\omega_m}{1+\chi}\right)\varepsilon'_m$$
$$+\frac{\omega_0}{\omega_m}\frac{1}{1+\chi}c_m(t)e^{i(\omega_m-\omega_0)^t}=0 , \qquad (۴)$$

از معادله موج داریم:

$$\sum_m\left[A_m(t)k_m^2u_m(z) + \mu_0\sigma_0\dot{A}_m u_m(z) + \mu_0\varepsilon_0(1+\chi)\ddot{A}_m(t)u_m(z)\right]$$
$$-\frac{\partial^2 B}{\partial z^2} + \mu_0\sigma_0\frac{\partial B}{\partial t} + \mu_0\varepsilon_0(1+\chi)\frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = 0$$

و یا:

$$\sum_m\left[2K_m(k_m-(1+\frac{1}{2}\chi)K_m)\varepsilon'_m - i\omega_m\mu_0(\sigma_0\varepsilon'_m+2\varepsilon_0(1+\chi)\dot{\varepsilon}'_m)e^{-i\omega_m t}\right]$$
$$-2ik_0e^{-i(\omega_0 t-k_0 z)}\left(\frac{\partial\varepsilon'}{\partial z}+\frac{1+\chi}{c}\frac{\partial\varepsilon'}{\partial t}+\frac{c\mu_0\sigma_0}{2}\varepsilon'+\frac{\chi k_0}{2i}\varepsilon'\right)=0$$

به‌جای عبارت زیر سیگما از رابطه (۳) مقدار قرار می‌دهیم:

$$\sum_m\left[\left(2iK_0\frac{c_m}{c}e^{i(\omega_m-\omega_0 t)}\right)e^{-i\omega_m t}\right]$$
$$-2ik_0e^{-i(\omega_0 t-k_0 z)}\left(\frac{\partial\varepsilon'}{\partial z}+\frac{1+\chi}{c}\frac{\partial\varepsilon'}{\partial t}+\frac{c\mu_0\sigma_0}{2}\varepsilon'+\frac{\chi k_0}{2i}\varepsilon'\right)=0$$

بنابراین داریم:

$$\frac{\partial\varepsilon'}{\partial z}+\frac{1+\chi}{c}\frac{\partial\varepsilon'}{\partial t}+\frac{\sigma_0}{2c\varepsilon_0}\varepsilon'-i\frac{\chi k_0}{2i}\varepsilon')=\frac{e^{-ik_0 z}}{c}\sum_m c_m(t)u_m(z). \qquad (۵)$$

اکنون توابع F_m و F را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$F_m = -\frac{\omega_0}{\omega_m}c_m(t)e^{i(\omega_m-\omega_0)t}, \qquad (۶)$$

و

$$F = \frac{e^{-ik_0 z}}{c}\sum_m c_m(t)u_m(z).$$

با این تعاریف روابط (۴) و (۵) به فرم زیر نوشته می‌شوند:

$$\dot{\varepsilon}'_m + \left(\frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0(1+\chi)} + i\frac{\Delta\omega_m-(1/2)\chi\omega_m}{1+\chi}\right)\varepsilon'_m - \frac{F_m}{1+\chi} = 0,$$

و

$$\frac{\partial\varepsilon'}{\partial z}+\frac{1+\chi}{c}\frac{\partial\varepsilon'}{\partial t}+\frac{\sigma_0}{2c\varepsilon_0}\varepsilon'-i\frac{\chi k_0}{2i}\varepsilon'=F$$

برای جداسازی قسمتهای حقیقی و موهومی معادلات (۴) و(۵) استفاده از نمایش قطبی برای دامنه تغییرات آرام سودمند است:

$$e'_m(t) = e_m(t)e^{-i\varphi_m(t)}$$
$$e'(t,z) = e(z,t)e^{-i\varphi_0(z,t)}$$

که φ_0، φ_m، ε_m، ε توابعی از t و z می‌باشند، به این ترتیب خواهیم داشت:

$$(1+\chi)(\dot{\varepsilon}_m e^{-i\varphi_m} - i\dot{\varphi}_m\varepsilon_m e^{-i\varphi_m})$$
$$+\left(\frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}+i\Delta\omega_m-(1/2)\chi\omega_m\right)\varepsilon_m e^{-i\varphi_m} - F_m = 0,$$

و

$$\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial z}-i\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)e^{-i\varphi_0}$$
$$+\frac{1+\chi}{c}\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}-i\frac{\partial\varphi_0}{\partial t}\right)e^{-i\varphi_0}+\frac{\sigma_0}{2c\varepsilon_0}\varepsilon e^{-i\varphi_0}-i\frac{\chi k_0}{2}\varepsilon e^{\varphi_0}=F$$

بنابراین:

$$(1+\chi)(\dot{\varepsilon}_m - i\dot{\varphi}_m\varepsilon_m)$$
$$+(\frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0} + i(\Delta\omega_m - \chi\omega_m))\varepsilon_m = F_m e^{-i\varphi_m}$$
$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial z} + \frac{1+\chi}{c}\frac{\partial\varepsilon}{\partial t} - i(\frac{\partial\varphi_0}{\partial z} + \frac{1+\chi}{c}\frac{\partial\varphi_0}{\partial t})\varepsilon$$
$$+(\frac{\sigma_0}{2c\varepsilon} - i\frac{\chi k_0}{2})\varepsilon = Fe^{i\varphi_0}$$

اگر χ' و χ'' به ترتیب قسمت حقیقی و موهومی χ باشند $(\chi = \chi' + i\chi'')$ داریم:

$$(1+\chi'+i\chi'')(\dot{\varepsilon}_m - i\dot{\varphi}_m\varepsilon_m)$$
$$+(\frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0} + i(\Delta\omega_m - (\chi'+i\chi'')\omega_m))\varepsilon_m = F_m e^{-i\varphi_m}$$
$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial z} + \frac{1+\chi'+i\chi''}{c}\frac{\partial\varepsilon}{\partial t} - i(\frac{\partial\varphi_0}{\partial z} + \frac{1+\chi'+i\chi''}{c}\frac{\partial\varphi_0}{\partial t})\varepsilon$$
$$+(\frac{\sigma_0}{2c\varepsilon_0} - i\frac{(\chi'+i\chi'')k_0}{2})\varepsilon = Fe^{i\varphi_0}.$$

با جدا کردن قسمت حقیقی و موهومی معادلات بالا به چهار معادله زیر می‌رسیم:

$$(1+\chi')\dot{\varepsilon}_m + (\frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0} + \chi''(\omega_m + \dot{\varphi}_m))\varepsilon_m = \mathrm{Re}(F_m e^{i\varphi_m}) \quad (8)$$

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial z} + \frac{1+\chi'}{c}\frac{\partial\varepsilon}{\partial t} + \frac{\chi''}{c}\frac{\partial\varphi_0}{\partial t}\varepsilon + (\frac{\sigma_0}{2c\varepsilon_0} + \frac{\chi'' k_0}{2})\varepsilon = \mathrm{Re}(Fe^{i\varphi_0}) \quad (9)$$

$$\frac{\chi''}{c}\frac{\partial\varepsilon}{\partial t} - (\frac{\partial\varphi_0}{\partial z} + \frac{1+\chi'}{c}\frac{\partial\varphi_0}{\partial t})\varepsilon - \frac{\chi' k_0}{2}\varepsilon = \mathrm{Im}(F_m e^{i\varphi_m}) \quad (10)$$

$$\chi'\dot{\varepsilon}_m - (1+\chi')\dot{\varphi}_m\varepsilon_m + (\Delta\omega_m - \chi'\omega_m)\varepsilon_m = \mathrm{Im}(F_m e^{i\varphi_m}), \quad (11)$$

با استفاده از تعریف تبدیل فوریه $\hat{\varepsilon}(\vec{k}_0 - \vec{k}_1) = \frac{1}{\sqrt{L}}\int_0^L \hat{\varepsilon}(z,t)e^{i(k_0-k_1)z}dz$ برای یک سیستم تک مد داریم:

$$\frac{c_1(t)}{c} = \{\frac{1}{\sqrt{L}}\left[\varepsilon(L,t)e^{ik_0L} - \varepsilon(0,t)\right]$$
$$+\left[\alpha_0 - \frac{i(1+\chi)}{c}\frac{\partial\varphi_0}{\partial t} - i(k_0 - k) - \frac{1}{2}i\chi k_0\right]\hat{\varepsilon}(\vec{k}_0 - \vec{k}_1)$$
$$+\frac{1+\chi}{c}\frac{\partial\hat{\varepsilon}(\vec{k}_0 - \vec{k}_1)}{\partial t}\}e^{-i\varphi_0}.$$

که، $\alpha_0 = \frac{1}{2}c\mu_0\sigma_0$ است، با ضرب طرفین رابطه (۹) در ε و میانگین‌گیری در طول کاواک خواهیم داشت:

$$\frac{1+\chi'}{c}\frac{\partial\langle\varepsilon^2(z,t)\rangle}{\partial t} + [2\alpha_0 + k_0\chi'']\langle\varepsilon^2(z,t)\rangle$$
$$= \frac{2\alpha_0}{\sqrt{L}}\left|\hat{\varepsilon}(\vec{k}_0 - \vec{k}_1)\right|^2 + \frac{1+\chi'}{c\sqrt{L}}\frac{\partial}{\partial t}(\left|\hat{\varepsilon}(\vec{k}_0 - \vec{k}_1)\right|^2$$
$$-\frac{1}{\sqrt{L}}(\varepsilon^2(L,t) - \varepsilon^2(0,t))$$
$$+\frac{2}{L}\mathrm{Re}\,L\left[(\varepsilon(L,t)e^{ik_0L} - \varepsilon(0,t)\right]\hat{\varepsilon}(\vec{k}_1 - \vec{k}_0)]. \quad (12)$$

برای توصیف فرآیند بر همکنش، دانستن سطح مقدار گذار σ ضروری است [۱۲].

$$\sigma = \frac{\pi}{3\hbar\varepsilon_0 c}|\mu|^2\omega^2 g(\omega - \omega_0),$$

که μ گشتاور دو قطبی اتم، $g(\omega-\omega_0)$ تابع شکل خط، ω, ω_0 به ترتیب فرکانس گذار اتم و فرکانس لیزر است، همچنین χ' و χ'' عبارتند از [۱۳]:

$$\chi'(\omega) = \frac{|\mu|^2(\omega-\omega_0)}{2\hbar\varepsilon_0}T_2\Delta N g(\omega-\omega_0)$$
$$\chi''(\omega) = \frac{|\mu|^2}{2\hbar\varepsilon_0}\Delta N g(\omega-\omega_0),$$

که T_2 طول عمر تراز بالایی و ΔN وارونی انبوهی است، بنابراین χ' و χ'' بر حسب σ به شکل زیر در خواهند آمد:

$$\chi'(\omega) = \frac{3c\sigma(\omega-\omega_0)T_2\Delta N}{2\pi\omega} \quad (13)$$
$$x''(\omega) = \frac{3c\sigma\Delta N}{2\pi\omega}. \quad (14)$$

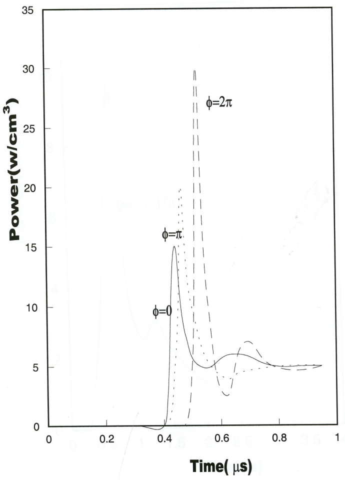
شرایط مرزی عبارتند از:

$$RI(L,t) + TI_{inj} = I(0,t)$$
$$TI(L,t) = I_{out},$$

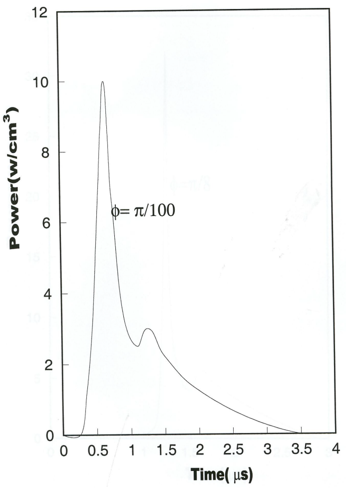
که R، توان بازتابندگی و T، توان تراگسیل آینه‌هاست.

با فرض $<\varepsilon^2(z,t)> = I(t)$ که در آن $\left|\hat{\varepsilon}(\vec{k}_1 - \vec{k}_0)\right|^2 = \beta_1 I(t)$، می‌باشد، معادله (۱۲) به شکل زیر در می‌آید:

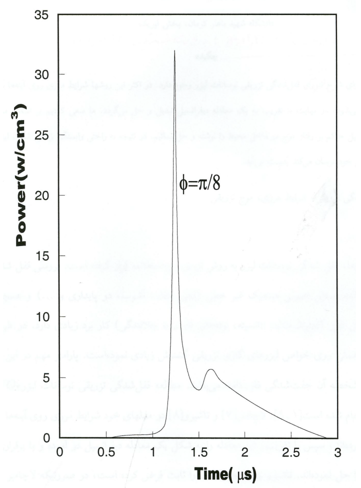
$$\frac{1+\chi'}{c}(1 - \frac{\beta_1}{\sqrt{L}})\frac{\partial I(t)}{\partial t}$$
$$+\left[2\alpha_0(1 - \frac{\beta_1}{\sqrt{L}}) + k_0\chi'' + \frac{T}{\sqrt{L}} - \frac{2\sqrt{\beta_1}}{L}\left(\cos\frac{\Phi}{2} - \sqrt{R}\right)\right]I(t) \quad (15)$$
$$= (\frac{T}{\sqrt{L}} - \frac{\sqrt{\beta_1}}{\sqrt{R}}\frac{T}{L})I_{inj},$$



شکل ۱. در این شکل توان خروجی لیزر برای تزریق خارجی $5W/cm^2$ در سه حالت $\varphi=0$، $\varphi=1\pi$ و $\varphi=2\pi$ به ترتیب منحنیهای پیوسته، نقطه چین و خط چین با هم مقایسه شده است.



شکل ۲. در این شکل توان خروجی لیزر برای تزریق خارجی $5Wk/cm^2$ و $\varphi=\pi/100$ رسم شده است.



شکل ۳. در این شکل توان خروجی لیزر برای تزریق خارجی $5Wk/cm^2$ و $\varphi=\pi/8$ رسم شده است.

در این رابطه $\phi = ۲\pi \frac{df}{\Delta f}$ است، کـه df فاصـله فرکانسـی بـین موج تزریقی و نزدیکترین مد طولی تشـدید کننـده، Δf فاصـله بین دو مد متوالی طولی تشدید کننده می‌باشد.

۳. نتایج

با مراجعه به مرجع ۷ و قرار دادن وارونی انبوهی در روابط (۱۳) و(۱۴) می توان χ'', χ' را محاسبه نمود، و به این ترتیب، با حل عددی معادله (۱۵) شدت را به‌دست آورد.

با توجه به قدرت بـالای مـوج تزریقـی، رقابـت بـین مـوج تزریقی و مدهای درون کاواک مانع شکل گرفتن مـدهای درون کاواک می‌شود و فقط مـد تزریقـی تقویـت مـی‌شـود و خـارج می‌گردد و مد کاواک وجود ندارد، بنابراین در محاسـبات بـرای به‌دست آوردن شدت فقط از میدان تزریق استفاده شـده اسـت. همچنین به دلیل عدم وجود نوسانات مدهای حفره مسئله زنش میان موج تزریقی و میدان درون کاواک منتفی است.

مجموعه معادلات (۱۳)،(۱۴) و(۱۵) دینامیک قفل شدگی تزریقی را شرح می‌دهند، معادلات فوق برای سیستم لیزری با طول محیط فعال ۱۰۰cm، طول تشدید کننده ۳۰۰cm به روش عددی حل و در نهایت توان خروجی به‌صورت تابعی از زمان رسم شده است.

در شکل ۱ توان خروجی لیزر (انرژی بر واحد حجـم در واحـد زمان) باتزریقی با شدت ثابت $۵\,w/cm^۲$ برای حـالتی کـه فرکـانس موج تزریق بر یکی از مدهای طولی تشدیدکننـده منطبـق اسـت (منحنی پیوسته) رسم شده است. ماکزیممی برابر با $۱۵\,w/cm^۳$ (توان بـر واحـد حجـم) در زمـان $۰/۴۴\ \mu s$ وجـود دارد، بـا افزایش فاصله فرکانسی بین موج تزریقی و مـد طـولی تشـدید کننده یک تأخیر زمانی در خروجی لیزر و افـزایش در مـاکزیمم توان با فرکانس موج تزریقی مشاهده می‌شود.

منحنیهای نقطه چین و خط چین به ترتیب بـرای $\phi = \pi, ۲\pi$ رسم شده‌اند. با مقایسـه منحنـی اول و دوم دیـده مـی‌شـود کـه تـــأخیر زمـــانی در حـــدود $۰/۰۲۲\ \mu s$ و افـــزایش مـــاکزیمم $۵\,w/cm^۳$ ایجاد می‌گردد. اگر $\phi = ۲\pi$ باشد (منحنی خـط چـین) تـأخیر زمـانی $۰/۱۱\ \mu s$ و افـزایش مـاکزیمم $۱۵\ w/cm^۳$ اسـت. علت این افزایش نزدیک شدن به قله بهره محیط فعـال اسـت و در $\phi = ۲\pi$ بر مد بعدی منطبق می‌شود که به قله بهره نزدیکتـر است. در شکلهای ۲و۳ تپ خروجی بـه ترتیـب بـرای چگـالی تزریق $\phi = \pi/۸$، $۰/۵W/cm^۲$ و $\phi = \pi/۱۰۰$، $۵K\omega/cm^۲$ رسم شده است. به این ترتیب مشاهده می‌شود، که بـا اعمـال تزریـق خارجی می توان تپ‌های باریک و تیـزی را در فرکـانس مـوج تزریقی داشت، نتایج فوق سازگاری خوبی با نتایج به‌دست آمده قبلی دارد[۱–۸]. یاد آور می‌شود که قله دوم در شکلهای مذکور مربوط بـه دنبالـه نیتـروژن مـی‌باشـد. معـادلات (۸) الـی (۱۲) معادلات کلی حاکم بر یک محیط لیزر با قفـل شـدگی تزریقـی می‌باشند، همانگونه که از نتایج بالا مشاهده می‌شـود، حـل ایـن معادلات در حالـت خـاص بـا داده‌هـای تئـوری وعملـی قبلـی سازگاری خوبی دارد. هم اکنون ما در حال مطالعه و سعی برای حل این معادلات در حالت کلی هستیم، که نتایج به‌دست آمـده در مقالات آتی گزارش خواهد شد.

مراجع

1. R A York, T Itoh, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, **46** (1998) 11.
2. J Mercier, M Mccall, *Opt. Cpommun*. **138 (**1997)200.
3. P W Pace, and J M Crujckshank, *IEEE J. Quant. Elect.*, **16** (1980) 937.
4. J L Lachamber, G Otis, and P Lavigne, *Appl. Opt*., **17** (1978) 1015.
5. Y Braiman, T B Kennedy, K Wissenfeld and A Kibnik, *Phys. Rev*. A **52** (1995) 1500.
6. L Goldberg, H L Taylor, J F Weller, D R Scifres, *Appl. Phys. Lett.* **46**. (1985) 236.
7. J L Lanchamber, P Lavigne, G Otis, M Noel, *IEEE J. Quant. Elect.,* **12 (**1976) 764.
8. H Tashiro, T Shimada, K Toyoda, S Namba, *IEEE J .Quant. Elect* **20** (1984) 159.
9. J Gilbert,J L Lachamre, F Rheault, and R Fortin,*Can.J.Phys*., **50** (1972)2523.

10. A Bahrampour M Mahjoei, *J Light wave technol*, **19**.,8 (2001) 1130.
11. M III Sargent, M O Scully, W E Lamb, *Jr. Laser Physics,* Addison- Wosley (1977).
12. O Svelto, *Principles of Lasers*, Plenum Press (1982).
13. A Yariv, *Quantum Electronics*, New York: Wiley (1989).