

شبیه‌سازی امواج ضربه‌ای مگنتوهیدرودینامیکی (MHD) در پلاسمایی از نوع تنگش Z

ماندان هدایتی^۱، محمد امیر حمزه تفرشی^۲ و محمد لامعی^۲

۱. مرکز تحقیقات فیزیک پلاسما، دانشگاه آزاد جمهوری اسلامی ایران

۲. مرکز تحقیقات گداخت هسته‌ای، سازمان انرژی اتمی ایران

(دریافت مقاله: ۸۲/۱۰/۸ ؛ دریافت نسخه نهایی: ۸۳/۸/۴)

چکیده

استفاده از پدیده تنگش پلاسما در سیستم‌هایی از قبیل تنگش Z و پلاسمای کانونی و ارتباط تنگتنگ آن با امواج ضربه‌ای، مسئله‌ای است که در چند سال اخیر خصوصاً پس از مطرح شدن کاربردهای این سیستمها در گداخت هسته‌ای و موارد دیگر مورد توجه قرار گرفته است. در این مقاله با استفاده از معادلات مگنتوهیدرودینامیک، چگونگی پیدایش و گسترش و نیز تأثیر موج ضربه بر پارامترهای پلاسمای این سیستمها مورد بررسی قرار گرفته است.

واژه‌های کلیدی: پلاسمای کانونی دنا، موج ضربه، تنگش Z، معادلات MHD

۱. مقدمه

تخلیه الکتریکی بین کاتد و آنود می‌باشد که منجر به یونیزه شدن گاز بین الکترودها و تشکیل لایه‌ای از پلاسما می‌گردد. برقرار شدن جریان الکتریکی به نوبه خود باعث پیدایش میدان مغناطیسی، اعمال نیروی لورنتس ($F=q(E+V \times B)$) به پلاسما، رانش پلاسما به سمت محور سیستم، و سپس تراکم پلاسما می‌شود.

طراحی این دستگاهها به گونه‌ای است که جریان الکتریکی در مدت نسبتاً کوتاهی (حدود ۱۰ نانوثانیه) برقرار می‌شود. از طرف پارامترهای دیگر دستگاه به گونه‌ای انتخاب می‌شوند که حداکثر زمان خیزش جریان^۴ در محدوده چند میکروثانیه باشد. زمان کوتاه خیزش جریان به نوبه خود منجر به زمان کوتاه خیزش میدان مغناطیسی می‌شود. به علت سریع بودن خیزش

جمع کردن و فشردن پلاسما با استفاده از پدیده تنگش^۱ یکی از روشهای محصورسازی مغناطیسی است که اساس کار سیستمهای گوناگونی از قبیل تنگش Z^۲ و پلاسمای کانونی^۳ نیز می‌باشد. در این پدیده، پلاسما توسط میدان مغناطیسی محصور شده و شدیداً تحت فشار قرار می‌گیرد. فشار وارده به حدی است که علاوه بر تولید پرتوهای یونی، الکترونی و ایکس نرم و سخت، در صورت وجود پلاسمای مناسب (گاز مناسب) می‌تواند منجر به گداخت هسته‌ای و متعاقباً تولید نوترون نیز گردد. به طور کلی نحوه عملکرد این سیستمها [۱ و ۲] ایجاد

۱. Pinch

۲. Z-Pinch

۳. Plasma focus

۴. Rise time

برای بررسیهای آتی است و در این مقاله در نظر گرفته نشده است.

۲. اساس شبیه سازی مگنتو هیدرودینامیک و موج ضربه

در کل با فرض رسانندگی الکتریکی زیاد، رسانندگی گرمایی ناچیز و چسبندگی^۱ ناچیز (به علت همسانگرد بودن فشار)، پلاسما را می توان به صورت شارهای ایده آل در نظر گرفت [۸]. در این صورت معادلات *MHD* برای شارهای ایده آل می توانند رابطه بین پارامترهای پلاسما را تعریف نماید [۹ و ۱۰]. معادلات مذکور عبارتند از: معادله پیوستگی (۱)، اندازه حرکت (۲)، قانون القای فاراده (۳)، آنتروپی (۴)، و بالاخره معادله عدم وجود تک قطبی مغناطیسی (۵).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{V}) = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left[\frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + (\bar{V} \cdot \nabla) \bar{V} \right] = -\nabla P + \frac{\bar{J} \times \bar{B}}{c} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} = \nabla \times (\bar{V} \times \bar{B}) \quad (3)$$

$$\frac{\partial \left(\frac{P}{\rho^\gamma} \right)}{\partial t} + \bar{V} \cdot \nabla \left(\frac{P}{\rho^\gamma} \right) = 0 \quad (4)$$

$$\nabla \cdot \bar{B} = 0 \quad (5)$$

در روابط فوق $J = (C/4\pi)V \times B$ چگالی جریان، c سرعت سیر نور، ρ چگالی پلاسما، V سرعت شار، B شدت میدان مغناطیسی، و γ نسبت گرماهای ویژه می باشد که با فرض استفاده از گاز دوتریم $1/73$ در نظر گرفته می شود. روابط فوق کلی بوده و برای شرایط خاص مسئله ما نکات زیر باید در نظر گرفته شوند:

الف- با توجه به تقارن استوانه ای مسئله (شکل ۱) طبیعی است که معادلات فوق در دستگاه استوانه ای تعریف شوند.

میدان مغناطیسی، این میدان قابلیت نفوذ در پلاسما را نداشته و باعث ایجاد ناپیوستگی در پارامترهای پلاسما می شود.

ناپیوستگی به وجود آمده، چیزی نیست جز حرکت ناگهانی لایه ای از پلاسما در جهت شعاعی که موجب پیدایش موج ضربه ای در همان جهت (به سمت محور مرکزی سیستم) می شود. موج ضربه چه در حال حرکت به طرف محور و چه در هنگام باز شدن (بر اثر انعکاس) باعث افزایش هرچه بیشتر دما و چگالی پلاسما می گردد [۳]. چگونگی و میزان تأثیر موج ضربه در پارامترهای پلاسما، از جمله مسائل جدیدی است که در سالهای اخیر مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است.

با توجه به نصب و راه اندازی اولین دستگاه پلاسمای کانونی ایران "دنا" (از نوع فیلیپوف) در مرکز تحقیقات گداخت هسته ای سازمان انرژی اتمی ایران [۴]، و نیز با توجه به اهمیت موج ضربه در عملکرد این نوع دستگاهها، از تئوری مگنتو هیدرودینامیک (*MHD*) استفاده نموده و تأثیر موج ضربه [۵ و ۶] بر پارامترهای پلاسما را شبیه سازی کرده ایم.

نظر به این که قسمت اصلی محفظه گاز در دستگاههای پلاسمای کانونی فیلیپوف، به شکل استوانه ای پهن (کم ارتفاع) می باشد، و نیز با توجه به این که در دستگاههای تنگش Z نیز محفظه گاز به صورت استوانه ای می باشد، ما نیز به عنوان اولین مرحله کار، پلاسما را به صورت استوانه ای فرض کرده ایم [۷ و ۳] که خطوط میدان مغناطیسی به صورت دایره هایی در سطح خارجی آن تشکیل شده و پلاسما را به طرف محور استوانه می راند (شکل ۱).

فرض استوانه ای بودن پلاسما ضمن این که باعث ساده تر شدن روابط فیزیکی مسئله می شود، نکات زیر را نیز قابل توجه می نماید.

الف- این مقاله حرکت شعاعی موج ضربه را به طرف محور سیستمهای تنگش Z به صورت نسبتاً کاملی توضیح می دهد. ب- این مقاله حرکت شعاعی موج ضربه به طرف محور سیستمهای پلاسمای کانونی نوع فیلیپوف را تا حدود زیادی توضیح می دهد. ج- مسئله اثرات انعکاس موج ضربه از روی محور، موضوعی

۱. Viscosity



شکل ۱. مدل استفاده شده در این مقاله.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \rho V_r^2 + \frac{P}{\gamma-1} + \frac{B_\theta^2}{4\pi} \right) + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} r V_r \left(\frac{1}{2} \rho V_r^2 + \frac{\gamma P}{\gamma-1} + \frac{B_\theta^2}{4\pi} \right) = 0. \quad (10)$$

در روابط فوق (۷ الی ۱۰) اگر زمان (t) و مکان (r) را شناخته شده قرار دهیم، تعداد معادلات و مجهولات برابر شده و می‌توان مقادیر ρ ، B_θ ، P ، V_r را محاسبه کرد. با استفاده از زبان برنامه‌نویسی فورترن، این معادلات را حل کرده و نمودارهای تغییرات چگالی، میدان مغناطیسی، فشار، و سرعت پلاسما را در زمانها و مکانهای مختلف به دست آوردیم.

در این مقاله پلاسما را به صورت محیطی با شرایط اولیه معلوم بررسی می‌نماییم، به عبارت دیگر با فرض پالسی بودن میدان مغناطیسی یک ناپیوستگی (با دامنه مشخص) به محیط آن اعمال می‌نماییم. معادلات MHD دارای شکل پایسته می‌باشند. با استفاده از مدل عددی *Lax-Wendroff* می‌توان این معادلات را گسسته نمود و شرط پایداری $\Delta t \leq (\Delta r)/V_{max}$ را به دست آورد که در آن Δt بازه زمانی، Δr بازه مکانی، و V_{max} بیشینه سرعت پلاسما می‌باشند [۱۹]. بنابراین الگوریتم برنامه را می‌توان به این صورت بیان نمود. گرفتن شرایط اولیه، محاسبه Δt ، محاسبه پارامترهای پلاسما با استفاده از مدل عددی *Lax-Wendroff*، گرفتن شرایط مرزی، و بالاخره تکرار برنامه به دفعات مورد نیاز. با توجه به تغییرات سریع و ضربه‌ای پارامترهای این مسئله، به منظور جلوگیری از نوسانات عددی ناخواسته ناشی از مدل *Lax-Wendroff* از الگوریتم *Flux*

ب- به طور طبیعی در این مسئله B_z و B_r صفر بوده و صرفاً B_θ را داریم که به علت متقارن بودن، تغییرات آن نسبت به θ صفر است. بنابراین رابطه (۵) در هر حال صادق بوده و استفاده از آن اطلاعات جدیدی به دست نمی‌دهد [۱۱].

ج- در حالت موج ضربه، فرض رسانندگی گرمایی ناچیز صادق بوده و به این ترتیب نمی‌توان از رابطه آنتروپی (رابطه ۴) استفاده کرد [۱۲].

د- رابطه زیر (رابطه پایستگی انرژی) را می‌توان به روابط قبلی اضافه کرد تا به این ترتیب ۴ معادله به دست آوریم [۱۱ و ۱۲].

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \rho V^2 + \frac{P}{\gamma-1} + \frac{B^2}{4\pi} \right) + \nabla \cdot \left[\left(\frac{1}{2} \rho V^2 + \frac{\gamma P}{\gamma-1} \right) \bar{V} + \frac{1}{4\pi} \bar{B} \times (\bar{V} \times \bar{B}) \right] = 0. \quad (6)$$

با توجه به این که موج ضربه در اثر تغییرات ناگهانی نیروی شعاعی وارد بر پلاسما (نیروی لورنتس) به وجود می‌آید، بنابراین طبیعی است که فرض کنیم که موج ضربه صرفاً در راستای شعاعی و به سمت محور استوانه حرکت می‌کند. به این ترتیب هم عمده فیزیک مسئله را مطرح کرده‌ایم و هم با توجه به نکات زیر می‌توانیم معادلات را به صورت ساده‌تری بیان نماییم. الف- سرعت زاویه ای (V_θ) و محوری (V_z) لایه پلاسما صفر در نظر گرفته می‌شوند.

ب- مولفه‌های B_r و B_z صفر می‌شوند و تنها مولفه B_θ باقی می‌ماند. پس از اعمال شرایط فوق، معادلات MHD به صورت زیر در می‌آیند که در آنها معادله (۷) معادله پیوستگی، (۸) معادله اندازه حرکت، (۹) قانون القای فارادی و (۱۰) پایستگی انرژی می‌باشند.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \rho V_r) = 0. \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho V_r + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} r \left(\rho V_r^2 + P + \frac{B_\theta^2}{4\pi} \right) = 0. \quad (8)$$

$$\frac{\partial \bar{B}_\theta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} V_r B_\theta = 0. \quad (9)$$

Corrected Transport) FCT نیز استفاده شده است [۱۳].

چند نکته قابل توجه:

الف- فرض شده است که در لحظه شروع ($t=0$)، در روی سطح جانبی استوانه‌ای از پلاسما به شعاع ۲۵ سانتیمتر (برابر شعاع آند دستگاه دنا) میدان مغناطیسی به صورتی ناگهانی افزایش می‌یابد. این افزایش به نوبه خود باعث بروز ناپیوستگی در سایر پارامترهای پلاسما (چگالی، فشار و دما) شده و به این ترتیب موجی ضربه‌ای به وجود می‌آید که در جهت شعاعی به سمت محور سیستم پیش می‌رود (به صفحه ۱۵۳ مرجع ۳ نیز رجوع شود). نمودارهای a از شکل‌های ۲ تا ۵ دامنه میدان مغناطیسی و سایر پارامترهای پلاسما را به صورت تابعی از مکان در لحظه صفر نشان می‌دهند.

ب- به عنوان شرایط اولیه (قبل از ایجاد ناپیوستگی) فرض کرده‌ایم که سرعت اولیه ذرات پلاسما صفر می‌باشد، ضمن آن که مقادیر اولیه چگالی، فشار، و میدان مغناطیسی را نیز با توجه به مقادیر تجربی دستگاه دنا در هنگام استفاده از گاز دوتریوم انتخاب کرده‌ایم که به ترتیب برابرند با $10^{-5} \times 8/72$ کیلوگرم بر متر مکعب، ۱۰۶ پاسکال، و ۰/۰۲۶ تسلا.

ج- با توجه به شرایط تجربی در دستگاه دنا میزان ناپیوستگی میدان مغناطیسی را ۱۴ برابر (این مقدار با مقدار مشابه در مرجع [۱۴] نیز کاملاً همخوانی دارد) و چگالی را با توجه به شرایط مشابه با مرجع [۱۴]، از آن مرجع گرفته و ۸ برابر فرض کرده‌ایم. به این ترتیب مقادیر ثانویه (بلافاصله بعد از ایجاد ناپیوستگی) میدان مغناطیسی (B)، و چگالی پلاسما (P) برابر ۰/۳۶ تسلا و 7×10^{-4} کیلوگرم بر متر مکعب می‌شود.

د- با فرض بی دررو بودن فرآیند ایجاد ناپیوستگی (قبل از ایجاد موج ضربه) از رابطه $(P/\rho^2) = Const$ و نیز مشخص بودن مقادیر اولیه و ثانویه چگالی، مقدار فشار ثانویه (P) نیز برابر ۳۷۱۰ پاسکال می‌گردد.

ه- از سرعت موج آلفن $(V^2 = B^2 / 4\pi\rho)$ که مهمترین موج منتج از حضور میدان مغناطیسی در پلاسما است [۱۵] به عنوان (V) استفاده کرده و مقدار آن را برابر ۱/۲ سانتیمتر بر

میکروثانیه به دست آوردیم.

ز- استفاده از فشار و چگالی اولیه و نیز معادله حالت گاز کامل $P=nKT$ مقدار T را نیز برابر ۱۳۱۷ درجه کلوین به دست می‌دهد. در این رابطه K ثابت بولتزمن و n تعداد ذرات در واحد حجم می‌باشند [۱۶].

ح- بر اساس روابط رنگین هوگونی [۱۷]، و با استفاده از روابط (۷) و (۹)، و نیز شرط پیوسته بودن مختصات مکانی، می‌توان ثابت نمود که در حین انتشار موج ضربه، چگونگی تحول چگالی پلاسما مشابه تحولات میدان مغناطیسی می‌باشد.

۳. بررسی نتایج

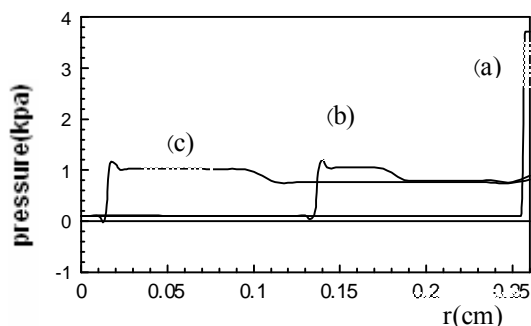
شکل‌های ۲ تا ۵ نشان می‌دهند که چگونه ناپیوستگی، در لحظه صفر و در فاصله ۲۵ سانتیمتری از محور سیستم بروز کرده و موج ضربه شکل می‌گیرد. در این شکل‌ها دامنه پارامترهای پلاسما در فواصل گوناگون از مرکز استوانه در زمانهای صفر، ۲/۶ و ۵/۲ میکروثانیه نشان داده شده‌اند. سه نکته زیر نیز قابل توجه می‌باشند:

الف- شکل‌های ۲ تا ۵ نشان می‌دهند که فرض عدم وجود چسبندگی و مقاومت الکتریکی ناچیز در معادلات *MHD* باعث کاهش شدید اتلاف انرژی ثابت بودن دامنه موج ضربه‌ای می‌شود.

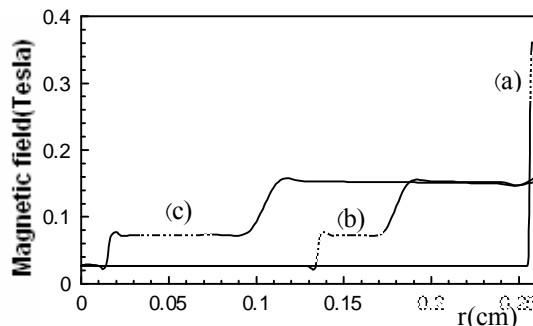
ب- در بررسی ناپیوستگی در محیط پلاسما با استفاده از معادلات *MHD*، دو نوع ناپیوستگی مماسی (*Tangential Discontinuity*) و موج ضربه مشاهده خواهند شد [۱۸].

باتوجه به تعریف این ناپیوستگیها [۱۸] می‌توان آنها را در نمودارهای این بررسی نیز مشاهده کرد. طبق شکل‌های ۲، ۳ و ۵، در حالی که موج ضربه با سرعت ۴/۶ سانتیمتر بر میکروثانیه پیش می‌رود، سرعت حرکت ناپیوستگی مماسی در حدود ۲/۹ سانتیمتر بر میکروثانیه می‌باشد. بد نیست به این نکته نیز اشاره شود که به‌طور تجربی سرعت حرکت لایه پلاسما در سیستم دنا حدود ۳ سانتیمتر بر میکرو ثانیه می‌باشد.

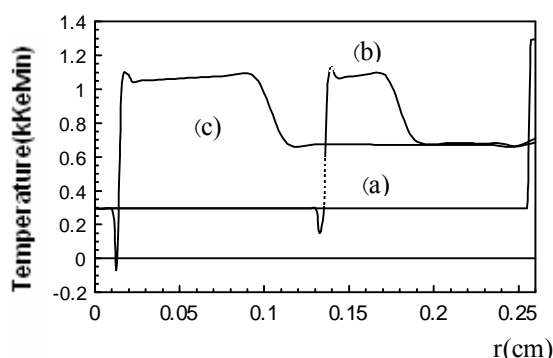
ج- همان‌طور که شکل‌های ۲ تا ۵ نشان می‌دهند در ناحیه جلویی موج ضربه افزایش و کاهش شدیدی وجود دارد که به



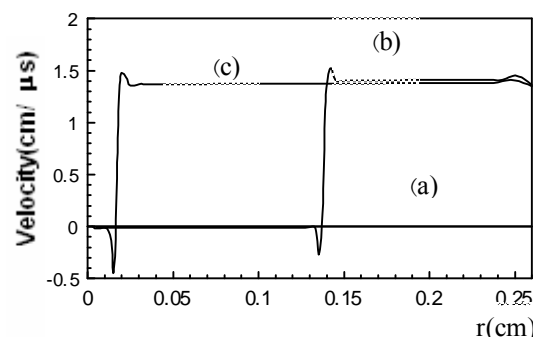
شکل ۳. تغییرات فشار به صورت تابعی از فاصله تا محور سیستم



شکل ۲. نمودار مربوط به میدان مغناطیسی را در لحظه شروع (a) و ۲/۶ میکرو ثانیه (b) و نیز ۵/۲ میکروثانیه (c) نمایش می‌دهد. ناپوستگیهای موجود در شکل موج ضربه و ناپوستگی تماسی می‌باشند.



شکل ۵. این شکل دما را در فواصل مختلف از محور سیستم نمایش می‌دهد که چگونه با عبور موج ضربه، دمای محیط افزایش می‌یابد.



شکل ۴. سرعت ذرات به طرف محور سیستم.

حرکت موج ضربه می‌باشد که در مسئله ما حدود ۴/۶ سانتیمتر بر میکرو ثانیه است.

شکل ۵، تغییرات دما را نشان می‌دهد که قبل از عبور موج ضربه ۳۰۰ درجه کلوین بوده ولی پس از آن به حدود ۱۰۰۰ درجه کلوین افزایش می‌یابد. اندکی بعد همزمان با افزایش میدان مغناطیسی (ناشی از ناپوستگی مماسی)، دمای پلازما نیز کاهش یافته و به حدود ۷۰۰ درجه کلوین می‌رسد.

۴. نتیجه‌گیری

با استفاده از راهکارهای فوق می‌توان تحولات ناشی از تغییر سریع میدان مغناطیسی و متعاقب آن پیدایش موج ضربه در سیستمهای تنگش Z و پلاسمای کانونی را پیش‌بینی نمود. طبق بررسی انجام شده موج ضربه باعث افزایش سرعت، فشار، و

صورت قله‌های تیز مثبت و منفی دیده می‌شوند. پیدایش این قله‌ها پدیده‌ای شناخته شده است که ریشه آن تقریبهای به‌کار گرفته شده در مدل عددی می‌باشد [۱۹].

شکل ۲ نشان می‌دهد که بلافاصله پس از عبور موج ضربه از یک نقطه، دامنه میدان مغناطیسی در آن نقطه از ۰/۲۶ تسلا به حدود ۰/۸ تسلا رسیده و لحظاتی پس از آن به حدود ۰/۱۶ تسلا می‌رسد. شکل ۳ نشان می‌دهد که قبل از عبور موج ضربه، فشار در هر نقطه از پلازما حدود ۱۰۶ پاسکال می‌باشد که پس از عبور موج به حدود ۱۰۰۰ پاسکال می‌رسد.

طبق شکل ۴ قبل از رسیدن موج ضربه، سرعت ذرات پلازما صفر بوده ولی پس از عبور موج ضربه در حدود ۱/۴ سانتیمتر بر میکرو ثانیه می‌شود. بد نیست به این نکته نیز اشاره شود که سرعت حرکت ذرات پلازما، جدای از سرعت

نیز دمای پلاسما می‌شود. در این بررسی تأثیر موج ضربه در پارامترهای پلاسمائی استوانه‌ای شکل با استفاده از شرایط اولیه حاکم در دستگاه پلاسمای کانونی دنا و معادلات *MHD*، شبیه‌سازی شده است. نتایج به دست آمده همخوانی خوبی با نتایج به دست آمده با استفاده از معادلات کامل *MHD* و روش عددی *CIP* نیز دارند [۲۳]. پاره ای از نتایج عبارتند از:

- پس از عبور موج ضربه از یک نقطه پلاسما، دامنه میدان مغناطیسی در آن نقطه ابتدا حدود ۳ و لحظاتی پس از آن حدود ۶ برابر می‌شود.

- موج ضربه با سرعت ۴/۶ سانتیمتر بر میکروثانیه به طرف محور سیستم پیش می‌رود.

- پس از عبور موج ضربه از هر نقطه فشار آن نقطه حدوداً ۹ برابر افزایش می‌یابد.

- قبل از رسیدن موج ضربه، سرعت ذرات پلاسما صفر بوده ولی پس از عبور موج ضربه در حدود ۱/۴ سانتیمتر بر میکروثانیه می‌شود.

- پس از عبور موج ضربه دما حدوداً ۳ برابر شده و لحظاتی بعد کاهش یافته و حدوداً ۲ برابر می‌شود.

- در این بررسی اثر موج ضربه انعکاس یافته از روی محور در نظر گرفته نشده است، بنابراین می‌توان پیش‌بینی کرد که در

مراجع

۱. محمد امیر حمزه تفرشی والهام سعید زاده، ششمین گردهمایی فیزیکدانان و متخصصین هسته‌ای کشور، گرگان، اسفند (۱۳۷۸).
۲. W Kies, *Plasma Physics & Controlled Fusion*, **28**, 11 (1986) 1645-1657.
۳. کاشیرو نیو، گداخت هسته‌ای، ترجمه رضا امرالهی و حبیب... مینو، انتشارات سازمان انرژی ایران (۱۳۷۴).
۴. M A Tafreshi, et al., *Nukleonika*, **46** (2001) S85-S87.
۵. ماندان هدایتی، محمد رضا ابوالحسنی و محمود قرآن نویس، کنفرانس فیزیک ایران شهریور (۱۳۷۹).
۶. N V Filippov et al., *Czechoslovak J. of Physics*, **50** 52 (2000).
۷. R Deutch and W Kies, *Plasma Physic in Theory and Application*, **30**, 3 (1988) 263 -276.

عمل به علت وجود موج انعکاس یافته از روی محور، مقادیر سرعت، فشار و دما بیشتر از مقادیر به دست آمده می‌شوند.

- و بالاخره آن که جوابهای به دست آمده طبیعتاً تابعی از شرایط اولیه مسئله می‌باشند از جمله این که در این حالت میدان مغناطیسی به صورت یک تک پالس در نظر گرفته شده است و حال آن که در عمل این میدان پیوسته بوده و نتیجتاً مؤثرتر است. به هر حال این نکته قابل تعمق است که در فاصله زمانی خاصی، دمای پلاسما در ناحیه اطراف محور افزایش می‌یابد. با توجه به محدودیت زمانی و مکانی این ناحیه، طبیعی است که سیستمهای تنگش *Z* و پلاسمای کانونی به نحوی طراحی شوند که حداکثر استفاده از پدیده موج ضربه صورت گرفته و عمل تنگش در هنگام گرم بودن پلاسما صورت گیرد.

تشکر و قدردانی

مؤلفین لازم می‌دانند که از مشاوره و راهنماییهای علمی آقای دکتر حسین حکیمی پژوه سپاسگزاری نمایند. همچنین از آقایان مجید معمارزاده و ساکو آوکیان نیز جهت کمک در مراحل مختلف انجام کار تشکر و قدردانی به عمل می‌آوریم.

8. Jeffrey P Freidberg, *Ideal Magnetohydrodynamic*, Plenum Press, New York and London (1987).
9. Kantorowitz and Petschek, *Plasma Physics in Theory and Application*, , Mc Graw Hill (1966).
10. K Bergman, R Lebert, *J Phys. D:Appl. Phys.* **28** (1995) 1579-1587.
11. John D Jackson, *Classical Electrodynamics* 3rd edition, John Wiley & sons (1998).
12. L D Landau & E M Lifshitz, *Fluid Mechanics* 2nd ed. Pergamon Press (1987).
13. J P Boris & D. L. Book. *Journal of computational physics* **II**, (1973) 3869.
14. K T Lee, S H Kim, D Kim and T N Lee, *Numerical study on dynamics of Z-pinch plasma* **3** (4) (1996).
15. *Plasma Physics, an introductory course*, edited by Richard Dendy, Cambridge University (1993).
16. Francis F Chen, *Introduction to plasma physics and controlled fusion*, 2nd ed. New York, Plenum Press, (1984).

Courant Institute of Mathematical science, New York University (1977).

21. www.extra.rdg.ac.uk/Maths/research/publications/Mse_dissertations/J_Hudson_a.ps (d,e,g.ps) University of Reading UK.

22. www.extra.rdg.ac.uk/Acadepts/sm/wsm1/research/the_ses/J_Hudson/chapter2,3.ps.

23. Ishizaki Ryuichi, Nakajima Noriyoshi, etal, *J. Plasma Fusion Res. Series*, **2** (1999) 274-277.

17. Bishwanath Chakraborty, *Principles of plasma mechanics*, 2nd ed., Wily Eastern, New Delhi, (1990) 182.

18. L D Landau, E M Lifshitz, *Electrodynamics of continuous media*, 2nd edition, Pergamon press (1984).

19. David potter, *Computational Physics*, a Wiley Interscience Publication. John Wiley & Sons (1973).

20. G A Sod , *J. Fluid Mech.* **83** part 4 pp.785-794,