

$$\gamma_n(t) = i \int_{\bar{R}(t)}^{\bar{R}(t)} \langle \varphi_n(t) | \bar{\nabla}_R | \varphi_n(t) \rangle d\bar{R}$$

وجود دارد، که در آن $E_n(t)$ ، $\langle \varphi_n(t) |$ و $\bar{R}(t)$ ، به ترتیب عبارتند از ویژه مقدار لحظه‌ای n ام، ویژه بردار لحظه‌ای n ام هامیلتونی، و مجموعه پارامترهای لحظه‌ای موجود در هامیلتونی سیستم. به عبارت ریاضی، طی تحول بی دررو داریم:

$$|\Psi(0)\rangle = |\varphi_n(0)\rangle \rightarrow |\Psi(t)\rangle = e^{i(\gamma_n(t) + \delta_n(t))} |\varphi_n(t)\rangle.$$

فاز هندسی یا فاز هولونومیک، نسبت به تغییرات کوچک پارامترهای وابسته به زمان هامیلتونی حساس نیست، و فقط به هندسه مسیر بسته حرکت سیستم در فضای پارامتر $\bar{R}(t)$ متناظر با سیستم بستگی دارد، و وجه تسمیه آن به همین دلیل است. کنترل فاز هندسی، لازم می‌دارد که تحول زمانی سیستم، بی دررو بوده و ترجیحاً آن ویژه بردار لحظه‌ای را دنبال کند که با ویژه مقدار صفر متناظر است. بدین ترتیب فاز دینامیکی که کنترل آن بسیار مشکل است، خودبه‌خود حذف می‌شود. ویژه بردارهای

با افزایش علاقه نسبت به تحقیق در شاخه محاسبات کوانتومی، طراحی درگاه‌های مؤثر و بدون حساسیت زیاد در سیستمهای فیزیکی، اهمیت روز افزون پیدا می‌کند. در این مقاله، با استفاده از تحول بی دررو و روش گذار بی درروی تحریکی رامان [۱]، یک درگاه دوران طراحی می‌کنیم که در آن، زاویه دوران، ماهیت هندسی دارد. بر طبق قضیه بی‌دررو [۲]، وقتی یک سیستم کوانتومی با هامیلتونی مفروض $H(t)$ ، تغییرات زمانی بی دررو دارد و تحول زمانی سیستم از ویژه حالت n ام هامیلتونی شروع می‌شود، آنگاه بردار حالت این سیستم همواره در لحظات بعدی، همان ویژه حالت n ام را دنبال خواهد کرد ولی حالت سیستم ممکن است یک ضریب فاز اضافی به دست آورد. در سال ۱۹۸۴، بری [۳] نشان داد که علاوه

بر فاز دینامیکی $\delta_n(t) = \frac{-1}{\hbar} \int_{t_0}^t E_n(t) dt$ ، یک فاز هندسی

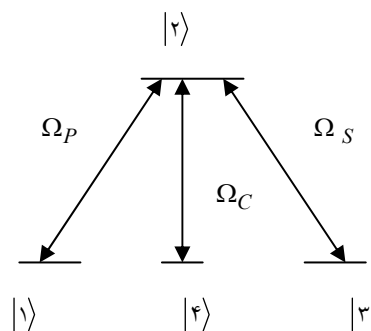
هندسی ندارد و به نسبت دامنه پالس‌های لیزری و فاز اولیه لیزرها بستگی دارد. طراحی درگاه‌های تک کیوبیتی^۴ فاز و هادامارد^۵ و دو کیوبیتی فاز بر اساس فاز هندسی و روش گذار بی دررو سه پایه در مرجع [۸] پیشنهاد شده است، ولی در طرح آنها از پالس‌های لیزری متفاوت که تأخیر زمانی نسبتاً زیادی دارند استفاده شده است. بدیهی است که هر قدر طول زمانی پالس‌ها یا به عبارتی زمان انجام عمل درگاه زیاد شود، خطای درگاه به دلیل افزایش اثرات ناهمدوسی افزایش می‌یابد.

ما در اینجا نشان خواهیم داد که با اعمال پالس‌های متوالی پمپ، استوکس^۶ و کنترل^۷، روش گذار بی دررو سه پایه ما را قادر می‌سازد علاوه بر تشکیل یک برهم نهی همدوس از حالت‌های $|1\rangle$ و $|3\rangle$ ، درگاه دوران در زیر فضای $|1\rangle$ و $|3\rangle$ ایجاد کنیم (شکل ۱).

شکل ۱، الگوی جفت شدگی سیستم چهار ترازوی مورد نظر را نشان می‌دهد که در آن، حالت‌های $\{|1\rangle, |3\rangle, |4\rangle\}$ توسط سه پالس لیزری پمپ، کنترل، و استوکس به حالت $|2\rangle$ جفت شده‌اند. در عمل می‌توان این حالت‌ها را متناظر با زیر ترازهای زمین $|J, M\rangle$ در نظر گرفت، طوری که حالت‌های اتمی به صورت $|1, 0\rangle \equiv |1, 0\rangle$ ، $|2, 0\rangle \equiv |1, 1\rangle$ ، $|3, 0\rangle \equiv |1, 1\rangle$ ، $|4, 0\rangle \equiv |1, 0\rangle$ خواهد بود. در این صورت قطبش لیزرهای پمپ، کنترل، و استوکس به ترتیب به صورت σ^+ و π و σ^- خواهد بود. هامیلتونی مؤثر سیستم در تقریب موج چرخان^۸ و در حالت تشدید، بر اساس الگوی جفت شدگی شکل ۱، به صورت زیر نوشته می‌شود [۴]

$$H^{eff} = \begin{bmatrix} \cdot & \Omega_p(t) & \cdot & \cdot \\ \Omega_p(t) & \cdot & \Omega_s(t) & \Omega_c(t) \\ \cdot & \Omega_s(t) & \cdot & \cdot \\ \cdot & \Omega_c(t) & \cdot & \cdot \end{bmatrix}, \quad (1)$$

که در این رابطه، $\Omega_i(t) = -\mu \varepsilon_i(t)$ و $i = 1, 2, 3$ بسامد رابی



شکل ۱. الگوی جفت شدگی روش گذار بی دررو سه پایه که در آن، پالس لیزری کنترل، حالت‌های $|2\rangle$ و $|4\rangle$ ، پالس پمپ، حالت‌های $|1\rangle$ و $|2\rangle$ ، و پالس استوکس، حالت‌های $|2\rangle$ و $|3\rangle$ را به هم جفت می‌کند.

لحظه‌ای هامیلتونی سیستم که متناظر با ویژه مقدار صفراند و معمولاً مولفه‌ای از ترازهای برانگیخته سیستم ندارند، اصطلاحاً حالت‌های تاریک^۱ سیستم نامیده می‌شوند، و به دلیل متناظر بودن با فاز دینامیکی صفر و عدم وجود گسیل خودبه‌خودی، اهمیت زیادی در طراحی درگاه‌های کوانتومی دارند.

روش گذار بی درروی رامان تحریکی سه پایه^۲ که ابتدا توسط اونانیان و همکارانش ارائه شد [۴]، نوع دیگری از روش گذار بی درروی تحریکی رامان است که با استفاده از آن، می‌توان در یک اتم چهار ترازوی با سه تراز پایه تبهگن و سه پالس لیزری که این ترازها را به هم جفت می‌کنند، یک برهم نهی از حالت‌های پایه را به وجود آورد. اونانیان در مرجع [۵] طبق همین روش و با ترتیب پالس‌های متفاوت از آنچه که در مقاله حاضر پیشنهاد شده، برای طراحی درگاه فاز (با ماهیت هندسی) دو کیوبیتی استفاده کرده است.

مزیت روش گذار بی دررو، این است که نسبت به افت و خیز پارامترهای وابسته به زمان هامیلتونی مثل مساحت پالس‌ها یا نامیزانی بسامد لیزرها، حساسیت زیادی ندارد و حالت نهایی سیستم کوانتومی تحت تأثیر این افت و خیزها قرار نمی‌گیرد. در طرحواره مراجع [۶ و ۷] با روش گذار بی دررو سه پایه، ساخت درگاه دوران^۳ پیشنهاد شده است، ولی در طرح آنها، زاویه دوران ماهیت

۴. Quantum bit

۵. Hadmard gate

۶. Stokes pulse

۷. Control pulse

۸. Rotating wave approximation

۱. Dark state

۲. Tripod Stimulated Raman Adiabatic Passage

۳. Rotation gate

از این رو هامیلتونی بی دررو در پایه ویژه بردارهای هامیلتونی مؤثر به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$H^{ad} = T^+ H^{eff} T - iT^+ \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$= \begin{bmatrix} \cdot & -i\dot{\vartheta} \sin \phi(t) & -\frac{i}{\sqrt{2}} \dot{\vartheta} \cos \phi(t) & -\frac{i}{\sqrt{2}} \dot{\vartheta} \cos \phi(t) \\ i\dot{\vartheta} \sin \phi(t) & \cdot & \frac{i}{\sqrt{2}} \dot{\phi} & \frac{i}{\sqrt{2}} \dot{\phi} \\ \frac{i}{\sqrt{2}} \dot{\vartheta} \cos \phi(t) & -\frac{i}{\sqrt{2}} \dot{\phi} & \frac{1}{2} \Omega(t) & \cdot \\ \frac{i}{\sqrt{2}} \dot{\vartheta} \cos \phi(t) & -\frac{i}{\sqrt{2}} \dot{\phi} & \cdot & -\frac{1}{2} \Omega(t) \end{bmatrix} \quad (6)$$

که در آن

$$\Omega(t) = \sqrt{\Omega_p^2(t) + \Omega_s^2(t) + \Omega_c^2(t)}, \quad (7)$$

می‌باشد.

دینامیک متناظر با هامیلتونی بی دررو از معادله شرودینگر

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\Phi(t)\rangle = H^{ad}(t) |\Phi(t)\rangle, \quad (8)$$

تبعیت می‌کند که در اینجا، ارتباط بردار حالت $|\Phi(t)\rangle$ و $|\Psi(t)\rangle$ با تبدیل یکانی $T(t)$ به دست می‌آید:

$$|\Psi(t)\rangle = T(t) |\Phi(t)\rangle \quad (9)$$

در تقریب بی دررو، فرض می‌کنیم زوایای $\vartheta(t)$ و $\phi(t)$ نسبت به زمان به کندی تغییر کند. تحت این شرایط جفت شدگی حالت‌های $|\varphi_1(t)\rangle$ یا $|\varphi_2(t)\rangle$ با حالت‌های $|\varphi_3(t)\rangle$ و $|\varphi_4(t)\rangle$ قابل چشمپوشی خواهد بود. پس هامیلتونی بی دررو را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$H^{ad} = \begin{bmatrix} \cdot & -i\dot{\vartheta} \sin \phi(t) & \cdot & \cdot \\ i\dot{\vartheta} \sin \phi(t) & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \frac{1}{2} \Omega(t) & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & -\frac{1}{2} \Omega(t) \end{bmatrix} \quad (10)$$

که عملگر تحول زمانی متناظر با آن، چنین است:

$$U^{ad}(t, t_i) = e^{-i \int_{t_i}^t H^{ad}(t') dt'}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \gamma(t) & -\sin \gamma(t) & \cdot & \cdot \\ \sin \gamma(t) & \cos \gamma(t) & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & e^{-i\delta(t)} & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & e^{i\delta(t)} \end{bmatrix} \quad (11)$$

پالس‌های لیزری می‌باشند. μ ممان دو قطبی گذار اتمی متناظر و ε دامنه میدان الکتریکی پالس لیزری است. تحول زمانی سیستم، از معادله شرودینگر وابسته به زمان $i \frac{\partial}{\partial t} |\Psi(t)\rangle = H^{eff}(t) |\Psi(t)\rangle$ تبعیت می‌کند، که در آن ($\hbar = 1$) فرض شده است.

مرحله بعدی، یافتن حالت‌های تاریخ هامیلتونی مؤثر می‌باشد که مولفه‌ای از حالت برانگیخته $|2\rangle$ ندارند. چون در تحول بی دررو، دینامیک سیستم به‌طور همزمان دو حالت تاریخ تبهگن را دنبال می‌کند، ترجیح می‌دهیم عملگر تحول زمانی را با استفاده از تقریب بی دررو محاسبه کنیم. حالت‌های تاریخ عبارتند از:

$$|\varphi_1(t)\rangle = \begin{bmatrix} \sin \vartheta(t) \sin \phi(t) \\ \cdot \\ \cos \vartheta(t) \sin \phi(t) \\ -\cos \phi(t) \end{bmatrix}, \quad |\varphi_2(t)\rangle = \begin{bmatrix} \cos \vartheta(t) \\ \cdot \\ -\sin \vartheta(t) \\ \cdot \end{bmatrix}, \quad (2)$$

و دو ویژه بردار دیگر هامیلتونی مؤثر عبارتند از:

$$|\varphi_3(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \sin \vartheta(t) \cos \phi(t) \\ \cdot \\ \cos \vartheta(t) \cos \phi(t) \\ \sin \phi(t) \end{bmatrix}, \quad |\varphi_4(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \sin \vartheta(t) \cos \phi(t) \\ -\cdot \\ \cos \vartheta(t) \cos \phi(t) \\ \sin \phi(t) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

که در آن

$$\tan \phi(t) = \frac{\Omega_c(t)}{\sqrt{\Omega_p^2 + \Omega_s^2}}, \quad \tan \vartheta(t) = \frac{\Omega_p(t)}{\Omega_s(t)}, \quad (4)$$

می‌باشد.

از کنار هم قرار دادن ویژه بردارهای هامیلتونی مؤثر، تبدیل یکانی زیر به دست می‌آید که هامیلتونی مؤثر را قطری می‌کند:

$$T(t) = \begin{bmatrix} \cos \vartheta(t) & \sin \vartheta(t) \sin \phi(t) & \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \vartheta(t) \cos \phi(t) & \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \vartheta(t) \cos \phi(t) \\ \cdot & \cdot & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\sin \vartheta(t) & \sin \phi(t) \cos \vartheta(t) & \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \vartheta(t) \cos \phi(t) & \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \vartheta(t) \cos \phi(t) \\ \cdot & -\cos \phi(t) & \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \phi(t) & \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \phi(t) \end{bmatrix} \quad (5)$$

که یک درگاه تک کیو-بیتی دوران است.

با شروع از حالت اولیه $|3\rangle$ ، حالت نهایی سیستم به صورت یک برهم نهی هم‌دوس از حالت‌های $|1\rangle$ و $|3\rangle$ خواهد بود:

$$|\Psi(t_f)\rangle = -\sin \gamma(t_f)|1\rangle + \cos \gamma(t_f)|3\rangle \quad (19)$$

که در آن، فاز هندسی $\gamma(t_f)$ به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\gamma(t_f) = \int_{t_i}^{t_f} dt' \dot{\vartheta}(t') \sin \phi(t') \quad (20)$$

$$= \oint_c \sin \phi \cdot d\vartheta$$

$$= \oint_c \frac{\Omega_c(\Omega_s d\Omega_p - \Omega_p d\Omega_s)}{(\Omega_p^2 + \Omega_s^2) \sqrt{\Omega_p^2 + \Omega_s^2 + \Omega_c^2}},$$

که در آن، C مسیریسته‌ای است که سیستم مورد نظر در فضای سه پارامتر $\Omega_p, \Omega_s, \Omega_c$ دنبال می‌کند. مسیر این سیستم در این فضا از نقطه $\Omega_p = \Omega_s = \Omega_c = 0$ شروع می‌شود و در همین نقطه پایان می‌یابد.

برای ایجاد درگاه دوران، فرکانس‌های رابی وابسته به زمان گوسی را که شرایط (۱۵) را ارضا بکنند، به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\Omega_p(t) = P_0 e^{-(t/T)^2},$$

$$\Omega_s(t) = S_0 e^{-(t/\tau T)^2},$$

$$\Omega_c(t) = C_0 e^{-[(t-\tau)/(4T)]^2}, \quad (21)$$

که در روابط بالا، T پهنای پالس‌ها را نشان می‌دهد. در حالت کلی $\gamma(t_f)$ ، به سه پارامتر نسبت بیشینه فرکانس‌های رابی P_0/S_0 و C_0/S_0 و نیز تأخیر زمانی میان پالس کنترل و دو پالس دیگر بستگی دارد. شکل (۲) نشان می‌دهد که در شرایط $\tau = 0$ جمعیت

نهایی سیستم در حالت اولیه $|1\rangle$ باقی می‌ماند ($\gamma(t_f) = 0$).

برای انتقال جمعیت به یک برهم نهی از حالت‌های $|1\rangle$ و $|3\rangle$ در انتهای تحول زمانی سیستم، باید یک تأخیر زمانی بین پالس‌ها داشته باشیم، که شکل (۳) نشانگر این امر می‌باشد.

همان‌طور که در بخش‌های قبلی گفته شد، در گذار بی در رو تراز میانی $|2\rangle$ جمعیت دار نمی‌شود و بنابراین احتمال گسیل خود به خودی از این تراز نیز بسیار کم خواهد بود (شکل ۲ و ۳). اما اگر نرخ گسیل خود به خودی در مقایسه با بسامدهای

می‌باشد که در آن $\delta(t) = \frac{1}{\gamma} \int_{t_i}^t \Omega(t') dt'$ ، فاز دینامیکی، و

$\gamma(t)$ ، فاز هندسی است:

$$\gamma(t) = \int_{t_i}^t dt' \dot{\vartheta}(t') \sin \phi(t') \quad (12)$$

با استفاده از رابطه $|\Phi(t)\rangle = U^{ad}(t, t_i) |\Phi(t_i)\rangle$ ، معادله (۹) منجر به رابطه زیر می‌شود:

$$|\Psi(t)\rangle = T(t) U^{ad}(t, t_i) T^+(t_i) |\Psi(t_i)\rangle \\ = U^{eff}(t, t_i) |\Psi(t_i)\rangle \quad (13)$$

که در آن، عملگر تحول زمانی مؤثر به صورت زیر تعریف شده است:

$$U^{eff}(t, t_i) = T(t) U^{ad}(t, t_i) T^+(t_i). \quad (14)$$

در این بخش از روش گذار بی درروی سه پایه برای ساختن درگاه دوران تک کیو-بیتی در یک اتم چهار تراز استفاده می‌کنیم. تغییرات زمانی پالس‌ها را طوری انتخاب می‌کنیم که:

$$\vartheta(t_i) = \vartheta(t_f) = 0, \quad \phi(t_i) = \phi(t_f) = \frac{\pi}{4}, \quad (15)$$

که در این صورت عملگر تحول زمانی به صورت زیر در می‌آید:

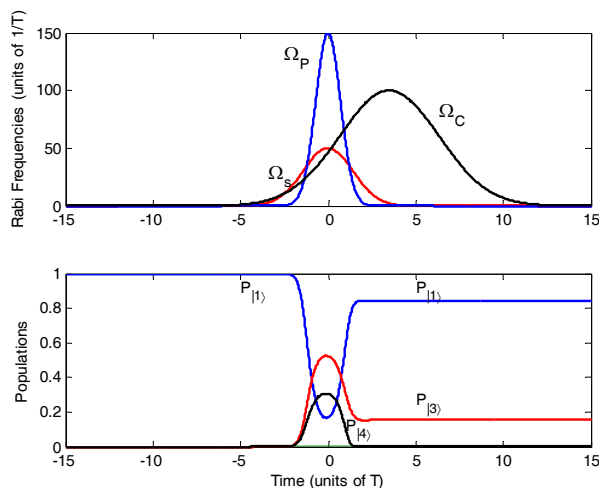
$$U^{eff}(t_f, t_i) = \begin{bmatrix} \cos \gamma(t_f) & 0 & -\sin \gamma(t_f) & 0 \\ 0 & \cos \delta(t_f) & 0 & -i \sin \delta(t_f) \\ \sin \gamma(t_f) & 0 & \cos \gamma(t_f) & 0 \\ 0 & -i \sin \delta(t_f) & 0 & \cos \delta(t_f) \end{bmatrix} \quad (16)$$

نمایش ماتریسی $U^{eff}(t_f, t_i)$ نشانگر این است که حالت‌های $|1\rangle, |3\rangle$ در حین تحول زمانی به حالت‌های $|2\rangle, |4\rangle$ جفت نمی‌شوند. بنابراین اگر حالت اولیه سیستم $|\Psi(t_i)\rangle = |1\rangle$ باشد، بردار حالت آن بعد از تحول زمانی به صورت زیر در می‌آید:

$$|\Psi(t_f)\rangle = U^{eff}(t_f, t_i) |1\rangle = U_f |1\rangle \quad (17)$$

که U_f عملگر تحول زمانی سیستم در زیر فضای $|1\rangle, |3\rangle$ می‌باشد:

$$U_f = \begin{bmatrix} \cos \gamma(t_f) & -\sin \gamma(t_f) \\ \sin \gamma(t_f) & \cos \gamma(t_f) \end{bmatrix}, \quad (18)$$



شکل ۳. پالس‌های متوالی کنترل، استوکس، و پمپ که از شرط (۱۵) تبعیت می‌کنند (شکل بالا)، و همچنین جمعیت وابسته به زمان که برای پارامترهای $\tau = 3.5T$ ، $P_s = 150T^{-1}$ ، $C_s = 100T^{-1}$ و $S_s = 50T^{-1}$ رسم شده است (شکل پایین). مشاهده می‌کنیم که در نتیجه عمل درگاه دوران، جمعیت سیستم از حالت اولیه $|1\rangle$ به یک برهم نهی از حالت‌های $|1\rangle$ و $|3\rangle$ انتقال می‌یابد.

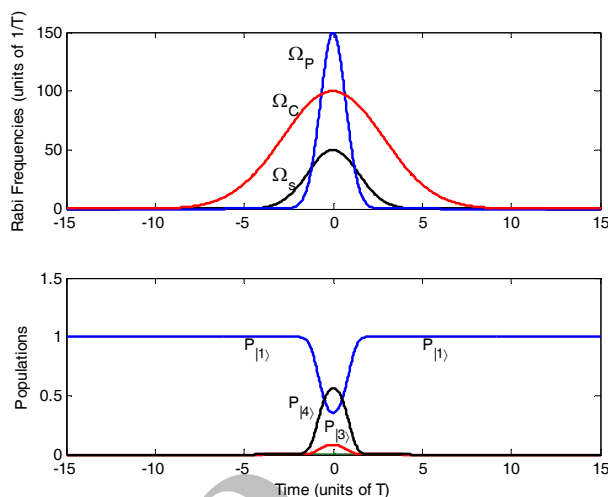
پایه را همراه با نرخ گسیل خود به خودی Γ به سمت بیرون از سیستم نشان می‌دهد.

در این حالت باز هم می‌توان از معادله شرودینگر استفاده کرد و هامیلتونی مؤثر به صورت زیر خواهد بود:

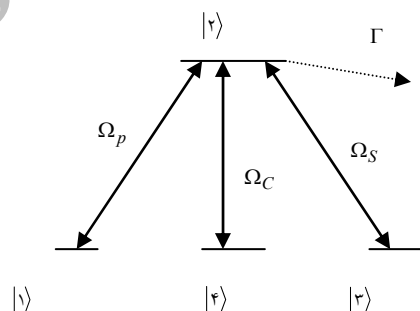
$$H^{eff} = \begin{bmatrix} \circ & \Omega_p(t) & \circ & \circ \\ \Omega_p(t) & -i\Gamma & \Omega_s(t) & \Omega_c(t) \\ \circ & \Omega_s(t) & \circ & \circ \\ \circ & \Omega_c(t) & \circ & \circ \end{bmatrix}, \quad (22)$$

به منظور بررسی اثر گسیل خود به خودی بر روی جمعیت نهایی ترازها، نمودار تحول زمانی جمعیت‌ها بر حسب زمان و همراه با گسیل خود به خودی Γ در شکل ۵ رسم شده است.

مقایسه نمودار ۵ و نمودار ۳ نشان می‌دهد که جمعیت تراز $|1\rangle$ در اثر گسیل خود به خودی تراز دوم با نرخ گسیل $\Gamma = 100T^{-1}$ به میزان $1/8$ و جمعیت تراز سوم به میزان $6/6$ کاهش می‌یابد. با وجود اینکه مقدار Γ در حد فرکانس‌های رابی بیشینه موجود در سیستم انتخاب شده ولی اثر آن بر جمعیت نهایی ترازها چندان زیاد نیست. علت آن این است که

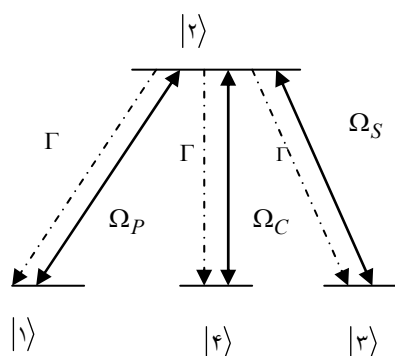


شکل ۲. پالس‌های متوالی کنترل، استوکس، و پمپ که از شرط ۱۵ تبعیت می‌کنند (شکل بالا) و همچنین جمعیت وابسته به زمان که برای پارامترهای $\tau = 0$ ، $P_s = 150T^{-1}$ ، $C_s = 100T^{-1}$ و $S_s = 50T^{-1}$ رسم شده است (شکل پایین). مشاهده می‌کنیم که در شکل پایین تأخیر زمانی صفر باعث صفر شدن فاز هندسی γ شده و درگاه دوران به ماتریس واحد تبدیل می‌شود.



شکل ۴. الگوی جفت شدگی سیستم مورد نظر همراه با گسیل خود به خودی به بیرون از سیستم.

رابی بیشینه قابل توجه باشد، در این صورت گسیل از این تراز به محیط بیرون و یا ترازهای دیگر، می‌تواند بر جمعیت نهایی ترازها تأثیر بگذارد [۹]. برای بررسی اثر گسیل خود به خودی بر روی این طرحواره، دو حالت مختلف را بررسی کرده، و سپس با یکدیگر مقایسه خواهیم کرد. در حالت نخست فرض می‌کنیم که گسیل خود به خودی از تراز $|2\rangle$ به خارج از سیستم صورت گیرد. شکل ۴، الگوی جفت شدگی سیستم سه



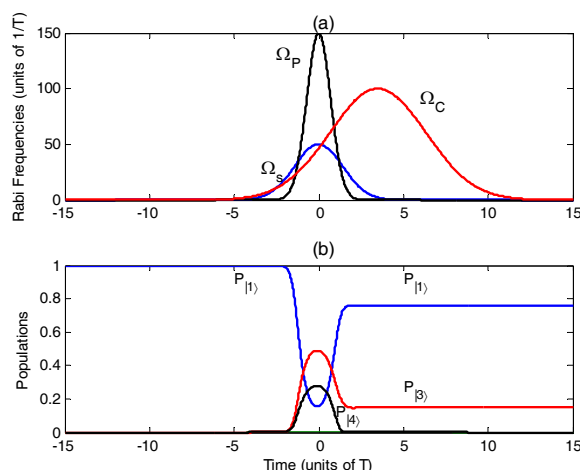
شکل ۶. الگوی جفت شدگی روش گذار سه پایه همراه با گسیل خود به خودی (خطوط خط چین) به سه تراز پایینی سیستم.

که در این رابطه، $\sigma_{ij} = |i\rangle\langle j|$ و l نشان دهنده تراز پایینی است که گسیل خود به خودی به این ترازها انجام می‌شود و e نشان دهنده تراز میانی است که گسیل خود به خودی از آن تراز صورت می‌گیرد. همچنین $\Gamma' = \sum_l \Gamma_{el}$ جمع نرخ کلی گسیل خود به خودی است. در این مسئله فرض می‌کنیم $\Gamma_{21} = \Gamma_{24} = \Gamma_{23} = \Gamma$ بنابراین بعد از محاسبه، جمله $L_{at}\rho$ به صورت زیر خواهد بود:

$$L_{at}\rho = \begin{bmatrix} \Gamma\rho_{22} & -\frac{3}{2}\Gamma\rho_{12} & 0 & 0 \\ -\frac{3}{2}\Gamma\rho_{21} & -\frac{3}{2}\Gamma\rho_{22} & -\frac{3}{2}\Gamma\rho_{23} & -\frac{3}{2}\Gamma\rho_{24} \\ 0 & -\frac{3}{2}\Gamma\rho_{22} & \Gamma\rho_{22} & 0 \\ 0 & -\frac{3}{2}\Gamma\rho_{22} & 0 & \Gamma\rho_{22} \end{bmatrix}, \quad (26)$$

همان‌طور که می‌دانیم عناصر قطر اصلی ماتریس چگالی نشان دهنده جمعیت ترازهای اتم است. بنابراین برای بررسی جمعیت نهایی ترازهای اول و سوم نمودار تحول زمانی عناصر ماتریس چگالی که از حل عددی معادله لیوویل به دست آمده‌اند، بر حسب زمان در شکل ۷ رسم شده است.

همان‌طور که در شکل ۷ مشاهده می‌کنیم مجموع جمعیت نهایی ترازهای یک و سه برابر یک است. مقایسه نمودار ۷ و نمودار ۳ نشان می‌دهد که جمعیت نهایی تراز یک ρ_{11} ، بر اثر گسیل خود به خودی $\Gamma = 100T^{-1}$ به ترازهای پایین، به میزان



شکل ۵. پالس‌های متوالی کنترل، استوکس، و پمپ که از شرط (۱۵) تبعیت می‌کنند (شکل بالا)، و همچنین جمعیت وابسته به زمان که برای پارامترهای شکل ۳ و برای حالت $\Gamma = 100T^{-1}$ رسم شده است (شکل پایین). مشاهده می‌کنیم که جمعیت نهایی ترازهای اول و سوم نسبت به شکل ۳ کمتر شده است.

در طی تحول بی درروی سیستم، حالت $|2\rangle$ جمعیت‌دار نمی‌شود.

حال حالتی را در نظر می‌گیریم که گسیل خود به خودی از تراز برانگیخته دوم به سه تراز پایین در داخل سیستم صورت بگیرد (شکل ۶). در این حالت برای تحلیل عددی مسئله دیگر نمی‌توان از معادله شرودینگر استفاده کرد و مجبوریم از معادله لیوویل استفاده کنیم، که به‌طور پدیدیده شناختی، شکل آن به صورت زیر است [۱۰]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -i[H, \rho] + L_{at}\rho, \quad (23)$$

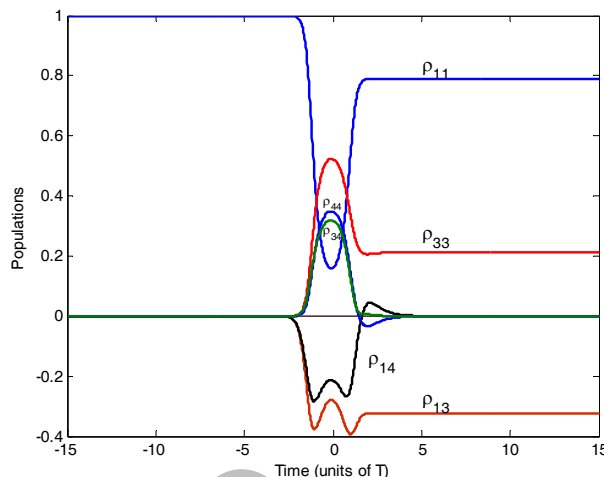
در رابطه بالا H هامیلتونی تعریف شده در رابطه (۱) و ρ ماتریس چگالی است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\rho = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13} & \rho_{14} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \rho_{23} & \rho_{24} \\ \rho_{31} & \rho_{32} & \rho_{33} & \rho_{34} \\ \rho_{41} & \rho_{42} & \rho_{43} & \rho_{44} \end{bmatrix}, \quad (24)$$

جمله‌ای است که بر اثر گسیل خود به خودی در معادله لیوویل وارد می‌شود و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$L_{at}\rho = \sum_l \Gamma_{el} \sigma_{le} \rho \sigma_{el} - \frac{1}{2} \Gamma' (\sigma_{ee} \rho + \rho \sigma_{ee}), \quad (25)$$

نشان دادیم که با استفاده از روش گذار بی درروی سه پایه در یک اتم چهار تراز، می‌توان درگاه تک کیو-بیتی دوران هولونومیک را ایجاد کرد. اگر چه این روش نسبت به تغییرات پارامترهای سیستم نظیر تأخیر زمانی بین پالس‌ها، دامنه و مساحت و بسامد پالس‌ها حساس نیست، ولی کنترل پالس‌ها یا به عبارتی کنترل مسیر بسته حرکت سیستم در فضای سه بعدی پارامتر، به نحوی که بتوان یک مقدار از پیش تعیین شده برای $\gamma(t_f)$ به دست آورد، نسبتاً مشکل است. همچنین اثر گسیل خود به خودی از تراز میانی بر گذار جمعیت را در دو حالت، یعنی گسیل خود به خودی به بیرون سیستم و گسیل خود به خودی به سمت ترازهای پایینی سیستم، به ترتیب، با استفاده از معادلات شرودینگر و لیوویل بررسی کردیم. نتایج عددی نشان می‌دهد که برای Γ های به قدر کافی بزرگ، جمعیت نهایی ترازهای یک و سه یا به عبارتی عمل درگاه، چندان تحت تأثیر قرار نمی‌گیرد، و این مزیت استفاده از تحول بی در روی می‌باشد.



شکل ۷. نمودار تحول زمانی عناصر ماتریس چگالی بر حسب زمان که برای پارامترهای شکل ۳ و گسیل خود به خودی به ترازهای پایین با نرخ $\Gamma = 100T^{-1}$ رسم شده است. مشاهده می‌کنیم که مجموع جمعیت ترازهای $|1\rangle$ و $|3\rangle$ برابر یک باقی می‌ماند.

۵٪ کاهش و جمعیت نهایی تراز سوم ρ_{33} به میزان ۵٪ افزایش یافته است. در این حالت هیچ اتلاف جمعیتی صورت نمی‌گیرد، ولی بدیهی است که در عمل درگاه دوران اخلال ایجاد می‌شود.

032318.

7. X Lacour, N Sangouard, S Guérin and H R Jauslin, *Phys. Rev. A* **73** (2006) 042321.
8. D Møller, L B Madsen and K Mølmer, *Phys. Rev. A* **75** (2007) 062302.
9. P A Ivanov, N V Vitanov and K Bergmann, *Phys. Rev. A* **72** (2005) 053412
10. P Lambropoulos, D Petrosyan, *Fundamentals of Quantum Optics and Quantum Information* Springer, 2008.

1. K Bergmann, H Theuer and B W Shore, *Rev. Mod. Phys.* **70** (1998) 1003.
2. A Messiah, *Quantum Mechanics*, Vol. 2 North Holland, Amsterdam, (1961).
3. M V Berry, *Proc. R. Soc. London, Ser. A* **392** (1984) 45.
4. R G Unanyan, M Fleischhauer, B W Shore and K Bergmann, *Opt. Commun.* **155** (1998) 144.
5. R G Unanyan and M Fleischhauer, *Phys. Rev. A* **69** (2004) 050302.
6. Z Kis and F Renzoni, *Phys. Rev. A* **65** (2002)