مجلة پژوهش فيزيک ايران، جلد ۱۱، شمارهٔ ۲، تابستان ۱۳۹۰

انتشار تپ در تقويت كنندهٔ اپتيكي دو عبوري با همپوشاني دلخواه باريكه‌هاي ليزر

امير حسين فرهبد و فاطمه السادات تحصيلداران فرد

پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌اي، سازمان انرژي اتمي ايران، تهران

پست الكترونيكي: afarahbod@aeoi.org.ir

(دريافت مقاله: ۱۳۸۹/۲/۱۲ ؛ دريافت نسخهٔ نهايي: ۸۹/۱۲/۲۰)

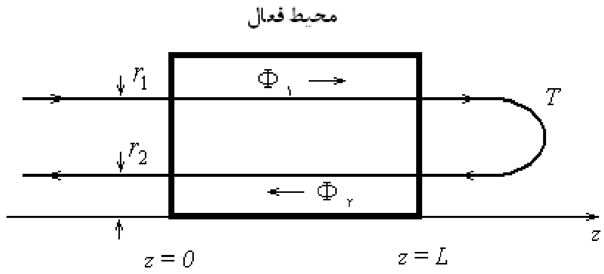
چكيده

مدل تحليلي ارائه شده در اين تحقيق تعميمي است بر نظرية كلاسيك فرانتز- نادويك براي انتشار تپ در تقويت كننده‌هاي اپتيكي دو عبوري با همپوشاني دلخواه باريكه‌ها. در مدل حاضر تأثير باريكه‌هاي ليزر بر يكديگر در گذر از تقويت كننده طي دو عبور، و اثر آنها بر ضريب بهره و شاريدگي انرژي خروجي برحسب فاصلة دو باريكه از يكديگر مورد محاسبه قرار گرفته است و براي حالت‌هاي خاص روابط تقريبي لازم براي سيگنال ورودي كوچك و حالت اشباع ارائه شده است. نتايج نشان مي‌دهند كه حداقل بهره و انرژي خروجي هنگامي رخ مي‌دهد كه مسير انتشار باريكه‌ها بر يكديگر منطبق باشند. نتايج به‌دست آمده از مدل در سازگاري مناسبي با مشاهدات تجربي و محاسبة دقيق تحليلي در حالتي كه مسير باريكه‌ها بر يكديگر منطبق هستند برخوردار است.

واژه‌هاي كليدي: تقويت كننده‌هاي اپتيكي، تقويت كننده‌هاي چند عبوري، معادلات آهنگ

۱. مقدمه

افزايش بازدهی و كاهش تعداد طبقات تقويت كننده به ويژه در سيستم‌های مفصل ليزری حائز اهميت فراوان است و در دست بودن مدل تحليلی مناسب برای بهينه سازی آنها می‌تواند برای طراحان اينگونه ساختارهای اپتيکی کاملاً سودمند باشد. در عمل تقويت كننده‌های دو و چند عبوری از اهميت كاربردی خاصی برای تقويت تپ‌های بسيار كم انرژی و بسيار پر انرژی برخوردار هستند[۱-۳]. روش تحليل برای انواع تقويت كننده‌های اپتيكی غالباً بر مدل ارائه شده توسط فرانتز و نادويک استوار است[۴]. در اين مدل تنها با فرض بستگی بهره به راستای انتشار باريكهٔ ليزر در محيط تقويت كننده، ارتباط ميان شار انرژی ورودی و خروجی بر حسب ضريب بهرهٔ اوليه و شار انرژی اشباع به‌دست می‌آيد. برای عبور دوم می‌توان روش مذكور را با اصلاح ضريب بهره مجدداً به كار برد[۵]. مدل فرانتز- نادويک با ارائه رابطه تحليلی ساده‌ای و با فرض توزيع اوليهٔ يكنواخت بهره در سراسر محيط فعال به نتايج بسيار خوبی برای توضيح رفتار تقويت كننده منجر می‌شود. هنگامی كه پهنای تپ ليزر، t_p، بسيار بيشتر از زمان لازم برای گذر تپ نوری از تقويت كننده، τ، باشد و بهره در طی عبور تپ بر اثر دمش و سازوكارهای فروافت تفاوت چندانی نكند، مدل فرانتز- نادويک مستقل از رفتار زمانی تپ ورودی و نوع محيط فعال ليزر معتبر است و به كار می‌رود[۶-۱۰]. هنگامی كه توزيع بهره به دلايلی نظير دمش غير يكنواخت محيط تقويت كننده و يا بستگی شعاعی توزيع شدت ورودی غير يكنواخت باشد، استفاده از مدل فرانتز- نادويک نيازمند دقت ويژه‌ای است. در چنين حالتی می‌توان مدل مذكور را تنها برای يک عبور و با



شکل ۱. انتشار باریکهٔ لیزر در یک تقویت کنندهٔ دو عبوری. سطح ورودی و خروجی در $z=0$ قرار دارند. L طول تقویت کننده، r_1 و r_2 به ترتیب فاصلهٔ شعاعی مرکز باریکهٔ عبوری اول و دوم از محور اپتیکی می‌باشد. تراگسیل طی عبور اول به دوم در $z = L$ با T نشان داده شده است.

فرض معلوم بودن توزیع مکانی بهره قبل از ورود تپ نوری به تقویت کننده، برای هر نقطه درون تقویت کننده مورد استفاده قرار داد و توزیع عرضی شدت باریکهٔ خروجی را با کاربرد مکرر این مدل به دست آورد. برای عبورهای متوالی و فرض $t_p >> \tau$، بهره نوری هر باریکه متاثر از شدت باریکه‌های مجاور خود است. در این حال به جز حالت ویژه‌ای که در آن مسیر انتشار باریکه‌های عبوری بر یکدیگر منطبق هستند[۱۱]، هیچ‌گونه مدل تحلیلی مناسبی برای چگونگی بستگی شار انرژی خروجی به فاصلهٔ میان مسیر انتشار باریکه‌ها در دست نیست و تنها مدل موجود برای تقویت کننده‌های چند عبوری، بدون در نظر گرفتن موقعیت فضائی باریکه‌های عبوری و صرفاً با ملاحظات کیفی و تقریبی مربوط به همپوشانی باریکه‌ها محاسبات لازم را ارائه داده است[۱۲]. از این روی تنها می‌توان با حل عددی معادلات آهنگ وابسته به مکان برای تفاوت انبوهی و شار فوتون برای هر باریکه به ازای شرایط اولیه و مرزی مناسب در سطوح ورودی و خروجی تقویت کننده به نتایج مورد نظر دست یافت. در تحقیق حاضر برای نخستین بار، پس از حل معادلات آهنگ برای تقویت کننده دو عبوری، جواب‌های تحلیلی برای بستگی شاریدگی انرژی ورودی به بهره اپتیکی وابسته به موقعیت شعاعی و ضریب تراگسیل میان اولین عبور تا عبور دوم، و شاریدگی انرژی خروجی به بهره، به ازای مسیر معلوم برای باریکه ورودی و خروجی به دست آمده است. نتایج حاصل در حد دقت مدل، با حل عددی معادلات و آنچه در آزمایشگاه مشاهده شده است سازگاری دارد[۱۳].

۲. معادلات آهنگ وابسته به مکان براي تقويت كنندة دو عبوري

هنگامی‌که پهنای زمانی تپ ورودی به تقویت کننده در مقایسه با طول عمر تراز بالایی و زمان دمش محیط فعال به‌قدر کافی کوچک باشد، می‌توان از سیستم معادلات آهنگ ساده شده (۱) برای تفاوت انبوهی میان ترازهای بالایی و پایینی محیط فعال، $N(r,z,t)$، و چگالی فوتون برای عبور اول، $\Phi_1(r,z,t)$، و عبور دوم، $\Phi_2(r,z,t)$، به ازای هر وضعیت شعاعی r، استفاده کرد[۱۱].

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial t}\Phi_1(r,z,t)+c\frac{\partial}{\partial z}\Phi_1(r,z,t)=N(r,z,t)c\sigma\Phi_1(r,z,t),\\
&\frac{\partial}{\partial t}\Phi_2(r,z,t)-c\frac{\partial}{\partial z}\Phi_2(r,z,t)=N(r,z,t)c\sigma\Phi_2(r,z,t), \qquad (1)\\
&\frac{\partial}{\partial t}N(r,z,t)=-N(r,z,t)c\sigma(\Phi_1(r,z,t)+\Phi_2(r,z,t)).
\end{aligned}$$

تفاوت انبوهی و چگالی فوتون علاوه بر وضعیت شعاعی، تابعی از وضعیت مکانی در راستای انتشار باریکه‌های عبوری، z و زمان، t، هستند. دو معادلهٔ اول در (۱) ترابرد فوتون‌ها را در راستای z نشان می‌دهند که باریکهٔ لیزر مربوط به Φ_1 در جهت مثبت محور z و Φ_2 در جهت منفی به ترتیب به فاصله r_1 و r_2 از محور z در حال انتشار هستند، (شکل ۱). c سرعت انتشار میدان لیزر درون محیط فعال و σ سطح مقطع گسیل القایی است.

۳. حل معادلات آهنگ

با حذف جملات غیر خطی میان معادلات (۱) و انتگرال‌گیری از آنها در طول تقویت کننده از $z=0$ تا $z = L$ به رابطهٔ (۲) دست می‌یابیم.

$$\Phi_2(r,L,t)-\Phi_2(r,0,t)-\Phi_1(r,L,t)+\Phi_1(r,0,t) =\frac{1}{c\sigma}\int_0^L\frac{\partial}{\partial t}N(r,z,t)\sigma dz, \qquad (2)$$

ابتدا طرفین رابطهٔ (۲) را به چگالی فوتون ورودی در $r=r_1$ یا $\Phi_1(r_1,0,t)$ تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{\Phi_2(r,L,t)}{\Phi_1(r_1,0,t)}-\frac{\Phi_2(r,0,t)}{\Phi_1(r_1,0,t)}-\frac{\Phi_1(r,L,t)}{\Phi_1(r_1,0,t)}+\frac{\Phi_1(r,0,t)}{\Phi_1(r_1,0,t)} =\frac{1}{c\sigma\,\Phi_1(r_1,0,t)}\int_0^L \frac{\partial}{\partial t}N(r,z,t)\sigma dz \;, \tag{۳}$$

بهرهٔ سیگنال کوچک، $G(r,t)$، طبق رابطهٔ (۴) و (۵) به چگالی فوتون و تفاوت انبوهی ترازهای انرژی محیط فعال وابسته است.

$$G(r,t)=\frac{\Phi_1(r,L,t)}{\Phi_1(r,0,t)}=\frac{\Phi_2(r,0,t)}{\Phi_2(r,L,t)} \tag{۴}$$

$$G(r,t)=e^{\int_0^L N(r,z,t)\sigma dz} \;. \tag{۵}$$

تابع انتقال پرتو، ψ، برای ارتباط پرتو خروجی از تقویت کننده در اولین عبور، به پرتو ورودی به تقویت کننده در دومین عبور، با فرض عدم تغییر یا تغییر اندک رفتار زمانی تپ لیزر از خروج اول تا ورود دوم پرتو لیزر (که غالباً فرض مناسبی است)، تابعی از تراگسیل قطعات پس از تقویت کننده، T، و وضعیت شعاعی باریکه‌ها است، رابطهٔ (۶).

$$\psi(r,T)=\frac{\Phi_2(r,L,t)}{\Phi_1(r,L,t)} \;. \tag{۶}$$

بستگی شعاعی چگالی فوتون در عبور اول و دوم را به ترتیب با $f_1(r,z)$ و $f_2(r,z)$ نشان می‌دهیم.

$$\Phi_1(r,z,t)=f_1(r,z)\,\Phi_1(r_1,z,t)\;, \tag{۷}$$

$$\Phi_2(r,z,t)=f_2(r,z)\,\Phi_2(r_2,z,t)\;. \tag{۸}$$

با قرار دادن (۴)، (۶) و (۷) در رابطهٔ (۳) نتیجه زیر حاصل می‌شود.

$$G(r_1,t)\psi(r,T)-\psi(r,T)\,G(r_1,t)G(r,t)-G(r,t)+1 =\frac{1}{c\sigma\Phi_1(r,0,t)}\frac{\partial}{\partial t}\int_0^L N(r,z,t)\sigma dz \tag{۹}$$

J_s یا شاریدگی انرژی اشباع نیز با رابطهٔ (۱۰) تعریف می‌شود.

$$J_s=\frac{\hbar\omega}{\sigma}, \tag{۱۰}$$

$\hbar\omega$ انرژی فوتون گذار لیزر است. با قرار دادن J_s در (۹)، معادله لازم برای ارتباط میان چگالی فوتون ورودی ضریب بهره و تابع انتقال پرتو به دست می‌آید، رابطهٔ (۱۱).

$$c\hbar\omega\Phi_1(r,0,t) =\frac{J_s\dfrac{\partial}{\partial t}\displaystyle\int_0^L N(r,z,t)\sigma dz}{\left[1+G(r_1,t)\psi(r,T)\right]\left[1-G(r,t)\right]} \;. \tag{۱۱}$$

اکنون دوطرف رابطهٔ (۲) را به $\Phi_2(r_2,0,t)$ تقسیم می‌کنیم. با انجام عملیاتی مشابه با آنچه به (۱۱) منجر شد و استفاده از تعاریف $G(r,t)$، $\psi(r,T)$ و رابطهٔ (۸)، رابطهٔ (۱۲) برای چگالی فوتون خروجی به دست می‌آید.

$$c\hbar\omega\Phi_2(r,0,t) =\left(\frac{J_S G(r_2,t)\psi(r,T)}{\psi(r,T)\left[1-G(r_2,t)\right]-1}\right) \times\frac{\dfrac{\partial}{\partial t}\displaystyle\int_0^L N(r,z,t)\sigma dz}{1+\left[\dfrac{1}{\psi(r,T)\left[1-G(r_2,t)\right]-1}\right]\dfrac{1}{G(r,t)}} \;. \tag{۱۲}$$

شاریدگی انرژی ورودی و خروجی را می‌توان با انتگرال‌گیری از چگالی فوتون در $z=0$ به دست آورد، روابط (۱۳) و (۱۴).

$$J_{in}(r)=\int_{-\infty}^{\infty}\hbar\omega c\Phi_1(r,0,t)dt \;, \tag{۱۳}$$

$$J_{out}(r)=\int_{-\infty}^{\infty}\hbar\omega c\Phi_2(r,0,t)dt \;. \tag{۱۴}$$

هنگامی‌که زمان عبور هر باریکه از محیط فعال از پهنای تپ لیزر بسیارکوچکتر باشد، که معمولاً برای تپ‌های لیزر با پهنای زمانی از مرتبهٔ 10^{-8} ثانیه و بیشتر چنین است، می‌توان از بستگی زمانی G صرف‌نظر نمود و بهره را تنها تابعی از مکان و به صورت $G(r)$ در نظر گرفت. این فرض در تمامی محاسبات بخش‌های ۳-۱، ۳-۲ و ۴ مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

۳. ۱. انتشار باریکه‌ها در یك مسیر طي دو عبور

در حالت خاص مسیر پرتوها بر یکدیگر منطبق هستند، $r=r_1=r_2$، در این صورت $G(r)=G_1(r,r_1)=G_2(r,r_2)$. با توجه به اینکه سیستم معادلات (۱) حاوی مشتق نسبت به r نیست، لذا می‌توان برای هر r و با توجه به $u(r,t)=\int_0^L N(r,z,t)\sigma dz$ ، برابری رابطهٔ (۱۵) را مورد استفاده قرار داد. چگونگی تأثیر وضعیت شعاعی r بر بهره به کمک تابع ψ در محاسبات وارد می‌شود.

$$du=\left(\frac{\partial}{\partial t}\int_0^L N(r,z,t)\sigma dz\right)dt \tag{۱۵}$$

انتگرال‌گیری از دو رابطهٔ (۱۱) و (۱۲)، به کمک روابط (۵)، (۱۳)

و (۱۴) میسر است. معادلات (۱۶) و (۱۷) ارتباط میان J_{in} و J_{out} را برای هر مقدار معلوم r از طریق پارامتر G به‌دست می‌دهد.

$$\exp\left(\frac{J_{in}(r)}{J_s}\right)=\left[\frac{G(r)}{G_o}\right]\left[\frac{G(r)-1}{G_o-1}\right]^{-\frac{1}{1+\psi}} \times\left[\frac{G(r)\psi+1}{G_o\psi+1}\right]^{-\frac{\psi}{(1+\psi)}}, \quad (16)$$

$$\exp\left(\frac{J_{out}(r)}{J_s}\right)=\left[\frac{G(r)-1}{G_o-1}\right]^{-\frac{\psi^2}{1+\psi}} \times\left[\frac{G(r)\psi+1}{G_o\psi+1}\right]^{-\frac{\psi}{(1+\psi)}}, \quad (17)$$

G_o بهره اولیهٔ سیگنال کوچک محیط فعال است که مقدار آن ثابت و مستقل از مکان است. با تقسیم کردن رابطهٔ (۱۷) بر (۱۶)، معادلهٔ (۱۸) برای ارتباط شاریدگی ورودی و خروجی نتیجه می‌شود.

$$J_{out}(r)=J_{in}(r) +J_s\left[\ln\left(\frac{G_o}{G(r)}\right)+(\psi-1)\ln\left(\frac{G_o-1}{G(r)-1}\right)\right]. \quad (18)$$

با ترکیب کردن معادلات (۱۶) و (۱۷) می‌توان آنها را تا حد امکان به معادله کلاسیک فرانتز – نادویک نزدیک نمود.

$$\frac{e^{(1+\psi)\left(\frac{J_{out}(r)}{J_s}\right)}-1}{e^{(1+\psi)\left(\frac{J_{in}(r)}{J_s}\right)}-1} =\frac{\left(\frac{G_o-1}{G(r)-1}\right)^{\psi^2}\left(\frac{\psi G_o+1}{\psi G(r)+1}\right)^{\psi}-1}{\left(\frac{G(r)}{G_o}\right)^{\psi+1}\left(\frac{G_o-1}{G(r)-1}\right)\left(\frac{\psi G_o+1}{\psi G(r)+1}\right)^{\psi}-1} \quad (19)$$

برای حالت خاص $\psi=1$ و توزیع یکنواخت شاریدگی فوتون ورودی، که در آن تمامی پرتو خروجی طی عبور اول بدون هیچگونه تضعیف و تغییری برای عبور دوم به تقویت کننده باز می‌گردد، معادلهٔ (۱۹) به رابطهٔ (۲۰) برای تقویت کننده دو عبوری در حالت حدی $r_1=r_2$ برای $T=1$ کاهش می‌یابد[۱۱].

$$\frac{e^{\left(\frac{2J_{out}}{J_s}\right)}-1}{e^{\left(\frac{2J_{in}}{J_s}\right)}-1}=G_o^{2}. \quad (20)$$

حالت خاص دیگر برای $\psi=0$ حادث می‌شود که باریکهٔ خروجی در عبور اول دیگر به تقویت کننده باز نمی‌گردد، به معنای دیگر تراگسیل صفر میان دو عبور $T=0$. در این حالت از معادلهٔ (۱۹) مقدار $J_{out}=0$ به دست می‌آید که نتیجه صحیحی است.

۳. ۲. عبور پرتوها از تقویت کننده در دو مسیر متفاوت

هنگامی‌که مسیر دو باریکه عبوری بر یکدیگر منطبق نباشند، برای بهره طی هر عبور در وضعیت شعاعی $r=r_1$ و $r=r_2$، نظریهٔ فرانتز- نادویک به تقریب مناسبی منجر می‌شود که می‌توان از آن برای G_1 و G_2 جهت انتگرال‌گیری از معادلات (۱۱) و (۱۲) استفاده نمود[۴].

$$G_1=\frac{G_o\, e^{\frac{J_{in}(r_1)}{J_s}}}{(1-G_o)+G_o\, e^{\frac{J_{in}(r_1)}{J_s}}}, \quad (21)$$

$$G_2=\frac{G_o\, e^{\frac{J_{in2}(r_2)}{J_s}}}{(1-G_o)+G_o\, e^{\frac{J_{in2}(r_2)}{J_s}}}, \quad (22)$$

$J_{in2}(r_2)$ شاریدگی انرژی ورودی در عبور دوم است.

$$J_{in2}(r_2)=T\,J_{in}(r_1)\,G_1, \quad (23)$$

در این‌صورت معادلات (۱۱) و (۱۲) به روابط (۲۴) و (۲۵) منجر می‌شوند.

$$J_{in}(r)=\frac{J_s}{[1+G_1\psi(r)]}\int_{\ln G_o}^{\ln G}\frac{du}{1-e^{u}}, \quad (24)$$

$$J_{out}(r)=J_s\left(\frac{\psi(r)G_2}{\psi(r)\left[1-G_2\right]-1}\right) \times\int_{\ln G_o}^{\ln G}\frac{du}{1+\left(\frac{1}{\psi(r)\left[1-G_2\right]-1}\right)e^{-u}}. \quad (25)$$

انتگرال‌گیری از روابط (۲۴) و (۲۵) به سهولت انجام می‌شود و نتایج زیر برای $G(r)$ و $J_{out}(r)$ به‌دست می‌آید.

$$G(r)=\frac{G_o}{G_o+(1-G_o)\exp\left[-\left[1+G_1\psi(r)\right]\frac{J_{in}(r)}{J_s}\right]}, \quad (26)$$

$$J_{out}(r)=J_s\left[\frac{\psi(r)G_2}{1-\psi(r)\left[1-G_2\right]}\right] \times\ln\left(\frac{1+G_o\left[\psi(r)(1-G_2)-1\right]}{1+G(r)\left[\psi(r)(1-G_2)-1\right]}\right). \quad (27)$$

با ترکیب کردن روابط (۲۶) و (۲۷) و حذف $G(r)$ از میان آنها می‌توان به رابطهٔ (۲۸) برای ارتباط میان شاریدگی انرژی ورودی و خروجی برای تقویت کنندهٔ دو عبوری دست یافت. معادلهٔ (۲۸) به همراه روابط (۲۱) تا (۲۳)، و در چارچوب فرضیات مدل تقویت کنندهٔ تک عبوری، رفتار تقویت کنندهٔ دو عبوری را بر حسب وضعیت شعاعی نشان می‌دهد که آن را مدل تحلیلی تعمیم یافته برای تقویت کننده دو عبوری می‌نامیم.

$$\exp\left[-\left(\frac{1-(1-G_2)\psi}{G_2\psi}\right)\left(\frac{J_{out}(r)}{J_s}\right)\right] = \frac{G_o(1-G_2)\psi+(1-G_o)\exp\left[-(1+G_1\psi)\left(\frac{J_{in}(r)}{J_s}\right)\right]}{\left(1+G_o\left((1-G_2)\psi-1\right)\right)\left[G_o+(1-G_o)\exp\left[-(1+G_1\psi)\left(\frac{J_{in}(r)}{J_s}\right)\right]\right]} . \quad (۲۸)$$

اکنون رفتار معادلهٔ (۲۸) را برای حالت‌های خاص مورد بررسی قرار می‌دهیم. اگر شاریدگی انرژی ورودی از شار انرژی اشباع بسیار کوچکتر باشد $J_{in} << J_s$، تقریب $G_1 \approx G_2 \approx G_o$ بسیار مناسب است و جایگزین (۲۱) و (۲۲) می‌شود. در این صورت رابطهٔ (۲۸) ساده‌تر می‌شود و می‌توان آن را با رابطهٔ (۲۹) نشان داد.

$$\exp\left[-\left(\frac{1-(1-G_o)\psi}{G_o\psi}\right)\left(\frac{J_{out}(r)}{J_s}\right)\right] = \frac{\psi G_o+\exp\left[-(1+G_o\psi)\left(\frac{J_{in}(r)}{J_s}\right)\right]}{(1+\psi G_o)\left[G_o+(1-G_o)\exp\left[-(1+G_o\psi)\left(\frac{J_{in}(r)}{J_s}\right)\right]\right]} . \quad (۲۹)$$

در حالت اشباع داریم $J_{in} \geq J_s$، $G_1 << G_o$، $G_2 << G_o$ و $G_1 \approx G_2 \approx 1$ در این صورت معادلهٔ (۲۸) به رابطهٔ (۳۰) کاهش می‌یابد.

$$\exp\left[-\left(\frac{1}{\psi}\right)\left(\frac{J_{out}(r)}{J_s}\right)\right] = \frac{\exp\left[-(1+\psi)\left(\frac{J_{in}(r)}{J_s}\right)\right]}{G_o+(1-G_o)\exp\left[-(1+\psi)\left(\frac{J_{in}(r)}{J_s}\right)\right]} . \quad (۳۰)$$

۴. تابع انتقال پرتو

توزیع شدت یکنواخت و توزیع شدت گاوسی برای باریکهٔ ورودی به تقویت کننده از مهمترین مواردی است که معمولاً در عمل با آن سر و کار داریم. از این روی تابع ψ را برای این دو حالت مورد بررسی قرار می‌د هیم.

۴. ۱. باریکه ورودي با توزیع شدت یکنواخت

برای توزیع شدت یکنواخت، چگالی فوتون در $z=0$ با رابطه (۳۱) نشان داده می‌شود.

$$\Phi_1(r,0,t)=\begin{cases}\Phi_o f(t)\ ; & |r-r_1|\leq a_1\\ 0\ ; & |r-r_1|>a_1\end{cases} \quad (۳۱)$$

$f(t)$ تغییرات زمانی شدت ورودی است. Φ_o مقداری ثابت و $2a_1$ قطر باریکه ورودی است. با فرض عدم تغییر رفتار زمانی تپ در عبور از تقویت کننده، برای باریکهٔ ورودی در دومین عبور نیز عبارت مشابهی وجود دارد، رابطهٔ (۳۲).

$$\Phi_2(r,L,t)=\begin{cases}\Phi_o T\, G(r,t) f(t)\ ; & |r-r_2|\leq a_2\\ 0\ ; & |r-r_2|>a_2\end{cases} \quad (۳۲)$$

با توجه به تعریف (۶) و روابط (۳۱) و (۳۲) تابع انتقال پرتو به‌دست می‌آید.

$$\psi(r,T)=\begin{cases}T\ ; & |r-r_2|\leq a_2\\ 0\ ; & |r-r_2|>a_2\end{cases} \quad (۳۳)$$

۴. ۲. باریکه ورودي با توزیع شدت گاوسي

چگالی فوتون ورودی برای توزیع شدت گاوسی با اندازهٔ لکهٔ w_1 مطابق با رابطهٔ (۳۴) است.

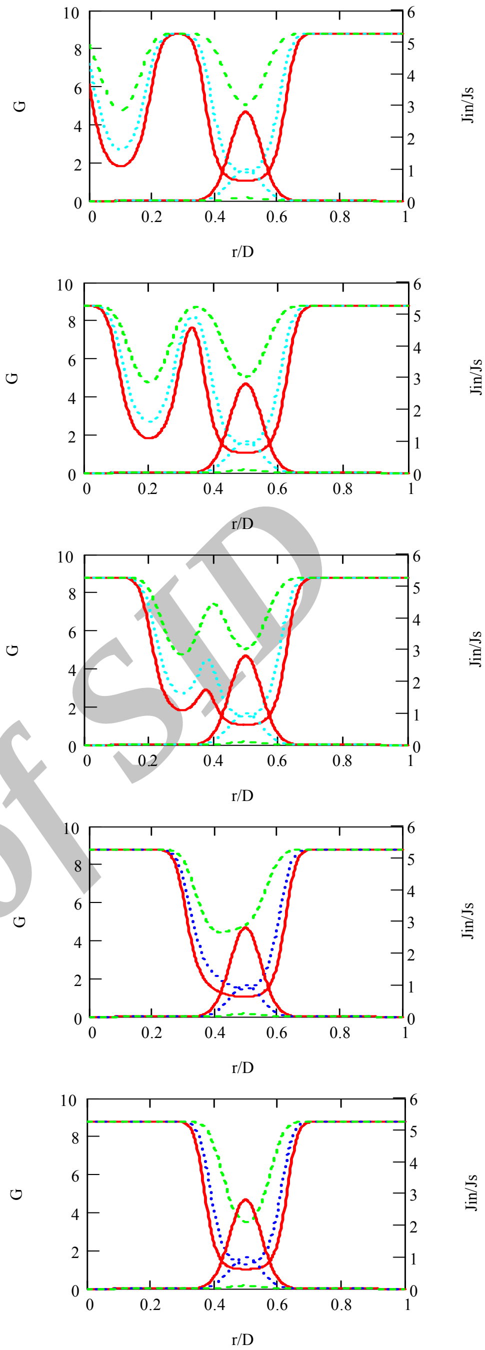
$$\Phi_1(r,0,t)=\Phi_o f(t)\exp\left[-2\left(\frac{r-r_1}{w_1}\right)^2\right] . \quad (۳۴)$$

در عبور دوم نیز چگالی فوتون ورودی با رابطهٔ (۳۵) داده می‌شود.

$$\Phi_2(r,L,t)=\Phi_o f(t)G(r)T\exp\left[-2\left(\frac{r-r_2}{w_2}\right)^2\right] , \quad (۳۵)$$

بنابراین تابع ψ با توجه به تعریف (۶) و روابط (۳۴) و (۳۵) به‌دست می‌آید.

$$\psi(r,T)=T\exp\left[2\left(\frac{r-r_1}{w_1}\right)^2\right]\exp\left[-2\left(\frac{r-r_2}{w_2}\right)^2\right] . \quad (۳۶)$$



شکل۲. رفتار شعاعی بهره، G به ازای ۳ مقدار ۰/۱، ۱ و ۲/۸۱ برای بیشینهٔ شاریدگی بهنجار شدهٔ انرژی ورودی به تقویت کننده J_{ino}/J_s، که به ترتیب با خط مقطع، نقطه چین و خط ممتد نشان داده شده است. توزیع شاریدگی ورودی متناظر در مرکز تمامی نمودارها مشاهده می‌شود. مکان باریکهٔ در عبور دوم $r_۲/D$ به ترتیب از بالا به پایین برابر است با ۰/۱، ۰/۲، ۰/۳، ۰/۴ و ۰/۵. D قطر میلهٔ تقویت کننده است. مقدار اولیهٔ بهره G_o برابراست با ۸/۸۰۴ که مطابق با بهره مشاهده شده تجربی به ازای انرژی دمش ۹۸ ژول است.

۵. بررسی رفتار تقویت کننده دو عبوری به کمک مدل تعمیم یافته

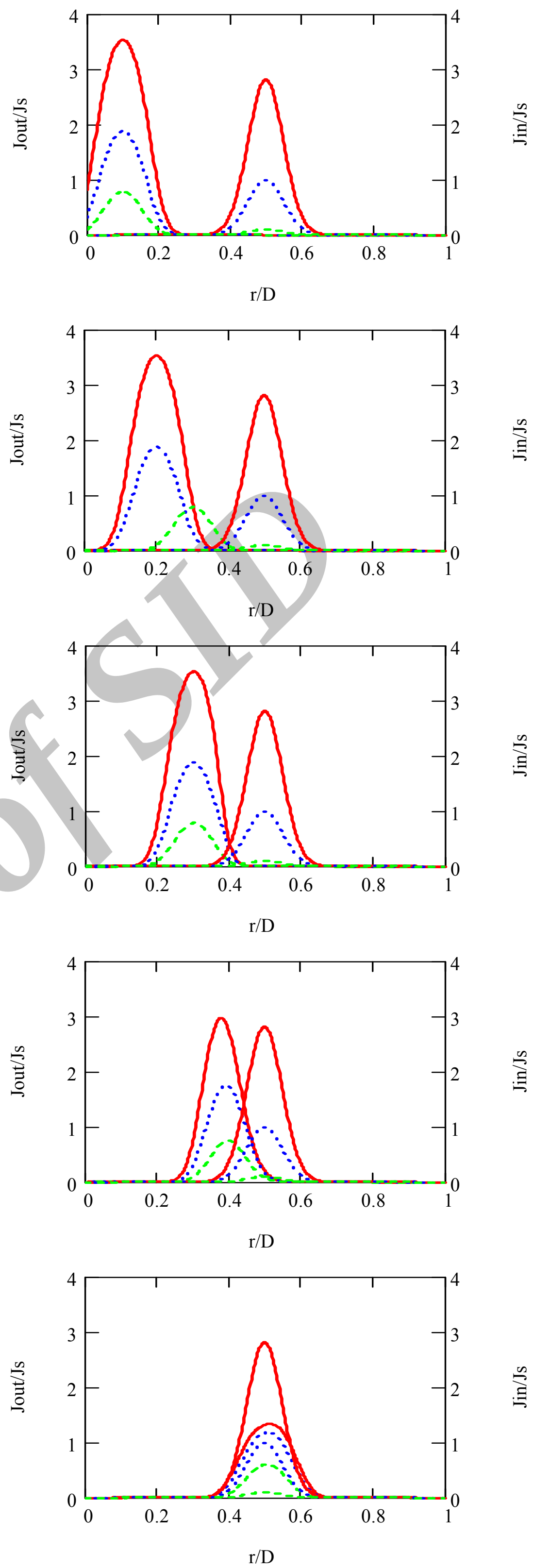
نمودارهای شکل ۲ و ۳ رفتار $G(r)$ و $J_{out}(r)$ را طبق رابطهٔ (۲۸) مدل ارائه شده در بخش ۳-۲، برای باریکهٔ ورودی گاوسی در سه حالت بسیار دور از حالت اشباع $J_{ino}/J_s = ۰/۱$، اشباع $J_{ino}/J_s = ۱$ و اشباع کامل بهرهٔ تقویت کننده، $J_{ino}/J_s = ۲/۸۱$، نظیر آنچه در عمل با آن روبرو بودیم، نشان می‌دهد. G_o یا مقدار اولیهٔ بهره برای این محاسبات ۸/۸۰۴ به ازای ۹۸ ژول انرژی دمش تحویل شده به لامپ، T عبوردهی میان دو عبور ۰/۲۳، اندازهٔ لکه ورودی در عبور اول ۰/۸۸ میلی‌متر و در عبور دوم ۰/۵ میلی‌متر، مطابق با مقادیر تجربی اختیار شده است. مسیر باریکهٔ ورودی اول در راستای محور تقارن میلهٔ تقویت کننده $r_۱ = D/۲$ و مکان شعاعی بهنجار شده باریکه به قطر میله تقویت کننده D در دومین عبور، $r_۲/D$، در ۵ مکان مختلف از ۰/۱ تا ۰/۵ انتخاب شده است. با نزدیک شدن راستای انتشار باریکه‌های عبوری، تأثیر باریکه‌های متقابل بر بهره محیط فعال بخوبی مشاهده می‌شود و به ازای $r_۲ = r_۱$ بهره و شاریدگی انرژی خروجی به حداقل کاهش می‌یابد و برای $J_{ino}/J_s \geq ۱$ بهرهٔ $G \approx ۱$ است. هنگامی‌که $|r_۲ - r_۱| \leq \frac{w_۱ + w_۲}{۲}$ و مسیر باریکه‌های عبوری بر یکدیگر منطبق نباشند، تغییرات مکانی غیر یکنواخت بهره سبب اعوجاج توزیع فضایی شدت برای باریکهٔ عبوری دوم می‌شود. این اثر به ویژه در چهارمین نمودار شکل ۲ و ۳ به ازای $r_۲/D = ۰/۴$ بیشتر دیده می‌شود.

خطای نسبی ناشی از کاربرد روابط (۲۹) و (۳۰) را برای دو حالت خاص $J_{in} << J_s$ و $J_{in} \geq J_s$ برای باریکهٔ ورودی گاوسی، به ترتیب با روابط (۳۷) و (۳۸) تعریف می‌کنیم.

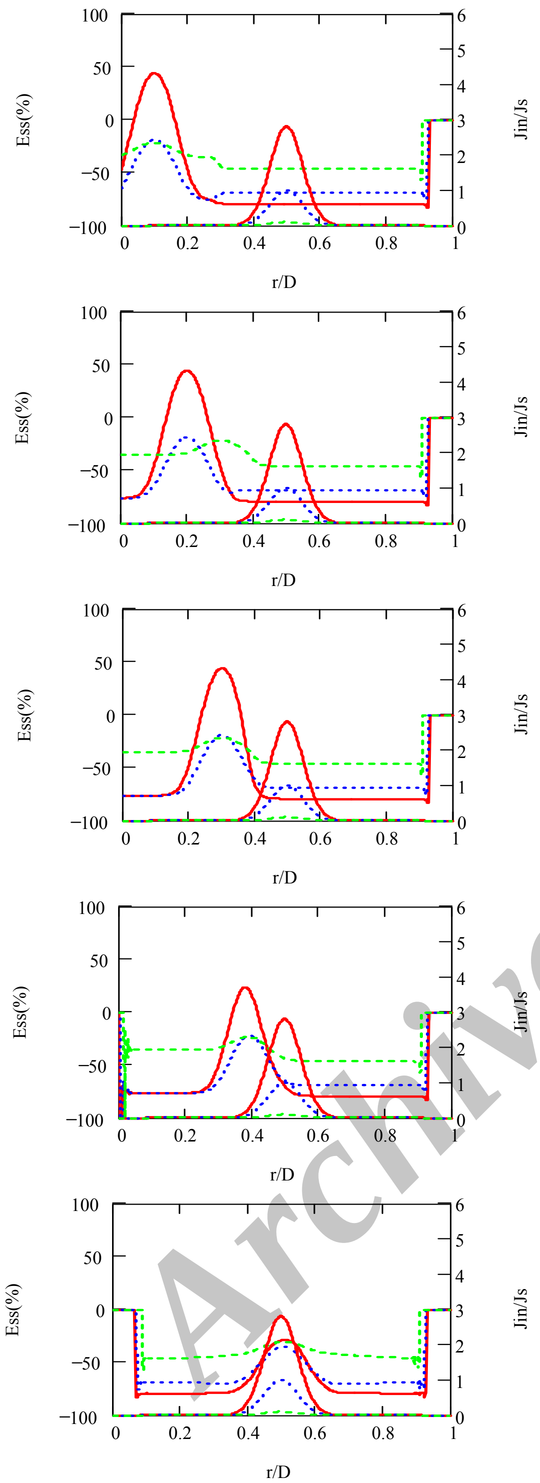
$$E_{ss} = \left(\frac{J_{out\_ss}(r) - J_{out}(r)}{J_{out\_ss}(r)} \right) \times ۱۰۰, \qquad (۳۷)$$

$$E_{st} = \left(\frac{J_{out\_st}(r) - J_{out}(r)}{J_{out\_st}(r)} \right) \times ۱۰۰. \qquad (۳۸)$$

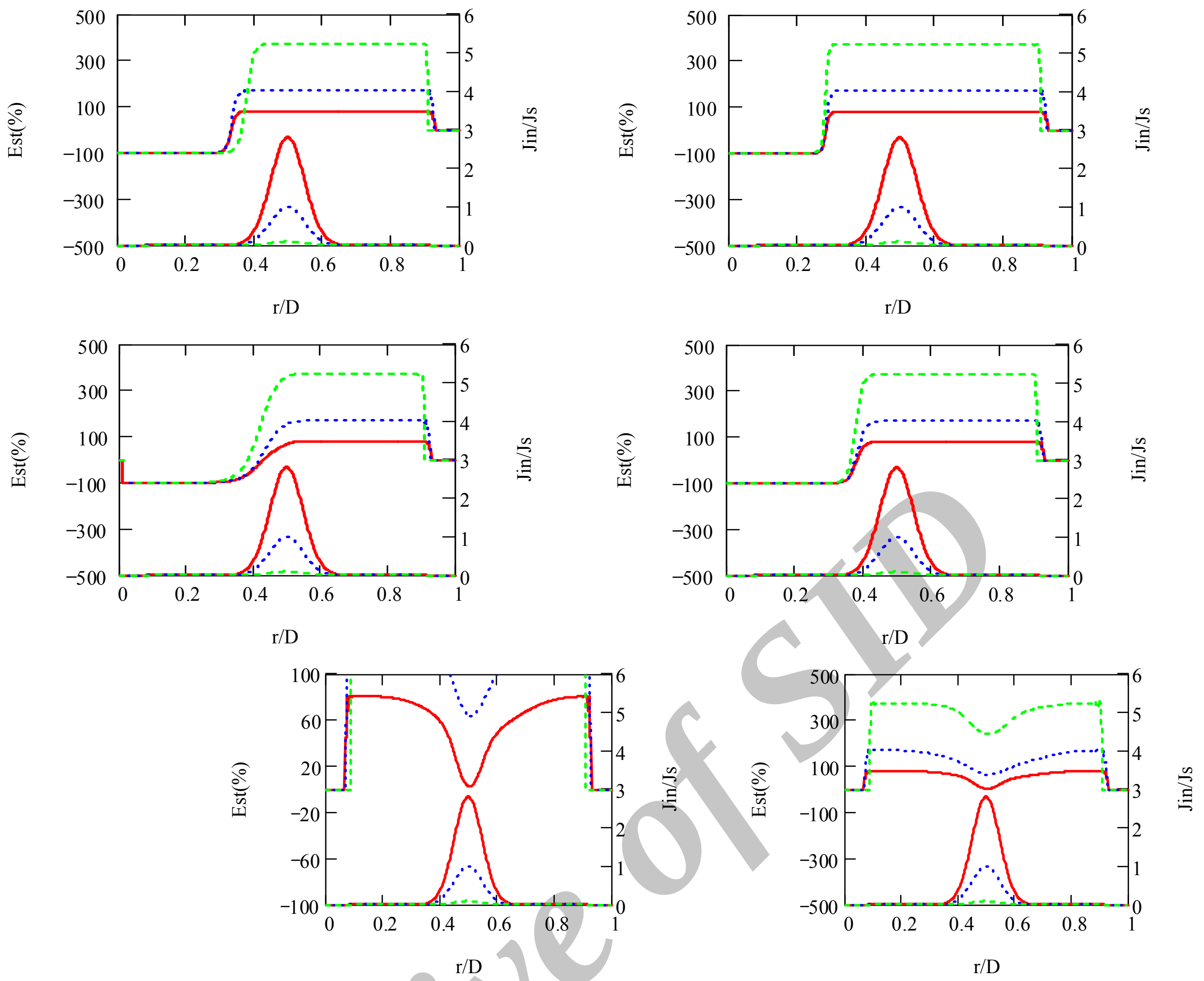
نتایج محاسبهٔ خطا برای ۵ مقدار متفاوت $r_۲/D$، نظیر شکل ۲ و ۳، در نمودارهای شکل ۴ و ۵ آمده است. نمودارها نشان



شکل ۳. رفتار شعاعی شاریدگی خروجی بهنجار شده J_{out}/J_s. شاریدگی‌های ورودی متناظر J_{ino}/J_s در مرکز تمامی نمودارها مشاهده می‌شود. تمامی شرایط نظیر شکل ۲ است.



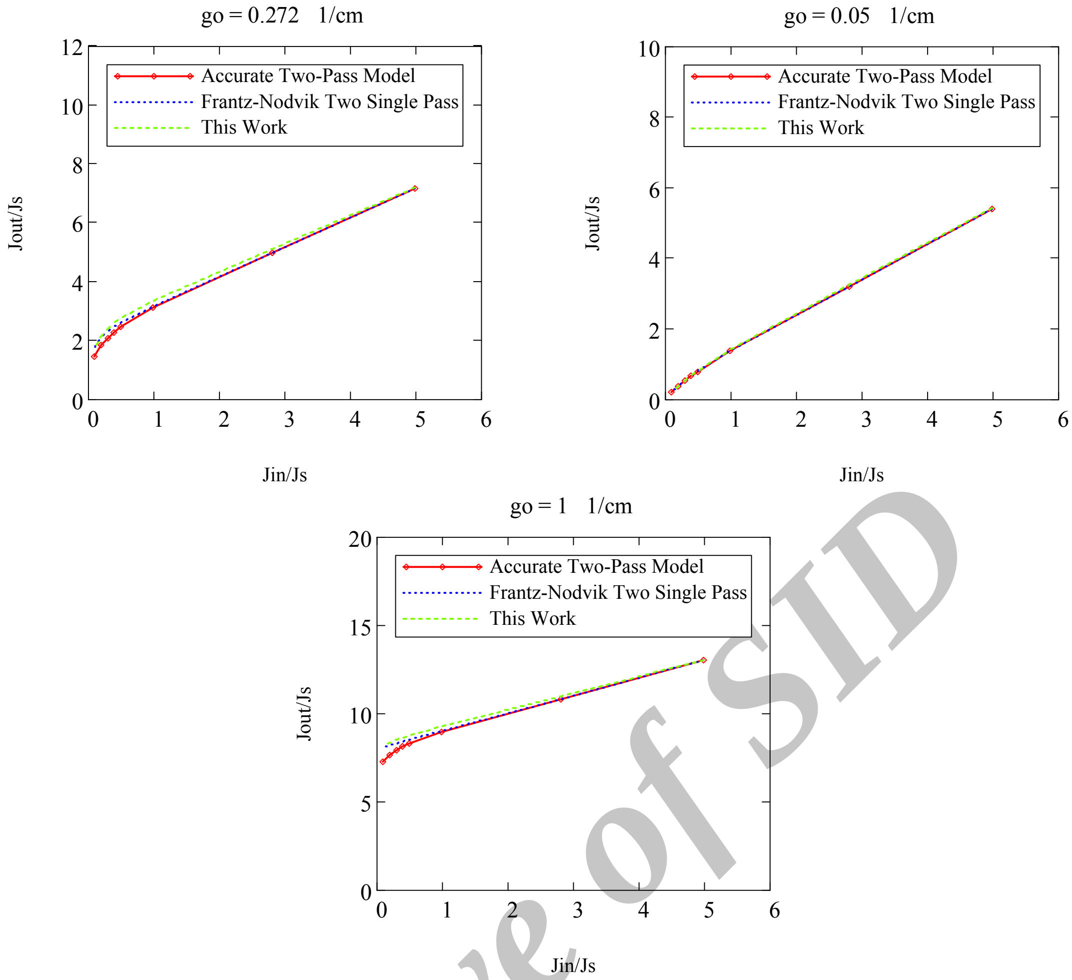
شکل ۴. رفتار شعاعی خطای مدل تقریبی E_{ss} برای شاریدگی خروجی در حالت $J_{in}<<J_s$ به ازای ۳ مقدار ۰/۱، ۱ و ۲/۸۱ برای بیشینه شاریدگی بهنجار شدهٔ انرژی ورودی به تقویت کننده J_{ino}/J_s که به ترتیب با خط مقطع، نقطه چین و خط ممتد نشان داده شده است. مکان باریکهٔ در عبور دوم r_2/D به ترتیب از بالا به پایین برابر است با ۰/۱، ۰/۲، ۰/۳، ۰/۴ و ۰/۵. D قطر میله تقویت کننده است.



شکل ۵. رفتار شعاعی خطای مدل تقریبی E_{st} برای شاریدگی خروجی در حالت اشباع. برای دو نمودار آخر r_2/D برابر با ۰/۵ است و تنها جهت مشاهدهٔ بهتر جزئیات، مقیاس محور عمودی برای نمودار سمت چپ تغییر داده شده است. بقیهٔ شرایط نظیر شکل ۴ است.

می‌دهند که خطای ناشی از مدل ساده شده، رابطهٔ (۳۰)، برای شاریدگی خروجی E_{ss}، به ازای $J_{ino}/J_s = ۰/۱$، در حد ۲۰− تا حداکثر ۵۰− درصد است. با افزایش شاریدگی ورودی و عبور از حالت اشباع تقریب (۲۹) اعتبار خود را از دست می‌دهد و خطایی بیش از ۵۰± درصد در نتایج مشاهده می‌شود. رابطهٔ تقریبی (۳۰) برای J_{out} تنها در حالت اشباع کامل بهرهٔ محیط فعال معتبر است. نمودارهای شکل ۵ نشان می‌دهند که رابطهٔ (۳۰) تنها هنگامی‌که بهره در عبور اول و دوم کاملاً اشباع شده باشد به نتایج قابل قبول منجر می‌شود. این حالت هنگامی اتفاق می‌افتد که مسیر عبور باریکه‌های عبوری به یکدیگر بسیار نزدیک باشند: $|r_2-r_1|<\max(w_1,w_2)$ و $J_{in}\ge J_s$. وضعیت اخیر تنها در آخرین نمودار شکل ۵ برای $r_2=r_1$ مشاهده می‌شود که برای $|r-r_1|<w_1$، خطا کمتر از ۴۰ درصد است.

در حالت خاص که مسیر پرتوها بر یکدیگر منطبق هستند، برای مسئله جواب تحلیلی دقیق (۲۰) وجود دارد و می‌توان نتایج مدل یا رابطهٔ (۲۸) را برای بستگی شاریدگی خروجی به شاریدگی ورودی برای تقویت کننده ۲ عبوری با آن مقایسه کرد. علاوه بر آن برای این حالت خاص، نتایج مدل فرانتز-نادویک با دو عبور مستقل و با تصحیح ضریب بهره طبق روش مرجع [۵] نیز می‌تواند در کنار جواب‌های دیگر مورد مطالعه قرار گیرد. نمودارهای شکل ۶ نتایج را نشان می‌دهند. در این

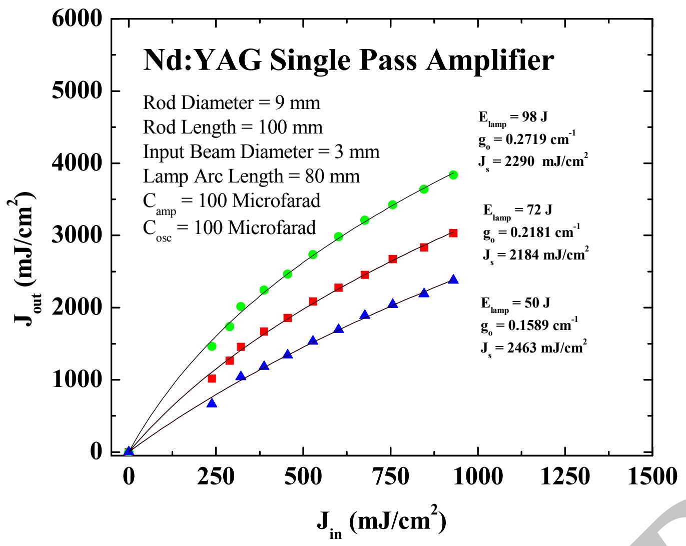


شکل ۶. مقایسهٔ بستگی شاریدگی خروجی به شاریدگی ورودی برای تقویت کنندهٔ ۲ عبوری برای حالت خاص که مسیر پرتوها بر یکدیگر منطبق هستند. نتایج برای مدل دقیق رابطهٔ (۲۰)، مدل ارائه شده رابطهٔ (۲۸) و مدل فرانتز–نادویک با دو عبور مستقل و با تصحیح ضریب بهره طبق روش مرجع [۵]. در این محاسبه ضریب عبوردهی میان دو عبور $T=1$ است. سه مقـدار ضـریب بهـرهٔ متفـاوت $0/05\ cm^{-1}$ ، $0/272\ cm^{-1}$ و $1\ cm^{-1}$ برای مطالعهٔ تأثیر مقادیر کوچک تا بزرگ بهره در نتایج مورد استفاده قرار گرفته است. نمودارها نشان می‌دهند که نتایج ۳ مدل تنها بـرای مقـادیر متوسط و بزرگ بهره اختلاف کوچکی دارند.

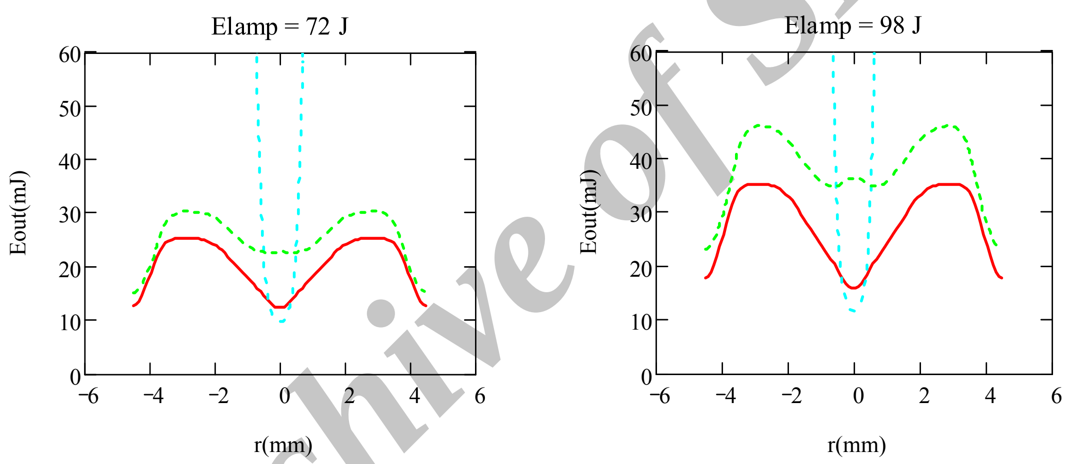
محاسبه ضریب عبـوردهی میـان دو عبـور $T=1$ اسـت و سـه مقـدار ضـریب بهـره متفـاوت $0/05\ cm^{-1}$ ، $0/272\ cm^{-1}$ و $1\ cm^{-1}$ برای مطالعـهٔ بـستگی نتـایج بـه تغییـرات بهـره مـورد استفاده قرار گرفته است. نمودارها نشان مـی‌دهنـد کـه نتـایج ۳ مدل تنها برای مقادیر متوسـط و بـزرگ بهـره و $(J_{in}/J_s) \leq 1$ اختلاف کوچکی در حد ۵٪ دارند و برای $(J_{in}/J_s) \geq 1$ و بهرهٔ کوچک خطا عملاً قابل صرف‌نظر کردن اسـت کـه نـشانه‌ای از درستی نتایج رابطهٔ (۲۸) است.

۶. مقایسه نتایج تحلیلی با مشاهدات تجربی

جهت تایید روابط محاسبه شـده در بخش ۳–۲ بـرای تقویـت کنندهٔ دو عبوری، انرژی خروجی یک تقویت کنندهٔ دو عبوری به طول موثر ۸۰ میلی‌متر از جنس Nd:YAG بر حـسب فاصـله میان باریکه‌های عبوری مورد اندازه‌گیری قرار گرفت[۱۳]. بهرهٔ تک عبور G_0 نیز به‌طور جداگانه به کمک اندازه‌گیری شاریدگی ورودی و خروجی و مـدل فرانتـز– نادویـک محاسـبه شـد کـه ضریب بهره برای سـه مقـدار انـرژی دمـش ۵۰، ۷۲ و ۹۸ ژول بـــه ترتیـــب $0/1589\ cm^{-1}$، $0/2101\ cm^{-1}$ و $0/2719\ cm^{-1}$



شکل ۷. چگونگی بستگی شاریدگی انرژی خروجی به ورودی برای تقویت کنندهٔ Nd:YAG طی یک عبور. ضریب بهره بـرای سـه مقـدار انـرژی دمش ۵۰، ۷۲ و ۹۸ ژول به ترتیب $۰/۱۵۸۹\ cm^{-1}$، $۰/۲۱۰۱\ cm^{-1}$ و ۰/۲۷۱۹ می باشد.



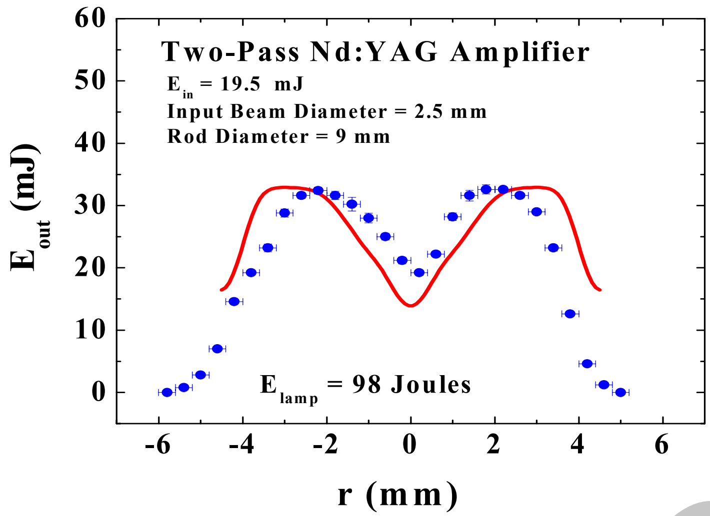
شکل ۸. نتایج محاسبهٔ مدل تحلیلی برای بستگی انرژی خروجی تقویت کنندهٔ ۲ عبوری به فاصله میان باریکه‌ها برای انرژی دمش ۷۲ و ۹۸ ژول. دو حالت تقریبی برای شاریدگی ورودی بسیار کمتر و بسیار بیشتر از شاریدگی اشباع به ترتیب با (خط چین) و (نقطه- خط) نشان داده شـده‌انـد. نتیجه مدل کامل با(خط ممتد) ترسیم شده است.

به‌دست آمد، شکل ۷. در این اندازه‌گیری‌ها قطر باریکـه ورودی به تقویت کننده ۳ میلی‌متر و قطر میلهٔ تقویت کننـده ۹ میلیمتـر می‌باشد.

به کمک روابط (۲۱) و (۲۲) به ازای هر انرژی دمـش بهـره در عبـور اول $G_1(r_1)$ و عبـور دوم $G_2(r_2)$ و سـپس شـاریدگی خروجی $J_{out}(r,r_1,r_2)$ از رابطهٔ (۲۸) بـرای تقویت کننـده دو عبوری محاسبه شد. با انتگرال‌گیری از J_{out} نسبت به r انـرژی خروجـی تقویـت کننـده دو عبـوری $E_{out}(r_1,r_2)$ بـر حـسب وضعیت مرکز دو باریکهٔ عبوری r_1 و r_2 بـه‌دسـت مـی‌آیـد. در رابطهٔ (۳۹)، D قطر محیط فعال تقویت کننده است.

$$E_{out}(r_1,r_2)=2\pi\int_{r_2}^{D/2} J_{out}(r,r_1,r_2)\,r\,dr\ . \qquad (۳۹)$$

نمودارهـای شـکل ۸ نتـایج حاصـل از رابطـهٔ ۲۸ را بـه همـراه محاسبهٔ انرژی خروجی برحسب فاصله میـان مرکـز دو باریکـه عبوری بـرای حالـت‌هـای خـاص $J_{in} << J_s$ و $J_{in} \geq J_s$، بـه ترتیب روابط (۲۹) و (۳۰) برای دو مقـدار دمـش ۷۲ و ۹۸ ژول



شکل ۹. بستگی مشاهده شده برای انرژی خروجی تقویت کنندهٔ دو عبوری به فاصلهٔ میان مسیر اولین و دومین پرتو عبوری. اندازه‌گیری‌ها برای انرژی دمش ۹۸ ژول صورت گرفته است.

نشان می‌دهد. مقایسهٔ نتایج مدل با مقادیر تجربی نشان می‌دهد که هنگامی‌که مسیر باریکه‌ها بیش از نصف مجموع اندازه لکه باریکه‌ها از یکدیگر فاصله دارند، نتایج تجربی و تحلیلی کاملاً با یکدیگر سازگار هستند، (شکل ۹). در تمام حالت‌ها انرژی باریکه ورودی به تقویت کننده ۱۹/۵ میلی ژول و قطر باریکه ۲/۵ میلی‌متر است. با نزدیک شدن مسیر باریکه‌ها به یکدیگر، مدل رفتار مشاهده شده تجربی را تا حد زیادی دنبال می‌کند و برای مسیر عبور یکسان برای دو باریکه، مدل مقادیر کمتری را در حد ۱۰ تا ۲۰ درصد برای انرژی خروجی به‌دست می‌دهد.

۷. نتیجه‌گیری

مدل عرضه شده در این مقاله تعمیمی است بر مدل ارزشمند فرانتز- نادویک برای تقویت کننده‌های اپتیکی دو عبوری با فاصلهٔ دلخواه میان باریکه‌ها، که می‌تواند در طراحی و بهینه‌سازی بازدهی سیستم‌های مفصل اپتیکی با تقویت کننده‌های دو و چند عبوری سودمند واقع شود.

این مدل می‌تواند بدون نیاز به حل عددی سیستم معادلات پاره‌ای آهنگ تفاوت انبوهی و چگالی فوتون، برای بهینه سازی تقویت کننده‌های ۲ عبوری، و با کاربرد مکرر آن برای تقویت کننده‌های چند عبوری که بازدهی کاملاً به فاصله میان مسیر باریکه‌های عبوری وابسته است به کار رود. علی‌رغم استفاده از سه فرض عدم تغییر رفتار زمانی تپ اپتیکی عبوری از تقویت کننده، کوچک بودن زمان عبور در مقایسه با پهنای زمانی تپ ورودی به تقویت کننده و عدم اعوجاج توزیع عرضی شدت اولین باریکهٔ عبوری علی‌رغم تأثیر متقابل باریکه‌ها بر بهرهٔ اپتیکی، مدل همچنان به نتایج مناسب و قابل قبول منجر می‌شود. نتایج محاسبات نشان می‌دهند که حداقل بازدهی و انرژی خروجی برای تقویت کننده دو عبوری هنگامی رخ می‌دهد که مسیر باریکه‌های لیزر طی دو عبور بر یکدیگر منطبق باشند. با دور شدن مسیر باریکه‌ها از یکدیگر، تأثیر باریکه‌ها بر یکدیگر کاهش می‌یابد و عملاً پس از آنکه فاصلهٔ مرکز باریکه‌ها بیش از مجموع اندازهٔ لکه باریکه‌های عبوری از یکدیگر باشد، بیشترین بازدهی حاصل می‌شود و باریکه‌ها حداکثر بهرهٔ انرژی را تجربه می‌کنند. این ملاحظات در کنار مشاهدات تجربی و مقایسهٔ نتایج با محاسبهٔ حالت خاص که مسیر باریکه‌ها بر یکدیگر منطبق هستند، کارآمدی مدل را مورد تایید قرار می‌دهد.

مراجع

1. B M Wonterghem, J R Murray, J H Campbell, D R Speck, C E Barker, I C Smith, D F Browning, W C Behrendt, *Appl. Opt*. **36** (1997) 4932.
2. W H Lowdermilk, J E Murray, *Journal of Applied Physics*, **51**, 5 (1980) 2436.
3. J E Murray, W H Lowdermilk, *Journal of Applied Physics* , **51** ,7 (1980) 3548.
4. L M Frantz, and J S Nodvik, *Journal of Appl. Phys*. **34**, 8 (1963) 2346.
5. W Koechner, "*Solid State Laser Engineering*", 5th edition, Chapter 4, Springer (1999).
6. M Scott Andrew, Gary Cook and Andrew P G Davies, *Appl. Opt*. **40** (2001) 2461.
7. R S Hargrove, R Grove and T Kan, *IEEE Journal of Quantum Electron*. QE-**15**, 11 (1979) 1228.
8. F Docchi, V Magni, and R Ramponi, *Rev. Sci. Instrum*. **55**, 4 (1984) 477.
9. S Ghoreyshi, K Rahimian, A Hariri, *Opt. Commun*. **238** (2004)139.
10. H Okada, H Yoshida, H Fujita, and M Nakatsuka, *Opt. Commun*. **260**, 1 (2005)277.
11. S C Pearce, L M Ireland, and P E Dyer, *Opt. Commun.* **255** (2005) 297.
12. N N Ilichev, A V Larikov, and A A Malyutin, *Sov. J. Quantum. Electron.* **20**, 11 (1991) 1336.

۱۳. ا. ح. فرهبد، ر. بری، ن. مرشدیان، ف. تحصیلداران، م. ترکاشوند و م. جابری، *شانزدهمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران*، دانشگاه یزد (۱۳۸۸).