



داشته باشد [۳] باید پتانسیل مطلوب را انتخاب کرد. در این مقاله با استفاده از پتانسیل نوزیرز و اشمیت - رینک که برای برهمنکنی‌های ضعیف مناسب است احتمال گذار فرآیندها بر حسب پتانسیل به کار رفته به دست آورده می‌شوند. که در مقاله‌های دیگری از این نتایج برای محاسبه کمیت‌های ترابری، به ویژه ضریب چسبندگی در ابرشاره Li^+ که در حالت موج $-p$ است استفاده خواهیم کرد.

جمله برخوردی خطی در معادله بولتزمن شامل فرآیندهای پراکنده‌گی دو شبه‌ذره و نیز فرآیندهایی است که در آن‌ها یک شبه‌ذره به سه شبه‌ذره واپاشی می‌کند و فرآیندهایی که سه شبه‌ذره با هم می‌آمیزند تا یک شبه‌ذره خلق شود. برای به دست آوردن احتمال‌های گذار، باید جمله برهم‌کنشی در هامیلتونی دستگاه را محاسبه کرد [۴].

در محاسبه کمیت‌های ترابری گازهای اتمی فراسرده مانند ضریب چسبندگی برشی و رسانندگی گرمایی و جمله‌های برخوردی خطی به احتمال گذار فرآیندهای مختلف نیاز می‌شود [۱]. در حالت عادی شاره، تعداد شبه‌ذرات پایسته است و در نتیجه تنها فرآیندهای مجاز در دماهای پایین، فرآیندهای پراکنده‌گی دو تایی هستند. اما در یک ابرشاره تعداد شبه‌ذرات پایسته نیست و بنابراین باید، فرآیندهای واپاشی که در آن یک شبه‌ذره به سه شبه‌ذره تبدیل می‌شود و نیز فرآیندهای به هم آمیختگی، که در آن سه شبه‌ذره برای تشکیل یک شبه‌ذره به هم می‌آمیزند را نیز به حساب آورده. برای به دست آوردن این احتمال‌های گذار به پتانسیل برهمنکش مؤثر بین شبه‌ذرات نیاز است. در ابرشاره‌های با همبستگی قوی، مانند ابرشاره He^+ روش‌های مختلفی به کار گرفته شده است [۲]. ولی در شاره‌های مورد نظر این مقاله، با توجه به این‌که شاره می‌تواند برهمنکش‌های قوی یا ضعیف

اگر رابطه (۳) در رابطه (۴) قرار داده شود فقط جمله باقی می‌ماند و پس از محاسبات طولانی رابطه زیر به دست می‌آید

$$\begin{aligned} W_{13}(\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3, \vec{p}_4; \sigma\sigma') &= \frac{1}{4} \left[\left(u_{\vec{p}_1} u_{\vec{p}_2} u_{\vec{p}_3} v_{\vec{p}_4} + v_{\vec{p}_1} v_{\vec{p}_2} v_{\vec{p}_3} u_{\vec{p}_4} \right) \right. \\ &\times \left[\sigma' (V_{\vec{p}_1 - \vec{p}_2} + V_{\vec{p}_3 - \vec{p}_4}) \right. \\ &\quad \left. - \sigma' \delta_{\sigma, \sigma'} (V_{\vec{p}_1 - \vec{p}_3} + V_{\vec{p}_2 - \vec{p}_4}) \right] \\ &\quad \left. + \left(u_{\vec{p}_1} u_{\vec{p}_2} u_{\vec{p}_3} v_{\vec{p}_4} + v_{\vec{p}_1} v_{\vec{p}_2} v_{\vec{p}_3} u_{\vec{p}_4} \right) \right. \\ &\quad \left. [-\sigma' (V_{\vec{p}_1 - \vec{p}_2} + V_{\vec{p}_3 - \vec{p}_4}) \right. \\ &\quad \left. + \sigma' \delta_{\sigma, -\sigma'} (V_{-\vec{p}_1 - \vec{p}_3} + V_{\vec{p}_2 + \vec{p}_4}) \right] \\ &\quad \left. + \left(u_{\vec{p}_1} u_{\vec{p}_2} u_{\vec{p}_3} v_{\vec{p}_4} + v_{\vec{p}_1} v_{\vec{p}_2} v_{\vec{p}_3} u_{\vec{p}_4} \right) \right. \\ &\quad \left. \times [\sigma' \delta_{\sigma, \sigma'} (V_{\vec{p}_1 - \vec{p}_3} + V_{\vec{p}_2 - \vec{p}_4}) \right. \\ &\quad \left. - \sigma' \delta_{\sigma, -\sigma'} (V_{-\vec{p}_1 - \vec{p}_3} + V_{\vec{p}_2 + \vec{p}_4}) \right] \right], \end{aligned} \quad (5)$$

که در آن ضرایب بوگلیویف $u_{\vec{p}}$ و $v_{\vec{p}}$ چنین اند

$$\begin{aligned} u_{\vec{p}}^{\text{v}} &= \frac{1}{2} (1 + \frac{\epsilon_{\vec{p}}}{E_{\vec{p}}}), \\ v_{\vec{p}}^{\text{v}} &= \frac{1}{2} (1 - \frac{\epsilon_{\vec{p}}}{E_{\vec{p}}}), \end{aligned} \quad (6)$$

که در آن $E_{\vec{p}}^{\text{v}} = \epsilon_{\vec{p}}^{\text{v}} + \Delta_{\vec{p}}^{\text{v}}$ است که $\epsilon_{\vec{p}}$ انرژی شبهذره در حالت عادی است که نسبت به پتانسیل شیمیایی μ ، سنجیده می‌شود و $\Delta_{\vec{p}}$ ، اندازه گاف در راستای \vec{p} روی سطح فرمی است. گاف در ابرساناهای موج $-p$ به صورت $\Delta_{\vec{p}} = \Delta_0 \sin \theta_p$ است که در آن $\Delta_0 = \Delta_0 \sin \theta_p$ زاویه میان تکانه شبهذره و محور گاف \hat{A} است.

پس از انجام محاسبات ریاضی طولانی برای احتمال گذار و اپاشی یک شبهذره به سه شبهذره عبارت‌های زیر حاصل می‌شوند

$$\begin{aligned} W_{13}(\uparrow\uparrow) &= \frac{1}{4} \\ &\times \left[\left(u_{\vec{p}_1} u_{\vec{p}_2} u_{\vec{p}_3} v_{\vec{p}_4} + v_{\vec{p}_1} v_{\vec{p}_2} v_{\vec{p}_3} u_{\vec{p}_4} \right) \right. \\ &\quad \left. - (V_{\vec{p}_1 - \vec{p}_2} + V_{\vec{p}_3 - \vec{p}_4}) \right] - \left(u_{\vec{p}_1} u_{\vec{p}_2} u_{\vec{p}_3} v_{\vec{p}_4} + v_{\vec{p}_1} v_{\vec{p}_2} v_{\vec{p}_3} u_{\vec{p}_4} \right) \\ &\quad \times (V_{\vec{p}_1 - \vec{p}_2} + V_{\vec{p}_3 - \vec{p}_4}) + \left(u_{\vec{p}_1} u_{\vec{p}_2} u_{\vec{p}_3} v_{\vec{p}_4} + v_{\vec{p}_1} v_{\vec{p}_2} v_{\vec{p}_3} u_{\vec{p}_4} \right) \\ &\quad \times (V_{\vec{p}_1 - \vec{p}_2} + V_{\vec{p}_3 - \vec{p}_4}) \right], \end{aligned} \quad (V)$$

عملگرهای خلق و نابودی شبهذره در حالت عادی $a_{\vec{p}, \sigma}^{\dagger}$ و $a_{\vec{p}, \sigma}$ می‌توانند با عملگرهای خلق و نابودی در حالت ابرشاره یعنی $a_{\vec{p}, \sigma}^{\dagger}$ و $a_{\vec{p}, \sigma}$ جایگزین شوند، این تبدیلات به صورت زیر نوشته می‌شوند [۵]

$$\begin{aligned} a_{\vec{p}, \sigma} &= u_{\vec{p}} \alpha_{\vec{p}, \sigma} + \sigma' v_{\vec{p}} \alpha_{-\vec{p}, -\sigma}^{\dagger}, \\ a_{-\vec{p}, \sigma}^{\dagger} &= u_{\vec{p}} \alpha_{-\vec{p}, \sigma}^{\dagger} + \sigma' v_{\vec{p}}^* \alpha_{\vec{p}, \sigma}. \end{aligned} \quad (1)$$

ضرایب بوگلیویف در ابرشاره موج $-p$ دارای این ویژگی هستند

$$\begin{aligned} u_{-\vec{p}} &= u_{\vec{p}}, \\ v_{-\vec{p}} &= -v_{\vec{p}}. \end{aligned} \quad (2)$$

با در نظر گرفتن تبدیلات بوگلیویف و نیز روابط میان ضرایب بوگلیویف برهم کنش مؤثر شبهذرات در حالت ابرشاره به این صورت به دست می‌آید [۶]

$$\begin{aligned} V &= \sum_{\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3, \vec{p}_4} V_{\vec{q}} \left(u_{\vec{p}_1} \alpha_{\vec{p}_1, \sigma}^{\dagger} + \sigma v_{\vec{p}_1} \alpha_{-\vec{p}_1, -\sigma} \right) \\ &\quad \times \left(u_{\vec{p}_2} \alpha_{\vec{p}_2, \sigma'}^{\dagger} + \sigma' v_{\vec{p}_2} \alpha_{-\vec{p}_2, -\sigma'} \right) \\ &\quad \times \left(u_{\vec{p}_3} \alpha_{\vec{p}_3, \sigma}^{\dagger} + \sigma' v_{\vec{p}_3} \alpha_{-\vec{p}_3, -\sigma} \right) \\ &\quad \times \left(u_{\vec{p}_4} \alpha_{\vec{p}_4, \sigma}^{\dagger} + \sigma v_{\vec{p}_4} \alpha_{-\vec{p}_4, -\sigma} \right). \end{aligned} \quad (3)$$

رابطه (۳) شامل جمله‌های $\alpha_{\vec{p}_1, \sigma}^{\dagger} \alpha_{\vec{p}_2, \sigma'}^{\dagger} \alpha_{-\vec{p}_3, \sigma'}^{\dagger} \alpha_{\vec{p}_4, \sigma}$ ، $\alpha_{\vec{p}_1, \sigma}^{\dagger} \alpha_{\vec{p}_2, \sigma'}^{\dagger} \alpha_{\vec{p}_3, \sigma'}^{\dagger} \alpha_{\vec{p}_4, -\sigma}$ ، $\alpha_{\vec{p}_1, \sigma}^{\dagger} \alpha_{\vec{p}_2, \sigma}^{\dagger} \alpha_{\vec{p}_3, \sigma}^{\dagger} \alpha_{\vec{p}_4, -\sigma}$ ، $\alpha_{\vec{p}_1, \sigma}^{\dagger} \alpha_{\vec{p}_2, \sigma}^{\dagger} \alpha_{\vec{p}_3, \sigma}^{\dagger} \alpha_{\vec{p}_4, -\sigma}$ است که این جمله‌ها به ترتیب نشان دهنده واپاشی یک شبهذره به سه شبهذره، بهم آمیختن سه شبهذره، و خلق یک شبهذره نابودی و خلق دو شبهذره، نابودی چهار شبهذره و نهایتاً خلق چهار شبهذره می‌باشند که دو فرآیند آخر به دلیل نقض پایستگی انرژی کل مجاز نمی‌باشند.

در اینجا فقط یکی از احتمال‌های گذار محاسبه شده و چون روش محاسبه برای دیگر فرآیندها یکسان است فقط نتایج آنها آورده می‌شود.

احتمال گذار، برای مثال، در فرآیند نابودی یک شبهذره و خلق سه شبهذره به صورت زیر تعریف می‌شود [۴]

$$W_{13} = \left| \langle \dots; \vec{p}_1, \sigma; \vec{p}_2, \sigma'; -\vec{p}_3, -\sigma'; \dots | V | \dots; \vec{p}_4, \sigma, \dots \rangle \right|^2. \quad (4)$$

و

$$\begin{aligned} \text{می‌شوند می‌توان نوشت، } & \sin \theta_p = 0, \quad p_s = 0, \quad \Delta_{\bar{p}} = 0 \quad \text{و بنابراین} \\ \text{می‌شود و با در نظر گرفتن این محدوده دمایی} & E_{\bar{p}} = \varepsilon_{\bar{p}} \\ \text{ضرایب بوگلیوبف عبارتند از} & u_{\bar{p}} = 1, \\ & v_{\bar{p}} = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

در اینجا هر تقریبی که برای u و v به کار برده شود، وابستگی دمایی تغییر نمی‌کند، فقط ضرایب عددی احتمال‌های گذار اندکی تغییر می‌کنند. با به کاربردن این تقریب‌ها، احتمال‌های گذار به این صورت به دست می‌آیند

$$\begin{aligned} W_{12}(\uparrow\uparrow) &= 0; \quad W_{12}(\uparrow\downarrow) = 0, \\ W_{21}(\uparrow\uparrow) &= 0; \quad W_{21}(\uparrow\downarrow) = 0, \end{aligned} \quad (12)$$

$$W_{11}(\uparrow\uparrow) = \frac{1}{4} \left[(V_{\bar{p}_1 - \bar{p}_1} + V_{\bar{p}_1' - \bar{p}_1'}) - (V_{\bar{p}_1 - \bar{p}_1'} + V_{\bar{p}_1' - \bar{p}_1}) \right], \quad (13)$$

$$W_{11}(\uparrow\downarrow) = \frac{1}{4} \left[(V_{\bar{p}_1 - \bar{p}_1} + V_{\bar{p}_1' - \bar{p}_1'}) \right]. \quad (14)$$

معادلات بالا نشان می‌دهند که احتمال‌های گذار توابعی از پتانسیل هستند. برای جلوگیری از پیچیدگی‌های فنی که در بحث نظریه BCS گازهای فرمی و گاف انرژی آنها وجود دارد، به جای پتانسیل واقعی $V_{\bar{q}} = V_{\bar{p} - \bar{p}'}$ از مدل پتانسیلی استفاده می‌شود که برای برهم‌کنش‌های ضعیف مناسب است. متداول‌ترین مدل پتانسیل تعیین پتانسیلی است که نوزیرز و

اشمیت - رینک معروفی کردند و به صورت زیر می‌باشد [V]

$$\begin{aligned} V_l(p, p') &= \lambda_l w_l(p) w_l(p'), \\ w_l(p) &= \frac{\left(\frac{p}{p_*}\right)^l}{\left[1 + \left(\frac{p}{p_*}\right)^2\right]^{\frac{(l+1)}{2}}}, \end{aligned} \quad (15)$$

که در آن p تکانه قطع است.

اگر این پتانسیل برای موج $-p$ ، یعنی برای تکانه زاویه‌ای مداری $l=1$ محاسبه شود عبارت زیر به دست می‌آید

$$\begin{aligned} V_1(\bar{p}_1 - \bar{p}_1') &= V_1(\bar{p}_1' - \bar{p}_1) = V_1(p_1, p_1') \\ &= \lambda_1 \frac{p_1^* p_1' p_1'^*}{(p_1^* + p_1')(p_1^* + p_1'^*)}. \end{aligned} \quad (16)$$

چون در دماهای پایین، شبه‌ذرات نزدیک سطح فرمی جمع می‌شوند پس تکانه آنها تقریباً برابر با تکانه در سطح فرمی

است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} W_{11}(\uparrow\downarrow) &= \frac{1}{4} \times \left[\left(u_{\bar{p}_1} u_{\bar{p}_1'} u_{\bar{p}_1} v_{\bar{p}_1} v_{\bar{p}_1'} + v_{\bar{p}_1} v_{\bar{p}_1'} v_{\bar{p}_1} u_{\bar{p}_1'} \right) \right. \\ &\times \left(V_{\bar{p}_1 - \bar{p}_1'} + V_{\bar{p}_1' - \bar{p}_1} \right) \\ &+ \left(u_{\bar{p}_1} u_{\bar{p}_1'} u_{\bar{p}_1} v_{\bar{p}_1'} + v_{\bar{p}_1} v_{\bar{p}_1'} v_{\bar{p}_1} u_{\bar{p}_1'} \right) \\ &\times \left[\left(V_{\bar{p}_1 - \bar{p}_1'} + V_{\bar{p}_1' - \bar{p}_1} \right) - \left(V_{-\bar{p}_1 - \bar{p}_1} + V_{\bar{p}_1 + \bar{p}_1} \right) \right] \\ &+ \left(u_{\bar{p}_1} u_{\bar{p}_1'} u_{\bar{p}_1} v_{\bar{p}_1'} + v_{\bar{p}_1} v_{\bar{p}_1'} v_{\bar{p}_1} u_{\bar{p}_1'} \right) \\ &\times \left. \left(V_{-\bar{p}_1 - \bar{p}_1} + V_{\bar{p}_1 + \bar{p}_1} \right) \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

احتمال گذار فرآیند به هم آمیختن سه شبه‌ذره و خلق یک شبه-ذره و نیز احتمال گذار فرآیند خلق و نابودی دو شبه‌ذره با همین روش محاسبه شدن و رابطه‌های زیر به دست آمدند

$$\begin{aligned} W_{21}(\sigma, \sigma') &= \\ &\frac{1}{4} \left\{ \left(v_{\bar{p}_1} v_{\bar{p}_1'} v_{\bar{p}_1} u_{\bar{p}_1} + u_{\bar{p}_1} u_{\bar{p}_1'} u_{\bar{p}_1} v_{\bar{p}_1'} \right) \right. \\ &\times \left[-\sigma'(V_{\bar{p}_1 - \bar{p}_1'} + V_{\bar{p}_1' - \bar{p}_1}) \right. \\ &+ \sigma' \delta_{\sigma, \sigma'} \left(V_{\bar{p}_1 + \bar{p}_1} + V_{-\bar{p}_1 - \bar{p}_1} \right) \\ &+ \left(v_{\bar{p}_1} v_{\bar{p}_1'} v_{\bar{p}_1} u_{\bar{p}_1'} + u_{\bar{p}_1} u_{\bar{p}_1'} u_{\bar{p}_1} v_{\bar{p}_1'} \right) \\ &\times \left[-\sigma' \delta_{\sigma, \sigma'} \left(V_{\bar{p}_1 - \bar{p}_1'} + V_{\bar{p}_1' - \bar{p}_1} \right) \right. \\ &+ \sigma' \delta_{\sigma, -\sigma'} \left(V_{\bar{p}_1 - \bar{p}_1'} + V_{\bar{p}_1' - \bar{p}_1} \right) \left. \right] \left. \right\}, \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} W_{11}(\sigma, \sigma') &= \frac{1}{4} \left\{ \left(V_{\bar{p}_1 - \bar{p}_1'} + V_{\bar{p}_1' - \bar{p}_1} \right) \right. \\ &\times \left[u_{\bar{p}_1} u_{\bar{p}_1'} u_{\bar{p}_1} u_{\bar{p}_1'} + v_{\bar{p}_1} v_{\bar{p}_1'} v_{\bar{p}_1} v_{\bar{p}_1'} \right. \\ &- v_{\bar{p}_1} v_{\bar{p}_1'} u_{\bar{p}_1} u_{\bar{p}_1'} - u_{\bar{p}_1} u_{\bar{p}_1'} v_{\bar{p}_1} v_{\bar{p}_1'} \left. \right] \\ &- \left(V_{\bar{p}_1 - \bar{p}_1'} + V_{\bar{p}_1' - \bar{p}_1} \right) \left[u_{\bar{p}_1} u_{\bar{p}_1'} u_{\bar{p}_1} u_{\bar{p}_1'} \right. \\ &+ v_{\bar{p}_1} v_{\bar{p}_1'} v_{\bar{p}_1} v_{\bar{p}_1'} - u_{\bar{p}_1} u_{\bar{p}_1'} v_{\bar{p}_1} v_{\bar{p}_1'} - u_{\bar{p}_1} u_{\bar{p}_1'} v_{\bar{p}_1} v_{\bar{p}_1'} \left. \right] \delta_{\sigma, \sigma'} \\ &+ \left(V_{-\bar{p}_1 - \bar{p}_1} + V_{\bar{p}_1 + \bar{p}_1} \right) \\ &\times \left[u_{\bar{p}_1} u_{\bar{p}_1'} v_{\bar{p}_1} v_{\bar{p}_1'} + u_{\bar{p}_1} v_{\bar{p}_1'} v_{\bar{p}_1} u_{\bar{p}_1'} \right. \\ &+ v_{\bar{p}_1} u_{\bar{p}_1'} u_{\bar{p}_1} v_{\bar{p}_1'} + v_{\bar{p}_1} v_{\bar{p}_1'} u_{\bar{p}_1} u_{\bar{p}_1'} \left. \right] \delta_{\sigma, -\sigma'} \left. \right\}. \end{aligned} \quad (10)$$

در دماهای پایین چون اکثر شبه‌ذرات در گره‌های گاف جمع

با تکانه زاویه‌ای مداری $\ell = 1$ در دماهای پائین اتفاق می‌افتد فرآیندهای دو تایی است، چون همان‌طور که مشاهده گردید بقیه احتمال‌های گذار صفر شدند. هم‌چنین در دماهای پائین در فرآیندهای دوتایی نیز، تنها شبه‌ذرات با اسپین بالا و اسپین پائین در احتمال گذار سهیم هستند یعنی تنها $W_{22}(\uparrow\downarrow) \neq 0$.

است. این همانند چیزی است که برای ابرشاره‌های با برهم‌کنش بسیار قوی مانند ابرشاره ^3He روی می‌دهد [۲]. در جای دیگر از این احتمال گذار فرآیندهای دوتایی برای محاسبه کمیت‌های تراپری به ویژه ضربی چسبندگی استفاده خواهد شد. البته این پدیده که در دماهای پائین فقط فرآیندهای دوتایی موجود هستند ویژه ابرشاره‌ها یا ابررسانهایی است که دارای گره در گاف انرژی‌شان می‌باشند.

نشان داده شده است که در ابررسانهای با دمای گذار بالا در دماهای پائین نیز این فرآیندهای دوتایی غالب می‌شوند [۸].

$$V_1(p_1, p_2) = V_1(p_1, p_2) \approx \lambda_1 \frac{p_1^\dagger p_F^\dagger}{(p_1^\dagger + p_F^\dagger)^2}. \quad (17)$$

با به کار بردن این مقدار برای پتانسیل، احتمال‌های گذار به صورت زیر حساب می‌شوند

$$W_{11}(\uparrow\uparrow) = |V_1(p_1, p_1) - V_1(p_2, p_2)|^2 = 0, \quad (18)$$

و

$$W_{11}(\uparrow\downarrow) = |V_1(p_1, p_2)|^2 = \lambda_1^2 \frac{p_1^\dagger p_F^\dagger}{(p_1^\dagger + p_F^\dagger)^2}. \quad (19)$$

همان‌طور که از روابط بالا می‌توان دید، در دماهای پائین تنها شبه‌ذرات با اسپین بالا و اسپین پائین در فرآیندهای دوتایی شرکت دارند.

از بررسی روابط به دست آمده برای احتمال‌های گذار این نتیجه حاصل شد که، تنها فرآیندهایی که در ابرشاره گاز فرمی

Unconventional Superconductivity", Gordon and Breach Science Publisher (1998).

6. M A Shahzamanian, *J. Phys.: Condens. Matter*, **1** (1989) 1965.
7. P Nozieres and S Schmitt-Rink, *J. Low Temp. Phys.*, **59** (1985) 195.

۸. محمدعلی شاهزمانیان، مجله فیزیک، **۹**، ۱ (۱۳۸۸) ۹۱.

1. R Afzali and N Ebrahimian, *J. Phys.: Condens. Matter*, **17** (2003) 4441.
2. M A Shahzamanian and R Afzali, *J. Phys.: Condens. Matter*, **15** (2003) 367.
3. S Zhang and A J Leggett, *Phys. Rev. A* **79** (2009) 023601.
4. M A Shahzamanian and R Afzali, *Ann. Phys.*, **309** (2004) 281.
5. V P Mineev and K V Samokhin, "Introduction to