





(bunching)

مغناطیسی هستند.

جریان پلاسمایی میدان مغناطیسی را بهوجود میآورد که این میدان باعث منقبض شدن پلاسما و افزایش چگالی جریان میشود و در اثر افزایش چگالی جریان، ناپایداری الکترومغناطیسی بهوجود میآید. در این حالت •≠  $\vec{\nabla} \times \vec{E}$  است

و باید مجموعه معادلات ماکسول بهطور کامل حل شوند[۱]. در اینجا برای مطالعهٔ ناپایداری در پلاسما از روش

در اینج برای معاقف آپید، ای در پرسه از روش جزء شبیه سازی کامپیوتری استفاده شده است که این روش جزء دستهٔ علوم محاسباتی است و روشی است که در آن نقطهٔ آغاز کار، بررسی علمی مدل ریاضی پدیدهٔ مورد نظر می باشد. معادلات مدل ریاضی باید به فرم جبری گسسته سازی شوند تا در توصیف یک پلاسمای در حال تعادل، پارامترهای بسیار زیادی از جمله ناپایداریها مطرح هستند. هرگاه یک اختلال رشد کننده در سیستم وجود داشته باشد به طوریکه بتواند کل پیکربندی سیستم و یا کمیتهای ماکروسکوپیک دستگاه را تغییر بدهد، به اصطلاح می گوییم سیستم در حال تعادل ناپایدار قرار دارد.

در یک طـرح سـاده ناپایـداریهـا بـه دو دسـته اصـلی ناپایداریهای فضای مکان یا ناپایـداریهـای ماکروسـکوپیک و ناپایداریهای فضای سرعت یا میکروسکوپیک تقسیم میشـوند که خود شامل دو گروه ناپایداریهای الکترواستاتیکی و الکتـرو



شکل ۱. هندسه شرایط تشدید.

برای حل عددی قابل درک باشند. معادلات گسستهسازی شده زمانی که به عنوان یکسری دستورات کامپیوتری بیان می شوند، توصیف کنندهٔ مدل شبیهسازی هستند که به صورت یک برنامهٔ شبیهسازی کامپیوتری در می آید.

حتی در سادهترین محاسبات به روش شبیه سازی، اطلاعات بسیار حجیمی تولید می شود که نیازمند یک بررسی علمی است تا از آن نتایج قابل فهمی بهدست آید. از این رو بیشترین تلاش پژوهشگران در این زمینه، معطوف به به دست آوردن روش های شبیه سازی مناسبی برای سیستم های فیزیکی می باشد که توسط منابع کامپیوتری محدودی که در دسترس است، قابل بررسی باشند.

تفاوت بین یک پلاسمای شبیه سازی شده و یک پلاسمای واقعی در تعداد بارها، میدان ها و معیارهای فضایی و زمانی است. یک پلاسمای واقعی شامل تعداد بسیار زیادی از الکترون ها و یون های مثبت است. در یک فرآیند شبیه سازی یک ذرهٔ باردار در اصل یک مجموعهٔ همگنی از تعداد بسیار زیاد ذرات باردار در یک پلاسمای واقعی است، بنابراین بار و جرم آن چند برابر بار و جرم ذرات واقعی است، بنابراین بار و جرم جرم ذرات شبیه سازی شده و واقعی برابرند و بدین ترتیب در شبیه سازی تعداد بسیار زیاد بار در پلاسما با تعداد کمتری جایگزین می شود و می توان پدیده های فیزیکی بسیاری را با تعداد ذرات محدودی شبیه سازی کرد.

از مزیت ایـن روش مـیتـوان بـه حجـم پـایین آرایـههـا و محاسبات اشاره کرد. کاربرد کلمـه "ذره" در حافظـهٔ کـامپیوتری نشان دهندهٔ همان مفهوم ذرات باردار است که فضای واقعـی را اشغال میکنند.

لازم به ذکر است که بررسی های تئوری در زمینهٔ ناپایـداری رامان به خوبی انجام پذیرفته است و هدف از این مقالـه تطبیـق

نتایج حاصل از شبیهسازی ذره در جعبه با نتایج نظری میباشد.

در ناپایداری رامان یک موج نور ورودی با دامنه بزرگ به یک موج نوری پراکنده و یک موج الکترونی پلاسما تبدیل می شود. در پراکندگی پیش رو مستقیم، سرعت فاز تقریبا نزدیک سرعت نور است و ذرات بسیار کمی در زمینه پلاسما وجود دارند که انرژی لازم را برای به دام افتادن توسط این امواج کسب کنند و در نتیجه شتاب بگیرند. در صورتی که موج ورودی در یک مسافت نسبتا طولانی در پلاسمای کم چگال منتشر بشود، موج الکترونی پلاسما با دامنه قابل توجهی تولید می شود که می تواند الکترونهای پر انرژی تولید کند[۲].

یک مـوج ورودی بـا مشخـصات ( $(\omega_{\circ}, k_{\circ})$  بـه شـکل یک مـوج ورودی بـا مشخـصات ( $(\omega_{\circ}, k_{\circ})$  بـه شـکه  $\vec{E} = \vec{E}_{\circ} \cos(k_{\circ} - \omega_{\circ} t)$  و یک موج الکترونی پلاسـمایی ( $(\omega_{ek}, k_p)$  تبـدیل مـیشـود کـه ازروابط پراکندگی زیر پیروی میکنند[۳] :

 $\omega^{r}{}_{s} = \omega^{r}{}_{p} + k^{r}{}_{s}c^{r}, \qquad (1)$   $\omega_{ek}{}^{r} = \omega^{r}{}_{p} + rrk_{p}{}^{r}v_{e}{}^{r}, \qquad (1)$   $\sum_{k=1}^{r} \omega^{r}{}_{p} = \omega^{r}{}_{p} + rrk_{p}{}^{r}v_{e}{}^{r}, \qquad (1)$   $\sum_{k=1}^{r} \omega^{r}{}_{p} = \omega^{r}{}_{p} + rrk_{p}{}^{r}v_{e}{}^{r}, \qquad (1)$   $\sum_{k=1}^{r} \omega^{r}{}_{p} = \omega^{r}{}_{p} + rrk_{p}{}^{r}v_{e}{}^{r}, \qquad (1)$   $\sum_{k=1}^{r} \omega^{r}{}_{k} = \omega^{r}{}_{p}, \qquad (1)$   $\omega^{r}{}_{k} = \omega^{r}{}_{k} + \omega^{r}{}_{p}, \qquad (1)$   $\omega^{r}{}_{k} = \omega^{r}{}_{s} + \omega^{r}{}_{k}, \qquad (1)$   $\omega^{r}{}_{k} = \omega^{r}{}_{s} + \omega^{r}{}_{p}, \qquad (2)$   $\omega^{r}{}_{k} = \omega^{r}{}_{k} + \omega^{r}{}_{k}, \qquad (2)$   $\omega^{r}{}_{k} = \omega^{r}{}_{k} + \omega^{r}{}_{k},$ 

1. Phase matching

Y. Stimulated Raman backward and forward scattering

$$\gamma = \frac{k_p v_{os}}{\mathfrak{r}} \left[ \frac{\omega_{pe}}{\omega_{ek} \left( \omega_* - \omega_{ek} \right)} \right]^{\frac{1}{\mathfrak{r}}}.$$
 (7)

برای ایجاد ناپایداری رامان موج باید در پلاسما نفوذ کند. چون کمینیهٔ فرکانس یک موج نوری درپلاسما،  $\omega_{pe}$  (فرکانس الکترونی پلاسما) است واضح است که طبق شرایط تطابق لازم است که  $g_{pe} \leq \omega$  باشد. یعنی  $\frac{n_{cr}}{\gamma} \ge n$  که در آن  $n \neq \mathcal{I}$ لی پلاسماست و  $n_{cr} = \omega$  باشد. یعنی  $\frac{n_{cr}}{\gamma} \ge n$  که در آن  $n \neq \mathcal{I}$ لی پلاسماست و  $n_{cr} = \frac{m\omega_{cr}}{\gamma}$  که در آن  $n_{cr} = \frac{m\omega_{cr}}{\gamma}$ را برای آن می یابیم. اگر شرط  $\frac{n_{cr}}{\gamma} \ge n$  در پلاسما بر قرار باشد آن را پلاسمای کم چگال می نامیم.

(PIC Simulation)

از روش شبیه سازی ذره در جعبه در پلاسما برای دنبال کردن مسیر ذرات باردار در یک میدان الکترومغناطیسی خودسازگار که روی نقاط شبکه ثابت محاسبه شدهاند، استفاده می شود. طرح کلی شبیه سازی بر اساس مفهوم خود سازگار بودن میدان هاست. چنانچه توزیع ذرات در هر گام زمانی و مقادیر میدان ها در گام زمانی قبل مشخص باشند می توان مقادیر میدان در زمان جدید را با استفاده از معادلات حاکم بر میدان (آمپر – فاراده) محاسبه کرد. چنین میدانی بر حرکت ذرات تأثیر می گذارد و باعث آرایش جدید آنها می شود که نحوهٔ این حرکت را می توان با الکترومغناطیسی که مورد توجه هستند از توزیع ذرات تأثیر می پذیرند و بر توزیع ذرات تأثیر می گذارند. این میدان هان الکترومغناطیسی که مورد توجه هستند از توزیع ذرات تاثیر می پذیرند و بر توزیع ذرات تأثیر می گذارند. این مسئله همان الگوریتم کد دو بعدی الکترومغناطیسی است. به صورت کلی است:

در ابتدای برنامه شرایط اولیـه بـا مـشخص کـردن مکـان و سرعت ذرات مشخص می شود، سپس با اسـتفاده از درونیـابی<sup>۲</sup>

می توان چگالی بار، جریان و ..... را در هر بازهٔ زمانی روی نقاط شبکه بهدست آورد. با محاسبهٔ چگالی جریان و چگالی بار، میدانهای الکترومغناطیسی توسط معادلات میدان بر روی نقاط شبکه محاسبه میشوند. در مرحلهٔ بعدی مکان نقاط فاز در فضای فاز توسط معادلات نیوتن – لورنتس به دست میآید. اما فضای این محاسبات نیاز به داشتن مقادیر میدانها بر روی نقاط فاز است که با برونیابی<sup>۳</sup> از مقادیر میدانها بر روی نقاط شبکه به روش لاگرانژ به دست میآید[۶]. مقادیر به دست آمده برای مکان و سرعت نقاط فاز به عنوان شرایط اولیهٔ گام زمان بعدی استفاده میشود و تمامی مراحل برنامه به این ترتیب دنبال خواهد شد. اجرای مراحل فوق در یک کد کامپیوتری به زبان برنامه نویسی فرترن ۹۰ نوشته شده است.

معیارهایی برای تضمین اجرای صحیح کد از لحاظ تعداد ذرات، بازهٔ زمانی و بازهٔ مکانی وجود دارد. تعداد ذرات باید بسیار بیشتر از نقاط شبکه باشد، که این مطلب تضمین کننده این حقیقت است که در طول زمان شبیه سازی هر خانهٔ شبکه همواره به طور میانگین شامل چندین ذره شود. بازهٔ مکانی نباید بزرگتر از طول دبای  $\Lambda$  باشد تا بدین ترتیب توزیع پتانسیل توسط جدایش بار، قابل محاسبه شود. بازهٔ زمانی باید کمتر از عکس فرکانس الکترونی پلاسما  $\int_{pe}^{-0}$  باشد تا بدین ترتیب نوسانات پلاسمایی تولید گردد[۷].

اولین گام در حل یک سیستم معادلات، بی بعدسازی میباشد تا از خطاهای ناشی از وجود ضرایب خیلی بزرگ و خیلی کوچک اجتناب شود. بی بعدسازی استفاده شده در کد دو بعدی نسبت به خصوصیات موج ورودی به صورت زیر است:

$$\begin{split} t\omega_{\circ} \to t \,, \quad k_{\circ}x \to x \,, \quad \frac{v}{c} \to v \,, \\ & \frac{q}{mc \, \omega_{\circ}} E(B) \to E(B), \\ & \frac{\epsilon \pi q}{mc \, \omega_{\circ}^{\mathsf{Y}}} J \to J \\ & \sum k_{\circ} = 0 \quad \text{if } J \to J \end{split}$$

<sup>1.</sup> Particle In Cell Simulation

Y. interpolation

T. extrapolation

موج فرودی۶، عدد موج فرودی <sup>۰۰۰</sup> ، فرکانس موج فرودی با بعد (<sup>۱۰</sup> (cm<sup>-1</sup>) چگالی اولیهٔ پلاسما با بعد (<sup>۱۰</sup> (cm<sup>-1</sup>) .۱۰ ۱/۲۳ و فرکانس الکترونی پلاسما با بعد (<sup>۱۰</sup> (sec) .۱۰۴

ذرات را الکترون در حالت سکون در نظر گرفته و در راستای x در فاصلهٔ ۴۵ > x > 0 قرار دادیم و در راستای y شرط دورهایی بودن را لحاظ کردیم. توزیع مکانی الکترونها یکنواخت است. محیط پلاسما که شامل الکترونها و یونهاست به صورت ذرهایی شبیه سازی شده و فرض می شود که یونها به دلیل اینرسی زیاد زمینه ثابتی را تشکیل می دهند، در حالی که دینامیک الکترونها از طریق حل معادلات نیوتن – لورنتس به دست می آید. بعد از محاسبه، چگالی الکترونها مقدار <sup>۱۰</sup> ۰۱×۲۳ = n و چگالی بحرانی مقدار <sup>۱۳</sup> ۰۱×۲۱ = n برای ناپایداری مذکور، انتظار مشاهدهٔ برقرای شرط  $\frac{n_{cr}}{7} \ge n$  برای ناپایداری مذکور، انتظار مشاهدهٔ زیر برنامهٔ اصلی توسط تعداد تکرارها <sup>۱</sup> محاسبه می شود. .

با در نظر گرفتن موج ورودی تخت الکترومغناطیسی به معادلهٔ  $\hat{f}$  ( $\omega t - kx$ )  $\hat{f}$  که از مرز سمت راست یعنی معادلهٔ  $\hat{f}$  ( $\omega t - kx$ ) معادلات معادلهٔ  $x = \epsilon$  معادلات می شود، و طبق معادلات ماکسول اعمال میدان  $\hat{k}$  ( $\omega t - kx$ ) می شود، و طبق معادلات ماکسول اعمال میدان  $\hat{k}$  ( $\omega t - kx$ ) معن مرز، پدیدهٔ ناپایداری رامان یا رشد امواج طولی در پلاسما مورد بررسی قرار گرفت. قابل ذکر است که بررسی های نظری در این زمینه انجام شده است و هدف از این مقاله مقایسهٔ نتایج نظری با نتایج شبیه سازی ذره ای است.

لازم است برای مقایسهٔ عبور موج تخت از پلاسما و خلاً، ابتـدا جعبهٔ شبیهسازی فاقد پلاسما باشـد. شـكل ۲ نـشان دهنـدهٔ آن است كه نحوهٔ انتشار موج تخت الكترومغناطیسی با نتایج نظری در انطباق كامل است و در عبور موج تخت از خلاً، هـیچ گونـه موج الكتریكی طولی ایجاد نشده است. الکترومغناطیسی ورودی، *m* و *q* جرم و بار الکتریکی ذرات، *E* و *B* میدان الکتریکی و مغناطیسی، *c* سرعت نور، *J* چگالی جریان ، *v* سرعت ذرات، *x* مکان ذرات و *t* زمان می باشد. برای شبیه سازی برهم کنش یک موج تخت الکترومغناطیسی با یک بره پلاسما نیاز به شبیه سازی معادلات ماکسول می باشد. معادلات ماکسول در دستگاه گاؤسی به شکل زیر است:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\hbar \pi J}{c}, \qquad (f)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t},$$

 $\vec{\nabla}\cdot\vec{E}=4\pi\rho\,,$ 

 $\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=\circ.$ 

حل این معادلات در سه بعد به دلیل حجم بالای آرایه ها و محاسبات، یک مجموعه کاملا پیچیده را تشکیل می دهد. به همین جهت سعی می شود که این معادلات را با در نظر گرفتن فرض هایی که باعث کاهش ابعاد مسئله می شود ساده تر کرد. در اینجا تحولات یک موج تخت الکترومغناطیسی با قطبش خطی که در راستای x منتشر می شود را در برهم کنش با پلاسما در نظر می گیریم. بدین صورت مؤلفه های پتانسیل برداری به نظر می گیریم. بدین صورت مؤلفه های پتانسیل برداری به می سود و با توجه ب

هنگام عبور یک موج تخت با این مشخصات، اگر الکترونها در راستای z سرعت اولیه نداشته باشند، حرکت ذرات در صفحه xy باقی خواهد ماند و تحولی در راستای z وجود نخواهد داشت (برای اطلاعات بیشتر به پیوست مراجعه شود).

## . .

دادههای بی بعد و شرایط اولیه در کد دو بعدی الکترومغناطیسی بهکار رفته در این مقاله به شرح زیر است:

طول جعبهٔ شبیه سازی در دو راستای x و y، ۵۰، فاصلهٔ مکانی نقاط شبکه در راستای x و y، ۰/۱، تعداد ذرات در هر سلول یک، تعداد کل ذرات ۲۰۰۰۰۰، تعداد نقاط شبکه در دو راستای x و y، ۵۰۱، دامنهٔ موج الکتریکی فرودی ۵۰/۰۰، طول

۱. iteration



شکل ۲. انتشار موج الکترومغناطیسی تخت در خلاً.





موج ورودي در پلاسما.

ورودي در پلاسما.



**شکل ۵.** آغاز رشد امواج طولی در اثر انتـشار موج ورودی در پلاسما.



**شکل ۳**. هنوز موج الکتریکی بـه پلاسـما

نرسیده است.

**شکل ۶**. رشد امواج طـولی در اثـر انتـشار موج ورودی در پلاسما.





**شکل ۸** رشد امواج طولی در اثر انتشار مـوج ورودی در پلاسما.

> این نتایج عددی حاصل شده از انتشار موج تخت در خلاً دلیلی بر صحت عملکرد کد است[۸].

> حال در مورد بررسی ناپایداری رامان پیش رو با توجه به شرایط اولیه و مدل شبیهسازی ابتدا موج تخت الکترومغناطیسی از مرز وارد ناحیهٔ خلأ و سپس وارد تیغهٔ پلاسمای کم چگال شده و پس از عبور از این تیغه دوباره وارد ناحیه خلأ می شود. در این حالت یک تیغهٔ پلاسمای رقیق را در نظر گرفتیم و

انتـشار امـواج الکترومغناطیـسی را در آن مـورد بررسـی قـرار دادهایـم. بـا در نظـر گـرفتن مـوج ورودی تخـت بـه معادلـهٔ  $\hat{E} = E_{\circ} \sin(\omega t - kx) \hat{j}$  که از مرز سمت راست یعنـی  $x=\infty$  بـه جعبهٔ شبیهسازی اعمال می شود، پدیدهٔ ناپایداری رامان یـا رشـد امواج طولی در پلاسما مورد بررسی قرار گرفته است.

با این توضیحات، با توجه به شکل های ۳ تا ۱۴، مشاهده می شود که میدان الکتریکی طولی که در حالت خلاً در زمان



**شکل ۱۷**. انتشار موج در جعبهٔ شبیه سازی.

انتشار موج ورودی در راستای x صفر بود در پلاسما شروع بـه رشد کرده و به بیشینهٔ مقدار ۵°۰۰° میرسد که در مقایـسه بـا مقدار دامنهٔ موج ورودی مقدار قابـل تـوجهی اسـت (بیـشترین مقدار دامنهٔ موج طولی تقریبا ۰/۰۱ دامنـهٔ مـوج ورودی رشـد کرده است). شکلهای ۳ تا ۸ نشانگر رشد این میدان طولی در اثر انتشار موج ورودی در پلاسما میباشد (تعداد تکرار ۳۰۰۰)، که نمای رشد این امواج طولی از پهلو، برای درک بیـشتر در شکل های ۹ تا ۱۴ آورده شده است.

با توجه به برقراری شرط  $\frac{n_{cr}}{\epsilon}$  در این کد انتظار داریـم که پلاسما در عبور موج الکترومغناطیسی ورودی شفاف باشد و موج ورودی به راحتی از آن عبور کنـد. نمودارهـای ۱۵ تـا ۲۰

صحت این مطلب را به اثبات میرساند[۸].، که نمای کناری این در شکلهای ۲۱ نشان داده شده است.

باید توجه داشت که دامنه موج طولی ایجاد شده تـا مقـدار محدودی رشد میکند و پس از آن با ایجاد حفـره در پلاسـما و ایجاد آشفتگی از رشد آن جلوگیری می شود و شکل موج طولی بههم میریزد که این مطلب ناشی از اثرات غیر خطی در پلاسما است[۹–۱۰]. در این حالت ذرات به دام افتاده در موج دائماً بـا موج در تبادل انرژی هستند. برای بررسی این مطلب اجازه دادیم موج زمان طولانی تری در جعبه شبیهسازی انتشار یابد (تعداد تکرار ۴۰۰۰). در شکل های ۲۲ مشاهده می شود که با این پیشروی، شکل موج طولی در آستانه خراب شدن است.





شکل ۱۸. انتشار موج در جعبهٔ شبیه سازی. شکل ۱۹. انتشار موج در جعبهٔ شبیه سازی. شکل ۲۰. انتشار موج در جعبهٔ شبیه سازی.





شکل ۲۲. رشد امواج طولی در اثر عبور موج ورودی از پلاسما در زمان طولانی تر.

نمای کناری رشد این موج طولی در شکلهای ۲۳ قابل مشاهده است.

بحرانی است، پلاسما شفاف است و نحوه انتـشار مـوج ورودی در پلاسما به صورت شکل ۲۴ است.

البته چون هنوز چگالی ذرات پلاسما خیلی کمتر از چگالی









مهمترین مـسئله در ناپایـداریهـا انـدازهگیـری نـرخ رشـد ناپایداری است. برای این منظور نمودار لگاریتمی میدان نـسبت به زمان به صورت شکل ۲۵ بهدست آمده است.



**شکل ۲۶.** نمودار لگاریتمی میدان الکتریکی طولی نسبت به زمان برای دامنههای قابل توجه.

با توجه به شکل ۲۵ از زمانهای ۲۵ و یا ۳۰ به بعد اندازهٔ دامنهٔ میدان قابل توجه است و نمودار، شیب ملایمی دارد. شیب نمودار ۲۶ را می توان به عنوان نرخ رشد میدان در نظر گرفت.



$$a = \frac{n \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n \sum_{i=1}^{n} x_i^{\mathsf{Y}} - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} x_i}$$
( $\boldsymbol{\Delta}$ )

با مقدار تحلیلی محاسبه شده از رابطهٔ (۳) یعنی <sup>۳-</sup>۰۰×۹/۰ ب.

در شکل ۲۷ فضای موقعیت ذرات رسم شده است که جداسازی بارها و پدیده خوشهای شدن ٔ را نشان میدهد و این خود دلیلی بر صحت ایجاد امواج طولی در پلاسما است[۱].

1. Linear least square fitting

Y. bunching

در ادامه بررسی های به عمل آمده در مورد فضای فاز نمودار بیشترین مقدار سرعت در دو راستای x و y در هر بازهٔ زمانی را برای جعبهای به طول ۳۰ با تعداد تکرارهای ۳۰۰۰ به صورت شکل های ۲۸ و ۲۹ بهدست آوردیم. مشاهده می کنیم که سرعت ذرات در هر دو راستای x و y زیاد می شود و در بازه های زمانی بعدی از سرعتشان کاسته می شود.

در این مقاله پدیدهٔ ناپایداری رامان پیش رو توسط یک کـد دو بعدی الکترومغناطیسی غیر نسبیتی که بـه زبـان برنامـه نویـسی فرترن ۹۰ نوشته شده است، شبیه سازی گردید. ابتدا به دلیل اطمینان از صحت عملکرد کد مورد نظر پدیدهٔ انتشار امواج الکترومغناطیسی در محیطهای خلاً و پلاسمای کم چگال مورد بررسی قرار گرفت و مشاهده شد که با رعایت شرط کم چگال بودن پلاسما در انتشار امواج الکترومغناطیسی ورودی از مرز، در پلاسما و خلأ تفاوتی وجود ندارد. یعنی پلاسمای کم چگال در برابر عبور امواج الکترومغناطیسی حکم یک محیط شفاف را دارد. همچنین میشاهده شد که هنگام عبور موج تخت الکترومغناطیسی در خلأ هیچ گونه موج طولی ایجاد نمی شود، ولی در عبور از پلاسمای کم چگال، امواج طولی با دامنهای قابل ملاحظه رشد می کند. این مطلب دلیلی بر مشاهدهٔ پدیدهٔ ناپایداری امواج الکترومغناطیسی در عبور از پلاسماست. کم بودن در صد خطای محاسبه شده برای نرخ رشد این ناپایداری در مقایسه با مقدار تحلیلی آن دلیل خوبی برای عملکرد مناسب كد نوشته شده، مي باشد.

فضای موقعیت ذرات رسم شده نیز نشانگر پدیده خوشهای شدن است این خود دلیلی بر صحت ایجاد امواج طولی در پلاسما است.

معادلات حاکم بر میدانها و امواج الکترومغناطیسی، معادلات ماکسول است. با استفاده از ایـن معـادلات تحـول میـدانهـای الکترومغناطیسی در طول زمان و مکان قابل مـشاهده اسـت. بـا

توجه به وابستگی تحولات مکانی میدان الکتریکی به تحولات زمانی میدان مغناطیسی و بالعکس (قانون فارادی و آمپر – ماکسول) گسسته سازی این معادلات بدون بعد شده ( $\overline{B}$  =  $\overline{B}$  و  $\overline{I} - \overline{B} \times \overline{\nabla} = \frac{\overline{A}B}{\partial t}$ ) به روش زیر مطرح می شود.

 $\overline{E}$  با توجه به معادلات فوق (مشتق گیری زمانی از میدان های  $\overline{E}$ و  $\overline{B}$  در سمت چپ و وجود خود این میدان ها در سمت راست) انتگرال گیری زمانی به روش پرش قورباغه در بازههای زمانی صحیح و نیم صحیح زمانی و مکانی مطابق شکل ۳۰ انجام شده است[۱۱].

این روش زمان – مرکزی<sup>۲</sup> است و دقت مشتقات زمانی از مرتبه دوم است. در فضای دو بعدی میدانها، به میدانهای الکتریکی عرضی TT و مغناطیسی عرضی TM تقسیم میشوند. همه متغیرهای فضایی از جمله  $\overline{X}$  در صفحه xx هستند. برای میدانهای TM با در نظر گرفتن  $\overline{B} = \overline{X}$ ، اجزای میدانهای TM با در نظر گرفتن  $\overline{B} = \overline{X}$ ، اجزای میدانهای TM با در نظر کرفتن  $\overline{B} = \overline{X}$ ، اجزای میدانهای TE با شرط  $\overline{B} = \overline{X}$ ، اجزای مشابه y,  $B_x$ ,  $B_x$ ,  $B_x$  را داریم. نمودارکلی، که  $\overline{C} = \overline{X}$ ، اجزای مشابه y,  $B_x$ ,  $B_x$  را داریم. نمودارکلی، که ترکیبی از نمودارهای لازم برای میدانهای TM و TT است برای موقعیتهای نسبی مؤلفههای میدان، چگالی جریان و ... به صورت شکل ۳۱ میباشد. در بعضی از کاربردها میدانهای TT صفر باقی میمانند، بنابراین نیازی به محاسبه و ذخیرهسازی آن نیست[17].

www.SID.ir

<sup>1.</sup> Leap-frog scheme

۲. Time centering method

۳. Boris, Morse, Nielson



جريان و بار.

از معادلات معلوم است که زمان محاسبه میدانهای الکتریکی و مغناطیسی یکی نیست. میدانهای مغناطیسی در  $\frac{1}{2} = B_z^{n}$  و بازههای زمانی نیم صحیح محاسبه میشوند یعنی  $F_z^n$  و میدان الکتریکی در انتهای بازههای صحیح زمانی یعنی  $F_x^n$ ، میدان الکتریکی در انتهای بازههای صحیح زمانی یعنی  $F_x^n$  و میدان الکتریکی در انتهای بازههای صحیح زمانی مینی در میدان الکتریکی در انتهای بازههای محید میشوند یعنی میند میدان الکتریکی در انتهای بازههای محید از مانی یعنی میند میدان الکتریکی در انتهای بازه مای میند میند در حرکت در ات

$$(B_z)_{j+\frac{\lambda}{\gamma},k+\frac{\lambda}{\gamma}}^n = \frac{(B_z)_{j+\frac{\lambda}{\gamma},k+\frac{\lambda}{\gamma}}^{n+\frac{\lambda}{\gamma}} + (B_z)_{j+\frac{\lambda}{\gamma},k+\frac{\lambda}{\gamma}}^{n-\frac{\lambda}{\gamma}}}{\gamma}.$$

حال با توجه به معادلات ماکسول لازم است کـه چگـالی.هـای جریان و بار محاسبه شوند. بدین منظور روی نقاط شبکه از یک تابع وزنی به شرح زیر استفاده کردهایم[۱۲]:

با فرض ذرهٔ *i* ام که باردار نیز هست در مکانهای j x c و  $y_k$  قرار دارد، برای به دست آوردن میدانها با استفاده از چگالی بار و جریان ذرات، یک شبکهٔ فضایی در نظر می گیریم که در آن x f c c c c c c c c c c است. سایز این شبکه که از  $\Delta x$  به دست می آید، باید به اندازهٔ کافی کوچک باشد تا از خطاهای عددی دور شویم. برای محاسبهٔ چگالی بار و جریان هر ذره با توجه به شکل زیر یک تابع وزنی سطحی برای آن در نظر می گیریم. که این وزنها با روابط زیر داده می شود:

$$\rho_{j,k} = \rho_c \frac{(\Delta x - x)(\Delta y - y)}{\Delta x \, \Delta y},$$
  
$$\rho_{j+\lambda,k} = \rho_c \frac{x(\Delta y - y)}{\Delta x \, \Delta y},$$



مکان 
$$X\Delta y$$
 میادلات  
مکان  $X\Delta y$  میادلات  
 $\Delta z$  میادان TM به شرح زیرند[۲۱]:  
 $\left(\partial_t B_z\right)_{j+\frac{1}{\gamma},k+\frac{1}{\gamma}}^n = -\left(\partial_x E_y - \partial_y E_x\right)_{j+\frac{1}{\gamma},k+\frac{1}{\gamma}}^n, 
\left(\partial_t E_x\right)_{j+\frac{1}{\gamma},k}^{n+\frac{1}{\gamma}} = \left(\partial_y B_z - J_x\right)_{j+\frac{1}{\gamma},k}^{n+\frac{1}{\gamma}}, 
\left(\partial_t E_y\right)_{j,k+\frac{1}{\gamma}}^{n+\frac{1}{\gamma}} = \left(-\partial_x B_z - J_y\right)_{j,k+\frac{1}{\gamma}}^{n+\frac{1}{\gamma}}, 
\left(\partial_t E_y\right)_{j,k+\frac{1}{\gamma}}^{n+\frac{1}{\gamma}} = \left(-\partial_x B_z - J_y\right)_{j,k+\frac{1}{\gamma}}^{n+\frac{1}{\gamma}}, 
 $\sum_{k=1}^{n-\frac{1}{\gamma}} \sum_{k=1}^{n-\frac{1}{\gamma}} \sum_{k=1}^{n-\frac{1$$ 

$$\frac{B_{z}}{j+\frac{1}{\gamma}, k+\frac{1}{\gamma}} = \frac{\Delta t}{\Delta t} = -\frac{(E_{y})^{n}}{\frac{j+\frac{1}{\gamma}, k+\frac{1}{\gamma}}{\frac{1}{\gamma}} = -\frac{(E_{y})^{n}}{\frac{j+\frac{1}{\gamma}, k+\frac{1}{\gamma}}{\frac{1}{\gamma}} - (E_{y})^{n}}{\frac{\Delta x}{\frac{(E_{x})^{n}}{j+\frac{1}{\gamma}, k+\frac{1}{\gamma}} - (E_{x})^{n}}{\frac{1}{\gamma}}} + \frac{(E_{x})^{n}}{\frac{1}{\gamma}} = -\frac{(E_{x})^{n}}{\frac{1}{\gamma}} = -\frac{$$

با فرض مشخص بودن  $B_z^{n-1}$  و  $B_{x,y}^n$  در معادله فوق،  $B_z^{n-1}$  بهدست می آید و سپس بدین ترتیب مؤلفههای میدان الکتریکی در یک بازه زمانی بعد یعنی  $E_x^{n+1}$  و  $E_y^{n+1}$  مشخص می سود و مقدار مؤلفه های میدان های الکتریکی و مغناطیسی در تمام زمان ها به دست می آید.

در اولین گام برای شروع مسئله به ذرات پلاسما سرعت اولیه نمی دهیم، مثل این است که یک بیم لیزر به یک جامد می تابـد و آنرا پلاسما می کند. برای یافتن میدان مغناطیسی در نیم بازهٔ زمانی اول از رابطهٔ  $\vec{E} \times \vec{\nabla} = \vec{B}^{n-\frac{1}{Y}} - \frac{c \Delta t}{\gamma}$  استفاده می کنیم.



**شکل ۳۲.** تخصیص بار برای تابع وزنی دو بعدی. سطوحی که به نقاط شبکه تخصیص مییابد بدین ترتیب است : سطح a به نقطهٔ A؛ سطح b به نقطهٔ B و ... .



www.SID.ir

<ul> <li>در کام بعدی میدان مغناطیسی بر v اتبر می کند و با</li> </ul>
چرخش آن $ec{v}^+$ به دست میآید.
– در گام آخر میدان الکتریکی بر $\vec{v}^+$ اثر میکند و $\vec{v}^+$ بـه
دست میآید.
به این ترتیب با دانستن میدانها در لحظهٔ n و سـرعت v،
ذرات در لحظة $\frac{1}{r} - n$ ، مى توان سرعت در لحظة $\frac{1}{r} + n$ را
بەدست آورد.

• •

میشود و در آن 
$$\frac{qB}{m} = \omega_c$$
 فرکانس سیکلوترونی است [۱۲].  
برای انجام این چرخش دو بردار کمکی t و s را به صورت  
برای انجام این چرخش دو بردار کمکی t و s را به صورت  
 $\frac{T\bar{t}}{|t||^{\gamma}} = \bar{s} = \frac{T\bar{t}}{m} \frac{\Delta t}{m}$  عمرین می کنیم.  
با استفاده از ایسن دو بردار ایسن چرخش به صورت  
 $\bar{t} = v^{-} + \bar{v} = v^{-} = v^{-} = v^{-} + \bar{v}$  انجام می شود  
 $\bar{t} = v^{-} + \bar{v} = v^{-} = v^{-} = v^{-} = v^{-} = v^{-} = v^{-} + v^{-} = v^{-}$   
است. به این ترتیب روش بوریس شامل سه مرحله است[۱۲]:  
 $-$  در گام اول میدان الکتریکی در نیم بازهٔ زمانی بر  $\frac{v^{-}}{v}$  اثر  
کرده و  $\bar{v}$  به دست میآید.

*ایران*، اصفهان، دانشگاه صنعتی اصفهان (۱۳۸۸). ۸ مرجان چابکسوار، سحر درویش ملا، مینا جمشیدی، حسین حکیمی پژوه، محمودرضا روحانی، *شانزدهمین کنفرانس انجمن اپتیک و فوتونیک ایران*، دانشگاه یزد (۱۳۸۸).

- 9. M Masek, K Rohlena, *Communication in Nonlinear Science and Numerical Simulation* **13** (2008) 125.
- 10. S Brunner, E J Valeo, *Phys. Rev. Lett.*, **93**, 14 (2004) 3.
- 11. R W Hockney and J W Eatwood. "Computing Simulation Using Particles". Institute of Physics Publishing Bristol and Philadelphia (1994).
- 12. C K Birdsall and A B Longdon, "Plasma Physics Via computer Simulation". Institute of Physics Publishing Bristol and Philadelphia (1995).

- 1. N A Krall, and A W Trivelpiece "Principles of Plasma Physics". New York and London. McGRAW-HILL Book Company (1992).
- 2. S C Wilks, W L Kruer, K Estabrook, and A El. Langdon, *Phys. Fluids* B **4** (9) (1992).
- 3. C Hugh Barr, and F Francis Chen, *Phys. Fluids* **30**, 4 (1987) 1.
- 4. W L Kruer, *'The Physics of Laser plasma Interactions*". California and New York, Addison-Wesley Publishing Company (1988) 1.
- 5. S C Wilks, W L Kruer, K Estabrook and A B Longdon *Phys. Fluids* B, 4, 9 (1992) 1.
- 6. W H Press, S A Teukolsky, W T Vetterling and B P Flannery, *"Numerical Recipes"*, third edition (2007).

۷. سحر درویش ملا، مرجان چابکسوار، مینا جمشیدی،

حسین حکیمی پژوه، محمودرضا روحانی، کنفرانس فیزیک