مجلة پژوهش فیزیک ایران، جلد ۱۱، شمارهٔ ۴، زمستان ۱۳۹۰

گرانش به عنوان نيروي آنتروپي و تأثير آن بر تكينگي‌هاي معادلات فريدمن

مريم آقائي ابچويه و بهروز ميرزا

دانشكدة فيزيك، دانشگاه صنعتي اصفهان، اصفهان

پست الكترونيكي: m.aghaei@ph.iut.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۸۹/۱۲/۲۵ ؛ دریافت نسخهٔ نهایی: ۱۳۹۰/۵/۲۶)

چكيده

تعبير گرانش به عنوان نيروي آنتروپي باعث به وجود آمدن تصحيحاتي در معادلات فريدمن مي‌شود[۱]. نيروي آنتروپي بر اساس محاسبات اياسون و فرميتون و اسموت مي‌تواند جملات تصحيحي به معادلات فريدمن اضافه كند. در اينجا نشان داده مي‌شود كه اين تصحيحات باعث تغيير تكينگي نوع دوم (تكينگي ناگهاني)[۱] معادلات فريدمن به تكينگي نوع سوم مي‌شود. با در نظر گرفتن معادلات فريدمن و حتي بدون تصحيحات نيروي آنتروپي در تكينگي نوع سوم يكي از شرايط انرژي نقض مي‌شود. با اضافه شدن تصحيحات، شرط انرژي نقض شده نيز تغيير مي‌كند.

واژه‌هاي كليدي: كيهان‌شناسي، تكينگي، نيروي آنتروپي.

۱. مقدمه

در دو دههٔ اخیر فیزیکدانان تحقیقات زیادی راجع به تکینگی در مدل‌های کیهان شناسی انجام داده‌اند [۲]. انواعی از این تکینگی‌ها نتیجهٔ انبساط شتاب‌دار جهان است. آزمایش‌ها و مشاهدات زیادی توسط گروه‌های پژوهشی مختلف مانند پروژه‌های (COBE) و همچنین گروه (LSS) انجام شده، همگی ایدهٔ سال ۱۹۹۸ مبنی بر انبساط شتاب‌دار جهان را تأیید می‌کنند [۱]. به طوری که اگر معادلهٔ حالت را برای شارهٔ کیهانی به صورت $w=\frac{p}{\rho}$ در نظر بگیریم، داده‌های رصدی نشان می‌دهد که در حال حاضر $w<-1$. این مقدار برای معادلهٔ حالت مربوط به انرژی تاریک فانتومی(شبح[۲]) است، پس می‌توان انرژی تاریک شبح را غالب در عالم فرض کرد. اگر $w>-1$ بود وجود انرژی تاریک از نوع کوینتسنس[۳] در عالم فرض می‌شد. انرژی تاریک را به صورت‌های مختلف دسته بندی می‌کنند. یک نوع انرژی تاریک به نام شبح تعریف می‌شود و در بالا به آن اشاره شد. محاسبات نشان می‌دهد، با در نظر گرفتن این‌گونه از مادهٔ تاریک به عنوان مادهٔ غالب در عالم و معادلات فریدمن به عنوان توصیف کنندهٔ عالم، در بعضی از شرایط، در آینده واگرایی‌هایی در پارامترهای کیهان‌شناسی (به عنوان مثال فشار یا چگالی انرژی و یا حتی عامل مقیاس) معادلات فریدمن به وجود خواهد آمد. اما می‌توان نشان داد که حتی اگر مادهٔ معمولی داشته باشیم تکینگی می‌تواند اتفاق بیفتد به طوری که در آن: $\rho>0$ و $\rho+3p>0$ [۳].

۱. Sudden singularity

۲. Phantom

۳. Quintessence

جدول ۱. شرایط انرژی.

SEC	WEC	NEC	DEC	NDEC
$(p+\rho)>0$ $(\rho+3p)>0$	$(p+\rho)>0$ $P>0$	$(p+\rho)>0$	$\rho\geq\|p\|$	$p=-\rho$

در حالت کلی هر یک از تکینگی‌ها بعضی از شرایط انـرژی را نقض می‌کنند. در جدول ۱ شرایط انرژی معرفی شده‌اند. می توان تکینگی‌ها را مطابق با [۲] به صورت زیر دسـته بنـدی کرد:

نوع اول (I):

$$t\to t_s,\ a\to\infty,\ \rho\to\infty,\ |p|\to\infty$$

نوع دوم(ناگهانی)(II):

$$t\to t_s,\ a\to a_s,\ \rho\to\rho_s,\ |p|\to\infty$$

نوع سوم(III):

$$t\to t_s,\ a\to a_s,\ \rho\to\infty,\ |p|\to\infty$$

نوع چهارم(IV):

$$t\to t_s,\ a\to a_s,\ \rho\to 0,\ |p|\to 0$$

و مشتقات بالاتر پارامتر هابل واگرا می‌شود.

نوع پنجم(V):

$$t\to t_s,\ a\to\infty,\ \rho\to\rho_s,\ |p|\to p_s$$

و مشتقات بالاتر پارامتر هابل واگرا می‌شود.

از طرفی براساس تعریفی که در مرجع [۴] آمده تکینگـی‌هـا به دو دستهٔ تکینگی‌های ضعیف و قوی تقسیم‌بندی می‌شوند. به عنوان مثال با این تعریف تکینگی نوع سوم یک تکینگی قوی، و تکینگی نوع دوم یک تکینگی ضـعیف اسـت. ویژگـی تکینگـی ضعیف این است که اگـر در عـالم رخ بدهـد عـالم از انبـساط بازنمی‌ایستد، امـا تکینگـی قـوی در واقـع پایـان عـالم را رقـم می‌زند.

سؤال این است که آیا ممکن است عواملی بتوانند تکینگی‌ها را از بین ببرند؟ به طور قطع می‌توان گفـت کـه بعـضی اثـرات فیزیکی وجود دارند که تکینگـی‌هـا را تعـدیل مـی‌کننـد. ماننـد نابهنجاری همدیس[۱] [۵ و ۶] که در آن بـاز بهنجـارش تانـسور انرژی تکانه و در نظر گـرفتن شـکل مناسـبی بـرای $f(\rho)$ در معادلات فریدمن باعث تبدیل بعضی تکینگی ها به دیگر نوع‌هـا می‌شود. وشکسانی تودهٔ ماده[۲] نیز می‌تواند زمان بروز تکینگی را تغییر دهد [۷]، اما این عامل در نوع تکینگی ها تأثیر نمی‌گـذارد. عامل دیگر اثرات کوانتومی و ریسمانی است که می‌تواند بعضی تکینگـی‌هـا را از بـین ببـرد [۸ و ۹]. مـوارد ذکـر شـده روی جواب‌های معادلات فریدمن اثر مـی‌گذارنـد، امـا تـصحیحات ناشی از آنتروپی مـستقیماً بـه خـود معـادلات فریـدمن اضـافه می‌گردند. با در نظر گرفتن تصحیحات نیروی آنتروپی، معادلات فریدمن به صورت زیر خواهد بود [۱]:

$$\frac{1}{a(t)}\frac{d^2a(t)}{dt^2}=-\frac{4\pi G}{3}\left(\rho+3p\right)+c_1H^2(t)+c_2\frac{dH(t)}{dt},\quad (1)$$

$$H^2(t)=\frac{8\pi G}{3}\rho+c_1H^2(t)+c_2\frac{dH(t)}{dt}.\quad (2)$$

با انتخاب ضرایب دلخواه c_1 و c_2 نشان داده می‌شود که تکینگـی نوع دوم به نوع سوم تبدیل خواهد شد، و شـرایط انـرژی نقـض شده هم تغییر خواهند کرد. در اینجا $a(t)$ عامـل مقیـاس و شـارهٔ کیهانی را شارهٔ کامل در نظر مـی‌گیـریم. چـون تکینگـی‌هـا را در آینده بررسی می‌کنیم، آنها در صورتی ارزشمند هستند که در یـک آیندهٔ محدود قابل پیش‌بینی باشند. بنابراین لحظه‌ای را که تکینگی ایجاد می‌شود را با t_s نشان می‌دهیم و لحظهٔ تکینگی می‌نامیم.

۲. معرفي تابع عامل مقياس

برای یک عالم تخت و همسانگرد که تابع متریک FRW اسـت، معادلات اینشتین به معادلات فریدمن می‌انجامد:

$$8\pi G\rho=3\left(\frac{1}{a(t)}\frac{da}{dt}\right)^2,\quad (3)$$

$$\frac{1}{a(t)}\frac{d^2a(t)}{dt^2}=\frac{-4\pi G}{3}(\rho+3p),\quad (4)$$

۱. Conformal anomaly

۲. Bulk viscosity

$$\frac{d\rho(t)}{dt}+3\frac{1}{a(t)}\frac{da(t)}{dt}(\rho+p)=0, \qquad (5)$$

که در آن $r_i(t)=a(t)r_i(t_0)$ و $\frac{1}{a}\frac{da}{dt}=H(t)$. $r_i(t)$ مختصهٔ شعاعی عالم را در هر زمان نشان می‌دهد و $a(t)$ همان عامل مقیاس است. برای عالم شبح گونه[1] که در آن $w<-1$ معادلهٔ حالت به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$p=-\rho-f(\rho)\ . \qquad (6)$$

با انتخاب شکل مناسبی برای $f(\rho)$ می‌توان معادلات فریدمن را حل کرد. برای $a(t)$ به شکلی که در مرجع [۵] آمده، با حل معادلات می‌توانیم رفتار p و ρ را به دست آوریم. رفتار این دو در شرایط مختلف تکینگی‌های متفاوتی را نشان می‌دهد. اگر مدلی را که در مرجع[۵] آمده در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$f(\rho)=\frac{AB\rho^{\alpha+\beta}}{A\rho^{\alpha}+B\rho^{\beta}} \qquad (7)$$

اهمیت این تابع برای $f(\rho)$ از آن جهت دارای اهمیت است که با مقادیر مختلف پارامترهای موجود در رابطهٔ (۷) تمامی انواع تکینگی‌های معرفی شده به وجود می‌آید. برای $\alpha=2\beta-1$ با در نظر گرفتن روابط (۶) و (۷) و مساوی صفر قرار دادن مخرج معادلهٔ (۷) داریم:

$$\rho=\rho_s=\left(\frac{-A}{B}\right)^{\frac{-1}{\beta-1}}. \qquad (8)$$

رابطهٔ (۸) منجر به واگرایی p می‌شود اما ρ محدود باقی می‌ماند. از معادلهٔ (۳) چون چگالی انرژی محدود است H هم محدود می‌ماند، ازطرفی بر طبق معادلهٔ (۴)، با توجه به واگرایی p، $\frac{d^2a}{dt^2}$ نامحدود است، در صورتی که با این مقدار برای چگالی انرژی تابع عامل مقیاس به یک مقدار محدود می‌رسد. این نوع رفتار $(\rho\to\rho_s,\ p\to\infty)$ را واگرایی ناگهانی می‌نامند[۵]. بنابراین ρ_s مقداری از چگالی انرژی است که باعث ایجاد تکینگی در فشار می‌شود. پس در زمان t_s تکینگی نوع دوم ایجاد می‌شود. در اینجا چون فشار واگرا می‌شود ولی چگالی انرژی محدود است طبق رابطهٔ $R\propto 6(2H^2+\frac{dH}{dt})$ ، و با در نظر گرفتن معادلات فریدمن، خمش هم واگرا می‌شود.

علامت $\frac{A}{B}$ باعث به وجود آمدن تکینگی‌های نوع (I) و (II) و (III) می‌شود که هریک از آنها یک یا چند شرط از شرایط انرژی را نقض می‌کنند. اما برای $\frac{A}{B}>0$ همیشه تکینگی نوع دوم را داریم، بدون اینکه مقدار β اهمیت داشته باشد. از طرف دیگر با بررسی مقادیر β، بدون در نظر گرفتن علامت $\frac{A}{B}$ انواع مختلفی از تکینگی ایجاد می‌شود:

الف) $\beta>1$: تکینگی نوع سوم $(\rho\to\infty,\ p\to\infty)$ را در آینده خواهیم داشت و شرط انرژی غالب (DEC)[2] نقض می‌شود.

ب) $\frac{3}{4}<\beta<1$: تکینگی نوع اول $(a\to\infty,\rho\to\infty,\ p\to\infty)$ در آینده وجود دارد و شرط انرژی غالب (DEC) نقض می‌شود.

ج) $0<\beta<\frac{1}{2}$: تکینگی نوع چهارم وجود دارد.

د) $\beta<0$: تکینگی نوع دوم $(\rho\to\rho_s,\ p\to\infty)$ وجود دارد. شرط انرژی غالب (DEC) نقض می‌شود، اما برای $B<0$، شرط انرژی قوی (SEC)[3] تامین می‌شود[۵].

ه) $\frac{1}{2}\le\beta\le\frac{3}{4}$: در آیندهٔ محدود تکینگی وجود ندارد.

و) $\beta=0$: در این حالت هم در آیندهٔ محدود تکینگی وجود ندارد، اما زمانی که $\rho\to 0$ آنگاه $|w|\to\infty$.

امکان وجود تکینگی در حالت $\rho>0$ و $\rho+3p>0$ نیز وجود دارد و تابع $a(t)$ در بازهٔ زمانی $0<t<t_s$ به شکل زیر داده شده است[۳]:

$$a(t)=1-\left(1-\frac{t}{t_s}\right)^n+\left(\frac{t}{t_s}\right)^q(a_s-1), \qquad (9)$$

این تابع نشان می‌دهد که برای $1<n<2$ و $0<q<1$، تکینگی نوع دوم[4] ایجاد و شرط انرژی غالب (DEC) نقض می‌گردد. همچنین در شرایطی که $0<q<1$ و $0<n<1$ تکینگی نوع سوم داریم که شرط ضعیف انرژی (WEC)[5] و شرط قوی

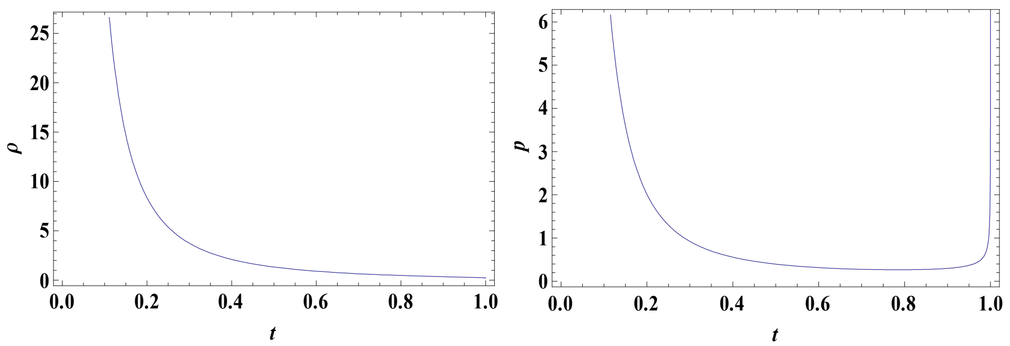
۱. Phantomlike

۲. Dominate energy condition

۳. Strong energy condition

۴. Sudden singularity

۵. Weak energy condition



شکل ۱. رفتار فشار و چگالی انرژی با استفاده از معادلهٔ (۹) در معادلات فریدمن و به ازای و $n=۱/۵$ و $q=۰/۵$. در شکل سمت راست واگرایی فشار دیده می‌شود.

انرژی (SEC) را نقض می‌کند.

۳. حل شکل استاندارد معادلات فریدمن

اگر $a(t)$ به شکل معادلهٔ (۹) در نظر گرفته شود می‌توان تابع $H(t)$ را پیدا کرد. با این اطلاعات معادلات فریدمن برای p و ρ به عبارات زیر تبدیل می‌شوند.

$$\rho(t)=\frac{۳}{۸\pi G}H^{۲}(t)\,, \qquad (۱۰)$$
$$p(t)=\frac{-۱}{۴\pi G}\left(\frac{۳}{۲}H^{۲}(t)+\frac{dH(t)}{dt}\right).$$

در اینجا به بررسی تکینگی نوع دوم می‌پردازیم، چون ویژگی‌های نامتعارف‌تری دارد. نتیجه این محاسبات برای p و ρ در $n=۱/۵$ و $q=۰/۵$ (که در بازهٔ تعیین شده قرار دارد) در شکل ۱ رسم شده‌اند. با این مقادیر n و q، فشار واگرا می‌شود، در حالی که در لحظهٔ تکینگی چگالی انرژی محدود می‌ماند. این رفتار همان تکینگی نوع دوم است.

۴. تصحیحات آنتروپی

مطابق با محاسبات ایاسون[۱]، فرمپتون[۲] و اسموت[۳] [۱] می‌توان این را پذیرفت که در یک جهان شتابدار در حال گسترش به جای انرژی تاریک، ایدهٔ اطلاعات و هولوگرافی نقش اصلی را ایفا می‌کند. بر طبق اصل هولوگرافی تمام اطلاعاتی را که درون یک حجم D بعدی قرار دارد را می‌توان بر روی سطح مرزی $D-۱$ بعدی همان حجم هولوگرافی کدگذاری کرد [۱۰]. سطح مرزی $D-۱$ بعدی سطح هولوگرافی نامیده می‌شود. اگر بخواهیم از این ایده برای عالم استفاده کنیم، باید گفت عالم افقی دارد که مرز آن را تعیین می‌کند. اثر وجود این سطح مرزی در کنش اینشتین با یک جمله، که ناشی از خمش بیرونی است مشخص می‌شود. از این جملهٔ اضافی شتاب مربوط به سطح محاسبه می‌شود. از طرف دیگر وجود افق، وجود یک دمای افق را تضمین می‌کند. پس از رابطهٔ اُنرا[۴] شتابی متناسب با دمای افق ایجاد می‌شود. این شتاب با شتابی که از رابطه کنش تصحیح شده اینشتین هیلبرت به‌دست می‌آید، برابراست [۱]. فرض می‌شود اثری را که در مدل‌های دیگر از انرژی تاریک انتظار داشتیم را می‌توان از روی اثرات سطحی در ایدهٔ هولوگرافی به‌دست آورد، هرچند در بعضی مدل‌های مبتنی بر این نظریه باز هم انرژی تاریک وجود دارد. این جملهٔ سطحی با شتابی که ایجاد می‌کند، یک نیروی آنتروپی ایجاد می‌کند که معادلات فریدمن را به صورت زیر کامل می‌کند:

$$\frac{۱}{a(t)}\frac{d^{۲}a(t)}{dt^{۲}}=-\frac{۴\pi G}{۳}\left(\rho+۳p\right)+c_{۱}H^{۲}(t)+c_{۲}\frac{dH(t)}{dt}\,, \qquad (۱۱)$$

$$H^{۲}(t)=\frac{۸\pi G}{۳}\rho+c_{۱}H^{۲}(t)+c_{۲}\frac{dH(t)}{dt}\,, \qquad (۱۲)$$

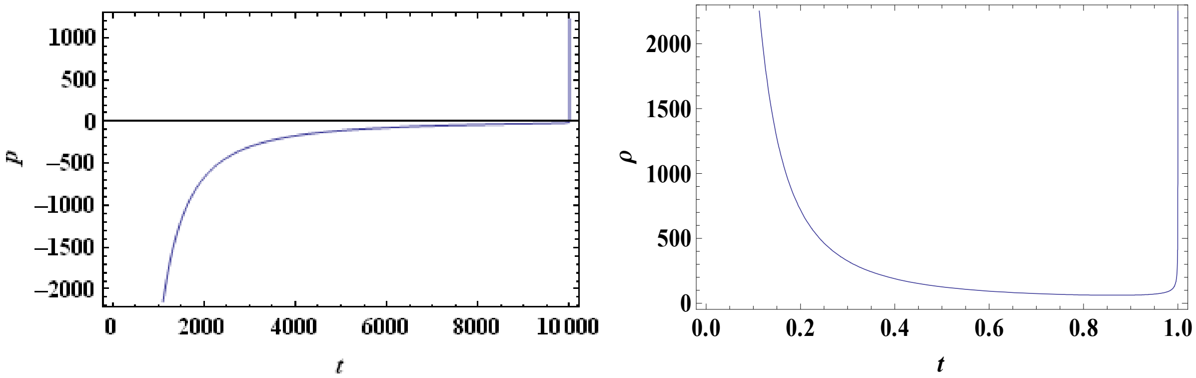
که بر اساس [۱۱] آنچه با مشاهدات رصدی امروز مطابقت دارد حالتی است که در آن $c_{۱}<۱$ و $۰<c_{۲}\le\frac{۳}{۴\pi}$ از طرف دیگر در

۱. Easson

۲. Frampton

۳. Smoot

۴. Unruh



شکل ۲. رفتار فشار و چگالی انرژی با استفاده از معادلۀ (۹) در معادلات تصحیح شده با اثرات آنتروپی و به ازای $q = 0.5$ و $n = 1.5$ و $c_1 = 0.1$ و $c_2 = 0.01$. در شکل سمت چپ واگرایی فشار و در شکل سمت راست واگرایی چگالی انرژی دیده می‌شود.

جدول۲. جزئیات تبدیل تکینگی نوع دوم به سوم به ازای مقادیر مختلف c_1 و c_2.

تغییر تکینگی	شرط انرژی نقض شده	c_1/c_2	c_2	c_1	
II → III	DEC DNEC	>1	$0 < c_2 < 1$	$0 < c_1 < 1$	$n = 1.5$
II → III	ندارد	<1	$0 < c_2 < 1$	$0 < c_1 < 1$	
II → III	ندارد	>1	$1 < c_2$	$1 < c_1$	
II → III	ندارد	$1<$	$1 < c_2$	$1 < c_1$	$q = 0.5$
II → III	ندارد	>1	$0 < c_2 < 1$	$1 < c_1$	

[۱۲] می‌بینیم که باید $c_1 >> c_2$ پس هر دو ضریب مقادیر مثبت دارند.از طرف دیگر به دلیل معادلۀ مربوط به انرژی کل ذره‌ای که از مرکز به افق هابل نزدیک می‌شود، c_1 و c_2 در هر دو معادلۀ (۱۱) و (۱۲) با هم برابرند[۱۱]. فرض می‌کنیم تابع عامل مقیاس با معادلۀ (۹) داده شود. برای حالت $0 < q < 1$ و $1 < n < 2$ که باعث ایجاد تکینگی نوع دوم در معادلات استاندارد فریدمن می‌شود و با توجه به اینکه H و مشتق زمانی آن را می‌توان از معادلۀ (۹) به‌دست آورد، معادلات فوق منجر به توابع زیر برای فشار و چگالی انرژی می‌شوند. با این معادلات می‌توان رفتار فشار و چگالی انرژی را در بازه‌های زمانی مورد نظر بررسی کرد و ملاحظه نمود که آیا در آنها تکینگی وجود خواهد داشت یا خیر؟

$$\rho(t) = \frac{3}{8\pi G}\left(H^2(t) - c_1 H^2(t) - c_2 \frac{dH(t)}{dt}\right), \qquad (۱۳)$$

$$p(t) = \frac{1}{4\pi G}\left(\frac{-3+3c_1}{2} H^2(t) + \frac{-2+3c_2}{2}\frac{dH(t)}{dt}\right).$$

توابع فوق در شرایطی که تکینگی نوع دوم ایجاد می‌شود ($0 < q < 1$ و $1 < n < 2$)، با فرض $q = 0.5$ و $n = 1.5$ و اینکه زمان تکینگی نزدیک نباشد ($\frac{a_s}{t_s} >> 1$)، در شکل ۲ رسم شده است.

دیده می‌شود که با در نظر گرفتن جملات تصحیحی در زمان تکینگی هم فشار و هم چگالی انرژی واگرا می‌شوند، که این نوع رفتار برای ρ و p را تکینگی نوع سوم می‌گویند. در اینجا در تکینگی نوع سوم شرط انرژی غالب (DEC) و شرط نورگونۀ انرژی (NEC) نقض می‌شود. نتایج به‌دست آمده در شکل های بالا هم به مقدار c_1 و c_2 و هم به n و q بستگی دارد. در جدول ۲ و جدول‌های بعد از آن علاوه بر مقادیری از c_1 و c_2 که در محدودۀ تعیین شده قرار دارند، مقادیر خارج از این محدوده را هم مورد بررسی قرار داده‌ایم. چراکه نتایج

جدول۳. جزئیات تبدیل تکینگی نوع دوم به چهارم به ازای مقادیر مختلف c_1و c_2 .

تغییر تکینگی	شرط انرژی نقض شده	c_1/c_2	c_2	c_1	
II⟶IV	SEC	$1>$	$0<c_2<1$	$0<c_1<1$	$n=1.995$
II⟶IV	SEC	<1	$0<c_2<1$	$0<c_1<1$	
II⟶IV	ندارد	>1 <1	$1<c_2$	$1<c_1$	$q=0.66$
II⟶IV	DEC	>1	$0<c_2<1$	$1<c_1$	

مفیدی در بر خواهد داشت. نکتهٔ قابل توجه این است که با تغییر مقدار c_1 و c_2 و بدون تغییر n و q تنها چیزی که تغییر می‌کند، شرط انرژی نقض شده است. به ازای $n=\frac{3}{2}$ و $q=\frac{1}{2}$ نتایج به صورتی است که در جدول ۲ مشاهده می‌شود.

بنابراین با انتخاب برای $q=\frac{1}{2}$ و $n=\frac{3}{2}$ همواره تکینگی نوع دوم به سوم تبدیل شده است. از طرفی در بازهٔ $0<q<1$ و $1<n<2$، $n=1.995$ و $q=0.66$ با داده‌های رصدی فعلی مطابقت بیشتری دارد[۱۲]. اگر این مقادیر را برای n و q در نظر بگیریم، تکینگی نوع دوم به نوع چهارم تبدیل می‌شود. با توجه به مقادیر c_1 و c_2 نتایج به صورتی که در جدول ۳ ارائه شده است، به دست می‌آید. پس با انتخاب $a(t)$ به شکل معادلهٔ (۹) و $n=1.995$و $q=0.66$ تکینگی نوع دوم به نوع چهارم تبدیل می‌شود.

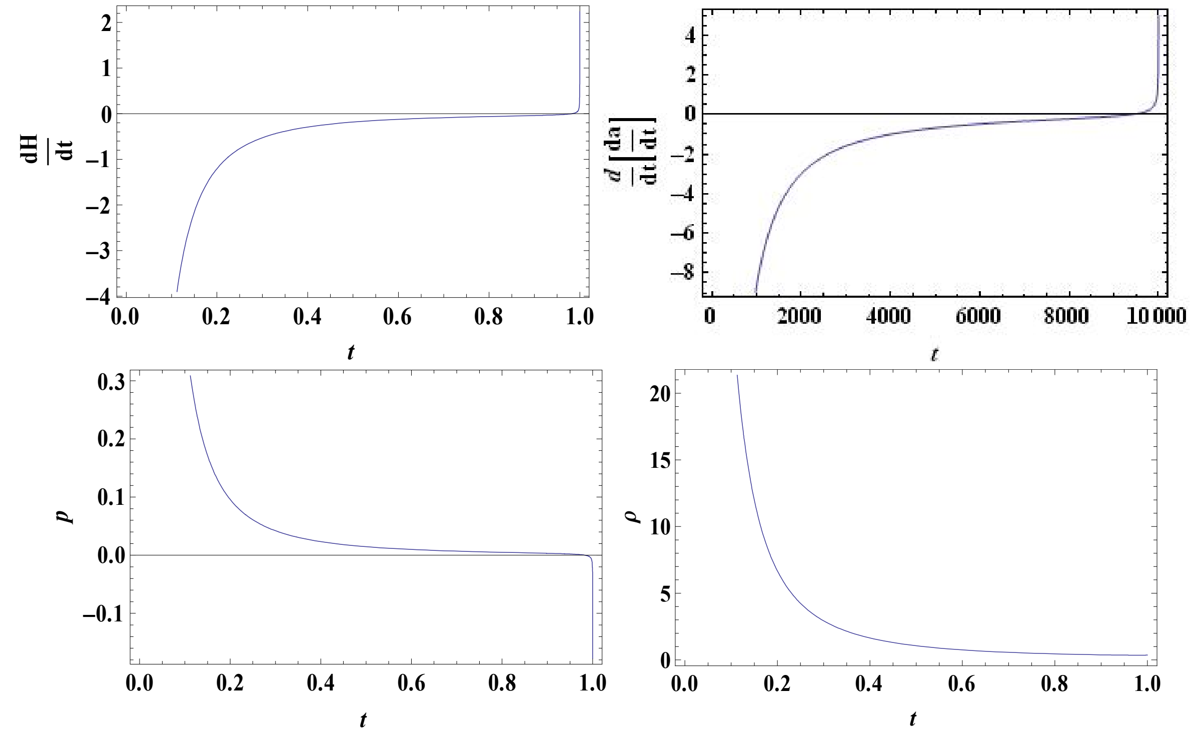
در معادلهٔ (۹) همواره $\frac{d^2a}{dt^2}<0$ است، در حالی که مشاهدات رصدی نشان می‌دهد که در حال حاضر $\frac{d^2a}{dt^2}>0$ است. بنابراین شکل تابعی $a(t)$ نیاز به قدری تصحیح دارد. اگر $a(t)$ را به صورت زیر در نظر بگیریم:

$$a(t)=-1+\left(1-\frac{t}{t_s}\right)^n+\left(\frac{t}{t_s}\right)^q(a_s+1)\,, \tag{14}$$

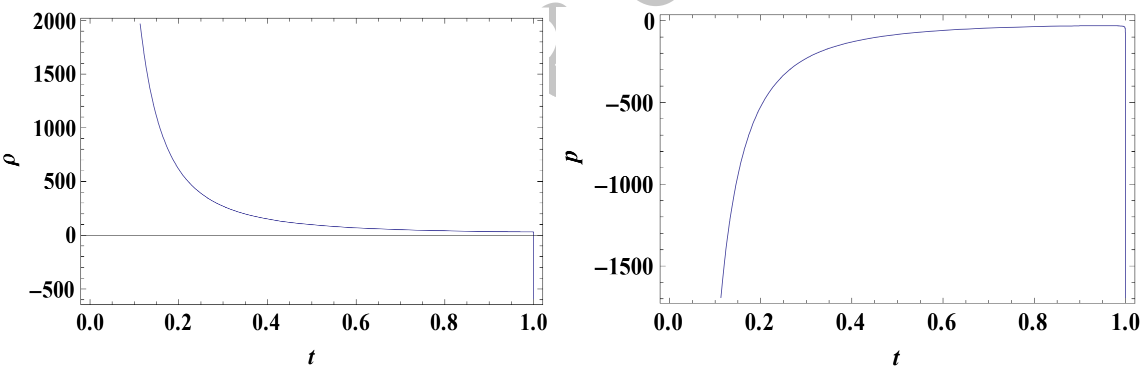
قرار دادن این روابط در معادلات استاندارد فریدمن به ازای $q=0.5$ و $n=1.5$، منجر به واگرایی p ومحدود ماندن ρ و بنابراین ایجاد تکینگی در زمان (آیندهٔ) محدود می‌شوند. نمودارهای مربوط به رفتارهای p و ρ و $a(t)$ و مشتق دوم آن در معادلات استاندارد فریدمن، در شکل‌های زیر رسم شده‌اند. در این شکل‌ها دیده می‌شود که علامت $\frac{d^2a}{dt^2}$ در نقطه‌ای تغییر می‌کند. این تغییر علامت باعث تغییر در علامت فشار و چگالی انرژی هم می‌شود، و در نتیجه معادلهٔ حالت تغییر علامت می‌دهد. از لحاظ کیهان‌شناسی عامل این تغییر علامت تقابل بین ماده و مادهٔ تاریک است که باعث می‌شود شتاب در ابتدا کند شونده و سپس تند شونده باشد. زمان تغییر علامت $\frac{d^2a}{dt^2}$ بستگی به a_s (عامل مقیاس در لحظهٔ تکینگی) دارد. در شکل ۳ نتایج معادلات فریدمن با در نظر گرفتن عامل مقیاس (۱۴) دیده می‌شود. در حالتی که تصحیحات وارد شوند با استفاده از معادلات (۱۳) و (۱۴)، نتایج را در شکل ۴ می‌بینید.

پس با احتساب تصحیحات نیروی آنتروپی تکینگی نوع دوم به سوم تبدیل شده‌است. چون هم فشار وهم چگالی انرژی واگرا شده‌اند، در این حالت نیز می‌توان اثر مقادیر مختلف c_1 و c_2 را روی رفتار فشار و چگالی انرژی بررسی کرد.

در همهٔ محاسباتی که انجام شد می‌توان خمش را هم بررسی کرد. با توجه به رابطهٔ $R\propto 6(2H^2+\frac{dH}{dt})$ که قبلاً بیان شد، خمش مستقیماً به عامل مقیاس و مشتقات آن وابسته است و چون در این محاسبات شکل تابعی عامل مقیاس تغییر نکرده، رفتار خمش در دو حالت، یعنی با در نظر گرفتن معادلات استاندارد فریدمن و نیز همراه با اثرات نیروی آنتروپی، یکسان است. به طور کلی در تکینگی‌هایی که پارامتر هابل یا مشتق اول آن واگرا شوند، خمش واگرا می‌شود.



شکل ۳. فشار و چگالی انرژی با استفاده از معادلهٔ (۱۴) (تابع عامل مقیاس) در معادلات فریدمن و به ازای $q=$۰/۵ و $n=$۱/۵. در شکل سمت راست بالاواگرایی مشتق دوم عامل مقیاس و در شکل سمت چپ بالا واگرایی مشتق H دیده می‌شود. در شکل سمت چپ پایین واگرایی فشار دیده می‌شود.



شکل۴. رفتار فشار و چگالی انرژی با استفاده از معادلهٔ (۱۴) در معادلات تصحیح شده با اثرات آنتروپی به ازای $q=$۰/۵ و $n=$۱/۵ و $c_1=$۰/۱ و $c_2=$۰/۰۱. در شکل سمت راست واگرایی فشار و در شکل سمت چپ واگرایی چگالی انرژی دیده می‌شود.

جدول۴: جزئیات تبدیل تکینگی نوع دوم به سوم به ازای مقادیر مختلف c_1 و c_2 در حالتی که عامل مقیاس $a(t)$ با معادلهٔ (۱۴) داده شود.

تغییر تکینگی	شرط انرژی نقض شده	c_1/c_2	c_2	c_1	
II⟶III	همه	>۱	۰ < c_2 < ۱	۰ < c_1 < ۱	
II⟶III	همه	<۱	۰ < c_2 < ۱	۰ < c_1 < ۱	$n=$۱/۵
II⟶III	همه	>۱	۱ < c_2	۱ < c_1	
II⟶III	همه	<۱	۱ < c_2	۱ < c_1	$q=$۰/۵
II⟶III	همه	<۱	۰ < c_2 < ۱	۱ < c_1	

۵. نتیجه‌گیری

نیروی آنتروپی باعث ایجاد جملات تصحیحی در معادلات فریدمن می‌شود. این جملات ترکیب خطی $H^{2}(t)$ و $\frac{dH}{dt}$ با ضرایب دلخواه هستند. وجود این جملات تصحیحی باعث می‌شود تا شرایطی که در معادلات استاندارد فریدمن باعث تکینگی نوع دوم می‌شود، در معادلات تصحیح شده به نوع سوم یا چهارم تبدیل شوند. مقدار عددی ضرایب دلخواه باعث تغییر شرط انرژی نقض شده در این تکینگی‌ها می‌شود. به نظر می‌رسد فضای پارامترهای این مدل‌ها آنقدر وسیع باشد که معمولاً بتوان عامل فیزیکی پیدا کرد که بتواند اثری هرچند کوچک بر تکینگی‌های ضعیف (مثل نوع دوم یا چهارم) بگذارد، اما در مورد تکینگی‌های قوی (مثل اول یا نوع سوم) این عامل فیزیکی باید بسیار بزرگ باشد تا بتواند بر تکینگی اثر بگذارد.

مراجع

1. D A Easson, P H Frampton and G F Smoot, arXiv: 1002.4278.
2. E J Copeland, M Sami, and S Tsujikawa, arXiv: 0636057.
3. J D Barrow, *Class. Quant. Grav.* **21** (2004) L79.
4. L Fernández-Jambrina, arXiv: 1012.3159.
5. S Nojiri, S D Otintsov and S Tsujikawa, *Phys. Rev*. D **71** (2005) 06304.
6. S J M Houndjo, arXiv: 1008.0664.
7. I Brevik and O Grobunova, arXiv: 0806.1399.
8. A Ashtekar, and P Singh, arXiv: 1108.0893.
9. M Bojowald, *Phys. Rev. Lett*. **86**. (2001) 5227.
10. M P Gough, *Entropy* **13**, 4 (2011) 924.
11. D A Easson, P H Frampton and G F Smoot, arXiv: 1003.1528.
12. R Casadio, Gruppuso, arXiv: 1005.0790.
13. H Ghodsi, M A Hendry, M P Dabrowski and T Denkiewicz arXiv: 1101.3984.
14. E Verlinde, arXiv: 1001.0785.
15. I Brevik, and O Gorbunova, *Eur. Phys. J.* C **56** (2008) 425.