مجلهٔ پژوهش فیزیک ایران، جلد ۱۱، شمارهٔ ۴، زمستان ۱۳۹۰

یادداشت پژوهشی

تعميم نظرية ابرساختارهاي جبري به فيزيك ذرات بنيادي و فيزيك هسته‌اي

سيد محمد موسوي نژاد [۱و۲]، محمد اسلامي كلانتري[۱] و اكبر دهقان نژاد[۳]

۱ دانشكدهٔ فيزيك، دانشگاه يزد، يزد

۲. پژوهشكدهٔ فيزيك، ذرات و شتابگرها، پژوهشگاه دانش‌هاي بنيادي (IPM)، تهران

۳. دانشكدهٔ رياضي، دانشگاه يزد، يزد

پست الكترونيكي: mmoosavi@yazduni.ac.ir

(دريافت مقاله: ۱۳۸۹/۸/۲۵ ؛ دريافت نسخهٔ نهايي: ۱۳۹۰/۸/۲۹)

چكيده

نظريه ابرساختارهاي جبري تعميمي از نظرية ساختارهاي جبري سنتي است. به لحاظ اهميت و ديدگاه جديد موجود در اين نظريه، در اين مقاله سعي مي‌شود ضمن بيان ديدگاه‌ها و تعاريف بنيادي ابرساختارها به كاربرد آن در دو شاخه فيزيك هسته‌اي و فيزيك ذرات بنيادي بپردازيم. در اين كار قصد داريم با به كارگيري اين شاخهٔ جديد از رياضيات، به توصيف نظم موجود در گروهي از فرآيندهاي برهم‌كنشي از قبيل برهم كنش لپتون‌ها در فيزيك ذرات بنيادي و همجوشي هسته‌اي در ستارگان در فيزيك هسته‌اي بپردازيم.

واژه‌هاي كليدي: ابرساختار جبري، ابرعمل، لپتون، همجوشي

۱. مقدمه

نظريهٔ نوين ابرساختارها به عنوان يک تعميم طبيعی از جبر سنتی، در سال ۱۹۳۴ توسط مارتی[۱] (رياضيدان فرانسوی) پايه‌گذاری شد [۱] و از آن پس مقاله‌ها و كتاب‌های زيادی در اين شاخه جديد از رياضيات، تاليف و منتشر شده است [۲-۴]. در سال‌های اخير، كاربردهای فراوانی از اين نظريهٔ نوين در علوم شيمی، ژنتيک و... پيدا شده است [۵-۷]. به عنوان يک مثال كاربردی اين نظريه در علم شيمی، می‌توان به دسته‌بندی نوين فرآيندهای شيميايی بر اساس خواص ابرساختاری آنها اشاره كرد [۵ و ۶]. هدف اين تحقيق، تعميم اين نظريه جديد رياضی به علم فيزيک با تمركز روی دو بخش فيزيک هسته‌ای و فيزيک ذرات بنيادی است. در اين مقاله، ابتدا تعاريف اوليهٔ نظريهٔ ابرساختارها را ارائه كرده، آنگاه به اختصار به معرفی ذرات بنيادی، مفهوم همجوشی در فيزيک هسته‌ای و نحوهٔ انجام فرآيندهای همجوشی در ستارگان جهت توليد انرژی می‌پردازيم. در انتها، برخی از خواص ابرساختاری اين مجموعه‌ها را بررسی می‌كنيم.

۲. ابرساختارهاي تعميم يافتهٔ n گانه

در نظريهٔ ابرساختارها برخلاف جبر سنتی كه همواره تركيب دو عنصر يک عنصر از همان گروه را می‌دهد، يک مجموعهٔ ناتهی حاصل تركيب دو عنصر از يک ابرساختار است. با اين ديدگاه

۱. F. Marty

Archive of SID

www.SID.ir

جدید، به تعاریف اولیه از این نظریه می‌پردازیم.

تعریف ۱: یک ابرساختار تعمیم یافته n گانه، طبق تعریف، شامل n مجموعهٔ ناتهی $H_1, H_2, ..., H_n$ به همراه یک ابر عمل زیر است:

$$\begin{cases} f : H_1 \times H_2 \times ... \times H_n \to P^*(\bigcup_{i=1}^{n} H_i) \\ (x_1, ..., x_n) \to f(x_1, ..., x_n) \subseteq (\bigcup_{i=1}^{n} H_i) - \phi. \\ x_1 \in H_1 \ , \ x_2 \in H_2 \ , \ ... \end{cases} \quad (1)$$

که در آن ϕ معرف یک مجموعهٔ تهی است.

در مباحث فیزیک ذرات بنیادی و فیزیک هسته‌ای عموماً با حالت‌هایی روبه‌رو هستیم که در آن $n = 2$ و $H_1 = H_2 = H$. در نتیجه، یک *ابرساختار تعمیم یافته* دوگانه $(H, \otimes)$، شامل یک مجموعه ناتهی H به همراه یک ابرعمل $\otimes : H \times H \to P^*(H)$ است، که در آن $P^*(H)$ به معنی مجموعه‌ای متشکل از تمام زیرمجموعه‌های ناتهی از H است[۱].

در ادامه، مفاهیم *ابرگروه‌وار، نیم ابرگروه‌وار، ابرگروه* و H_V*–گروه* در نظریهٔ ابرساختارها را بیان می‌کنیم:

الف) ابرساختار تعمیم یافته دو گانه $(H, \otimes)$ را یک ابرگروه‌وار نامیم هرگاه داشته باشیم:

اگر A و B دو زیر مجموعه ناتهی از H باشند آنگاه:

$$A \otimes B = \bigcup_{a \in A, b \in B} a \otimes b \ , \ x \otimes A = \{x\} \otimes A,$$

$$A \otimes x = A \otimes \{x\}, \qquad \forall \ x \in H$$

ب) یک *ابرگروه‌وار* $(H, \otimes)$ را یک *نیم ابرگروه* نامیم هرگاه به ازای تمام عناصر x, y, z از H، خاصیت شرکت پذیری $(x \otimes y) \otimes z = x \otimes (y \otimes z)$ برقرار باشد.

پ) یک نیم *ابرگروه* $(H, \otimes)$ را یک *ابرگروه* نامیم هرگاه به ازای تمام $x \in H$ داشته باشیم:

$x \otimes H = H \otimes x = H$ (خاصیت تکثیر پذیری)

ت) یک ابرگروه‌وار $(H, \otimes)$ را یک H_V – گروه نامیم هرگاه به ازای تمام اعضای $x, y, z \in H$ دو شرط زیر برقرار باشند:

$x \otimes (y \otimes z) \cap (x \otimes y) \otimes z \neq \phi$ (خاصیت شرکت پذیری ضعیف)

$x \otimes H = H \otimes x = H$ (خاصیت تکثیر پذیری)

ث) یک عضو x از یک *ابرگروه‌وار* $(H, \otimes)$ را یک پوچ توان نامیم هرگاه داشته باشیم: $x \otimes x = x$.

تعریف ۲: فرض کنیم $(L, \otimes)$ یک H_V–گروه و K زیر مجموعهٔ ناتهی از L باشد در این صورت K را یک H_V–گروه از $(L, \otimes)$ نامیم هرگاه به ازای تمام عنصرهای $a, b \in K$ داشته باشیم: $a \otimes b \in P^*(K)$.

به سادگی مشاهده می‌گردد که این تعریف، معادل با این است که K یک H_V– زیر گروه $(L, \oplus)$ است اگر و فقط اگر K تحت ابر عمل دوتایی تعریف شده روی L، بسته باشد.

یکی از جلوه‌های کاربرد مفاهیم ابرساختارهای جبری، در حوزه فیزیک ذرات بنیادی و فیزیک هسته‌ای است. بنابراین در ادامه با معرفی اجمالی این حوزه‌ها، نشان خواهیم داد که ابرکنش (یا ابرعمل) تعریف شده در مجموعه‌ای خاص، همراه با اعضای آن مجموعه یک ابرساختار جبری را تشکیل می‌دهند.

۳. لپتون‌ها در فیزیک ذرات بنیادی

در علم فیزیک ذرات بنیادی، یک ذرهٔ بنیادی به ذره‌ای گفته می‌شود که هیچ ساختار داخلی ندارد. لذا این ذره یکی از بلوک‌های ساختمانی جهان اطراف ما را تشکیل می‌دهد. عملاً از سال ۱۸۹۷ که الکترون به عنوان بنیادی‌ترین عنصر جهان، توسط تامسون کشف شد فیزیک ذرات بنیادی متولد گردید. از آن پس ذرات بنیادی بتدریج کشف و معرفی گردیدند. در جهت ایجاد نظم در این مجموعه بزرگ از ذرات و ارائهٔ الگویی مناسب برای توجیه سازوکار برهم‌کنش ذرات، مدل‌های متفاوتی ارائه گردید که مهمترین آنها مدل استاندارد نامیده می‌شود که تاکنون پیشگوئی‌های این مدل توافق خوبی با نتایج تجربی داشته است [۸].

در این تئوری، شش کوارک و شش لپتون به همراه پادذراتشان و بوزون‌های برداری میانی، که نقش حامل نیرو را ایفا می‌کنند، مجموعاً ۶۱ ذره بنیادی جهان ما را تشکیل می‌دهند. مطابق با مدل کوارک در نظریه مدل استاندارد،

Archive of SID

www.SID.ir

جدول ۱. دسته‌بندی لپتون‌ها براساس بار الکتریکی و اعداد لپتونی.

نماد	Q	L_e	L_μ	L_τ
e^- / e^+	−۱/+۱	+۱/−۱	۰	۰
$\upsilon_e / \overline{\upsilon}_e$	۰	+۱/−۱	۰	۰
μ^- / μ^+	−۱/+۱	۰	+۱/−۱	۰
$\upsilon_\mu / \overline{\upsilon}_\mu$	۰	۰	+۱/−۱	۰
τ^- / τ^+	−۱/+۱	۰	۰	+۱/−۱
$\upsilon_\tau / \overline{\upsilon}_\tau$	۰	۰	۰	+۱/−۱

کوارک‌ها آزادانه در طبیعت یافت نمی‌شوند بلکه در ترکیب‌های قابل مشاهده هادرونی همچون باریون‌ها و مزون‌ها وجود دارند. برخلاف کوارک‌ها، لپتون‌ها می‌توانند آزادانه در طبیعت یافت شوند لذا آنها یک گروه مهم از ذرات بنیادی هستند مخصوصاً الکترون‌ها که یکی از اجزای اتم هستند. در این مقاله ابرساختار بودن این گروه از ذرات را بررسی خواهیم کرد.

در مدل استاندارد، شش لپتون و شش پادلپتون در سه نسل ظاهر می‌شوند. نسل اول شامل الکترون، پوزیترون، نوترینوی الکترون و پادنوترینوی الکترون، نسل دوم شامل میون، پادمیون، نوترینوی میون و پادنوترینوی میون و نسل سوم شامل تائون، پاد تائون، نوترینوی تائون و پاد نوترینوی تائون می‌باشد. بنابراین گروه لپتون‌ها شامل دوازده عضو به صورت $\{e^-,\upsilon_e,e^+,\overline{\upsilon}_e,\mu^-,\upsilon_\mu,\mu^+,\overline{\upsilon}_\mu,\tau^-,\upsilon_\tau,\tau^+,\overline{\upsilon}_\tau\}$ است. تفاوت اصلی بین نوترینوها و پادنوترینوها در عدد کوانتومی به نام عدد لپتونی است. در مدل استاندارد به اعضای هر نسل از لپتون‌ها عدد لپتونی یکسانی نسبت داده می‌شود. به نسل اول عدد الکترونی L_e، به نسل دوم عدد میونی L_μ و به نسل سوم عدد تائونی L_τ نسبت می‌دهند. این اعداد لپتونی به همراه بار لپتون‌ها در جدول ۱ دسته بندی شده‌اند.

لپتون‌ها فاقد عدد کوانتومی "بار رنگ" می‌باشند لذا در برهم‌کنش‌های قوی شرکت نمی‌کنند و تنها از طریق برهم‌کنش‌های الکتروضعیف بر یکدیگر تأثیر می‌گذارند. به خصوص نوترینوها که بدون بار الکتریکی هستند و تنها در برهم‌کنش‌های ضعیف شرکت می‌کنند. در هر برهم‌کنش الکتروضعیف علاوه بر پایستگی بارالکتریکی، پایستگی عدد لپتونی نیز همواره برقرار است. این پایستگی جدید بدین معنی است که لپتون‌ها و پادلپتون‌ها همواره به صورت زوج از یک نسل در برهم‌کنش شرکت می‌کنند. برای مثال فرآیندهای زیر تحت پایستگی عدد تائونی و الکترونی مجاز هستند:

$$e^- + \upsilon_\tau \to e^- + \upsilon_\tau , \quad \to \tau^- + \upsilon_e . \qquad (۲)$$

در این مقاله از نماد گذاری جدیدی برای نشان دادن محصولات برهم‌کنش استفاده می‌کنیم. برای مثال:

$$e^- + \upsilon_\tau \to \{e^-,\upsilon_\tau,\tau^-,\upsilon_e\}. \qquad (۳)$$

محصولات خروجی ممکن است بسیار متنوع باشند لذا لازم است که پایستگی تمام اعداد لپتونی در فرآیند بررسی شود. برای مثال در برهم‌کنش $\mu^- - \mu^+$، شش جفت ذره خروجی می‌توانند به عنوان محصولات نهایی مشاهده شوند:

$$\mu^- + \mu^+ \to e^- + e^+ , \ \mu^- + \mu^+ , \ \tau^- + \tau^+ , \quad \upsilon_e + \overline{\upsilon}_e , \ \upsilon_\mu + \overline{\upsilon}_\mu , \ \upsilon_\tau + \overline{\upsilon}_\tau , \qquad (۴)$$

که مطابق با نماد گذاری جدید داریم:

$$\mu^- + \mu^+ \to \{e^-,e^+,\mu^-,\mu^+,\tau^-,\tau^+,\upsilon_e,\overline{\upsilon}_e,\upsilon_\mu,\overline{\upsilon}_\mu,\upsilon_\tau,\overline{\upsilon}_\tau\} = L.$$

در رابطهٔ فوق، L بیانگر مجموعه لپتون‌ها است. سایر برهم‌کنش‌های ممکن بین مجموعه عناصر گروه لپتون‌ها، در جدول ۲ مرتب شده است. در مرتب سازی این جدول از نوشتن عناصر تکراری اجتناب کرده‌ایم. همهٔ برهم‌کنش‌های نشان داده شده در جدول ۲، در مرتبهٔ اول اختلال (Leading Order) هستند.

۴. فرآیندهای همجوشی در فیزیک هسته‌ای

از موارد کاربرد ابرساختارها در فیزیک هسته‌ای، در فرآیندهای همجوشی هسته‌ای است. علم سنتز هسته‌ای فرآیند همجوشی در ستارگان را توضیح می‌دهد. چگونگی تولید انرژی در ستارگان یکی از جالب‌ترین مباحث مطرح در اختر فیزیک می‌باشد. وظیفه تولید انرژی در ستارگان به عهده واکنش همجوشی است. در چنین واکنشی دو یا چند عنصر سبک با هم ترکیب شده و عنصری سنگین‌تر به همراه مقداری انرژی تولید می‌کنند. از آنجایی که ماده اصلی تشکیل دهندهٔ ستارگان، عنصر

Archive of SID

www.SID.ir

جدول۲. برهم‌کنش بین لپتون‌ها با در نظر گرفتن پایستگی اعداد لپتونی .

$\otimes$	e	υ_e	e^+	$\overline{\upsilon}_e$	μ	υ_μ	μ^+	$\overline{\upsilon}_\mu$	τ	υ_τ	τ^+	$\overline{\upsilon}_\tau$
e	e	e,υ_e	L	$e,\overline{\upsilon}_e$ $\mu,\overline{\upsilon}_\mu$ $\tau,\overline{\upsilon}_\tau$	e,μ	e,υ_e μ,υ_μ	e,υ_e $\mu^+,\overline{\upsilon}_\mu$	$e,\overline{\upsilon}_\mu$	e,τ	e,υ_e τ,υ_τ	e,υ_e $\tau^+,\overline{\upsilon}_\tau$	$e,\overline{\upsilon}_\tau$
υ_e	e,υ_e	υ_e	e^+,υ_e μ^+,υ_μ τ^+,υ_τ	L	e,ν_e μ,υ_μ	υ_e,υ_μ	μ^+,υ_e	e,υ_e $\mu^+,\overline{\upsilon}_\mu$	e,υ_e τ,υ_τ	υ_τ,υ_e	υ_e,τ^+	e,υ_e $\tau^+,\overline{\upsilon}_\tau$
e^+	L	e^+,υ_e μ^+,υ_μ τ^+,υ_τ	e^+	$e^+,\overline{\upsilon}_e$	μ,υ_μ $e^+,\overline{\upsilon}_e$	e^+,υ_μ	e^+,μ^+	$\mu^+,\overline{\upsilon}_\mu$ $e^+,\overline{\upsilon}_e$	$e^+,\overline{\upsilon}_e$ τ,υ_τ	e^+,ν_τ	e^+,τ^+	$e^+,\overline{\upsilon}_e$ $\tau^+,\overline{\upsilon}_\tau$
$\overline{\upsilon}_e$	$e,\overline{\upsilon}_e$ $\mu,\overline{\upsilon}_\mu$ $\tau,\overline{\upsilon}_\tau$	L	$e^+,\overline{\upsilon}_\mu$	$\overline{\nu}_e$	$\mu,\overline{\upsilon}_e$	μ,υ_μ $e^+,\overline{\upsilon}_e$	$\mu^+,\overline{\upsilon}_\mu$ $e^+,\overline{\upsilon}_e$	$\overline{\upsilon}_e,\overline{\nu}_\mu$	$\tau,\overline{\upsilon}_e$	$e^+,\overline{\upsilon}_e$ τ,υ_τ	$e^+,\overline{\upsilon}_e$ $\tau^+,\overline{\upsilon}_\tau$	$\overline{\upsilon}_e,\overline{\nu}_\tau$
μ	e,μ	e,ν_e μ,υ_μ	μ,υ_μ $e^+,\overline{\upsilon}_e$	$\mu,\overline{\upsilon}_e$	μ	μ,ν_μ	L	$e,\overline{\upsilon}_e$ $\mu,\overline{\upsilon}_\mu$ $\tau,\overline{\upsilon}_\tau$	μ,τ	τ,ν_τ μ,υ_μ	$\tau^+,\overline{\upsilon}_\tau$ μ,υ_μ	$\mu,\overline{\nu}_\tau$
υ_μ	e,ν_e μ,υ_μ	υ_e,υ_μ	e^+,υ_μ	μ,υ_μ $e^+,\overline{\upsilon}_e$	μ,ν_μ	υ_μ	e^+,υ_e μ^+,υ_μ τ^+,υ_τ	L	τ,ν_τ μ,υ_μ	$\upsilon_\mu,\upsilon_\tau$	τ^+,υ_μ	$\tau^+,\overline{\upsilon}_\tau$ μ,υ_μ
μ^+	e,υ_e $\mu^+,\overline{\upsilon}_\mu$	μ^+,υ_e	e^+,μ^+	$\mu^+,\overline{\upsilon}_\mu$ $e^+,\overline{\upsilon}_e$	L	e^+,υ_e μ^+,υ_μ τ^+,υ_τ	μ^+	$\mu^+,\overline{\upsilon}_\mu$	$\mu^+,\overline{\upsilon}_\mu$ τ,υ_τ	μ^+,υ_τ	μ^+,τ^+	$\mu^+,\overline{\upsilon}_\mu$ $\tau^+,\overline{\upsilon}_\tau$
$\overline{\upsilon}_\mu$	$e,\overline{\upsilon}_\mu$	e,υ_e $\mu^+,\overline{\upsilon}_\mu$	$\mu^+,\overline{\upsilon}_\mu$ $e^+,\overline{\upsilon}_e$	$\overline{\upsilon}_e,\overline{\nu}_\mu$	$e,\overline{\upsilon}_e$ $\mu,\overline{\upsilon}_\mu$ $\tau,\overline{\upsilon}_\tau$	L	$\mu^+,\overline{\upsilon}_\mu$	$\overline{\upsilon}_\mu$	$\tau,\overline{\upsilon}_\mu$	$\mu^+,\overline{\upsilon}_\mu$ τ,υ_τ	$\mu^+,\overline{\upsilon}_\mu$ $\tau^+,\overline{\upsilon}_\tau$	$\overline{\upsilon}_\tau,\overline{\nu}_\mu$
τ	e,τ	e,υ_e τ,υ_τ	$e^+,\overline{\upsilon}_e$ τ,υ_τ	$\tau,\overline{\upsilon}_e$	μ,τ	τ,ν_τ μ,υ_μ	$\mu^+,\overline{\upsilon}_\mu$ τ,υ_τ	$\tau,\overline{\upsilon}_\mu$	τ	τ,υ_τ	L	$e,\overline{\upsilon}_e$ $\mu,\overline{\upsilon}_\mu$ $\tau,\overline{\upsilon}_\tau$
υ_τ	e,υ_e τ,υ_τ	υ_τ,υ_e	e^+,ν_τ	$e^+,\overline{\upsilon}_e$ τ,υ_τ	τ,ν_τ μ,υ_μ	$\upsilon_\mu,\upsilon_\tau$	μ^+,υ_τ	$\mu^+,\overline{\upsilon}_\mu$ τ,υ_τ	τ,υ_τ	υ_τ	e^+,υ_e μ^+,υ_μ τ^+,υ_τ	L
τ^+	e,υ_e $\tau^+,\overline{\upsilon}_\tau$	υ_e,τ^+	e^+,τ^+	$e^+,\overline{\upsilon}_e$ $\tau^+,\overline{\upsilon}_\tau$	$\tau^+,\overline{\upsilon}_\tau$ μ,υ_μ	τ^+,υ_μ	μ^+,τ^+	$\mu^+,\overline{\upsilon}_\mu$ $\tau^+,\overline{\upsilon}_\tau$	L	e^+,υ_e μ^+,υ_μ τ^+,υ_τ	τ^+	$\tau^+,\overline{\nu}_\tau$
$\overline{\upsilon}_\tau$	$e,\overline{\upsilon}_\tau$	e,υ_e $\tau^+,\overline{\upsilon}_\tau$	$e^+,\overline{\upsilon}_e$ $\tau^+,\overline{\upsilon}_\tau$	$\overline{\upsilon}_e,\overline{\nu}_\tau$	$\mu,\overline{\nu}_\tau$	$\tau^+,\overline{\upsilon}_\tau$ μ,υ_μ	$\mu^+,\overline{\upsilon}_\mu$ $\tau^+,\overline{\upsilon}_\tau$	$\overline{\upsilon}_\tau,\overline{\nu}_\mu$	$e,\overline{\upsilon}_e$ $\mu,\overline{\upsilon}_\mu$ $\tau,\overline{\upsilon}_\tau$	L	$\tau^+,\overline{\nu}_\tau$	$\overline{\nu}_\tau$

Archive of SID

www.SID.ir

جدول ۳. برهم‌کنش بین عناصر در چرخه سوخت پروتون- پروتونI در ستارگان.

$\oplus$	${}_1^1H$	${}_1^2H$	${}_2^3He$	${}_2^4He$
${}_1^1H$	${}_1^2H$	${}_2^3He$	${}_2^3He, {}_1^1H$	${}_2^4He, {}_1^1H$
${}_1^2H$	${}_2^3He$	${}_1^2H$	${}_2^3He, {}_1^2H$	${}_2^4He, {}_1^2H$
${}_2^3He$	${}_2^3He, {}_1^1H$	${}_2^3He, {}_1^2H$	${}_1^1H, {}_2^4He$	${}_2^3He, {}_2^4He$
${}_2^4He$	${}_2^4He, {}_1^1H$	${}_2^4He, {}_1^2H$	${}_2^3He, {}_2^4He$	${}_2^4He$

هیدروژن می‌باشد لذا همجوشی چهار عنصر هیدروژن جهت تشکیل هلیوم، آغاز تولید انرژی در ستارگان می‌باشد. ترکیب این عناصر سبک و تشکیل عنصر سنگین‌تر به چرخه سوخت معروف است. فرآیند هیدروژن سوزی با چهار چرخه پروتون– پروتونI، پروتون- پروتونII، پروتون- پروتونIII و چرخه کربن- نیتروژن- اکسیژن انجام می‌گیرد. در این مقاله فقط چرخه پروتون- پروتون I مورد بررسی قرار می‌گیرد [۹]. در این چرخه، واکنش‌ها عبارتند از:

$${}_1^1H + {}_1^1H \rightarrow {}_1^2H + e^+ + \upsilon_e + ۰/۴۲ \text{ MeV}.$$

این واکنش به برهم‌کنش ضعیف تبدیل یک پروتون به یک نوترون معروف است. پوزیترون تولید شده از این واکنش سریعاً با یک الکترون جفت شده و طی فرآیند نابودی زوج، مقدار ۱/۰۲ MeV انرژی اضافی آزاد می‌شود. دوتریم(${}_1^2H$) ایجاد شده، در ترکیب با یک هیدروژن به هلیوم-۳ تبدیل می‌شود:

$${}_1^1H + {}_1^2H \rightarrow {}_2^3He + \gamma + ۵/۴۹ \text{ MeV}. \quad (۵)$$

در واکنش فوق ۵/۴۹ MeV انرژی به شکل گرمایی ساطع می‌گردد. در ادامه، هلیوم تولید شده نیز می‌تواند با همتای خود که در همجوشی مشابه دو مرحله فوق ایجاد شده است، برهم‌کنش کرده و واکنشی به صورت

$${}_2^3He + {}_2^3He \rightarrow {}_2^4He + {}_1^1H + {}_1^1H + ۱۲/۸۶ \text{ MeV} \quad (۶)$$

داشته باشند. بنابراین می‌توان نتیجهٔ چرخه سوخت پروتون– پروتون I را تبدیل هیدروژن به هلیوم و آزاد شدن ۲۶/۷۲MeV انرژی به ازای تشکیل هر هلیوم دانست. مطابق با نمادگذاری تعریف شده در بخش قبل، فرآیند (۶) به صورت $\left\{{}_2^4He, {}_1^1H\right\} \rightarrow {}_2^3He + {}_2^3He$ نشان داده می‌شود. کلیه عناصر مؤثر در چرخه فوق شامل $S = \left\{{}_1^1H, {}_1^2H, {}_2^3He, {}_2^4He\right\}$ به همراه ابرعمل "همجوشی " در جدول ۳ نشان داده شده‌اند.

در بخش بعد نشان خواهیم داد که مجموعه لپتون‌ها به همراه ابر عمل خاص خود، همچنین مجموعه عناصر دخیل در فرآیند همجوشی در تولید انرژی ستارگان همراه با ابرعمل مختص خود تشکیل یک ابرساختار را می‌دهند.

۵. ابرساختارهاي جبري لپتون‌ها و مجموعه عناصر دخیل در چرخه سوخت ستارگان

گزاره۱: با در نظر گرفتن تعاریف ۱ و ۲ از بخش مقدماتی، فرض کنیم L مجموعه لپتون‌ها و $\otimes$ ابرعمل تعریف شده در جدول ۲ باشد، آنگاه نشان داده می‌شود که زوج $(L,\otimes)$ یک H_V–گروه آبلی است که هر عضو آن یک عضو خودتوان است.

برای بررسی خاصیت شرکت پذیری ضعیف این H_V–گروه، مطابق با بند (ت) از تعریف ۱، مثال زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} \upsilon_\mu \otimes (\overline{\upsilon}_e \otimes e^+) = \{e^+, \mu, \overline{\upsilon}_e, \upsilon_\mu\} \\ (\upsilon_\mu \otimes \overline{\upsilon}_e) \otimes e^+ = \{e^+, \mu, \overline{\upsilon}_e, \upsilon_\mu\} \end{cases} \quad (۷)$$

$$\Rightarrow \upsilon_\mu \otimes (\overline{\upsilon}_e \otimes e^+) \bigcap (\upsilon_\mu \otimes \overline{\upsilon}_e) \otimes e^+ \neq \phi.$$

در این پژوهش، با برنامه نویسی در محیط نرم افزار Maple۱۴، خاصیت شرکت پذیری تمام ترکیبات ممکن تحقیق شده است. از آنجایی‌که برای هر ذره در مجموعه لپتون‌ها همواره یک پادذره وجود دارد و برهم‌کنش یک ذره با پادذره خود، تمام اعضای مجموعه را نتیجه می‌دهد، بنابراین در ابرساختار لپتونی شرط تکثیرپذیری همواره برقرار است. به عبارتی:

$$e^- \otimes L = \mu^- \otimes L = \upsilon_\tau \otimes L = \overline{\upsilon}_e \otimes L = ... = L.$$

با توجه به تعریف ۲ از بخش مقدماتی، می‌توان تمام H_V–زیرگروه‌های این ابر ساختار لپتونی را تعیین نمود. در ادامه به اختصار، به ذکر چند نمونه از این H_V–زیرگروه‌ها می‌پردازیم:

۱الف) یک H_V–زیرگروه لپتونی مرتبهٔ ۲

$$(\{\mu, \overline{\upsilon}_e\}, \otimes).$$

ب) یک H_V–زیرگروه لپتونی مرتبهٔ ۴

Archive of SID

www.SID.ir

$(\{e, \tau, \upsilon_e, \upsilon_\tau\}, \otimes)$.

ج) یک H_V–زیرگروه لپتونی مرتبهٔ ۶

$(\{e^+, \mu^+, \tau^+, \upsilon_e, \upsilon_\mu, \upsilon_\tau\}, \otimes)$.

به سادگی و به کمک نرم افزار میپل، می‌توان نشان داد که H_V–زیرگروه‌های مرتبه ۱،۲،۳،۴ و ۶ وجود دارند اما هیچ H_V–زیرگروه از مرتبه ۵،۷،۸،۹،۱۰ و ۱۱ برای $(L,\otimes)$ وجود ندارند. به عنوان مثال، زیر گروه مرتبه ۵ با عناصر $K=\{e^-,e^+, \mu^+, \tau^+, \upsilon_e, \upsilon_\mu\}$ همراه با ابرعمل $\otimes$، کلیه اعضای مجموعه لپتونی را نتیجه می‌دهد. لذا این ابرعمل روی مجموعه K فاقد شرط بسته بودن است.

گزاره۲: فرض کنیم مجموعه $S=\left\{{}_1^1H, {}_1^2H, {}_2^3He, {}_2^4He\right\}$ شامل تمام عناصر دخیل در فرآیند تولید انرژی در ستارگان بوده و $\oplus$ ابرعمل همجوشی تعریف شده در جدول ۳ باشد، مشابه گزاره قبل می‌توان نشان داد که زوج $(S,\oplus)$ یک H_V–گروه آبلی است که در آن ${}_1^2H$ و ${}_2^4He$ اعضای خودتوان این ابرساختار هستند.

۶. نتیجه‌گیری

نظریهٔ ابرساختارهای جبری به عنوان یکی از مباحث جدید در ریاضیات نوین در دهه اخیر بسیار مورد توجه قرار گرفته است. در این مقاله با بیان تعاریف اولیه اساسی از نظریهٔ ابرساختارها و با معرفی دو شاخهٔ مهم از فیزیک، نشان دادیم که مجموعهٔ لپتون‌ها در فیزیک ذرات بنیادی و مجموعه عناصر دخیل در فرآیند تولید انرژی ستارگان، تحت ابرعمل خاص خود تشکیل یک ابرساختار را می‌دهند. این دیدگاه جدید از برهم‌کنش ذرات، علاوه بر آنکه منجر به یک نظم نوین در انجام فرآیندها می‌گردد، این امکان را می‌دهد تا از خاصیت ابرساختار بودن مجموعه تحت مطالعه، جهت پیش‌گویی‌های آتی از برهم‌کنش عناصر مجموعه بهره بریم. این تغییر نگرش در بر هم‌کنش دو پدیده، می‌تواند منشاء بسیاری از تحولات در علوم کاربردی باشد. در ادامه این پژوهش، نویسندگان سعی در بسط این نظریه برای مطالعه ابرساختارهای جبری متشکل از تمام ذرات بنیادی و همچنین واکنش‌های هسته‌ای را دارند.

مراجع

1. F Marty, *8th Congress Math. Scandenaves,* Stockholm (1934) 45.
2. P Corsini, "*Prolegomena of hypergroup theory*", Second edition, Aviani editor (1993).
3. P Corsini and V Leoreanu, "*Applications of hyperstructure theory*", Advances in Mathematics, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht (2003).
4. B Davvaz, and V Leoreanu-Fotea, "*Hyperring Theory and Applications*", International Academic Press, USA (2007).
5. A Dehghan Nezhad and B Davvaz, *Universal hyperdynamical systems*, *Bulletin of the Korean Mathematical Society*, **47** (2010) 513.
6. B Davvaz and A Dehghan Nezhad, *Ratio Mathematica-Numero,* **14** (2003) 71.
7. T Vougiouklis, *"Hyperstructures and their representations"*, Hadronic Press, Florida (1994).
8. T Muta, "*Foundations of Quantum Chromodynamics*". Second edition, World Sci. Lect. Notes Phys. **57** (1998) 1.
9. S S M Wong, "*Introductory Nuclear Physics*". Second edition, Wiley- Vch Verlag Gmbh & Co. KGaA (2004).

Archive of SID

www.SID.ir